ОБОБЩЕНИЕ ЛЕММЫ ХОФФМАНА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Д.Е. Бережнов, О.Ф. Борисенко, Л.И. Минченко

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

В нашем докладе известная лемма Хоффмана [1] обобщается на случай зависящих от параметра многогранных множеств, и на основании данного обобщения доказывается свойство частичной устойчивости [2–4] для задачи двухуровневого программирования.

Пусть $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$. Рассмотрим многозначное отображение G, определяемое условием $G(x) = y \in \mathbb{R}^m \mid \langle \xi^i, y\rangle + \alpha_i(x) \leqslant 0$, $i = 1,\ldots,s$, где $\xi^i \in \mathbb{R}^m$, $\alpha_i(x)$ — непрерывные функции при $i = 1,\ldots,s$.

Лемма. *Для многозначного отображения G существуют число $M = \mathrm{const} > 0$ такое, что для любого вектора $v \in \mathbb{R}^m$ и любого $x \in \operatorname{dom} G$ справедливо неравенство* $d(v, G(x)) \leqslant M \max\{0, \langle \xi^i, v\rangle + \alpha_i(x) \mid i = 1,\ldots,s\}$.

Рассмотрим задачу двухуровневого программирования (BLP) минимизации функции $F(x,y)$ на множестве решений задачи нижнего уровня

$$f(x,y) \to \min_y, \quad h_i(x,y) \leqslant 0, \quad i = 1,\ldots,s,$$

при дополнительных ограничениях $g_j(x) \leqslant 0$, $j = 1,\ldots,p$, где функции $F(x,y)$, $f(x,y)$, $g_j(x)$, $h_i(x,y)$ предполагаются непрерывно дифференцируемыми.

Как известно [3, 4], одним из основных подходов к решению задачи (BLP) является переход к эквивалентной одноуровневой задаче: $F(x,y) \to \min$, $f(x,y) \leqslant \varphi(x)$, $h_i(x,y) \leqslant 0$, $i = 1,\ldots,s$, $g_j(x) \leqslant 0$, $j = 1,\ldots,p$, где $\varphi(x)$ — функция оптимального значения задачи нижнего уровня.

Теорема. *Пусть $F(x,y)$ липшицева, $f(x,y) = \langle \xi^0, y\rangle + \alpha_0(x)$, $h_i(x,y) = \langle \xi^i, y\rangle + \alpha_i(x)$ при $i = 1,\ldots,s$. Тогда для любого решения (x^0, y^0) задачи (BLP) найдется число $\mu > 0$, такое, что это решение будет глобальным решением задачи*

$$F(x,y) + \mu(f(x,y) - \varphi(x)) \to \min,$$

$$h_i(x,y) \leqslant 0, \quad i = 1,\ldots,s, \quad g_j(x) \leqslant 0, \quad j = 1,\ldots,p.$$

Литература

1. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. *Оптимальное управление.* М.: Наука, 1978.
2. Ye J. J., Zhu D. // Optimization. 1995. Vol. 33. P. 9–27.
3. Ye J. J., Zhu D. // SIAM J. Optimization. 2010. Vol. 20. P. 1885–1905.
4. Dempe S. *Foudations of Bilevel programming.* Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002.

К ВОПРОСУ О ПРЕДСТАВЛЕНИИ РЕШЕНИЙ ГИБРИДНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

И.М. Борковская, О.Н. Пыжкова

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
borkovskaia@gmail.com, olga.pyzhcova@gmail.com

Многие из моделей современных технологических процессов описываются гибридными системами, в связи с чем оказываются актуальными новые методы исследования