Из первых трех фокусных величин необходимые условия центра системы (2) находим в виде:

$$A = 0,7(C + 3N) + (15C + 7N)P^2 - 10NP^4 = 0,$$

$$(3B(63 + 570P^2 + 523P^4 + 210P^6) + M(189 + 696P^2 - 158P^4 - 734P^6 - 105P^8))N = 0.$$

Теорема 2. *Пусть* V *— многообразие центра системы* (2). *Тогда*

$$V = \mathbb{V}(W_1) \bigcup \mathbb{V}(W_2),$$

где $W_1 = \langle A, P, B + M, C + 3N\rangle$, $W_2 = \langle A, C, N\rangle$.

При $P = 0$ (2) становится частным случаем системы из [1].

В заключении рассмотрим систему

$$\dot{x} = y + Ax^2 + Bxy + Cy^2, \quad \dot{y} = -x^3 + Kx^2y + Mxy^2 + Ny^3, \tag{3}$$

где $A^2 < 2$.

Теорема 3. *Пусть* V *— многообразие центра системы* (3). *Тогда*

$$V = \bigcup_{k=1}^{3} \mathbb{V}(I_k),$$

где $I_1 = \langle K, M, B\rangle$, $I_2 = \langle A, K, BC - 3N, B^2 - 2M\rangle$, $I_3 = \langle C, N, K, A\rangle$.

Фокусные величины систем (1)–(3) находятся приведением их аналитическим преобразованием

$$u = x(1 + f_1(x, y)), \quad v = y + xf_2(x, y),$$

где $f_i(0, 0) = 0$, $i = 1, 2$, к нормальной форме

$$\dot{u} = v + u^2\varphi_1(u), \quad \dot{v} = -u^3\varphi_2(u),$$

где φ_i — аналитические функции [2].

При исследовании условий центра систем (1)–(3) использовались методы компьютерной алгебры, изложенные в [3].

Литература

1. Андреев А. Ф. *Решение проблемы центра и фокуса в одном случае* // Прикладная математика и механика. 1953. Т. 17. Вып. 3. С. 333–338.

2. Strozyna E., Żołądek H. *The analytic and formal normal form for the nilpotent singularity* // J. Dif. Eq. 2002. V. 179, № 2. P. 479–537.

3. Садовский А. П. *Полиномиальные идеалы и многообразия: пособие для студентов.* Мн.: Изд-во БГУ, 2008.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДРОБНЫХ ПОРЯДКОВ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

Е.А. Баркова[1], **П.П. Забрейко**[2]

[1] Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь
elenab@mail.bn.by
[2] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
zabreiko@mail.ru

В докладе обсуждаются вопросы разрешимости задачи Коши

$$D^\alpha x(t) = f(t, x), \tag{1}$$

$$x^{(k)}(0) = \xi_k, \quad k = 0, \ldots, m - 1, \tag{2}$$

где D^{α} — дробная производная порядка α в смысле Капуто (если $x(t)$ — гладкая функция, то

$$D^{\alpha}x(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\int\limits_0^t (t-s)^{m-\alpha-1}x^{(m)}(s)\,ds,$$

где $\alpha > 0$ и m — целое, удовлетворяющее условию $m-1 < \alpha \leqslant m$) в пространствах весовых функций $C_{\gamma}[0,T]$ $(\gamma \in C)$, определяемых как пространства функций $g(t)$, заданных на $[0,T]$ таких, что $t^{\gamma}g(t) \in C[0,T]$:

$$C_{\gamma}[0,T] = \{g(t): \ \|g\|_{C_{\gamma}} = \|t^{\gamma}g(t)\|_C < \infty\}, \quad C_0[0,T] = C[0,T].$$

При этом устанавливается нелокальная теорема о единственной разрешимости задачи Коши с $0 < \alpha < 1$.

Предполагается, что функция $f(t,x)$ определена на $[0,T]\times\mathbb{X}$ ($\mathbb{X}$ — банахово пространство); для каждого x функция $f(t,x)$ — функция одной переменной t, $f(t,x) \in C_{\gamma}[0,T]$ (т. е. справедливо $\|f\|_{C_{\gamma}} = \|t^{\gamma}f(t,x)\|_C < \infty$) и удовлетворяет условию Липшица по второй переменной

$$\|f(t,x_1) - f(t,x_2)\|_X \leqslant k\|x_1 - x_2\|_{\mathbb{X}}, \tag{3}$$

где k — некоторая константа.

Теорема 1. *Если $f(t,x)$ для каждого x принадлежит пространству функций $C_{\gamma}[0,T]$ и удовлетворяет условию* (3), *то задача Коши* (1), (2) *имеет в $C_{\gamma}[0,T]$ единственное определенное на $[0,T]$ решение для всех $\gamma < \alpha$.*

Литература

1. Podlubny I. *Fractional Differential Equations. An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solutions and Some of Their Applications* / Mathematics in Sciences and Engineering. Vol. 198. San-Diego, 1999.

2. Баркова Е. А., Забрейко П. П. *Нелокальные теоремы о задаче Коши для дифференциальных уравнений дробных порядков* // Докл. НАН Беларуси. 2010. Т. 46, вып. 2. С. 1–6.

3. Килбас А. А., Бонилла Б., Трухилло Х. *Дробные интегралы и производные, дифференциальные уравнения дробного порядка в весовых пространствах непрерывных функций* // Докл. НАН Беларуси. 2000. Т. 44, вып. 6. С. 18–22.

ЛИНЕЙНЫЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ФУНКЦИЕЙ

М.С. Белокурский

Гомель, Беларусь

Теорема. *Для того чтобы линейная неоднородная дифференциальная система*

$$\dot{x} = A(t)x + f(t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

где $A(t)$ — непрерывная $(n \times n)$-матрица, $f(t)$ — непрерывная вектор-функция, была эквивалентна в смысле совпадения отражающих функций [1] *системе*

$$\dot{x} = f(t),$$

необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

1) *функция $A(t)$ являлась нечетной;*