

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ВАРИАНТОВ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ И РЕШЕНИЙ В WOLFRAM MATHEMATICA

А. А. Лагуто

Кафедра компьютерных технологий и систем, Факультет прикладной математики и информатики,
Белорусский государственный университет
Минск, Республика Беларусь
E-mail: lagutoa@yahoo.com

Рассматривается автоматическая генерация индивидуальных вариантов тестовых заданий и решений к ним по теме «Решение разреженных недоопределенных систем линейных алгебраических уравнений» для проведения контрольной работы по курсу «Вычислительные алгоритмы на графах с использованием Wolfram Mathematica».

ВВЕДЕНИЕ

Подготовка нескольких вариантов одного тестового задания является актуальной задачей в любой дисциплине и широко используется в традиционных формах обучения. Многовариантность позволяет индивидуализировать задания и исключить совместное решение задания студентами. Однако создание множества вариантов заданий – процесс трудоемкий и требует значительных затрат времени преподавателя. Использование информационных технологий для автоматизации процесса создания вариантов тестовых заданий сокращает время подготовки тестов и время проверки тестов преподавателем. Автоматическая генерация вариантов тестов в классической форме позволяет распечатывать тестовые задания и проводить контрольную работу в аудитории без компьютеров.

ПОСТАНОВКА ТЕСТОВОГО ЗАДАНИЯ

В рамках дисциплины специализации «Вычислительные алгоритмы на графах с использованием Wolfram Mathematica», преподаваемой на факультете прикладной математики и информатики БГУ для студентов специальности «Информатика», рассматриваются некоторые задачи разреженного матричного и сетевого анализа и технологии их решения. Тестовые задания позволяют проверить овладение студентами технологией построения решений разреженных линейных систем с матрицей инцидентности графа вида:

$$\sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U)} x_{ji} = b_i, i \in I, \quad (1)$$

где $S = (I, U)$ – конечный ориентированный связный граф без кратных дуг и петель, I и U – соответственно множество узлов и множество дуг графа S , определенных на прямом произведении $I \times I$, $|I| < \infty$, $|U| < \infty$, $I_i^+(U) = \{j : (i, j) \in U\}$, $I_i^-(U) = \{j : (j, i) \in U\}$, $b = (b_i, i \in I)$ – вектор правой части системы (1).

Опорой связного графа $S = (I, U)$ для системы (1) является покрывающее дерево (I, U_t)

графа S с множеством дуг U_t [1, 2]. Общее решение системы (1) имеет вид [3]:

$$x_{ij} = \sum_{(\tau, \rho) \in U \setminus U_t} x_{\tau\rho} \delta_{ij}^{\tau\rho} + \tilde{x}_{ij}, (i, j) \in U_t, \quad (2)$$

где $(\tilde{x}_{ij}, (i, j) \in U)$ – некоторое частное решение системы (1), построенное по правилам [1], $(\delta_{ij}^{\tau\rho}, (i, j) \in U)$ – компоненты характеристического вектора, порожденного дугой $(\tau, \rho) \in U \setminus U_t$, относительно покрывающего дерева (I, U_t) [1].

ГЕНЕРАТОР ТЕСТОВОГО ЗАДАНИЯ

Для создания индивидуальных вариантов тестовых заданий и контроля решений заданий преподавателем в Wolfram Mathematica был разработан генератор тестов. Генератор состоит из двух модулей и позволяет автоматически создавать заданное количество тестов и их решение.

Первый программный модуль генерирует указанное количество ориентированных связных графов S с указанным числом узлов и дуг графа. Изображения графов сохраняются в файлах формата .pdf. Для каждого графа S создается текстовый файл, содержащий данные системы (1): число узлов $|I|$ и число дуг $|U|$ графа S , перечисляется множество дуг U графа S , коэффициенты $b_i, i \in I$.

Второй программный модуль генерирует тестовые задания, используя параметры, сгенерированные первым модулем. Для каждого графа S в файл теста записывается номер теста, параметры графа S (число узлов и дуг, множество дуг графа), изображение графа S , коэффициенты $b_i, i \in I$. Автоматически создается опора графа S для системы (1), которая согласно [1,2] является покрывающим деревом (I, U_t) графа S . Случайным образом выбирается номер узла-корня и покрывающее дерево (I, U_t) преобразуется к корневому дереву (I, \tilde{U}_t) [4]. В файл теста записывается изображение корневого дерева с выделенным корнем. Тестовое задание сохраняется в файле формата .pdf.

ПРИМЕР

Приведем пример формирования тестового задания для студентов, полученного описанным выше генератором:

Тест №1

$$|I| = 6, |U| = 12$$

$$U = \{2 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 5, 2 \rightarrow 6, 3 \rightarrow 6, 4 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 2, 5 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 4, 5 \rightarrow 6, 6 \rightarrow 1, 6 \rightarrow 4\}$$

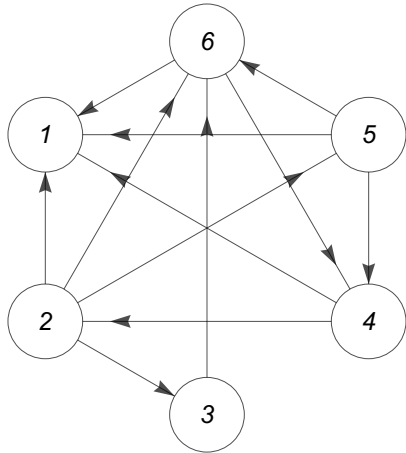


Рис. 1 – Граф $S = (I, U)$ для теста №1

Таблица 1 – Коэффициенты правой части системы (1)

i	1	2	3	4	5	6
b_i	-6	0	-9	10	1	4

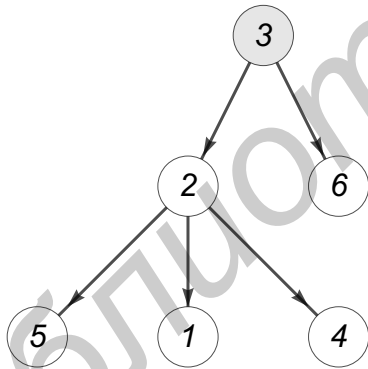


Рис. 2 – Корневое дерево (I, \tilde{U}_t) с корнем в узле 3

После получения теста, студентам необходимо выполнить следующее задание:

- построить систему линейных уравнений с матрицей инцидентности для ориентированного графа S , изображенного на рисунке 1, используя данные в таблице 1;
- сформировать множество дуг U_t покрывающего дерева (I, U_t) и множество дуг $U \setminus U_t$;
- создать списковые структуры представления корневого дерева (I, \tilde{U}_t) , изображенного на рисунке 2 (список предков узлов $pred$, список направлений дуг dir , список династического обхода корневого дерева d , список уровней узлов $depth$) [4];

- построить частное решение неоднородной системы (1);
- вычислить характеристические векторы, порожденные дугами множества $U \setminus U_t$;
- построить общее решение (2) системы (1) с матрицей инцидентности графа S .

Отметим, что второй программный модуль, одновременно с генерацией тестовых заданий, создает файлы с решением полученных заданий. Такая структура позволяет распечатывать отдельно тестовые задания для студентов и решения заданий для преподавателя. Файл с решением тестового задания содержит все этапы построения решения разреженной системы линейных уравнений с матрицей инцидентности графа и необходимые проверки правильности полученного решения. Визуализация этапов решения в табличной форме позволяет упростить процесс проверки преподавателем контрольных работ и, соответственно, значительно снизить временные затраты. В таблице 2, полученной в файле с решением теста №1, приведены списковые структуры представления корневого дерева (I, \tilde{U}_t) , изображенного на рисунке 2.

Таблица 2 – Списковые структуры представления корневого дерева (I, \tilde{U}_t) системы (1)

i	1	2	3	4	5	6
$pred[i]$	2	3	0	2	2	3
$depth[i]$	2	1	0	2	2	1
$dir[i]$	1	-1	0	-1	1	1
$d[i]$	5	4	2	1	6	3

Таким образом, генератор тестовых заданий может использоваться для решения разреженных систем линейных уравнений с матрицей инцидентности графа различных размерностей.

В завершение отметим, что в перспективе планируется разработать автоматическое создание компьютерных многовариантных тестов с возможностью построения самим студентом промежуточных структур данных (покрывающего дерева и соответствующего ему корневого дерева с выбранным корнем).

1. Pilipchuk, L. A. Sparse Linear Systems and Their Applications / L. A. Pilipchuk –Minsk: BSU, 2013. – 235 p.
2. Габасов, Р. Методы линейного программирования: в 3 ч. / Р. Габасов, Ф. М. Кирилова –Минск: БГУ, 1980. – Ч. 3: Специальные задачи. – 368 с.
3. Pilipchuk, L. A. Sparse Linear Systems: theory of decomposition, methods, technology, applications and implementation in wolfram mathematica / L. A. Pilipchuk, A. S. Pilipchuk // American Institute of Physics. AIP Conf. Proc. Vol. 1690, 060006 (2015); doi: 10.1063/1.4936744. 9 p.
4. Пилипчук, Л. А. Технология построения решений разреженных линейных систем с матрицей инцидентности графа в Wolfram Mathematica / Л. А. Пилипчук // Материалы Международной конференции «Информатизация образования–2014». – Минск, 2014. – С. 314–318.