

## СИСТЕМАТИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

**Мокеева Ольга Александровна**

кандидат физико-математических наук

доцент кафедры высшей математики

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

**Мокеева Светлана Александровна**

кандидат физико-математических наук

доцент кафедры высшей математики

Белорусский государственный университет

**Аннотация.** В статье рассматривается организация учебного процесса по высшей математике в вузе. При изучении математики всегда сталкиваются с проблемой понимания. В школьной и вузовской практике у обучаемых очень часто наблюдается непонимание основных математических идей и понятий, что является одной из основных причин потери интереса к изучению математики. Интерес вырабатывается тогда, когда: обучаемому понятно, о чем говорит учитель; предлагаемые задачи интересны по содержанию или методу решения; предоставляется возможность самому подумать, сделать вывод; открывается широкая перспектива полезности изучения того или иного вопроса. Понимание имеет непосредственное отношение к усвоению новых знаний. В высшем учебном заведении продолжается формирование личности молодежи, поэтому необходимо найти методы и средства повышения мотивации обучения, способствующие максимальному развитию личностных качеств студентов, необходимых для их успешной профессиональной деятельности.

**Ключевые слова:** высшая математика, экономическая специальность, скалярное произведение векторов, производная функции, предельные издержки производства, определенный интеграл, внутрипредметная интеграция, информационные технологии, самостоятельная работа, типовой расчет, модульно-рейтинговая система.

Обучение в вузе отличается от учебы в школе, поэтому на первом курсе студенты проходят через многообразные процессы адаптации к условиям обучения и вузовской жизни. Современный школьник и студент как представители нового поколения человечества, отличаются от своих

предшественников. Современная молодежь имеет функциональные возможности: ноутбук, мобильная связь, общение по скайпу, переписка с виртуальными друзьями. Новый высокотехнологичный способ существования воспринимается молодежью как нечто само собой разумеющееся, и современных студентов трудно чем-либо удивить и заинтересовать. Задача преподавателя – приблизить обучение к обучаемому, но при этом учитывать современные реалии. Здесь должны помочь достижения той же самой техники.

В связи с постоянным ростом информации возникает все большее количество специальностей, специализаций и учебных дисциплин. Вследствие этого существует тенденция к сокращению, как аудиторных часов, так и общего объема изучения каждой учебной дисциплины. Необходима такая организация учебного процесса, которая позволила бы создавать оптимальные условия для эффективной учебы. Методику проведения занятий необходимо разработать так, чтобы студенты могли усвоить данную тему, т. е. раскрыть узловые и наиболее сложные вопросы темы и дать объяснение способом изучения теоретического материала и решения задач.

Необходимо пересматривать и корректировать учебную программу по дисциплине, в связи с появлением новых специальностей. Без систематического показа возможностей математики в конкретной области деятельности трудно убедить студентов в необходимости изучения дисциплины.

В процессе преподавания дисциплины «Математика» в вузе необходима ориентация передачи знаний и их усвоения в максимальной степени на применение. При рассмотрении темы будет более эффективно, если преподаватель будет

подбирать примеры, которые используются неоднократно как в рамках данной дисциплины, так и в различных дисциплинах. Необходимо преподавателям математики рассматривать на занятиях задачи и примеры применительно к конкретной специальности, содержащие связь математики и будущей специальностью, чтобы студенты с самого начала обучения в вузе понимали важность математической подготовки для дальнейшего решения профессиональных задач.

Для решения большинства прикладных экономических, управленческих и аналитических задач используются разделы высшей математики: линейная алгебра, аналитическая геометрия и математический анализ. Экономист должен и знать, как использовать множество понятий, которые нам дает математический анализ – функции, пределы, производная, дифференциальные уравнения и интегралы. Без математики не может самостоятельно существовать ни одна из наук, оперирующая какими-либо количественными данными и именно она определяет основу образования практически по любому направлению.

Рассмотрим изложение некоторых тем по высшей математике для студентов экономических специальностей.

Понятие скалярного произведения векторов можно объяснить следующим образом. Экономическая интерпретация  $n$ -мерному вектору может быть дана такая: пусть одна фабрика производит  $n$  видов продукции, упорядоченной по номерам, и объем выпуска продукции первого вида за год  $a_1$ , второго вида за тот же год –  $a_2$ , ...  $n$ -го вида –  $a_n$ . Тогда годовая продукция фабрики может быть охарактеризована  $n$ -мерным вектором  $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , а выпуск продукции за  $t$  лет при той же производительности представится вектором  $t\vec{a} = (ta_1, ta_2, \dots, ta_n)$ . Пусть  $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  – годовая продукция второй фабрики, которая выпускает продукцию тех же видов. Тогда суммарный (совокупный) продукт обеих фабрик за год будет выражаться вектором  $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$ .

Если стоимость единицы продукции первого вида  $S_1$  \$, второго  $S_2$  \$ и т. д., а  $n$ -мерный вектор стоимости  $\vec{S} = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ , то стоимость всей годовой продукции фабрики естественно выразить с помощью скалярного произведения:  $\vec{a} \vec{S} = a_1 S_1 + a_2 S_2 + \dots + a_n S_n$ . Поэтому скалярное произведение двух соответствующих векторов равно годовому объему продукции фабрики в денежном выражении.

С помощью производной можно выразить предельные издержки производства и приближенно охарактеризовать дополнительные затраты на производство единицы дополнительной продукции.

*Пример.* Зависимость затрат (ден. ед.) на производство и реализацию продукции объема  $q$  (у.е.) задается формулой  $C(q) = 40q - 0,03q^3$ .

Определить средние и предельные затраты при объеме выпускаемой продукции 15 у.е. Объяснить экономический смысл полученных величин.

*Решение.* Средние затраты равны

$$C_{\text{ср}} = \frac{C(q)}{q} = 40 - 0,03q^2.$$

Если  $q = 15$ , то  $C_{\text{ср}}(15) = 33,25$ . Предельные затраты  $MC$  определяются по формуле

$$MC = C'(q) = 40 - 0,09q^2.$$

Тогда  $C(15) = 40 - 0,09 \cdot 15^2 = 19,75$ .

Экономическая интерпретация: средние затраты на производство 1 единицы продукции при объеме выпуска продукции в 15 единиц составляют 33,25 ден. ед.; если произведено 15 единиц продукции, то дополнительные издержки  $\Delta C$ , связанные с производством еще одной условной единицы продукции (т. е. 16-й единицы), приблизительно равны 19,75 ден. ед.

*Ответ:* 33,25 ден. ед.; 19,75 ден. ед.

Экономический смысл определенного интеграла от непрерывной функции  $f(t)$ , описывающий изменение производительности труда с течением времени, заключается в том, что этот интеграл равен объему продукции, выпускаемой за промежу-

ток времени  $[T_1; T_2]$ :  $q = \int_{T_1}^{T_2} f(t) dt$  (1).

Под влиянием различных факторов производительность труда может меняться. Это влияние описывается функцией Кобба-Дугласа. Если затраты труда считать линейно зависимыми от времени, а затраты капитала неизменными, то функция Кобба-Дугласа примет вид  $f(t) = (\alpha t + \beta) \cdot e^{\gamma t}$ . Тогда объем произведенной продукции  $q$  за  $T$  лет составит  $q = \int_0^T (\alpha t + \beta) \cdot e^{\gamma t} dt$ . Количество товара, поступившего на склад в промежутке времени от  $T_1$  до  $T_2$ , вычисляется по формуле (1), если  $f(t)$  – количество товара, поступающего на склад за единицу времени.

При слабом использовании потенциала внутрипредметных и межпредметных связей при изучении высшей математики проявляется отсутствие у студентов системности знаний и умения переносить полученные знания на решение профессиональных задач. Один из путей решения проблемы состоит в реализации интегрированного подхода в обучении.

Интеграция внутри дисциплины «Математика»: 1) проявляет себя в формировании у студентов обобщенных вычислительных, графических и других умений и навыков; развитии творческих возможностей, более глубоком осознании и усвоении учебного материала и применения знаний, умений, навыков в других дисциплинах; развитии научного стиля мышления, приобщении к исследовательской деятельности; 2) направлена на систематизацию знаний, перенесения методов и приемов из

математической дисциплины в другие дисциплины; 3) реализуется через методы, приемы, содержательность данной дисциплины, использование методов одной дисциплины в другой и т. п.

При рассмотрении новой темы нужно указывать на взаимосвязь с предыдущими темами, так как для решения задач студенты пользуются ранее полученными знаниями. Например, можно рассмотреть тесты задач (правильный ответ выделен жирным шрифтом) по темам «Функции нескольких переменных», «Элементы теории поля», где студент должен уметь находить частные производные:

1. Найти частную производную второго порядка  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $z = x^3 y^2 - 2xy + 3$ .

- 1)  $6x^3 y^2$ ; 2)  $y^2 + x$ ; 3)  $2xy^2 - xy$ ;  
**4)  $6xy^2$** ; 5)  $6x - y^2$ .

2. Найти смешанную производную  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2 \partial y}$  функции  $z = x^3 - x^2 y - y^3$ .

- 1)  $6x - 2y$ ; 2) 0; **3) -2**; 4)  $3y$ ; 5) -7.

3. Найти полный дифференциал функции  $z = x^3 + 6xy^2$  в точке (1; 2).

- 1)  $27dy$ ; 2)  $3dx - 4dy$ ; **3)  $27dx + 24dy$** ;  
 4)  $3x^2 dx - dy$ ; 5)  $12dx + 3dy$ .

4. Какая из функций удовлетворяет уравнению

Лапласа  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ?

- 1)  $u = e^x + e^y$ ; **2)  $u = 2xy + 3$** ;  
 3)  $u = x^3 + 4y$ ;  
 4)  $u = y^2 x + 5$ ; 5)  $u = x^2 + 2y^2$ .

5. Проверить, какие из функций  $u_1 = e^{xy}$ ,  $u_2 = x^3 y$  и  $u_3 = 2x + y$  удовлетворяют уравнению

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

- 1)  $u_1, u_3$** ; 2)  $u_1, u_2$ ;  
 3) ни одна из указанных функций;  
 4)  $u_2$ ; 5)  $u_2, u_3$ .

6. Найти стационарные точки функции двух переменных  $z = x^2 - y^2 - 4y$ .

- 1) (0; -2), (0; 0); 2) (2; -2); 3) (0; 0);  
**4) (0; -2)**; 5) (1; 3) (4; 0).

7. Найти градиент функции  $z = x^2 + 5y^2 + 7$  в точке A(1; 3).

- 1) (0; 5); 2) (1; 1); **3) (2; 30)**;  
 4) (2; 8); 5) (10; 2).

8. Найти направление максимального роста функции  $z = 3x^2 + xy - 2y^2$  в точке M(2; 1).

- 1) (13; -2)**; 2) (6; -4); 3) (12; 5); 4) (12; -2); 5) (6; -3).

9. Вычислить направление наибольшего возрастания функции  $z = x^2 + 5y^2$  в точке A(3; 2).

- 1)  $\bar{v} = (4; 30)$ ; **2)  $\bar{v} = (6; 20)$** ; 3)  $\bar{v} = (1; 2)$ ;  
 4)  $\bar{v} = (0; 6)$ ; 5)  $\bar{v} = (12; 10)$ .

10. Какое поле является соленоидальным?

- 1)  $\bar{a} = (z - y)\bar{i} + y\bar{j} + y\bar{k}$ ;  
 2)  $\bar{a} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ ; 3)  $\bar{a} = xz\bar{i} + yx\bar{j} + zx\bar{k}$ ;

4)  $\bar{a} = y\bar{i} + x\bar{j} + z\bar{k}$ ; 5)  $\bar{a} = z\bar{i} + x\bar{j} + y\bar{k}$ .

11. Вычислить дивергенцию векторного поля  $F = xy^2 \bar{i} - yz \bar{j} + z^2 \bar{k}$  в точке A (0; 1; 1).

- 1) 0; 2) 3; 3) 1; 4) 4; **5) 2**.

Очень важно не только научить студентов реализовывать те или иные алгоритмы для решения задач, но и обучить их навыкам проверки и анализа полученных результатов, сопоставления различных возможных вариантов постановок и решений задач.

Одним из эффективнейших способов повышения качества математической подготовки студентов является применение современных информационных технологий при изучении дисциплины. Применение данных технологий повышает познавательный интерес студентов, их мотивацию к обучению, а также значительно облегчает рутинный вычислительный процесс. Применение информационных технологий целесообразно уже после овладения традиционными способами вычисления. Оно значительно облегчает и ускоряет процесс вычислений, давая возможность в дальнейшем проводить сложные расчеты, касающиеся будущей профессиональной деятельности студентов.

Применение ИКТ на занятии становится очень распространенным явлением. Правильное использование в учебном процессе компьютера, позволяет осуществлять учебный процесс в новых условиях. Так как сокращается количество аудиторных часов, то в процессе изучения математических дисциплин можно использовать компьютер как вспомогательное средство, что позволит проверить решения задач, которые требуют рутинных трудоемких операций. В настоящее время разработаны математические пакеты: Maple, MathCAD, MathLAB, Mathematica и др. Они имеют существенные различия, но направлены на достижение общей цели – освободить студента от трудоемких операций при решении задач, и позволяют сократить время получения результата. Например, система Mathematica проводит сложные символьные преобразования и является одной из самых мощных и эффективных компьютерных математических систем. С помощью системы Mathematica можно решать задачи линейной алгебры, математического анализа, задачи теории чисел и статистики, дискретной математики, а также проводить вычисления с любой заданной точностью, т. е можно использовать как «калькулятор». Сильной стороной данной системы является развитая двух- и трехмерная графика, которая применяется для вычерчивания кривых и изображения поверхностей по их уравнениям.

Компьютерная поддержка практических и лекционных занятий приносит результат при изучении некоторых тем, которые требуют сложных графических иллюстраций, трудоемких вспомогательных вычислений, позволяет провести занятие на более качественном уровне. Например, при рассмотрении темы «Функции нескольких переменных» привлекая стандартные инструменты



пакета Mathematica студенты могут построить в трехмерной системе координат график функции (поверхность), окрасить полученную поверхность, рассмотреть поверхность со всех сторон, поворачивая ее, вращать поверхность в любом заданном направлении, анализируя картину линий уровня, указывать точки экстремума и седловые точки графика, если таковые имеются. На практических и лабораторных занятиях по дисциплине «Прикладная математика» студенты с помощью системы Mathematica могут проверить правильность решения задач.

На практических занятиях после выполнения обязательной части заданий по теме студентам должны предоставлять дополнительные задания, в то время как основная часть группы продолжает закрепление темы. В перечень дополнительных задач могут быть включены задания комбинированного характера, требующие установления связей между отдельными темами дисциплины и применения нестандартных приемов решения.

Задача современного преподавателя – не учить всех, а научить каждого. Отдельная часть студентов не осваивает содержания, предлагаемой дисциплины, но они должны получить минимальные знания. Преподаватель должен разрабатывать план занятия на основе отбора соответствующего содержания учебного материала, выбора соответствующих форм и методов организации учебно-познавательной деятельности в учебной дисциплине. Необходимо правильно выбрать примеры и аудиторские задания для получения глубоких и прочных знаний, которые приведут к закреплению данной темы. Закрепление материала зависит так же от хорошей организации самостоятельной работы. Преподавателю необходимо организовать самостоятельную работу студентов, чтобы воздействовать на процесс мышления.

Рассмотрим самостоятельную работу студентов по дисциплине «Математика» при выдаче очередного типового расчета (индивидуальных домашних заданий). Группу студентов делят на 5 команд по 6 человек, каждой команде необходимо выполнить 5 заданий. Все команды должны за занятие рассказать решения всех задач. Задания сложные, очень трудно за короткое время ознакомиться с решениями всех задач. Команды решили сделать презентацию их работы с оригинальными решениями задач. Все задания представлены с рисунками и звуковой анимацией. Например, одна команда провела презентацию работы в виде популярной телевизионной игры «Сто к одному», чтобы разнообразить студенческие будни, а также помочь всей группе студентов оценить свои знания по данным темам. Для дифференциации ответов по популярности они опросили студентов всего потока. Мультимедийная часть (игровое табло) была организована при помощи программы подготовки презентаций «Microsoft PowerPoint». В игре участвовали две команды, которые организованы на занятии среди студентов группы. В на-

чале раунда от каждой из команд выходит один игрок, и ведущий задает вопрос. Существует 6 вариантов ответов. Ответы расположены на игровом табло. Команда, игрок которой ответил первым и правильно, продолжает отгадывать. В случае если игрок угадал не самый популярный вариант, право ответа предоставляется другой команде. Далее каждому игроку этой команды по очереди задается вопрос и его ответ проверяется на игровом табло. Вторая команда ждет, когда первая команда ответит неверно 3 раза, и право ответа перейдет к ним. Эта команда может предложить только один вариант ответа, и если их ответ окажется на табло, то они получают все баллы, которые первая команда получила в этом раунде и т. д.

Формы контроля учебной деятельности студентов могут быть разными, но они должны отвечать таким требованиям, как индивидуализация, систематичность проведения, наличие понятных и доступных критериев оценки.

Модульно-рейтинговая система обучения и оценки успеваемости студентов представляет собой комплексную систему поэтапной оценки уровня освоения обучаемым учебной дисциплины образовательной программы высшего образования по специальности, направлению специальности, при которой осуществляется структурирование содержания каждой учебной дисциплины на модули и проводится регулярная оценка знаний и умений студента в течение семестра. Рейтинговая система имеет целью поставить студента перед необходимостью регулярной учебной работы в течение семестра, развитию стремления к постоянному, непрерывному самообразованию, обновлению знаний и творческому использованию их на практике. Рейтинговая оценка по дисциплине является интегральным показателем, формируемым на основе оценки знаний студента в ходе текущего и итогового контроля. Она включает оценки, полученные студентами на практических и лабораторных занятиях, а также оценки по всем видам отчетности контролируемой самостоятельной работы студентов и итоговую оценку. Текущий контроль осуществляется в течение семестра один-два или более раз в семестр в зависимости от объема изучаемой дисциплины, который может осуществляться в виде письменных работ, тестов, рефератов, в форме коллоквиумов, устных фронтальных опросов и др. Итоговый контроль представляет собой зачет или экзамен в сессионный период по дисциплине в целом. Вклад текущего контроля в рейтинговую оценку знаний по дисциплине может достигать 70%. Оценки по всем видам отчетности выставляются по 10-балльной шкале.

Целями внедрения модульно-рейтинговой системы являются:

- 1) повышение мотивации и активизация самостоятельной деятельности студента по изучению учебных дисциплин образовательной программы высшего образования по специальности, направлению специальности в течение семестра; 2) повы-

---

шение качества обучения за счет интенсификации учебного процесса, активизации работы профессорско-преподавательского состава по совершенствованию содержания и методов обучения.

Преподаватель высшей математики в вузе должен тщательно подбирать материал для каждой лекции и практического занятия, преподносить рассматриваемую тему так, чтобы наряду с воспитанием необходимой математической культуры обеспечить возможность применения математических знаний при изучении других дисциплин.

Организация учебного процесса должна не только побуждать студента работать самостоятельно, но и должна быть построена таким образом, чтобы студент сам стремился к самообразованию. Для получения глубоких и прочных знаний нужен систематический, целеустремленный, каждодневный, упорный и серьезный труд. Творческий подход к построению занятий, его неповторимость, насыщенность многообразием приемов, методов и форм могут обеспечить эффективность учебного процесса.

Библиотека БГУИР