

КАРЭКТОЎНЫ НЕЛІНЕЙНЫ НІЗКАХУТКІ КОД

А.І. Міцюхін

Беларускі дзяржаўны ўніверсітэт інфарматыкі і радыяэлектронікі,
Інстытут інфармацыйных тэхналогій, Мінск, Беларусь
mityuhin@bsuir.by

У наш час ідзе шырокае ўкараненне ў бесправодныя тэлекамунацыйныя сістэмы метадаў шырокапалоснага доступу да канцавых прылад, мабільных тэрміналаў. Прыкладам можа служыць сотавае тэлефанія другога пакалення IS-95 з кодавым падзелам каналаў CDMA (Code-Division Multiple Access). На гэтай платформе рэалізуюцца сучасныя праекты трэцяга пакалення CDMA2000 і WPAN (Wireless Personal Area Network) – бесправодныя персанальныя сеткі. Такія сеткі з'яўляюцца нізкахуткімі і маламоцнымі. Прыкладам, адмысловыя задачы аўтаматызацыі (маламоцная тэхналогія «разумны дом», збор інфармацыі і інш.) развязваюцца на хуткасці да 20 Кбіт/с.

Нізкахуткая перадача і апрацоўка дадзеных крыніц, сігналаў розных датчыкаў можа здзяйсняцца праз выкарыстанне стандарта IEEE 802.15.4 (ZigBee) [1]. Стандарт прадугледжвае ўжыванне перашкодаўстойлівай кодавай канструкцыі, што ўключае ў сябе 16 квазі артаганальных псеўдавыпадковых паслядоўнасцяў даўжынёй $n = 32$.

Для паляпшэння характарыстык, надзейнасці маламоцнай бесправоднай шырокапалоснай сеткі даследуецца магчымасць выкарыстання нелінейнага карэктоўнага кода той жа даўжыні, але з большай кодавай адлегласцю d і прымальнымі ўзаемнымі карэляцыйнымі ўласцівасцямі. Разглядаецца код, што фармуецца на мностве мажарытарных паслядоўнасцяў цыклічнай групы з аперацыяй дыёднага зруху на канчатковых інтэрвалах [2]. Такія паслядоўнасці апісваюцца выразам

$$G = a(t) = \text{sign} \sum_{j=1}^l \text{rad}(j, t) = \begin{cases} 1, & \sum_{j=1}^l \text{rad}(j, t) \geq 0; \\ -1, & \sum_{j=1}^l \text{rad}(j, t) < 0 \end{cases}, t = 0, 1, \dots, n - 1, (1)$$

Дзе $l = \log_2 n$, l – няцотны лік, $\text{rad}(j, t)$ – паслядоўнасць Радемахера, $j = (1, \dots, l)$ – нумар паслядоўнасці Радемахера. Доўжачы $l = 5$ вагавы спектр A_i паслядоўнасцяў складаецца з адной кампаненты, роўнай аб'ёму кода $M = A_{16} = 32$. Усе словы кода маюць аднолькавую вагу роўную $i = \frac{n}{2} = 16$. Гэты нелінейны код G [2] характарызуецца мінімальнай адлегласцю

$$d = 2 \binom{l-1}{l-1/2} = 2 \binom{4}{2} = 12.$$

Карыснай характарыстыкай як лінейных, так і нелінейных канструкцый кодаў з'яўляецца спектр кодавых адлегласцяў. Для кода аб'ёмам M спектр адлегласцяў вызначаецца лікамі B_s , якія ўваходзяць у суму [3] выгляду

$$M = B_1 + \dots + B_s + \dots + B_n,$$

дзе B_s – пазначае лік кодавых слоў, выдаленых ад некаторага слова на

адлегласць Хэмінга $d_x = s$. Для нелінейнага кода G с параметрамі (n, M, d) вагавы спектр і спектр адлегласцяў не супадаюць. Калі $x \in G, c \in G$ і $x \neq c$, адлегласць Хэмінга паміж двума вектарамі

$$\text{dist}(x, c) \geq d.$$

Тады ў прасторы кодавых слоў аб'ёмам M можна вылучыць падпрасторы меншага аб'ёму M' , але з адлегласцю $d' > d$. Максімальнае значэнне d' для вызначанай даўжыні кода можна знайсці з выразу мяжы Сінглтана [3] для нелінейных кодаў над полем $GF(q)$

$$d' \leq n - \log_q M + 1.$$

У выпадку бінарных кодаў атрымліваецца $d' \leq 28$.

Для тэхнічных дадаткаў, звычайна, выпрацоўваецца кампрамісны развязак, адносна выбару значэнняў параметраў d' і M' . Вядома, што для лінейных і нелінейных кодаў максімальнае значэнне M' для зададзенага d' можна вызначыць, выкарыстоўваючы мяжу Плоткіна [3].

Тэарэма. Для (n, M, d) - кода G пры $n \leq 2d$ справядліва роўнасць

$$M \leq 2^{\lfloor \frac{d}{2d-n} \rfloor}.$$

Для $d' = 28$ атрымліваем найбольшы лік $M' = 2$. Гэта значэнне малапрыдатнае з-за рэзкага змяншэння хуткасці перадачы інфармацыі. Як і для артаганальных кодавых канструкцый, у якіх мінімальная адлегласць $d = \frac{n}{2}$ – цотны лік, пошук кампраміснага значэння M' пры ўмове $n < 2d$ здзяйсняецца на мностве велічынь адлегласцяў $\{d'\} = \{18, 20, 24, 26\}$. У агульным выпадку, такому мноству адлегласцяў кожнага нелінейнага кода адпавядае мноства лікаў аб'ёму кода $\{M'\} = \{8, 4, 2, 2\}$. Доўжачы $d' = 20$, атрымваем $(32, 4, 20)$ - код.

Калі падаюцца павышаныя патрабаванні па перашкодаўстойлівасці ў сістэме, і дазволена параўнальна нізкая хуткасць абмена дадзенымі, ужыванне кодавай канструкцыі (1) дае выйгрыш у дакладнасці перадачы інфармацыі. Акрамя таго, рознае спалучэнне 32-х радкоў матрыцы кодавых слоў па 4 паслядоўнасці кода (1), дазволілі атрымаць 120 блокаў $(32, 4, 20)$ - кода з падвышанай карэктоўнай здольнасцю.

Спіс літаратуры

1. IEEE Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (WPANs). Amendment 1: Add Alternate PHYs, 2007.

2. Міцюхін А.І. Усячэнне нелінейнага кода // Математика в современном техническом университете: материалы III международной научно-практической конф. 25–26 грудня 2014 роки. – Київ: НТУУ “КТПК”, 2015. – С. 84–85.

3. Мак-Вільямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А. Теория кодов, исправляющих ошибки: Пер. с англ. – М.: Связь, 1979.