

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.8

Ю.Н. Сотсков<sup>1</sup>, Н.Г. Егорова<sup>1</sup>, Н.М. Матвейчук<sup>1</sup>, Е.А. Петрова<sup>2</sup>МОДЕЛИ И КОМПЛЕКС ПРОГРАММ  
ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО ВРЕМЕНИ

*Описываются модели, алгоритмы и комплекс программ для планирования рабочего времени руководящего работника. Оптимизация рабочего времени основана на решении задач теории расписаний с интервальными длительностями операций. Комплекс программ внедрен в опытную эксплуатацию в составе автоматизированной информационной системы (АИС) «Минск».*

**Введение**

В Объединенном институте проблем информатики Национальной академии наук Беларуси разработан комплекс программ (КП) «Расписание» для упорядочения работ, выполняемых руководителем в течение рабочего дня. Оптимальное планирование работ основано на анализе одностадийных и многостадийных систем обслуживания с интервальными длительностями операций [1–3]. На этапе предварительного планирования работ на неделю и более используются эвристические алгоритмы. Точные и приближенные алгоритмы применяются для построения расписания на один рабочий день. При этом строится множество расписаний, которые могут быть оптимальными по основному критерию, с последующим сужением построенного множества по второму критерию, по третьему и т. д. На этапе реализации расписания в случае изменения каких-либо условий производится корректировка последовательности выполнения работ.

**1. Необходимость и возможность планирования рабочего времени**

Результативность работы современного руководителя зависит не только от его знаний, квалификации, опыта, но и от того, насколько эффективно используется его рабочее время, а также рабочее время подчиненных ему сотрудников. В последние десятилетия значительно увеличились потоки информации, необходимой для успешного руководства учреждением (предприятием), увеличилось количество управленческих задач, возросла сложность задач, от своевременного решения которых зависят эффективность и результативность работы всего трудового коллектива. Все более актуальными становятся вопросы оптимизации внутрикорпоративной деятельности на основе рационального планирования рабочего времени как отдельного работника, так и трудового коллектива в целом.

Планирование рабочего времени особенно полезно для работника, занимающего руководящую должность, поскольку рабочее время руководителя имеет более высокую стоимость, результаты его работы более значимы для коллектива, у руководителя имеется больше возможностей для эффективной организации труда по сравнению с его подчиненными. Современный руководитель должен не только своевременно решать тактические вопросы и определять стратегические задачи учреждения (предприятия), но и обеспечивать полезную загрузку непосредственно подчиненных ему сотрудников, контролировать результаты их деятельности. Руководитель должен определять перспективные направления развития учреждения (предприятия), оценивать риски от принятия тех или иных управленческих решений, нести личную ответственность за результаты работы трудового коллектива.

Из-за стремления выполнить большой объем работ за короткий промежуток времени руководитель нередко оказывается в состоянии «цейтнота», в результате чего возрастает вероятность выбора неверных решений. В связи с постоянными перегрузками растет утомляемость руководящего работника, снижается производительность его труда, возникает угроза нервных срывов, что

может привести к ошибкам в принятии важных решений. Подводя итоги напряженного рабочего дня, руководитель порой приходит к выводу, что хотя сделано вроде бы и немало, однако наиболее важные работы остались невыполненными. Неудовлетворенность достигнутыми результатами снижает мотивацию к эффективному труду, все возрастающая «лавина неотложных дел» порождает тенденцию уклониться от решения сложных и трудоемких задач и тем самым еще больше осложнить ситуацию. Для преодоления подобных явлений рекомендуется заранее определять приоритеты задач, подлежащих решению, принимать соглашения о первоочередности выполнения наиболее важных и существенных работ, упорядочивать задачи по срокам их решения и, по мере возможностей, соблюдать выбранный порядок выполнения основных работ. Для эффективной организации труда работника рекомендуется использовать специальные методики, которые развиваются в прикладной области исследований, получившей название тайм-менеджмент (time-management – управление временем) [4]. Разрабатываемые методики основаны на эффективном планировании рабочего дня, недели, месяца и т. д.

Перечислим основные причины нерационального использования рабочего времени:

- неупорядоченность выполняемых работ в связи с отсутствием заранее продуманных целей и обоснованного плана действий для достижения поставленных целей;
- отсутствие достаточно четкого представления о текущих (локальных) задачах и о перспективных (глобальных) задачах, а также о приемлемых путях их решения;
- постоянные «переработки» на рабочем месте и «доработки» дома вследствие стремления выполнить слишком много неотложных работ в течение короткого промежутка времени;
- нервозность, суетливость работника в связи с отсутствием приоритета в делах, в результате чего много времени тратится на второстепенные и рутинные работы;
- бесплановость работы (эскалация внеплановой деятельности, нарушение сроков решения важных задач, отсутствие достаточной гибкости расписания рабочего дня);
- хроническое переутомление работника из-за недостаточного *делегирования* (перепоручения) подчиненным несложных, но трудоемких и продолжительных работ;
- неэффективный контроль за исполнением подчиненными делегированных им работ;
- несогласованность временных графиков исполнителей при выполнении совместных работ.

Указанные причины и их последствия можно в значительной степени устранить за счет эффективного планирования рабочего времени. Предварительное планирование рабочего дня, как правило, позволяет выполнять одну и ту же работу быстрее: 10 % времени, потраченного на анализ и планирование работы, позволяет экономить до 50 % времени на ее фактическое выполнение. Планирование рабочего времени дает возможность руководителю сосредоточиться на наиболее важных направлениях: 20 % решаемых задач часто приносят 80 % реальной прибыли. Планирование работ позволяет определить наиболее существенные задачи (те самые 20 %) и сфокусироваться на их своевременном и качественном решении. Предварительное планирование рабочего времени дает возможность руководителю действовать более целеустремленно и эффективно.

При планировании рабочего дня следует назначать приоритеты задачам, группировать сходные задачи, выделять мелкие и малозначительные задачи с целью их решения в фоновом режиме (в интервалах времени между решением более важных и сложных задач). Полезно выделять фиксированное время на работу со всевозможными отвлечениями от решения основных задач. Следует определять множество работ, которые могут быть делегированы подчиненным. Предварительное планирование и последующее сопоставление плана и факта дают руководителю возможность критически оценить результаты собственного труда, посмотреть на себя как бы со стороны (непосредственно в процессе работы сложно давать самооценку). Планирование рабочего времени позволяет руководителю оптимизировать свою трудовую деятельность. В результате планирования рабочего времени работник не просто выполняет (или же не выполняет) очередную работу, которая поступает к нему извне, а действует согласно заранее продуманному плану, последовательно решая возникающие задачи с учетом их значимости для достижения заранее поставленных целей.

Планирование рабочего времени – далеко не тривиальный процесс, который сам по себе требует и времени, и дополнительных усилий работника. Поэтому целесообразно максимально использовать персональный компьютер для оптимизации расписания работ. Что же предлагает рынок программных продуктов для организации и оптимизации труда руководящего работника? Для организации работы пользователя разработаны различные органайзеры и электронные записные книжки, которые содержат часы, календари, «напоминатели»: Active Desktop Calendar, Calendar Pro, Chameleon Clock, Chameleon Calendar, Wallpaper Calendar, Hyper Calendar, Zone Tick, Wake up News, My Base, Power Notes [5]. Перечисленные программные продукты позволяют выполнять одну или несколько функций по организации работы пользователя. Например, Win Organizer предназначен для управления домашними делами, Memogaser позволяет получать ответы на возникающие вопросы. Отметим, что электронная записная книжка довольно редко используется руководителями для планирования рабочего времени в силу ограниченности ее возможностей. Электронная записная книжка лишь дублирует функции обычного ежедневника, предоставляя возможность перечислять запланированные дела в порядке, выбранном самим пользователем. «Напоминатели» обеспечивают своевременное напоминание пользователю о том или ином событии, однако такие же услуги предоставляет сотовый телефон, который, в отличие от компьютера, постоянно находится «под рукой». В программном обеспечении персональных компьютеров имеются «планировщики», встроенные в Microsoft Office [6], в Lotus Organizer [5] и т. п. Например, Multicalendar представляет собой программное средство для организации деловых мероприятий (встреч, собраний, заседаний). Эта программа повторяет важные функции Microsoft Outlook [7] и не содержит многих процедур и параметров, являющихся избыточными для большинства пользователей. «Планировщики» используются руководителями для планирования рабочего дня не намного чаще, чем электронная записная книжка, поскольку по оптимизационным возможностям они лишь незначительно ее превосходят. Как правило, «планировщик» требует значительных ресурсов компьютера, используемых для обеспечения графической поддержки. В электронных таблицах Microsoft Excel также предусмотрены некоторые возможности оптимального планирования, в частности можно составлять графики занятости, обеспечивающие потребности в персонале при минимальных затратах.

К основным недостаткам вышеперечисленных комплексов программ следует отнести отсутствие возможностей задавать взаимосвязи между работами и автоматически составлять оптимальное расписание выполнения работ. Для автоматического составления расписаний разработаны специальные комплексы программ, в частности Fast Track Scheduler (разработчик – AEC Software), Milestones Etc. (Kasada Software), Visio Standard (Visio Corporation). Указанные программные средства позволяют задавать зависимости между работами, строить диаграммы Ганта, сетевые диаграммы, рассчитывать критические пути проекта, оценивать загрузку ресурсов, стоимость проекта и т. д. Эти программы ориентированы на специалистов, которым время от времени приходится планировать несложные проекты. Из систем управления проектами среднего уровня наиболее известны Microsoft Project, Sure Track (разработчик – Primavera Systems, Inc.), Time Line 6.5 (Time Line Solutions). Из профессиональных систем управления проектами отметим Primavera Project Planner (разработчик – Primavera Systems, Inc.), Open Plan (Welcome Corporation), Spider Project (Spider Technologies Group), Artemis Views (Artemis International). Планирование рабочего дня может быть основано на применении Microsoft Project [8] или его аналогов, однако освоение таких программ требует значительных усилий пользователя.

Перечисленные программные продукты (за исключением Microsoft Project и его аналогов) основаны на упорядочении планируемых работ «вручную» и имеют ряд недостатков. В частности, продолжительность планируемой работы либо не указывается, либо заранее фиксируется без учета ее возможных изменений. Не предусматривается резервное время для работ, которые могут появиться в течение рабочего дня или выполнение которых может продлиться дольше запланированного времени. Не устанавливаются или не используются при планировании приоритеты работ и их значимость для достижения поставленных целей. Не предусматриваются ограничения на время решения рутинных задач и на выполнение трудоемких работ.

В перечисленных программных комплексах, как правило, устанавливается зависящая от внешних факторов или только от пользователя очередность работ, не анализируются состав и очередность работ, выполняемых в течение рабочего дня; не учитываются многовариантность и иерархичность расписаний планируемых работ, а также неопределенность параметров построения расписания планируемых работ; недостаточно эффективно используется компьютер в качестве средства оптимизации расписания работ и для принятия оперативных решений по корректировке порядка работ в ходе реализации расписания в течение рабочего дня.

Многие задачи и рекомендации тайм-менеджмента можно формально описывать с использованием терминологии теории расписаний [1–3, 9]. В разд. 2 перечислен ряд постановок задач теории расписаний, которые предлагается применять для планирования рабочего времени.

## 2. Задачи оптимального планирования рабочего дня

В работе [10] введена трехпозиционная форма  $\alpha|\beta|\gamma$  для классификации задач теории расписаний. В этой форме обозначений позиция  $\alpha$  характеризует число обслуживающих *приборов* (будем называть их *исполнителями*) и тип системы обслуживания. Позиция  $\beta$  определяет характеристики обслуживаемых *требований* (будем называть их *работами*). Позиция  $\gamma$  задает одну или несколько целевых функций, на основе которых реализуется поиск оптимального расписания выполнения работ исполнителями. В частности, обозначение  $1||\Phi$  используется для задачи поиска *оптимального* (т. е. минимизирующего значение целевой функции) расписания выполнения исполнителем  $A$  множества работ  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ , для каждой из которых  $J_i \in J$  известна длительность  $p_i \geq 0$  ее выполнения. Каждая работа из множества  $J$  готова к выполнению, начиная с момента времени  $t_0$ . В любой момент времени  $t \geq t_0$  исполнитель  $A$  может выполнять не более одной работы из множества  $J$ . Если прерывания *операции* (процесса выполнения работы исполнителем) запрещены, то оптимальное *расписание* определяется вектором  $\bar{C} = (C_1, C_2, \dots, C_n)$  моментов  $C_i$  завершения работ  $J_i \in J$ , для которого целевая функция  $\Phi(\bar{C}) = \Phi(C_1, C_2, \dots, C_n)$  принимает наименьшее значение. Если целевая функция  $\Phi(\bar{C})$  не убывает по каждому из своих аргументов (такой критерий называется *регулярным*), то оптимальное расписание достаточно искать среди *активных* расписаний [1, 3], т. е. расписаний без неоправданных простоев исполнителя. Активное расписание однозначно определяется перестановкой работ  $\pi_i = (J_{i_1}, J_{i_2}, \dots, J_{i_n}) \in S$ , определяющей порядок их выполнения (и наоборот, расписание однозначно определяет перестановку выполнения работ). Здесь  $\{i_1, i_2, \dots, i_n\} = \{1, 2, \dots, n\}$  и  $S = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n!}\}$  – множество  $n!$  перестановок  $n$  работ множества  $J$ . Если работы множества  $J$  выполняются исполнителем  $A$  в порядке  $J_{i_1}, J_{i_2}, \dots, J_{i_n}$ , т. е. согласно расписанию (перестановке)  $\pi_i = (J_{i_1}, J_{i_2}, \dots, J_{i_n})$ , то получаем вектор  $\bar{C}(\pi_i) = (C_1, C_2, \dots, C_n)$ ,

где  $C_{i_1} = p_{i_1}$ ,  $C_{i_r} = \sum_{k=1}^r p_{i_k}$ ,  $r \in \{2, 3, \dots, n\}$ .

При соответствующем выборе целевой функции (или нескольких целевых функций) задачу  $1||\Phi$  можно рассматривать как задачу оптимального планирования рабочего времени исполнителя  $A$  при условии, что все работы из множества  $J$  выполняются исполнителем  $A$  самостоятельно, а точные длительности  $p_i$  всех работ  $J_i \in J$  известны заранее (до построения расписания). Монография [2] посвящена методам решения задачи  $1||\Phi$  и других оптимизационных задач, возникающих при одностадийном выполнении работ, т. е. когда каждая работа от начала до завершения должна выполняться одним исполнителем. Если множество  $J$  состоит из работ, которые должны выполняться двумя исполнителями (вначале исполнителем  $A$ , а затем исполнителем  $B$ , который подчиняется непосредственно исполнителю  $A$ ), то задачу оптимального планирования рабочего времени можно представить как задачу  $F2||\Phi$  *поточного типа* с двумя стадиями выполнения работ [1, 3]. Если в отличие от задачи  $F2||\Phi$  имеется несколько исполнителей  $B_1, B_2, \dots, B_m$ ,  $m \geq 2$ , подчиненных непосредственно исполнителю  $A$ , и каждый из них может выполнить операцию на второй стадии работы  $J_i \in J$ , причем за одно и то же (для всех ис-

полнителей  $B_1, B_2, \dots, B_m$ ) время, то возникает задача  $FP2||\Phi$  с *параллельными* обслуживающими приборами (исполнителями) на второй стадии выполнения работ из множества  $J$ . Если в множестве  $J$  имеются работы, которые должны выполняться двумя исполнителями в различных, но заранее фиксированных порядках (например, вначале исполнителем  $A$ , а затем исполнителем  $B$ , непосредственно подчиненным исполнителю  $A$ ; или, наоборот, вначале исполнителем  $B$ , а затем исполнителем  $A$ ; или вначале исполнителем  $A$ , затем исполнителем  $B$  и снова исполнителем  $A$ ), то возникает задача  $J2||\Phi$  с различными порядками (*маршрутами*) выполнения работ двумя исполнителями [1, 3]. Если в отличие от задачи  $J2||\Phi$  у исполнителя  $A$  имеется несколько непосредственно подчиненных ему исполнителей  $B_1, B_2, \dots, B_m$ ,  $m \geq 2$ , и каждый из них может выполнить соответствующую операцию работы  $J_i \in J$ , причем за одно и то же время, то возникает задача  $JP2||\Phi$  с параллельными обслуживающими приборами (исполнителями).

В задачах оптимального планирования рабочего времени может возникать необходимость задавать ограничения на порядок выполнения некоторых работ из множества  $J$ . Если такое ограничение предусмотрено в постановке задачи, то ее обозначение дополняется символами *prec* (от английского слова precedence – предшествование). Например, задача оптимального выполнения одним исполнителем частично упорядоченного множества работ  $J$  обозначается через  $1|prec|\Phi$  [2, 10].

Если исполнителю требуется дополнительное время  $s_{ij} \geq 0$  на подготовку к работе  $J_j \in J$  после завершения работы  $J_i \in J$ , то вместо задач  $1||\Phi$ ,  $F2||\Phi$ ,  $FP2||\Phi$ ,  $J2||\Phi$  и  $JP2||\Phi$  (в которых времена *переналадок* не учитываются или заранее добавляются к длительностям операций) следует решать соответствующие задачи с явным учетом переналадок:  $1|s_{ij}|\Phi$ ,  $F2|s_{ij}|\Phi$ ,  $FP2|s_{ij}|\Phi$ ,  $J2|s_{ij}|\Phi$  и  $JP2|s_{ij}|\Phi$  [9]. В зависимости от множества выполняемых работ  $J$  в указанных задачах время переналадки  $s_{ij}$ , необходимой перед работой  $J_j$ , может зависеть от предшествующей работы  $J_i$  (sequence-dependent) или не зависеть от нее (sequence-independent):  $s_{ij} = s_j$ .

Наряду с условиями и предположениями, принятыми в современной теории расписаний, при решении практических задач календарного планирования работ необходимо учитывать ряд дополнительных условий и ограничений. Далее перечислены некоторые особенности задач планирования рабочего времени, которые не учитываются в классических постановках задач теории расписаний:

1. Неопределенность длительностей операций (на этапе составления расписания длительности операций и другие числовые параметры, как правило, известны с некоторой погрешностью).

2. Частое возникновение изменений в процессе реализации расписания в течение рабочего дня и, как следствие, необходимость корректировки расписания в ходе его реализации из-за изменений предварительных условий задачи, при которых расписание было составлено.

3. Наличие интервалов недоступности исполнителя для выполнения работ из множества  $J$  (например, в течение обеденного перерыва, посещения лечащего врача, перехода или переезда к месту выполнения очередной работы из множества  $J$ ).

4. Многокритериальность оптимизационной задачи и наличие плохо формализуемых критериев оптимальности расписания выполнения работ в течение рабочего дня.

5. Существование должностной иерархии исполнителей, вследствие чего исполнитель  $A$ , которого будем считать главным по должности относительно исполнителей  $B, B_1, B_2, \dots, B_m$ , имеет возможность делегировать работы из множества  $J$  исполнителям  $B, B_1, B_2, \dots, B_m$ .

6. Необходимость согласования изменений в расписании исполнителя  $A$  с расписаниями других исполнителей, если они участвуют в корректируемой по времени выполнения совместной работе (например, при корректировке времени проведения совместного совещания).

7. Наличие в множестве  $J$  работ, которые допускают *прерывания* операций по их выполнению, и работ, для которых такие прерывания невозможны или же нежелательны (например, в связи со значительными затратами времени на восстановление промежуточных результатов, полученных при выполнении незавершенной работы).

8. Работа из множества  $J$  может отличаться от других работ этого множества не только длительностью и маршрутом выполнения, но и важностью, сложностью, смыслом, частотой

повторения, возможностью для руководителя  $A$  делегировать работу его подчиненным  $B, B_1, B_2, \dots, B_m$ .

9. Наличие регламентных работ (т. е. работ, выполняемых каждый рабочий день или в определенные дни рабочей недели), например подготовка рабочего места, проведение регулярных совещаний (планерок), прием посетителей в заранее установленное для этого время и т. п.

10. Исполнителя хотя и можно отнести к категории «возобновляемых ресурсов», но при этом следует учитывать, что производительность человеческого труда непостоянна и существенно зависит как от внешних, так и от внутренних факторов.

Перечисленные особенности следует учитывать на различных этапах составления и реализации расписания либо непосредственно в постановках задач планирования рабочего времени, либо в алгоритмах составления расписаний на один рабочий день или на более длительный период времени. В частности, для учета условий 1 и 10 вместо *детерминированных* длительностей операций  $p_i$  следует рассматривать *неопределенные* длительности операций. В качестве предположения о неопределенных длительностях предлагается использовать следующее достаточно общее для практических задач предположение, которое было всесторонне исследовано в [1]. На этапе предварительного планирования работ и при построении расписания рабочего дня заданы не точные, а *интервальные* длительности операций, т. е. известны лишь нижние  $a_i \geq 0$  и верхние  $b_i, b_i \geq a_i$ , границы замкнутых интервалов  $[a_i, b_i]$  возможных значений длительностей операций  $p_i: a_i \leq p_i \leq b_i$ . С учетом таких предположений о неопределенных (интервальных) длительностях вместо перечисленных детерминированных задач теории расписаний следует решать следующие неопределенные задачи:  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $F2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $FP2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $J2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $JP2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ . В частности, для неопределенной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$  возможные длительности работ  $J$  определяются в виде многогранника  $T = \{p \mid a_i \leq p_i \leq b_i, J_i \in J\}$  допустимых  $n$ -мерных векторов  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in T$  в пространстве  $R_+^n$  неотрицательных  $n$ -мерных действительных векторов:  $T \subset R_+^n$ .

Условие 2 определяет необходимость решать не только вышеперечисленные задачи построения оптимального расписания до момента  $t_0$  начала реализации процесса (в режиме off-line), но и задачи корректировки расписания в реальном времени (в режиме on-line) на основе информации, получаемой в ходе выполнения работ из множества  $J$ . Соответствующие задачи оптимальной *реализации* расписания будем обозначать с помощью верхнего индекса *on*:  $1^{on}|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $F^{on}2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $FP^{on}2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $J^{on}2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ;  $JP^{on}2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ . Условие 3 обозначается с помощью символов  $NC^{off}$ , образованных от английских слов non-continuously available in off-line mode (исполнитель доступен непостоянно и интервалы его недоступности известны в режиме off-line). Например, аналог задачи  $J2||\Phi$  с заданными интервалами недоступности исполнителей обозначается через  $J2NC^{off}||\Phi$  [11].

Для учета условия 4 пользователь может задавать упорядоченные по важности критерии оптимальности расписания и выделять среди них основные. Условия 5–7 следует учитывать на предварительном этапе планирования работ на неделю и более. Условия 7–9 можно учитывать непосредственно в алгоритмах составления оптимальных расписаний в режиме off-line.

Полезная особенность задач оптимального планирования рабочего дня связана с относительно небольшим числом работ  $n$ , которые следует включать в виде отдельных работ в дневное расписание одного исполнителя. В частности, нецелесообразно выделять в расписании рабочего дня мелкие и несущественные работы. Такие работы следует объединять в соответствии с их содержанием и сложностью в более крупные работы длительностью не менее 20 мин каждая. Не следует выделять в дневном расписании и работы, которые можно выполнять в фоновом режиме. Таким образом, в виде отдельных работ дневное расписание должно включать лишь существенные и продолжительные работы. При выборе алгоритмов для КП «Расписание» учитывалось следующее замечание.

**З а м е ч а н и е 1.** Предполагается, что мощность  $n$  множества работ  $J$ , которые подлежат планированию на один рабочий день для одного исполнителя, существенно ограничена:  $n \leq 20$ .

В связи с таким ограничением мощности множества  $J$  возникает возможность практического использования алгоритмов, основанных на явном или неявном переборе допустимых расписаний планируемых работ. При  $n \leq 20$  возникает возможность за приемлемое время решать на ПЭВМ сложные (NP-трудные [12]) задачи построения оптимальных расписаний, в частности многокритериальные задачи, задачи в условиях неопределенности числовых данных, задачи корректировки расписания в режиме реального времени.

### 3. Критерии оптимальности расписания рабочего дня

Поскольку понимание оптимальности расписания работ является довольно субъективным, то желательно дать пользователю системы планирования рабочего времени возможность самостоятельно выбирать и упорядочивать по важности критерии оптимальности расписания рабочего дня в зависимости от рода его занятий, психологических особенностей и привычек. Далее перечисляются критерии, которые пользователь может упорядочить по важности при поиске оптимального (в его понимании) расписания работ, выполняемых в течение рабочего дня:

1. Максимизация числа работ, выполненных в течение рабочего дня.
2. Минимизация суммы  $\Phi = \sum_{i=1}^n w_i C_i$  взвешенных моментов  $C_i$  завершения работ  $J_i \in J$ .
3. Минимизация взвешенного числа запаздывающих работ  $J_i \in J$  относительно заданных директивных сроков  $D_i$ , т. е. минимизация значения функции  $\Phi = \sum_{i=1}^n w_i U_i$ , где  $U_i = 1$ , если завершение работы  $J_i$  запаздало ( $C_i > D_i$ ), и  $U_i = 0$ , если работа  $J_i$  выполнена в срок ( $C_i \leq D_i$ ).
4. Минимизация взвешенного суммарного запаздывания работ  $J_i \in J$  относительно директивных сроков  $D_i$ , т. е. минимизация значения функции  $\Phi = \sum_{i=1}^n w_i \max\{0, C_i - D_i\}$ .
5. Минимизация максимального временного смещения моментов  $C_i$  завершения работ  $J_i \in J$  относительно директивных сроков  $D_i$ , т. е. минимизация функции  $\Phi = \max\{C_i - D_i : J_i \in J\}$ .
6. Минимизация числа работ, начатых в течение рабочего дня, но не завершённых к концу рабочего дня.
7. Минимизация суммы времен переналадок (переходов, переездов и подготовок рабочего места), необходимых для выполнения очередной работы после завершения предыдущей работы [9].
8. Обеспечение чередования в расписании легких и трудных работ из множества  $J$ .
9. Предпочтение выполнять сложные работы утром в начале рабочего дня или, наоборот, в конце рабочего дня (возможно предпочтение выполнять сложные работы в середине рабочего дня).
10. Предпочтение выполнять наибольшее количество последовательных работ на одном рабочем месте.
11. Минимизация числа прерываний работ (минимизация числа переключений с одной работы на другую, если из-за этого возникают дополнительные потери времени или другие издержки).
12. Предпочтение расписаниям с повторяющимися перестановками одних и тех же (или близких по смыслу) работ в течение длительного периода времени (периодичность расписаний).

Отметим, что критерии 1–7 являются регулярными критериями, традиционно исследуемыми в теории расписаний [1–3, 9, 10]. В частности, критерий 1 сводится к минимизации максимального времени  $C_{max} = \max\{C_i \mid J_i \in J\}$  выполнения заданного множества работ. Задачу минимизации значения целевой функции  $\sum_{i=1}^n w_i C_i$  (критерий 2) можно интерпретировать и как задачу максимизации суммарной прибыли  $\sum_{i=1}^n w_i C_i$  работника, полученной им в течение планового периода (для этого веса  $w_i$  выполняемых работ  $J_i \in J$  должны быть отрицательными). Если

веса  $w_i$  некоторых (или всех) работ не заданы, то при вычислении значений целевых функций для критериев 2, 3 и 4 такие работы (все работы) считаются равновесными:  $w_i = 1$ .

Критерии 6–12 характеризуют специфику планирования рабочего времени. В частности, оптимизация расписания рабочего дня по критерию 6 позволяет работнику в большей степени чувствовать удовлетворение итогами дня и иметь больше свободы при выборе работ на очередной рабочий день. Оптимизация по критериям 6 и 11 позволяет не тратить дополнительные усилия и рабочее время на восстановление результатов работ, не законченных в предшествующий день. Кроме того, расписание, оптимальное по критерию 11, является более комфортным, поскольку в нем, как правило, имеется меньше отвлечений от текущей работы. Критерий 9 направлен на обеспечение достаточно высокой работоспособности работника на протяжении всего рабочего дня за счет чередования легких и трудных работ. Оптимизация расписания по критериям 9 и 10 повышает производительность труда работника и во многих случаях позволяет повысить качество выполненных работ. Учет критерия 9 делает расписание более комфортным для работника (известно, что по психологическим особенностям большинство людей делится на «жаворонков», более активных в утренние часы, и «сов», более активных во второй половине дня). Критерий 11 направлен на экономию рабочего времени, которое нерационально тратится на переходы и поездки работника с одного рабочего места на другое. Оптимизация расписания по критерию 12 позволяет повысить производительность труда работника за счет приобретения навыков выполнения работ в одной и той же привычной для него последовательности. Для учета критерия 12 следует сравнивать новое расписание с расписаниями предшествующих дней (предшествующие расписания должны храниться в базе данных). При прочих равных условиях из альтернативных расписаний следует выбирать то расписание, в котором повторяется наибольшая по длине перестановка аналогичных работ из предшествующих расписаний.

**З а м е ч а н и е 2.** Критерии 8–12 не зависят от длительностей операций, поэтому решение неопределенных однокритериальных (многокритериальных) задач  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ,  $F2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ,  $FP2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ,  $J2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$ ,  $JP2|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi$  с таким критерием (с несколькими критериями 8–12)  $\Phi$  совпадает с решением их детерминированных аналогов:  $1||\Phi$ ,  $F2||\Phi$ ,  $FP2||\Phi$ ,  $J2||\Phi$ ,  $JP2||\Phi$ .

#### 4. Этапы построения и реализации расписания рабочего дня

В качестве основных критериев оптимальности целесообразно использовать регулярные критерии, поскольку в этом случае поиск оптимальных расписаний ограничивается множеством активных расписаний. Предполагается, что каждая работа  $J_i \in J$  выполняется исполнителем либо без прерываний, либо с прерываниями, каждое из которых допускается только в момент начала очередного интервала недоступности исполнителя, причем прерванная работа  $J_i \in J$  возобновляется непосредственно в момент окончания вызвавшего это прерывание интервала недоступности исполнителя. Активное расписание однозначно определяется перестановкой работ для исполнителя  $A$  и перестановками работ для исполнителей  $B, B_1, B_2, \dots, B_m$ , если они участвуют в выполнении работ из множества  $J$ . Оптимальная перестановка работ, выполняемых исполнителем  $A$  в течение рабочего дня, строится в три этапа. На этапе предварительного планирования решается задача распределения работ по рабочим дням из интервала планирования (например, в течение рабочей недели). В результате для каждого рабочего дня из интервала планирования определяется множество  $J$  выполняемых работ. На втором этапе решается задача построения потенциально оптимальных расписаний выполнения работ множества  $J$  в течение рабочего дня. Этап реализации расписания в режиме on-line основывается на изменениях и уточнении доступной пользователю информации о параметрах работ, выполняемых в течение рабочего дня.

На этапе предварительного планирования решается либо неопределенная задача  $F2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$  или  $J2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$ , либо детерминированная задача  $J2||C_{max}$  или  $J2|s_{ij}|C_{max}$ , в которой в качестве длительностей операций используются их средние значения:  $(b_i - a_i) / 2$ . Если полученное распределение работ по рабочим дням интервала планирования устраивает исполнителя  $A$ , то этап предварительного планирования считается законченным. В противном случае исполнитель  $A$  делегирует часть своих работ исполнителям  $B, B_1, B_2, \dots, B_m$  и задача



$F2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$  ( $J2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$ ,  $J2||C_{max}$  или  $J2|s_{ij}|C_{max}$ ) решается снова с модифицированными исходными данными. Для решения задачи  $J2||C_{max}$  можно использовать полиномиальный алгоритм Джексона [13], а для решения задач  $F2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$  и  $J2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$  – предложенные в работах [14–17] обобщения алгоритмов Джонсона и Джексона соответственно. NP-трудную задачу  $J2|s_{ij}|C_{max}$  можно решать методом ветвей и границ, разработанным в [18].

При построении расписания работ  $J$  на один рабочий день решается многокритериальная неопределенная задача  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r$  на основе лексикографического принципа оптимальности. Иными словами, критерии  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r$  проиндексированы пользователем в соответствии с их важностью: минимизация функции  $\Phi_u$  считается более важной по сравнению с минимизацией функции  $\Phi_v$ , где  $1 \leq u < v \leq r$ . В частности, решением многокритериальной детерминированной задачи  $1||\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r$  является перестановка  $\pi_i = (J_{i_1}, J_{i_2}, \dots, J_{i_n}) \in S$ , для которой вектор  $(\Phi_1(\bar{C}(\pi_i)), \Phi_2(\bar{C}(\pi_i)), \dots, \Phi_r(\bar{C}(\pi_i)))$  лексикографически минимален среди векторов  $(\Phi_1(\bar{C}(\pi_j)), \Phi_2(\bar{C}(\pi_j)), \dots, \Phi_r(\bar{C}(\pi_j)))$ , вычисленных для всех перестановок  $\pi_j = (J_{j_1}, J_{j_2}, \dots, J_{j_n}) \in S$ .

Критерии оптимальности расписания рабочего дня делятся на основные  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_z$  и второстепенные  $\Phi_{z+1}, \Phi_{z+2}, \dots, \Phi_r$ . В качестве основных критериев пользователь выбирает некоторые (или все) критерии 1–7, а в качестве второстепенных – критерии 8–12. Для каждого основного критерия  $\Phi_u$ ,  $1 \leq u \leq z$ , необходима подпрограмма, реализующая проверку достаточных условий (или необходимых и достаточных условий) доминирования работ из множества  $J$  относительно критерия  $\Phi_u$ . В результате проверки достаточных условий для каждой пары работ  $J_i \in J$  и  $J_j \in J$  определяется отношение  $A_u \subset J \times J$  строгого порядка на множестве  $J$  в виде орграфа  $(J, A_u)$ , которое, в свою очередь, определяет решение однокритериальной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_u$  согласно следующим определениям, введенным в монографии [1] и использованным в статьях [14–17] для задач  $F2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$  и  $J2|a_i \leq p_i \leq b_i|C_{max}$  и в работе [19] для задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i| \sum_{i=1}^n w_i C_i$ .

**О п р е д е л е н и е 1.** Минимальное по включению множество перестановок  $S_u(T) \subseteq S$  будем называть решением неопределенной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_u$ , если для любого допустимого вектора  $p \in T$  множество  $S_u(T)$  содержит хотя бы одну перестановку  $\pi_k \in S_u(T)$ , которая является оптимальной для детерминированной задачи  $1||\Phi_u$  с вектором  $p$  длительностей работ.

**О п р е д е л е н и е 2.** Для неопределенной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_u$  работа  $J_i \in J$  доминирует работу  $J_j \in J$  относительно  $T$ , если существует решение  $S_u(T)$  неопределенной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_u$ , в каждой перестановке  $\pi_k \in S_u(T)$  которого работа  $J_i$  предшествует работе  $J_j$ .

Приближенное решение многокритериальной неопределенной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_z$  представляется в виде орграфа  $(J, E)$ , множество дуг которого строится на основе орграфов  $(J, A_1), (J, A_2), \dots, (J, A_z)$  следующим образом. Вначале в искомое множество  $E$  включаются все дуги множества  $A_1$ . Затем в полученное множество включается подмножество  $A'_2$  всех дуг множества  $A_2$ , каждая из которых не является симметричной ни для одной дуги из множества  $A_1$ , т. е. доминирование работ относительно критерия  $\Phi_2$  учитывается в результирующем орграфе  $(J, E)$ , если оно не противоречит доминированию работ относительно более важного критерия  $\Phi_1$ . Затем в полученное множество включается подмножество  $A'_3$  всех дуг множества  $A_3$ , каждая из которых не является симметричной ни для одной дуги из множества  $A_1 \cup A_2$ , т. е. доминирование работ относительно критерия  $\Phi_3$  учитывается в результирующем орграфе, если оно не противоречит доминированию работ относительно более важных критериев  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ . Продолжая аналогично, через  $z$  итераций получим искомое множество дуг  $E = A_1 \cup A'_2 \cup A'_3 \cup \dots \cup A'_z$  орграфа  $(J, E)$ .

Из замечания 2 следует, что решение неопределенной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_{z+1}, \Phi_{z+2}, \dots, \Phi_r$  совпадает с решением более простой детерминированной задачи  $1||\Phi_{z+1}, \Phi_{z+2}, \dots, \Phi_r$ , поскольку

значения критериев 8–12 не зависят от длительностей выполняемых операций. Чтобы учесть более важные критерии  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_z$ , значения которых зависят от длительностей выполняемых операций, решается детерминированная многокритериальная задача  $1|prec|\Phi_{z+1}, \Phi_{z+2}, \dots, \Phi_r$ , в которой ограничения на порядок выполнения работ из множества  $J$  заданы в виде орграфа  $(J, E)$ . Для решения многокритериальной задачи  $1|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r$  с лексикографическим принципом оптимальности вначале из построенного множества перестановок  $S(T)$  методом ветвей и границ выделяется подмножество всех перестановок  $S_{z+1}(T)$ , оптимальных относительно критерия  $\Phi_{z+1}$ . Ветвление в методе ветвей и границ реализуется на основе выбора очередной работы для первой еще не заполненной позиции в искомой перестановке работ множества  $J$ . В частности, на первой итерации ветви, исходящие из начальной вершины дерева решений, определяются всеми возможными работами, которые могут быть выполнены первыми [18]. Метод ветвей и границ останавливается, когда построены все оптимальные расписания относительно критерия  $\Phi_{z+1}$ , который является наиболее важным во множестве второстепенных критериев  $\{\Phi_{z+1}, \Phi_{z+2}, \dots, \Phi_r\}$ . Для этого ветви дерева решений  $D$  отсекаются на основании строгого неравенства  $LB_i < UB$ , где  $LB_i$  означает нижнюю оценку значения целевой функции для вершины  $i$  отсекаемой ветви дерева решений, а  $UB$  означает верхнюю оценку значения целевой функции, которая равна наименьшему (рекордному) значению целевой функции, вычисленному для наилучшего расписания работ множества  $J$ , построенного к данной итерации метода ветвей и границ. Заметим, что обычно метод ветвей и границ останавливается, когда построено хотя бы одно оптимальное расписание, т. е. ветви дерева решений отсекаются на основании нестрогого неравенства  $LB_i \leq UB$ .

Далее из построенного методом ветвей и границ множества  $S_{z+1}(T)$  в результате явного перебора перестановок выделяется подмножество перестановок  $S_{z+2}(T)$ , оптимальных по критерию  $\Phi_{z+2}$ , затем – подмножество перестановок  $S_{z+3}(T)$ , оптимальных по критерию  $\Phi_{z+3}$ , и т. д. Этот процесс продолжается до тех пор, пока из множества  $S_{r-1}(T)$  не будет выделено подмножество перестановок  $S_z(T) = S^*(T)$ , которое является оптимальным по критерию  $\Phi_r$ , либо не будет получена единственная перестановка  $\{\pi_i\} = S^*(T) = S_k(T)$ , где  $z+1 \leq k < r$ . Выбор из множества  $S_{z+1}(T)$  оптимальных расписаний по очередному критерию  $\Phi_k \in \{\Phi_{z+2}, \Phi_{z+3}, \dots, \Phi_r\}$  осуществляется в результате явного перебора этих расписаний путем вычисления и сравнения для них значений целевой функции  $\Phi_k$ . Такой перебор оказывается возможным за приемлемое время на ПЭВМ в силу замечания 1. В любом случае пользователю выдается одно расписание из множества построенных расписаний. Множество всех потенциально оптимальных перестановок  $S^*(T)$  вместе с построенным деревом решений  $D$  хранятся в базе данных пользователя с той целью, чтобы при получении более достоверной информации или в случае изменения каких-либо условий задачи в процессе частичной реализации расписания обеспечить достаточную гибкость при корректировке ранее выбранного расписания.

При изменении условий задачи в течение рабочего дня, когда запланированный порядок работ нарушается, следует скорректировать ранее построенное расписание. При этом решается задача  $1^{on}|a_i \leq p_i \leq b_i|\Phi_{z+1}, \Phi_{z+2}, \dots, \Phi_r$ , т. е. часть работ из множества  $J$  уже выполнена к текущему моменту времени и требуется определить порядок выполнения оставшихся работ с учетом дополнительной информации о длительностях выполненных и невыполненных работ. Для корректировки расписаний в режиме on-line используется поиск наиболее приемлемого расписания в дереве решений  $D$ , построенном в режиме off-line. Новое скорректированное расписание выбирается из множества потенциально оптимальных перестановок  $S^*(T)$  путем вычисления для них значений целевых функций с последующим выбором наиболее подходящей перестановки.

## 5. Краткое описание комплекса программ «Расписание»

КП «Расписание» состоит из следующих основных частей: программы взаимодействия с базами данных АИС «Минск», которая обеспечивает создание и ведение локальной базы данных для программ построения расписаний; программы обеспечения диалогового взаимодействия пользователя на основе установленных форм входных и выходных данных; программы автоматизированного построения расписаний рабочего дня. Результатом диалогового взаимодей-

ствия пользователя с КП «Расписание» является составление таблицы исходных данных для работы алгоритмов построения расписаний. Для каждой работы задаются минимальная и максимальная длительности, которые могут совпадать. Допускаются работы с нулевой минимальной длительностью, но с положительной максимальной длительностью, чтобы предусмотреть возможность появления внеплановых работ в течение рабочего дня (так задаются работы, необходимость выполнения которых возможна, но не обязательна). При настройке программы определяются продолжительность рабочего дня и все заранее занятые интервалы рабочего дня (перерыв на обед, гимнастическая зарядка и т. п.). Результатом выполнения программы построения расписания является линейно упорядоченное множество работ, которые необходимо выполнить пользователю в течение рабочего дня. При необходимости руководителю выдаются расписания работ его подчиненных (как предыдущие расписания по факту, так и расписание на сегодняшний день по плану).

Все работы разбиваются на следующие виды: прием граждан, совещания (заседания), задачи, делегированные задачи. При щелчке левой кнопкой мыши по названию вида работы в правом окне появляется список работ этого вида (рис. 1). При щелчке левой кнопкой мыши по календарю отображается список задач на выбранный день. Первые два вида работ (прием граждан, совещания (заседания)) имеют фиксированное время начала и окончания. В расписании можно изменять время выполнения задачи. Задачи могут быть разовыми и повторяющимися через определенный период времени. В папке делегированные задачи содержится информация об исполнителе делегированной задачи, сроке ее исполнения и отметке о выполнении.

Папку прием граждан можно только просматривать. Совещания (заседания) можно добавлять, удалять, назначать (определять время проведения и список участников) и редактировать. Задачи можно добавлять, редактировать, удалять и делегировать (в последнем случае задачи остаются в основном списке, но помечаются специальной «иконкой» и при построении расписания не учитываются). Делегированные задачи можно редактировать (изменить срок исполнения или исполнителя) и отменять делегирование (тогда задача возвращается в основной список задач).

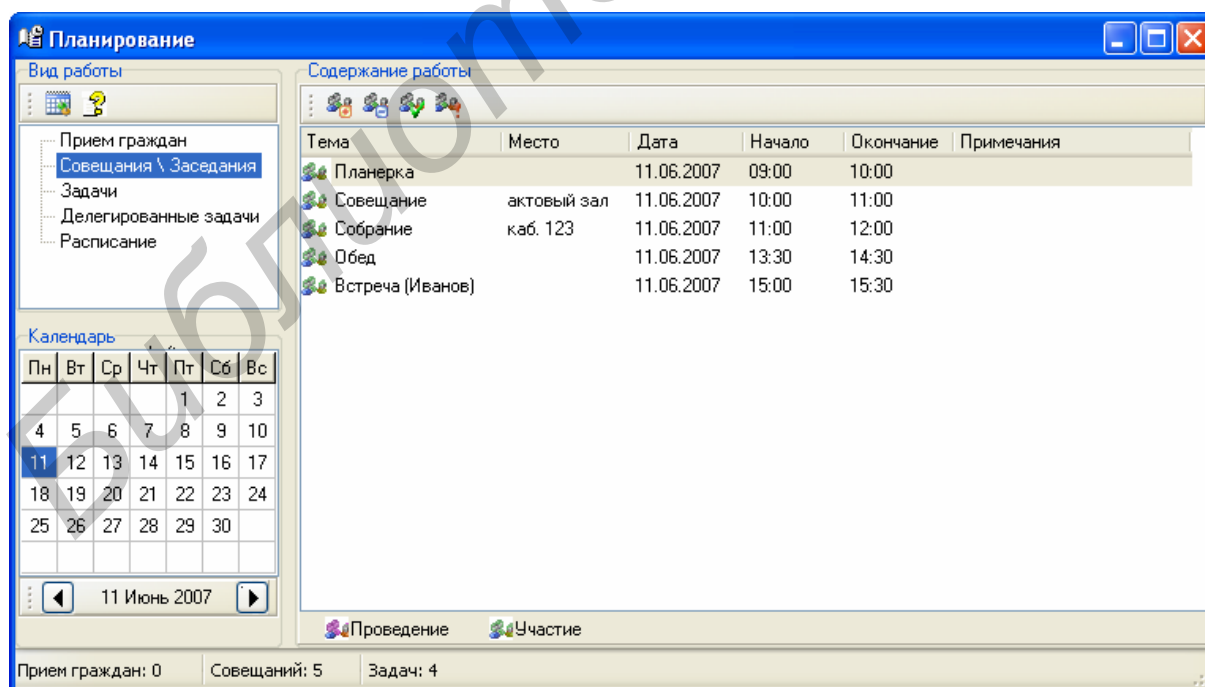


Рис. 1. Главное окно КП «Расписание»

При нажатии кнопки **расписание** строится расписание (рис. 2). При выборе папки **расписание** отображается последнее построенное расписание. Расписание состоит из двух списков: **срочные работы** (их необходимо выполнить к указанному сроку в течение рабочего дня) и **дополнительные работы** (их желательно выполнить в течение рабочего дня при наличии достаточного времени).

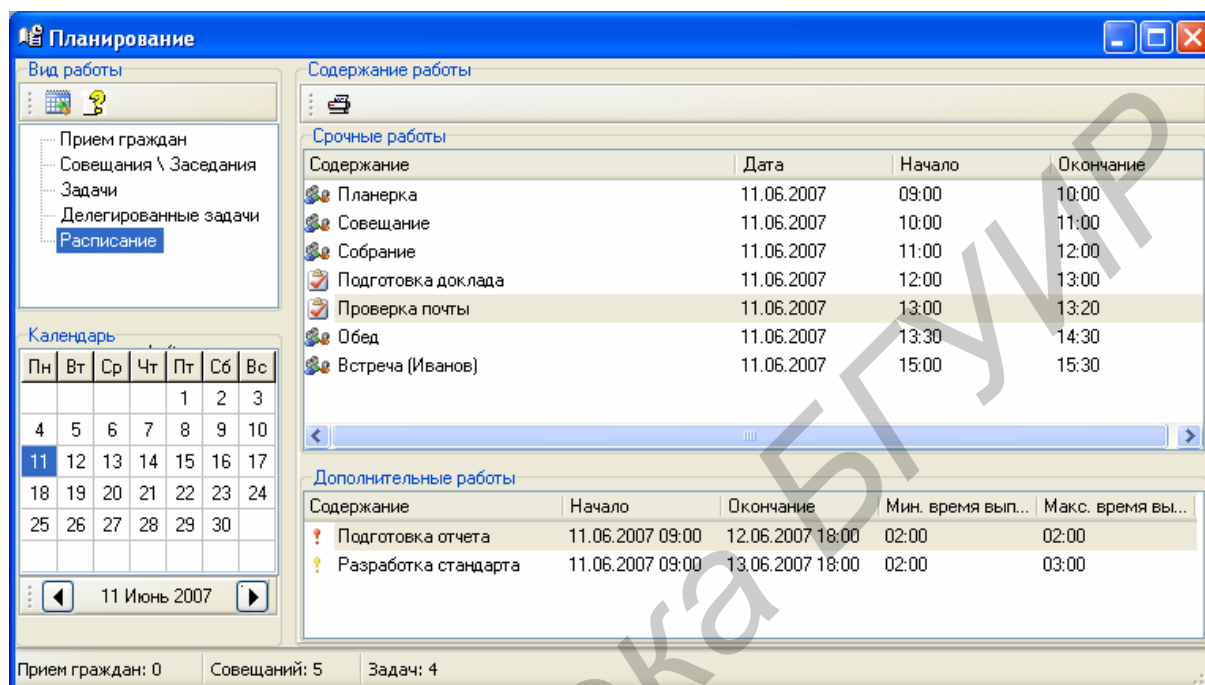


Рис. 2. Расписание рабочего дня

В списке прием граждан отображается следующая информация: Ф.И.О., дата, «время с», «время по», вопрос, примечания. В списке совещания (заседания) отображается следующая информация: тема, место, дата, начало, окончание, примечания. В списке задачи отображаются содержание, начало, окончание, «от кого поступила», минимальное время выполнения, максимальное время выполнения, отметка о выполнении, в списке делегированные задачи отображаются содержание, исполнитель, срок, отметка о выполнении. В списке расписание для срочных задач отображаются содержание, дата, начало, окончание, а для несрочных задач – содержание, начало, окончание, минимальное время выполнения, максимальное время выполнения.

Система готова к практическому внедрению на рабочих местах, оснащенных ПЭВМ по мощности не слабее PC 1000 MHz и операционными системами версий Windows 2000 и выше. Разрабатывается версия КП «Расписание», которая может эксплуатироваться автономно вне АИС «Минск».

### Заключение

В терминах теории расписаний перечислены возможные постановки задач планирования рабочего дня руководящего работника и критерии оптимальности расписания выполнения запланированных работ. Указаны особенности постановок задач, характерные для планирования рабочего времени. Приведено краткое описание разработанного комплекса программ планирования рабочего дня. Основное внимание в разд. 2, 3 и 5 уделено оптимальному упорядочению работ в течение одного рабочего дня. Рассмотренные целевые функции зависят от периодов времени выполнения запланированных работ. В не менее важных для руководителя задачах оптимального планирования работ на неделю и более длительный срок целевые функции

должны зависеть не столько от периодов времени выполнения работ, сколько от прибыли, которая может быть получена от выполнения тех или иных работ. Поэтому в задачах долгосрочного планирования рабочего времени основное внимание должно уделяться не упорядочению работ во времени, а оптимальному выбору работ из множества имеющихся альтернатив на основе доступной агрегированной информации.

Работа выполнена при частичной поддержке Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь. Авторы выражают благодарность Г.И. Солодкину за содействие в разработке и внедрении КП «Расписание» в составе АИС «Минск».

### Список литературы

1. Сотсков, Ю.Н. Теория расписаний. Системы с неопределенными числовыми параметрами / Ю.Н. Сотсков, Н.Ю. Сотскова. – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 290 с.
2. Танаев, В.С. Теория расписаний. Одностадийные системы / В.С. Танаев, В.С. Гордон, Я.М. Шафранский. – М.: Наука, 1984. – 382 с.
3. Танаев, В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струевич. – М.: Наука, 1989. – 328 с.
4. Новак, Б.В. Тайм-менеджмент на компьютере. Как управлять своим временем эффективно? / Б.В. Новак. – СПб.: Питер, 2007. – 128 с.
5. Донцов, Д.А. 150 лучших программ для офиса / Д.А. Донцов. – СПб.: Питер, 2006. – 336 с.
6. Виллет, Э. Office XP. Библия пользователя / Э. Виллет, С. Каммигс. – М.: Вильямс, 2002. – 848 с.
7. Бирн, Р. Создание приложений с помощью Microsoft Outlook. Версия 2002 / Р. Бирн. – М.: СП ЭКОМ, 2003. – 928 с.
8. Мармел, Э. Microsoft Project 2002. Библия пользователя / Э. Мармел. – М.: Вильямс, 2003. – 624 с.
9. Танаев, В.С. Теория расписаний. Групповые технологии / В.С. Танаев, М.Я. Ковалев, Я.М. Шафранский. – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 1998. – 290 с.
10. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling. A survey / R.L. Graham [et al.] // *Annals of Discrete Mathematics*. – 1979. – Vol. 5. – P. 287–326.
11. Braun, O. Optimality of Jackson's permutations with respect to limited machine availability / O. Braun, N.M. Leshchenko, Yu.N. Sotskov // *International Transactions in Operational Research*. – 2006. – Vol. 13. – P. 59–74.
12. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
13. Jackson, J.R. An extension of Johnson's results on job lot scheduling / J.R. Jackson // *Naval Research Logistic Quarterly*. – 1956. – Vol. 3, № 3. – P. 201–203.
14. Лещенко, Н.М. Оптимальное по быстрдействию обслуживание конфликтных требований с нефиксированными длительностями / Н.М. Лещенко, Ю.Н. Сотсков // *Весті НАН Беларусі, Сер. фіз.-мат. навук*. – 2006. – № 4. – С. 103–110.
15. Егорова, Н.Г. Выбор оптимального порядка обслуживания требований двумя приборами в процессе реализации расписания / Н.Г. Егорова, Н.М. Матвейчук, Ю.Н. Сотсков // *Весті НАН Беларусі, Сер. фіз.-мат. навук*. – 2006. – № 5. – С. 20–24.
16. Leschenko, N.M. A dominant schedule for the uncertain two-machine shop-scheduling problem / N.M. Leschenko, Yu.N. Sotskov // *Proc. of XII International Conference «Knowledge-Dialogue-Solution»*. – Varna, Bulgaria, 2006. – P. 291–297.
17. Leschenko, N.M. Realization of an optimal schedule for the two-machine flow-shop with interval job processing times / N.M. Leschenko, Yu.N. Sotskov // *International Journal «Information Theories & Applications»*. – 2007. – Vol. 14. – P. 182–189.
18. Sequence-dependent setup times in a two-machine job-shop with minimizing the schedule length / Yu.N. Sotskov [et al.] // *International Journal of Operations Research*. (To appear.)

19. Сотсков, Ю.Н. Минимизация взвешенной суммы моментов завершения обслуживания одним прибором требований с интервальными длительностями / Ю.Н. Сотсков, Н.Г. Егорова // Материалы VIII Междунар. науч. конф. «Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития». – Минск, 2007. – Т. 4. – Р. 111–114.

Поступила 19.06.07

<sup>1</sup>Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 6  
e-mail: sotskov@newman.bas-net.by

<sup>2</sup>Белорусский государственный университет,  
экономический факультет,  
Минск, К. Маркса, 31  
e-mail: pettropa@yandex.ru

**Yu.N. Sotskov, N.G. Egorova, N.M. Matveichuk, E.A. Petrova**

**MODELS AND PROGRAM PACKAGE  
FOR OPTIMAL SCHEDULING THE WORKING TIME**

The models, algorithms and software are described for generating optimal schedule for businessman. Working time planning is based on solving scheduling problems for single-stage and multi-stage systems with interval operation durations. Software was tested on real input data.