4. The Neandertal Adolescent Le Moustier 1. New Aspects, New Results / H.Ullrich (Ed.). Berliner Beitrage zur Vor – und Fruhgeschichte, N. F., Bd. 12. Berlin, 2005. 354 p.

5. Porshnev B. F. *O nachale chelovecheskoj istorii. Problemy paleopsihologii* [About the beginning of human history. Problems of paleopsycology]. SPb. Aletheia. 2007. 714 p.

6. Harder B. Did Humans and Neandertals Battle for Control of the Middle East? Available at: http://news.nationalgeographic.com/news/2002/03/0305_0307_neandertal.html

УДК 101.1:510.2

Н. В. Михайлова

Системно-методологический подход к проблеме обоснования математики

В статье обосновывается тезис о необходимости системно-методологического подхода к проблеме обоснования современной математики. Суть такого подхода состоит в переводе проблемы обоснования математики с логического на методологический уровень с учетом раскрытия генезиса основных направлений обоснования как системы и экспликации недостаточности их методологических предпосылок. С точки зрения методологии обоснования современной математики системно-методологический подход представляет собой философски развернутый процесс восхождения от абстрактного к практически реализуемому обоснованию действующих направлений математики. Философскую основу системной методологии в обосновании математических теорий составляют системообразующие факторы, с помощью которых выявляются связи структуры построения системы как целого и системы как взаимоотношения ее элементов. Многообразие системных моделей, разрабатываемых в философии науки, которые можно использовать в обосновании математики, выдвигает актуальную проблему синтеза направлений обоснования, что в свою очередь ставит системную методологию в проблемную ситуацию.

The article explains the thesis of the need of system and methodological approach to the problem of substantiation of contemporary mathematics. The essence of this approach is to transfer the problem of substantiation of mathematics from the logical to the methodological level taking into account the disclosure of the genesis of the main directions of substantiation as a system and explication of the insufficiency of their methodological assumptions. From the standpoint of methodology of substantiation of contemporary mathematics, system and methodological approach is philosophically detailed process of ascent from the abstract to the practically realizable substantiation of the existing areas of mathematics. The philosophical basis of system methodology in the substantiation of mathematical theories consists of the backbone factors by which the communications of structure of construction of the system as a whole and the system as a relationship of its elements are identified. A variety of system models developed in the philosophy of science, which can be used in the substantiations of mathematics, raises actual problem of the synthesis of current trends of substantiations, which in its turn puts the system methodology in problem situation.

Ключевые слова: философия математики, системно-методологический подход, современная математика, проблема обоснования, синтез.

Keywords: philosophy of mathematics, system and methodological approach, contemporary mathematics, the problem of substantiation, synthesis.

Развитие современной математики объективно обусловлено следующими движущими силами: «внешней», которая связана с необходимостью решения математическими средствами практических задач естествознания, и «внутренней», которая вытекает из методологической необходимости систематизировать найденные математические решения, которые с точки зрения их взаимодействия трудно разграничить, поскольку в историческом процессе развития математического знания то одна, то другая движущая сила выдвигались на передний план математического познания. Эти два направления развития в некотором приближении традиционно условно обозначают как прикладное и теоретическое. Методологический подход к проблеме обоснования математики, рассматриваемый в этом исследовании, предполагает уход от жесткой дихотомии «внутреннее – внешнее». Это по-своему способствует выявлению нового философского пространства для решения проблемы обоснования, используя инструментальные средства математического познания. В связи с этим, как отмечает философ математики В. Я. Перминов, «вопрос о возможности полного обоснования математики остается до сих пор не решенным и большая доля неопределенности идет здесь от неопределенности философских установок» [1]. Актуальность проблемы обоснования математических теорий определяется внутридисциплинарными факторами, прежде всего необходимостью осмысления механизмов, обеспечивающих целостность математического знания в условиях нарастающего разнообразия путей его приращения, например в области компьютерной математики. Практическая востребованность такого рода философского анализа обусловлена значимостью методологического обеспечения современных междисциплинарных исследований, включая совершенствование используемого в этих исследованиях математического аппарата.

Но, говоря об обосновании современной математики, надо осознавать, что существует «постоянный разрыв» между различными проблемами, которые обсуждаются в рамках философии математики, и актуальным состоянием самого математического знания. Многие философские вопросы обоснования остаются теми же, а математика развивается и меняется. Можно выделить три подхода к обоснованию математики: онтологический, логико-гносеологический и системно-методологический, которые можно рассматривать как различные формы рефлексии в философии математики, развитые философами, логиками и математиками. Онтологические основы математики реализуют представления о природе математической реальности как предмета исследования различных математических теорий, а онтологический подход связан с экспликацией непротиворечивых математических теорий, исходя из онтологической истинности их оснований и несомненной истинности их принципов, что в свою очередь требует философского и методологического прояснения понятия математической истинности. Онтологический аспект специфики математики проявляется еще в том, что в ее абстрактных структурах содержатся базисные интуиции математического понимания, которые синтезируются в составе математических теорий и структур, а самоочевидность исходных математических представлений – это признак онтологической значимости этих представлений.

Заметим, что логико-гносеологический подход предполагает снятие неоправданных запретов на исходные принципы и логику редукции программ обоснования, выдвинутых в начале прошлого века, через рационализацию их гносеологических допущений. Наконец, системно-методологический подход можно рассматривать как новый путь к обоснованию математики на основе идеи развития математических теорий, поскольку междисциплинарный инструментализм системности позволяет взглянуть на задачу обоснования математики с разных областей математического знания. С точки зрения методологии обоснования современной математики именно системно-методологический подход представляет собой философски развернутый процесс восхождения от абстрактного к практически реализуемому обоснованию. Аргументировать необходимость системной методологии или системно-методологического подхода к проблеме обоснования современной математики можно следующим образом. Основу системной методологии в обосновании составляют системообразующие факторы, с помощью которых выявляются связи структуры построения системы как целого и системы как взаимоотношения ее элементов. В частности, она включает в себя системный подход, философский принцип системности и системный стиль мышления. Системную составляющую системной методологии отличает акцентирование математики как системы специального вида с артикулированием сложности ее теорий. Методологическая составляющая системно-методологического подхода к обоснованию современной математики состоит в исследовании методологии математического познания, соотношения между различными методами познания, а также в определении сферы их математической эффективности и практической применимости.

Системность научного знания состоит в системном характере научно-теоретического знания и в превращении ее в философско-методологическую проблему. Методологическая составляющая, преодолевающая гносеологический пласт вопросов, задана в системном движении философии науки с начала его возникновения. Хотя на всех исторических этапах интерпретации системности математического знания рассмотренные подходы к обоснованию выступают в философском единстве, но один из них, в контексте проблемы обоснования математики, в определенный период становился главенствующим. Но в чем конкретно состоит и выражается методологическая природа системного подхода? Например, по мнению философа науки Э. Г. Юдина, «методологическая ценность этого направления состоит прежде всего в том, что оно содержит и в развернутой форме выражает требование нового, по сравнению с предшествующими, подхода к объекту изучения. Этот момент очень важно подчеркнуть: системный подход сам по себе как таковой не дает решения проблемы непосредственно, он является орудием новой постановки проблем» [2]. С точки зрения анализа проблемы обоснования математики детализация методологических функций, выполняемых системным подходом, связана с его двойственной сущностью в научном познании. С одной стороны, системный подход представляет собой общенаучную методологию, которая развивается под воздействием потребностей научного мышления в целом. С другой стороны, методологическая эффективность системного подхода, не представляющего специально-научную методологию, все же измеряется тем, в какой мере он способствует реальному развитию конкретных предметов исследования.

Применение математических методов для обоснования решений в различных областях человеческой деятельности требует обоснования самой математики, для чего необходим системный подход ко всем стадиям этого процесса, способствующий выявлению новых методологических решений в проблеме обоснования современной математики. Все это непосредственно относится к проблеме обоснования математики. Многообразие системных моделей, которые можно использовать в обосновании, выдвигает новую актуальную проблему синтеза, что в свою очередь ставит системную методологию в проблемную ситуацию. Синтез направлений обоснования математики оборачивается задачей интеграции целей математики как науки, которые оказываются функциями либо системной организации самой математики, либо социокультурных запросов общества, либо ее практического применения, то есть функцией системно-методологической, а не логико-гносеологической. При этом может возникнуть двойственность толкования в зависимости от того, с каких позиций ведется рассмотрение. Поэтому работы в области системного анализа затрагивают одновременно весь спектр онтологических, гносеологических и методологических аспектов, не прибегая к их четкому разграничению. С точки зрения обоснования математики вопрос заключается не только в том, является ли математическое знание системным образованием, а еще и в том, как понимать эту системность в контексте философской проблемы обоснования.

Системно-методологический подход, используемый в анализе проблемы обоснования, можно рассматривать как новый путь к обоснованию современной математики на основе идеи эволюции и развития математических теорий. Системная методология претендует на философскую универсальность специального рода. Она проявляется в том, что системный подход к объекту исследования, по существу, тождественен его целостности, выявление которой не может быть ограничено одним типом связей, а охватывает всю их совокупность по отношению к данному объекту. Для конкретизации этого положения необходимо учитывать следующие обязательные признаки системы обоснования: наличие не менее двух элементов системы, взаимосвязь между ними, соответствующая качественная определенность. Но если мы хотим понять систему и быть в состоянии предсказывать ее поведение, то необходимо изучить ее в целом, поскольку при разделении ее на части могут разрушиться связи и, следовательно, сама система. Проблема реализации системного подхода предполагает изучение явления в различных аспектах. Среди них можно выделить следующие философские аспекты: «системно-компонентный аспект», в рамках которого выявляются направления обоснования или компоненты системы; «системно-структурный аспект», предполагающий рассмотрение системы обоснования с точки зрения межкомпонентных взаимосвязей; «системно-интегративный аспект», актуализирующий исследование интегративного качества в функционировании сложной системы обоснования математического знания.

Системная методология в проблеме обоснования математики эксплицирует также самоценность современных математических методов в контексте углубления философского понимания математического взгляда на мир действительности. Соответственно, под «принципом системности» в обосновании математики понимаются новые идеи, концепции и теории, удовлетворяющие некоторой философской парадигме, позволяющие в своей совокупности и взаимосвязи раскрыть методологическую целостность математического знания и способствующие философскому анализу реального становления математики на данном этапе развития науки [3]. Новая методология обоснования строится через критику строго номиналистического построения математики и абстрагирования от свойств реального мира, через оправдание части теоретической математики, связанной с опорой на онтологическую истинность. Следует отметить, что системная методология видоизменяет философские взгляды и на проблему целостности объектов исследования, поскольку системный подход дополняет изучение целостности анализом внутренней дифференциации систем.

Заметим, что появление системной методологии в философии науки связано с выработкой специальной исследовательской программы. Объясняющая функция системной методологии строится не на причинно-следственных связях, а на системных закономерностях. Они могут реализовываться как с помощью индуктивного объяснения, которое сводится к обобщению эмпирической информации, так и на основе дедуктивного объяснения, которое строится на выдвижении соответствующих гипотез. Системное мышление – это привычка мыслить так, чтобы видеть целостную картину, опираясь на теоретические модели и целостное интуитивное видение сложных объектов и предположений о связях объектов. Но остается открытым важный вопрос: насколько реализуема концепция обоснования, удовлетворяющая обозначенным аспектам системности? Ответить на это, несмотря на подробный философский и методологический анализ проблемы обоснования, можно только одним способом – создать философскую концепцию. Хотя это может занять много времени, при этом не исключено, что, учитывая темпы развития математики и ее внешние и внутренние связи, результат может оказаться далеким от идеала. Объекты современной математики, «теоретическое ядро» которой составляют алгебра, топология, теория функций и функциональный анализ, образуют некоторую операционную систему. Поэтому современная математика выступает, а не произвольно рассматривается в философии математики, как сложная система. В такой системе операционные качества позволяют совершать действия над идеальными объектами математики, несмотря на их практическую недостижимость.

Традиционный подход к обоснованию математики опирался на структурное или формальное представление математической теории, соответствующее постановке проблемы обоснования. Базовым понятием системного подхода к проблеме обоснования остается понятие структуры, характеризующее специфику системного подхода и его организации. Структура задает способ связи различных элементов в системе как со стороны анализа свойств составляющих ее элементов, так и со стороны изучения целостных свойств системы. Развитие системных исследований повлияло на способы интерпретации направлений обоснования математики, которые можно рассматривать как составляющие элементы системы обоснования, реализующей общую концепцию обоснования современной математики, где под элементами понимаются направления, обладающие определяющими для системы обоснования свойствами и составляющие основу этой системы. По мере развития математики обнаруживается также недостаточность философских представлений о различных «противоборствующих» направлениях обоснования современной математики при анализе математической реальности, само существование которых изначально взаимно обусловлено, поскольку целостные свойства оказываются в зависимости от вида и типа особенностей структурных взаимоотношений.

Чем еще можно аргументировать необходимость системной методологии в обосновании математики? При ответе на этот принципиальный вопрос сошлемся на мнение известного математика А. А. Ляпунова: «Складывается впечатление, что имеется глубокое родство между аксиоматическими подходами к изучению множеств и системным подходом к изучению больших систем. И там и здесь имеется иерархическая конструкция, с помощью которой вся система объектов, подлежащих изучению, формируется из некоторых исходных элементов» [4]. В действительности уже даже на ранней стадии вызревания теорий просматривается глубинная связь, когда на этапе формирования аксиом в математике сознательно или бессознательно используется системный подход. Если бы математика не применяла системный подход на начальной стадии, то она не перешла бы к теоретико-множественному подходу на последующей, поскольку только когда аксиомы сформулированы, то тогда в математике начинает господствовать теоретико-множественный подход. При ретроспективном анализе математических доказательств формальная составляющая, точнее, когнитивная сила дедуктивных выводов, создает иллюзию автоматического вывода математических доказательств, в которых каждый последующий шаг неизбежно следует из предыдущего, обеспечивая концептуализацию нового знания в уже сложившейся системе понятий. Характерными признаками систем математики являются сложная структура и сложное поведение с разнообразными связями, организованные в единое целое и составляющие целостное образование.

Поскольку с точки зрения математической практики ни направление формализма, ни направление интуиционизма не являются подлинно репрезентативными для обоснования математики, то наиболее употребительный методологический подход при экспликации структуры обоснования всего комплекса математического знания – это, во-первых, вложение исследуемых направлений обоснования в более богатую структуру, а во-вторых, включение в систему обоснования математики объекта, который имеет перспективы для его реализации в будущем. Поэтому философско-методологический анализ проблемы обоснования современной математики позволяет оправдать такое допущение, поскольку нельзя понять логику становления системы математических понятий без гипотетического допущения возможной модели «будущей потребности». Кроме того, системно-методологический подход не требует жесткого выделения более надежной части теоретической математики, что освобождает его от неизбежного субъективизма, связанного с таким выделением. В частности, философская суть подхода к обоснованию состоит в переводе проблемы обоснования математики с логического на методологический уровень. Системная методология привязывает отдельные направления обоснования математики к познанию целого, точнее, целостной концепции обоснования.

В заключение необходимо отметить, что системно-методологический подход к обоснованию современной математики более абстрактен, чем логико-гносеологический, поскольку он не предполагает никакой редукции. Как при этом согласовать веру в истинность математических аксиом и принципов с идеальными математическими абстракциями? Ответ на этот вопрос связан с анализом целостной природы математических объектов. Как справедливо отмечает математик и философ математики Е. М. Вечтомов, «феномен математики состоит в том, что она сама по себе образует автономную специфическую форму познания, включающую структурный анализ бытия, его формальное воспроизведение, дедуктивно-модельный способ обретения точного знания» [5]. Философско-методологический анализ несостоятельности предыдущих установок на обоснование математики показывает, что эта проблема нуждается сегодня в постановке на принципиально иной основе, например с помощью философско-методологического синтеза направлений обоснования. Философская значимость синтеза состоит в том, что в преломлении к проблеме обоснования в целом он раскрывается через понятия целостности, суммативности и единства, а сами математические теории тоже можно рассматривать как специфические самоорганизующиеся системы, восходящие к такой стадии зрелости, когда теории свободны от внутренних противоречий.

Примечания

1. *Перминов В. Я.* Метафизика и основания математики // Метафизика. Век XXI. Альманах. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. Вып. 4: Метафизика и математика. С. 443.
2. *Юдин Э. Г.* Методологическая природа системного подхода // Системные исследования. М.: Наука, 1973. С. 43.
3. *Михайлова Н. В.* Философско-методологический анализ проблемы обоснования современной математики: монография. Минск: МГВРК, 2013. 552 с.
4. *Ляпунов А. А.* В чем состоит системный подход к изучению реальных объектов сложной природы? // Системные исследования. М.: Наука, 1972. С. 16.
5. *Вечтомов Е. М.* Математика как исследование границ научного познания // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. 2015. № 4. С. 9.

Notes

1. Perminov V. Ja. Metafizika i osnovanija matematiki [Metaphysics and foundations of mathematics] // Metaphysics. Century XXI. Almanac. M.: BINOM. Knowledge laboratory, 2011. Issue 4: Metaphysics and mathematics. pp. 441–461.
2. Judin Je. G. Metodologicheskaja priroda sistemnogo podhoda [The methodological nature of system approach] // System Research. M.: Nauka, 1973. pp. 38–51.
3. Mihajlova N. V. Filosofsko-metodologicheskij analiz problemy obosnovanija sovremen-noj matematiki: monografija [Philosophical and methodological analysis of the problem of substantiation of contemporary mathematics: monograph]. Minsk: MSHRC, 2013. 552 p.
4. Ljapunov A. A. V chem sostoit sistemnyj podhod k izucheniju real'nyh ob#ektov slozhnoj prirody? [What is a system approach to the study of real objects of the complex nature?] // System Research. M.: Nauka, 1972. pp. 5–17.
5. Vechtomov E. M. Matematika kak issledovanie granic nauchnogo poznanija [Mathematics as an investigation of the boundaries of scientific knowledge] // Vestnik of the Vyatka State Humanitarian University. 2015. No. 4. pp. 6–14.