УДК 539.1.01

Ю.П. Выблый, А.А. Леонович

СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО

Рассмотрено обобщение безмассовой тензорной теории гравитации в пространстве Минковского на случай скалярно-тензорного взаимодействия. Показано, что взаимодействие гравитационного и нелинейного скалярного полей может привести к возникновению эффективной массы гравитона. Статическое сферически-симметричное скалярное поле рассмотрено в ньютоновском приближении.

Как сейчас хорошо известно, основную часть материи во Вселенной составляют темная материя, обнаруженная, в частности, в спиральных галактиках, и темная энергия, которая обуславливает наблюдаемое ускорение космологического расширения [1-3]. Одним из возможных подходов к теоретическому описанию этих наблюдений является введение в рассмотрение действительного скалярного поля. В связи с этим возродился интерес к скалярно-тензорной теории гравитации Бранса - Дикке и ее обобщениям [4]. В этом подходе скалярное поле может описывать как темную энергию так и, в случае взаимодействия с обычной материей, темную материю [4].

В настоящей работе рассмотрено минимально возможное скалярно-тензорное обобщение тензорной теории гравитации в пространстве Минковского – релятивистской теории гравитации (РТГ) [5]. В ней гравитация описывается нелинейным тензорным полем в плоском пространстве, при этом в теории возникает эффективная риманова метрика, обусловленная требованием калибровочной инвариантности относительно группы вариаций Ли динамических переменных. входящих в лагранжиан. Уравнениями безмассового гравитационного поля являются уравнения Эйнштейна для этой эффективной метрики. Для устранения калибровочного произвола в полевых уравнения[и тем самым однозначного выбора системы координат в пространстве Минковского необходимо нарушить калибровочную инвариантность. В РТГ это достигается путем введения массы гравитона, что явным образом нарушает калибровочную инвариантность теории. Уравнения Эйнштейна в силу тождеств Бианки являются недоопределенной системой и должны быть дополнены добавочными уравнениями ограничения тензорного поля по спиновым состояниям $D_i \tilde{g}^{ik} = 0$, где D_i - ковариантная производная в пространстве Минковского. Эти условия играют важную роль в РТГ, исключая калибровочный произвол эйнштейновских уравнений, и в декартовых координатах совпадают с условиями гармоничности Фока. В частности, космологическая метрика Фридмана-Робертсона-Уолкера, удовлетворяющая этим уравнениям, должна быть пространственно плоской в соответствии с современными наблюдательными данными.

Требование калибровочной инвариантности допускает обобщение эффективной метрики в виде

$$\tilde{f}^{ik} = f(\phi)\tilde{g}^{ik}, \tag{1}$$

где $f(\phi)$ - некоторая функция скалярного поля ϕ, $\tilde{g}^{ik} = \sqrt{(-\gamma)}(\gamma^{ik} + q\psi^{ik})$ - эффективная метрика в РТГ, образованная метрикой Минковского γ^{ik} в произвольной системе координат и тензорным гравитационным потенциалом ψ^{ik}; $g = detg_{ik}, \gamma = det\gamma_{ik}$, q - константа гравитационного взаимодействия. В пространстве Минковского наиболее общий лагранжиан, приводящий к линейным уравнениям скалярного поля можно записать в виде

$$L_0^{\phi} = (\frac{1}{2}\phi,_i \phi,_k \gamma^{ik} - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + a\phi - b)\sqrt{-\gamma}. \qquad (2)$$

где m, a, b - константы. Калибровочно-инвариантный лагранжиан взаимодействующих скалярного и тензорного полей может быть получен заменой в (2) метрики Минковского на метрику f^{ik} и добавлением лагранжиана РТГ для поля ψ^{ik}

$$L = L^G + L^{\phi} = [-\frac{1}{16\pi q^2}(R - div) + \frac{1}{2}f\phi,_i \phi,_k g^{ik} - \frac{1}{2}f^2 m^2\phi^2 + af^2\phi - bf^2]\sqrt{-g}, \qquad (3)$$

где R - скалярная кривизна для метрики g_{ik}, скорость света здесь полагаем равной единице. В присутствии материи к (3) нужно добавить лагранжиан материи $L^M(Q_A, f^{ik})$, Q_A - динамические переменные материи. Лагранжиан скалярного поля имеет потенциал V

$$V(\phi) = -\frac{c}{\phi} + \frac{d}{\phi^2}, \qquad (4)$$

где $c = a/4k^2, d = b/4k^2$. В предположении минимальности взаимодействия тензорного и скалярного полей с материей уравнение скалярного поля запишется в виде

$$\frac{\delta L^{\phi}}{\delta\phi} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}\,\frac{f,_{\phi}}{f}T^M, \qquad (5)$$

где $T^M = T^M_{ik}g^{ik}$ - след тензора энергии-импульса материи в пространстве с метрикой g^{ik}. Выберем функцию f в виде

$$f(\phi) = (2k\phi)^{-1}, \qquad (6)$$

где k - новая константа скалярного взаимодействия и где предполагается, что поле ϕ всегда положительно. Из лагранжиана (3) следуют уравнения для тензорного и скалярного поля

$$G_{ik} = 8\pi q^2[T^M_{ik}(Q_A, \phi, g^{mn}) + T^{\phi}_{ik}(\phi, g^{mn})], \qquad (7)$$

$$g^{ik}D_i D_k\phi - \frac{D_i\phi D^i\phi}{2\phi} - \frac{\partial V/\partial\phi}{\phi} = -kT^M(Q_A, \phi, g^{mn}). \qquad (8)$$

Таким образом, при выборе функции $f(\phi)$ в виде (6) источником нелинейного скалярного поля является след тензора энергии-импульса материи. Вследствие этого, скалярное поле не будет взаимодействовать с электромагнитным, что позволяет рассматривать его как кандидата на роль темной материи.

Скалярный потенциал (4) имеет минимум $V(\phi_0)$, равный $3c^2/4d$ при $\phi_0 = 2d/c$. Будем полагать, метрика f^{ik} совпадает с метрикой g^{ik} в вакуумном состоянии с минимумом потенциала, тогда $\phi_0 = 1/2k$, при этом полевые уравнения, соответствующие лагранжиану (3), являются уравнениями Эйнштейна с Λ-членом. В зависимости от знака коэффициента d он может быть положительным и, следовательно, описывать в вакуумном состоянии скалярного поля ускоренное космологическое расширение, либо отрицательным. В этом случае уравнения Эйнштейна описывают массивное гравитационное поле с массой гравитона, равной $qc\sqrt{12\pi/d}$, источником которого наряду с тензором энергии-импульса материи является тензор энергии-импульса вакуумного состояния скалярного поля.

Полевые уравнения (7)–(8) могут быть использованы для получения космологических решений, в которых скалярное поле играет роля темной энергии. поскольку потенциал (4) может обеспечить отрицательное давление в эффективном уравнении состояния скалярного поля. В отличие от уравнений Эйнштейна с Λ-членом (ΛCDM-модель [6]), из которых следует, что космологическое расширение будет всегда носить ускоренный характер, в данном подходе при стремлении скалярного поля к отрицательному минимуму потенциала ускорение сменится замедлением. Аналогичный вариант скалярно-тензорной теории, в котором источником скалярного поля является след тензоров энергии-импульса как материи, так и самого скалярного поля, был рассмотрен в [7].

Рассмотрим слабое сферически-симметричное статическое гравитационное поле. Положим $\phi = \phi_0 + \varphi$ и будем пренебрегать в данном случае потенциалом $V(\phi)$. В ньютоновском приближении свободные уравнения для тензорного и скалярного полей становятся независимыми и уравнение скалярного поля принимает вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\varphi}{dr} - \frac{k}{(1+2k\varphi)}\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = 0. \tag{9}$$

Решением уравнения (9) является функция

$$\varphi = \frac{1}{2k}\left[\left(B - \frac{A}{r}\right)^2 - 1\right], \tag{10}$$

где A and B – постоянные интегрирования. Из условия исчезновения скалярного поля на бесконечности следует, что $B = 1$, а константа A должна определяться из сшивки с соответствующим внутренним решением. Движение пробной частицы должно определяться действием

$$S^M = -mc\int ds, \tag{11}$$

where $ds^2 = f_{ik}dx^i dx^k$. Соответствующие уравнения движения принимают форму

$$\frac{Du^i}{ds} = -\frac{k}{1+2k\varphi}(u^i u^k - g^{ik})\varphi_{,k}\,, \tag{12}$$

где $u^i = dx^i/ds$ - 4-скорость, а символ D означает здесь ковариантный дифференциал в пространстве с метрикой g_{ik}. В ньютоновском приближении, когда сохраняется только компонента g_{00}, поле φ мало и трехмерными скоростями можно пренебречь, получим

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} - k{c_0}^2\frac{d\varphi}{dr} = a^N + a^{\varphi}, \tag{13}$$

где G - ньютоновская гравитационная постоянная, c_0 - скорость света. Используя (12), найдем

$$a^{\varphi} = {c_0}^2\left(-\frac{A}{r^2} + \frac{A^2}{r^3}\right). \tag{14}$$

Ускорение a^{φ} обращается в ноль при $r = A$, имеет минимальную отрицательную величину $r_0 = \frac{3}{2}A$ и должно играть роль на малых расстояниях от источника гравитационного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Klapdor-Kleingrothaus, H.V. Teilchenastrophysik / H.V. Klapdor-Kleingrothaus, K. Zuber. B.G .Teubner. GmbH, Stuttgart, 1997. – 364 p.
2. Peeble. P. J. E. Cosmological constant and dark energy / P. J. E. Peeble and B Rathra // Rev. Mod. Phys. – 2003. - Vol. 75 – p. 559-606.
3. Copeland, E.J. Dynamics of dark energy / E.J.Copeland [et al.] // J. Mod. Phys.D – 2006. - Vol. 15 – P. 1753-1956.
4. Matos, T. Spherical scalar field halo in a galaxy / T. Matos [et al.] // Phys. Rev. D – 2000. - Vol. 62 – P. 061301.
5 Logunov, A.A. The Theory of Gravity / A.A.Logunov. Nova Scifnce Publ. N.Y., 1998.- 319 p.
6. Горбунов, Д.С. Введение в теорию ранней Вселенной / Д.С. Горбунов ., В.А. Рубаков. ЛЕНАНД, 2016, - 616 с.
7. Dudko, I. Scalar field with the source in the form of the stress - energy tensor as the dark energy model / I. Dudko and Yu. Vyblyi // Gravitation. and Cosmology. - 2016. – Vol..22. N.4 – P. 368-373.

Yu.P. Vyblyi, A.A. Leonovich. Scalar-tensor theory of gravity in Minkowski space. The generalization of relativistic theory of gravity for the case of scalar-tensor interaction is considered. The possibility of introducing the effective graviton mass for interacting gravitational and nonlinear scalar fields is shown. In the Newtonian approximation the static spherically-symmetrical scalar field is considered.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію