

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗЛУЧАТЕЛЯ КОНФОРМНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С УЧЕТОМ ЕГО ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СВОЙСТВ

УДК 621.372.512

М. О. Бусел, А. А. Калинин, А. Г. Романович*

Предложена модель излучателя конформной антенной решетки апертурного типа с заданными поляризационными параметрами на основе элементов Гюйгенса. Ее использование обеспечивает расчет двух взаимно ортогональных компонент поля антенны.

A model of a conformal array radiator aperture type with setup polarized parameters based on the Huygens elements is offered. The usage of the model provides a calculation of two mutually orthogonal components of the antenna field.

Одним из перспективных типов антенн, предназначенных для сканирования в широком секторе углов, являются антенные решетки, излучающие элементы которых располагаются на конформных (выпуклых) поверхностях: цилиндрических, сферических, конических и др. Такие решетки имеют ряд преимуществ, основные из которых – возможность широкоугольного сканирования при неизменных или мало меняющихся характеристиках антенной решетки, а также возможность размещения излучающих элементов на неплоских поверхностях различных объектов [1, 2].

Размещение излучателей решетки на конформной поверхности приводит к различной ориентации излучателей в пространстве. Из-за этого в поле их излучения, помимо составляющей основной поляризации, присутствует паразитная, или кроссполяризационная, составляющая [1, 2]. Последняя оказывает негативное влияние на характеристики и параметры таких антенн, в частности наблюдаются снижение коэффициента усиления антенны, уменьшение мощности излучения на основной поляризации поля, снижение помехозащищенности радиотехнических систем. В целях уменьшения влияния отмеченных выше негативных факторов, а в ряде случаев и их полного устранения следует предусматривать возможность управления поляризацией отдельных излучателей конформных антенных решеток (КАР). Для этого необходимо выполнять анализ (и управление) поляризационной структуры поля излучения ее элементов [2]. Конформные антенные решетки могут использоваться в интегрированных радиоконплеках, радиолокационных комплексах, системах связи и сотовой связи и т. д.

Цель работы – разработка математической модели излучателя КАР с заданными поляризационными параметрами, обеспечивающей расчет двух взаимно ортогональных составляющих его поля излучения.

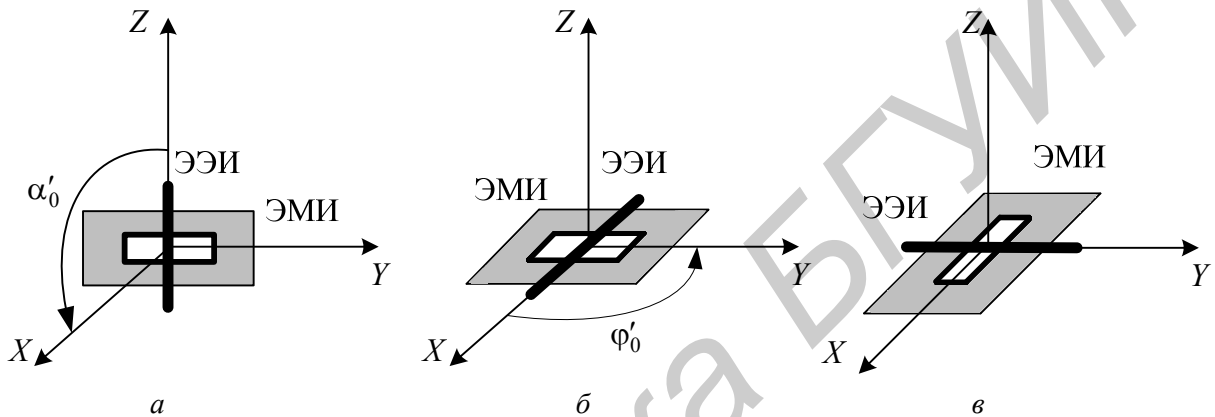
Конформная антенная решетка обеспечивает сканирование лучом неизменных ширины и формы в азимутальной (угломестной) плоскостях за счет перемещения излучающей области по поверхности решетки (так называемый коммутационный метод). При этом размеры, форма и количество элементов излучающей области остаются практически неизменными (конформное сканирование). Обычно излучающие элементы конформной антенной решетки располагаются над проводящей поверхностью. При наличии такой поверхности необходимо использовать модель излучателя апертурного типа. Такие излучатели по направленным свойствам близки к элементу Гюйгенса, представляемому в виде бесконечно малого участка волнового фронта плоской электромагнитной волны с линейной поляризацией [2]. При сравнительно больших значениях волнового радиуса проводящего цилиндра, конуса и сферы их диаграммы направленности (ДН) обычно имеют близкую к осесимметричной форму.

Рассмотрим выражение, описывающее результирующее поле излучателя конформной антенной решетки. Оно получено путем суперпозиции полей двух элементов Гюйгенса с взаимно ортогональными плоскостями поляризации через θ -ю и φ -ю компоненты:

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = \vec{\theta}_0 \left(\dot{W}_b \dot{E}_{b\theta}(\theta, \varphi) + \dot{W}_r \dot{E}_{r\theta}(\theta, \varphi) \right) + \vec{\varphi}_0 \left(\dot{W}_b \dot{E}_{b\varphi}(\theta, \varphi) + \dot{W}_r \dot{E}_{r\varphi}(\theta, \varphi) \right), \quad (1)$$

где \vec{W}_B и \vec{W}_r , $\vec{E}_B(\theta, \varphi)$ и $\vec{E}_r(\theta, \varphi)$ – комплексные весовые коэффициенты и векторы напряженности электрического поля вертикально и горизонтально поляризованных элементов Гюйгенса [2].

Получим выражение для поля излучения элемента Гюйгенса с вертикальной линейной поляризацией. Для этого рассмотрим элемент Гюйгенса как совокупность взаимно ортогональных элементарных электрического и магнитного излучателей (ЭЭИ и ЭМИ), центры которых расположены в одной точке. Излучатели ориентированы в пространстве так, что их оси составляют угол 90° с направлением распространения волны. Расположим элемент Гюйгенса вертикально в плоскости ZOY , его центр совместим с началом координат (рисунок 1, а). Пусть нормаль – вдоль OX . Будем осуществлять: поворот в вертикальной плоскости (вокруг оси OY) (рисунок 1, б), затем в горизонтальной плоскости (вокруг оси OZ) (рисунок 1, в).



а – начальное положение модели; б – поворот вдоль оси OY ; в – поворот вдоль оси OZ

Рисунок 1. – Модель элемента Гюйгенса в виде совокупности ЭЭИ и ЭМИ с вертикальной поляризацией (наклон ЭЭИ)

Наклон ЭЭИ. Вектор объемной плотности электрического тока \vec{j}^3 ориентирован вдоль оси элементарного электрического излучателя, а амплитуда тока в ЭЭИ примерно постоянна. Для расчета поля, создаваемого этим излучателем, введем декартову систему координат, сориентировав ось Z вдоль излучателя (см. рисунок 1, а). С учетом малых волновых размеров ЭЭИ вдоль любой из координатных осей и заданной ориентации тока в нем объемную плотность электрического тока запишем в виде

$$\vec{j}^3(x, y, z) = IL \delta(x) \delta(y) \delta(z) \vec{z}_0, \quad (2)$$

где I – амплитуда тока в ЭЭИ, А; IL – электрический момент излучателя, А·м;

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) \delta(y) \delta(z) dx dy dz = 1 \quad [3].$$

Наклоним ЭЭИ на некоторый угол α'_0 вокруг оси OY . Для этого используем матрицу поворота

$$M_y = \begin{bmatrix} \cos \alpha'_0 & 1 & -\sin \alpha'_0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha'_0 & 0 & \cos \alpha'_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Исходное положение элементарного электрического излучателя вдоль OZ будет описываться с помощью орта \vec{z}_0 выражением

$$\vec{z}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Тогда новое положение повернутого ЭЭИ на некоторый угол α'_0 запишется следующим образом:

$$\vec{Z}_1 = M_y \vec{z}_0 = \begin{bmatrix} -\sin\alpha'_0 \\ 0 \\ \cos\alpha'_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Выражение для электродинамического потенциала [3]:

$$A_0^{\mathfrak{A}} = IL \frac{e^{-ikr}}{4\pi r} \vec{z}_0, \quad (6)$$

где $\frac{e^{-ikr}}{4\pi r}$ – коэффициент, компенсирующий изменения амплитуды и фазы поля излучения ЭЭИ при распространении до плоского фронта волны (функция Грина).

На основании (6) электродинамический потенциал будет записан в форме

$$A^{\mathfrak{A}} = B \vec{z}_1, \quad (7)$$

где $B = IL \frac{e^{-ikr}}{4\pi r}$.

Из (5) и (7) следует:

$$A^{\mathfrak{A}} = B(-\sin\alpha'_0 \vec{x}_0 + \cos\alpha'_0 \vec{z}_0). \quad (8)$$

В выражении (8) коэффициент B можно опустить, так как он имеет постоянное значение и необходим при нормировке.

Связь прямоугольных и сферических ортов выражается следующим матричным равенством [3]:

$$\begin{pmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{y}_0 \\ \vec{z}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta \cos\varphi & \cos\theta \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\theta \sin\varphi & \cos\theta \sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r}_0 \\ \vec{\theta}_0 \\ \vec{\varphi}_0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Тогда воспользуемся (9) и получим

$$\left. \begin{aligned} \vec{x}_0 &= \vec{r}_0 \sin \theta \cos \varphi + \vec{\theta}_0 \cos \theta \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi; \\ \vec{z}_0 &= \vec{r}_0 \cos \theta - \vec{\theta}_0 \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Составляющие поля, описываемые ортом \vec{r}_0 в дальней зоне, отсутствуют [3], тогда выражение (10) с учетом (8) запишется в следующем виде:

$$\vec{E}_{\text{ЭЭИ}} = -\sin \alpha'_0 (\vec{\theta}_0 \cos \theta \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi) - \cos \alpha'_0 \vec{\theta}_0 \sin \theta. \quad (11)$$

Перегруппируем выражение (11):

$$\vec{E}_{\text{ЭЭИ}} = \vec{\theta}_0 (-\sin \alpha'_0 \cos \theta \cos \varphi - \cos \alpha'_0 \sin \theta) + \vec{\varphi}_0 (\sin \alpha'_0 \sin \varphi). \quad (12)$$

Выражение (12) описывает θ -ю и φ -ю составляющие ЭЭИ, наклоненного на угол $\alpha'_0 = 90^\circ$ (рисунок 1, б).

Наклон ЭМИ. Для получения составляющих поля излучения ЭМИ воспользуемся принципом двойственности уравнений Максвелла. Для этого необходимо повернуть ЭЭИ на угол

$$\beta = 90^\circ \quad (13)$$

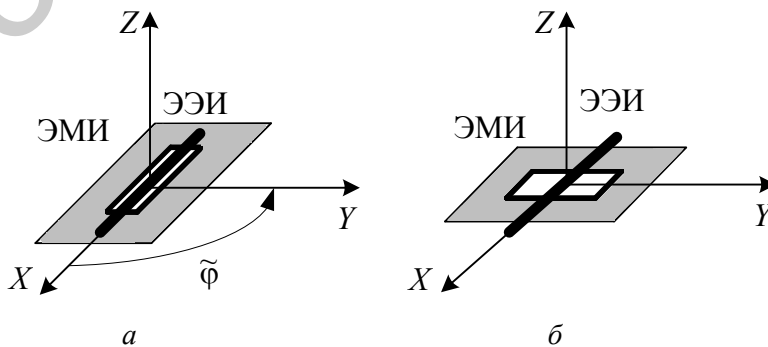
в плоскости ZOX . При этом компоненты электрического и магнитного полей взаимно заменяются:

$$\vec{E} \Leftrightarrow \vec{H}. \quad (14)$$

В результате из (12) с учетом (13) и (14) получим

$$\vec{E}_{\text{ЭМИ}} = \vec{\theta}_0 \sin \varphi - \vec{\varphi}_0 (\cos \theta \cos \varphi). \quad (15)$$

Выражение (15) описывает θ -ю и φ -ю составляющие ЭМИ, наклоненного на угол $\beta = 90^\circ$ (рисунок 2, а).



а – начальное положение модели; б – поворот вдоль оси OY

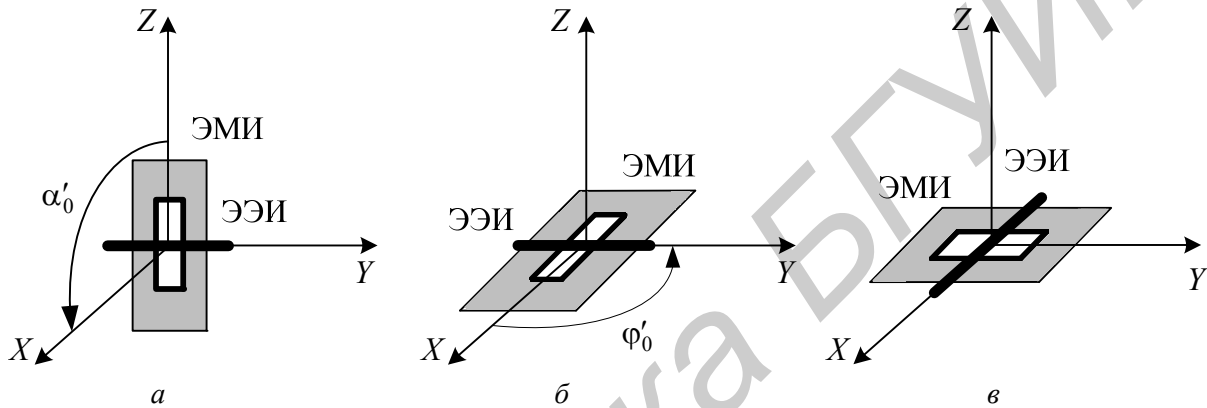
Рисунок 2. – Модель элемента Гюйгенса в виде совокупности ЭЭИ и ЭМИ с вертикальной поляризацией (наклон ЭМИ)

Для того чтобы плоскости поляризации ЭЭИ и ЭМИ совпадали, ЭМИ необходимо повернуть на угол $\tilde{\varphi} = 90^\circ$. С помощью формул приведения выражение (15) запишется в следующем виде:

$$\vec{E}_{\text{ЭМИ}} = \vec{\theta}_0 \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 (\cos \theta \sin \varphi). \quad (16)$$

Из (16) следует, что поле излучения ЭМИ не зависит от угла поворота ЭМИ в вертикальной плоскости (рисунок 2, б).

По аналогии найдем поле излучения элемента Гюйгенса с горизонтальной линейной поляризацией. Для этого расположим элемент Гюйгенса горизонтально в плоскости ZOY , его центр совместим с началом координат (рисунок 3, а). Пусть нормаль – вдоль OX . Осуществлять: поворот в вертикальной плоскости (вокруг оси OY) (рисунок 3, б), затем в горизонтальной плоскости (вокруг оси OZ) (рисунок 3, в).



а – начальное положение модели; б – поворот вдоль оси OY ; в – поворот вдоль оси OZ

Рисунок 3. – Модель элемента Гюйгенса в виде совокупности ЭЭИ и ЭМИ с горизонтальной поляризацией

Выражения для поля излучения элемента Гюйгенса получены по аналогии с предыдущим случаем и запишутся в следующем виде:

$$\vec{E}_{\text{ЭМИ}} = \vec{\theta}_0 (\sin \alpha'_0 \sin \varphi) + \vec{\varphi}_0 (-\sin \alpha'_0 \cos \theta \cos \varphi - \cos \alpha'_0 \sin \theta); \quad (17)$$

$$\vec{E}_{\text{ЭЭИ}} = -\vec{\theta}_0 (\cos \theta \sin \varphi) + \vec{\varphi}_0 \cos \varphi. \quad (18)$$

Из выражения (18) видно, что поле излучения ЭЭИ не зависит от угла поворота ЭЭИ в вертикальной плоскости (рисунок 3, в).

Для удобства расчета поля излучения конформной антенной решетки необходимо модель излучателя элемента Гюйгенса как с вертикальной, так и с горизонтальной поляризацией повернуть на угол $\alpha'_0 = -90^\circ$.

В выражении (1) комплексные весовые коэффициенты \dot{W}_v и \dot{W}_r обеспечивают формирование поля излучения элемента конформной антенной решетки с требуемыми поляризационными параметрами. Порядок нахождения данных коэффициентов представлен на рисунке 4.

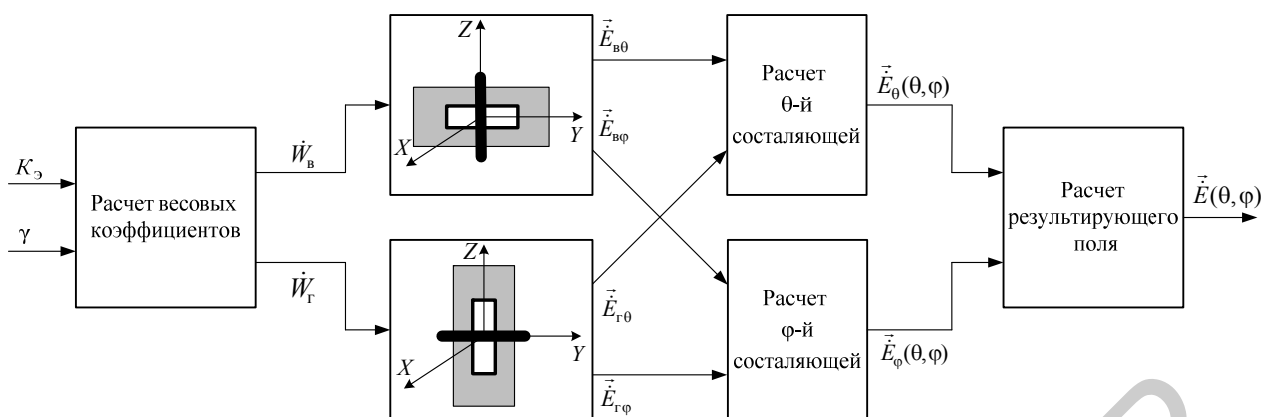


Рисунок 4. – Графическое представление математической модели

На рисунке 4 представлен алгоритм, реализующий методику нахождения результирующего поля излучателя апертурного типа, а также θ -й и φ -й компоненты поля излучения, содержащий следующие пункты:

1. Задать значения коэффициента эллиптичности K_3 и угла наклона плоскости поляризации γ .
2. Рассчитать весовые коэффициенты W_v и W_r .
3. Составить систему уравнений для фаз возбуждения φ_v и φ_r .
4. Получить выражения для комплексных весовых коэффициентов \dot{W}_v и \dot{W}_r .
5. Рассчитать поле излучения вертикально \vec{E}_v и горизонтально \vec{E}_r поляризованных элементов Гюйгенса по θ -й и φ -й составляющим поля излучения.
6. Рассчитать θ -й и φ -й составляющие поля излучения.
7. Оценить правильность расчета двух составляющих поля излучения путем нахождения результирующего поля $E(\theta, \varphi)$.

Согласно первому пункту вышеизложенной методики в зависимости от требований к результирующей диаграмме направленности КАР необходимо задаться значениями коэффициента эллиптичности $K_3 = E_{\min}/E_{\max}$, рассчитываемыми как отношение полуосей эллипса E_{\min} и E_{\max} , а также углом наклона плоскости поляризации γ (рисунок 5). На основании этих двух параметров можно перейти к описанию поляризационного эллипса через параметры m и τ :

$$m = \sqrt{\frac{\sin^2 \gamma + (K_3 \cos \gamma)^2}{\cos^2 \gamma + (K_3 \sin \gamma)^2}}; \quad (19)$$

$$\tau = \arctg \left(\frac{2K_3}{(1 - K_3^2) \sin 2\gamma} \right), \quad (20)$$

где отношение амплитуд составляющих поля $m = E_{my}/E_{mx}$ (E_{mx} и E_{my} – максимальные значения проекций вектора комплексной амплитуды напряженности электрического поля на оси x и y); разность их фаз $\tau = \varphi_y - \varphi_x$ (φ_x и φ_y – начальные фазы проекций вектора комплексной амплитуды напряженности электрического поля на оси x и y).

Из выражений (19), (20) видно, что для описания результирующего поля конформной антенной решеткой достаточно задать два параметра: K_3 и γ .

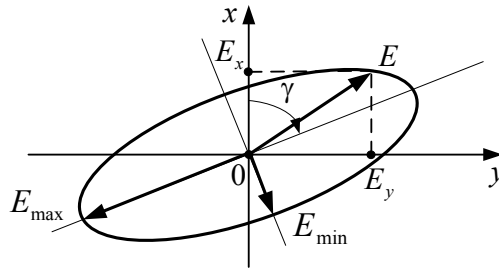


Рисунок 5. – Поляризационный эллипс

В соответствии со вторым пунктом требуется рассчитать амплитуды возбуждения вертикально W_B и горизонтально W_Γ поляризованных элементов Гюйгенса. Данные весовые коэффициенты можно найти из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} W_B^2 + W_\Gamma^2 &= 1; \\ \frac{W_\Gamma}{W_B} &= \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Далее после несложных преобразований получаем выражения для W_B и W_Γ :

$$\left. \begin{aligned} W_B &= \sqrt{\frac{1}{m^2 + 1}}; \\ W_\Gamma &= m W_B. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Согласно третьему пункту для расчета фазы возбуждения вертикально и горизонтально поляризованных элементов Гюйгенса необходимо в выражении $\tau = \varphi_B - \varphi_\Gamma$ приравнять к нулю фазу возбуждения горизонтально поляризованного элемента Гюйгенса $\varphi_\Gamma = 0$. Тогда $\tau = \varphi_B$.

В соответствии с четвертым пунктом рассчитываются комплексные весовые коэффициенты \dot{W}_B и \dot{W}_Γ . Для этого необходимо объединить амплитуды и фазы возбуждения вертикально и горизонтально поляризованных элементов Гюйгенса. Выражения для весовых коэффициентов будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{W}_B &= W_B \exp(i \tau); \\ \dot{W}_\Gamma &= W_\Gamma. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Согласно пятому пункту составляющие поля излучения \vec{E}_B и \vec{E}_Γ , ориентированные вдоль различных осей прямоугольной системы координат, можно найти, воспользовавшись данными из [2], где приводятся выражения для комплексных амплитуд поля элементарных излучателей при их различной ориентации относительно осей прямоугольной системы координат.

Расчет составляющих поля излучения $\vec{E}_\theta(\theta, \varphi)$ и $\vec{E}_\varphi(\theta, \varphi)$ согласно шестому пункту можно получить путем сложения составляющих полей вертикально и горизонтально поляризованных элементов Гюйгенса по каждой из составляющих. Компоненты поля по θ -й и φ -й составляющим поля излучения описываются следующими выражениями:

$$\vec{E}_\theta(\theta, \varphi) = \vec{E}_{B\theta}(\theta, \varphi) + \vec{E}_{\Gamma\theta}(\theta, \varphi); \quad (24)$$

$$\vec{E}_\varphi(\theta, \varphi) = \vec{E}_{B\varphi}(\theta, \varphi) + \vec{E}_{\Gamma\varphi}(\theta, \varphi). \quad (25)$$

Для проверки адекватности разработанной математической модели излучателя апертурного типа для КАР проводилось моделирование результирующей поля излучателя согласно седьмому пункту по выражению

$$E(\theta, \varphi) = \sqrt{E_{\theta}(\theta, \varphi)^2 + E_{\varphi}(\theta, \varphi)^2} . \quad (26)$$

По методике, представленной выше, можно также получить модель излучателя вибраторного типа для КАР. Для этого необходимо исключить поле излучения ЭМИ и учитывать излучение только одного элементарного электрического излучателя.

На основании представленной модели проведен расчет ДН элемента конформной антенной решетки в виде излучателя апертурного типа по θ -й и φ -й составляющим поля излучения при $\theta = 180$, $\varphi = 0$ (рисунок 7). Как известно, сферическая система координат имеет диапазон изменения углов $\theta = 0 \dots 180$, $\varphi = 0 \dots 360$. В то же время наличие проводящего экрана накладывает ограничения на области значений ДН излучателя. На основании этого необходимо ограничить ДН элемента конформной антенной решетки (рисунок 8) [1].

На основании предложенной модели проведены расчеты ДН элемента конформной антенной решетки в виде излучателя апертурного типа по θ -й и φ -й составляющим поля излучения при различных значениях γ (рисунок 9) и K_3 (рисунок 10) для направления максимального излучения $\theta = 0$, $\varphi = 90$. Анализ ДН позволяет сделать вывод о наличии двух взаимно ортогональных компонентов поля даже при использовании излучателя с линейной поляризацией. Из рисунков 8 и 9 видно, что на результирующую ДН излучателя апертурного типа КАР не влияют ни угол наклона плоскости поляризации, ни коэффициент эллиптичности. Указанный факт свидетельствует об адекватности данной математической модели.

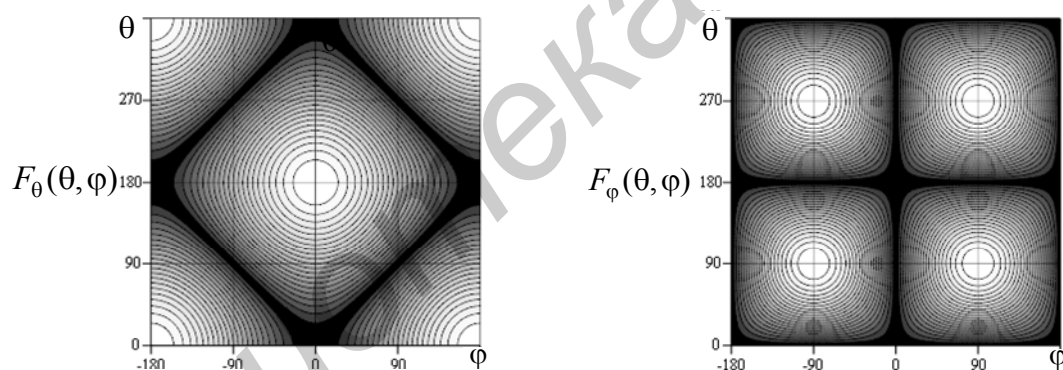


Рисунок 7. – ДН излучателя апертурного типа по θ -й и φ -й составляющим поля излучения

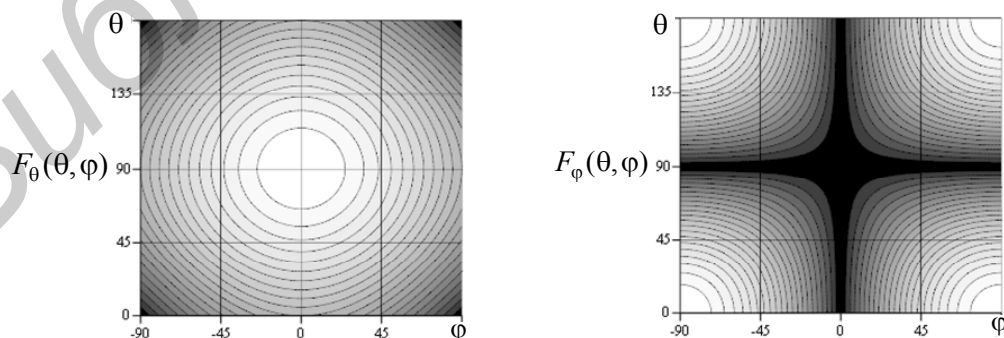


Рисунок 8. – ДН излучателя апертурного типа по θ -й и φ -й составляющим поля излучения с учетом проводящего конформного экрана и диапазона углов сферической системы координат

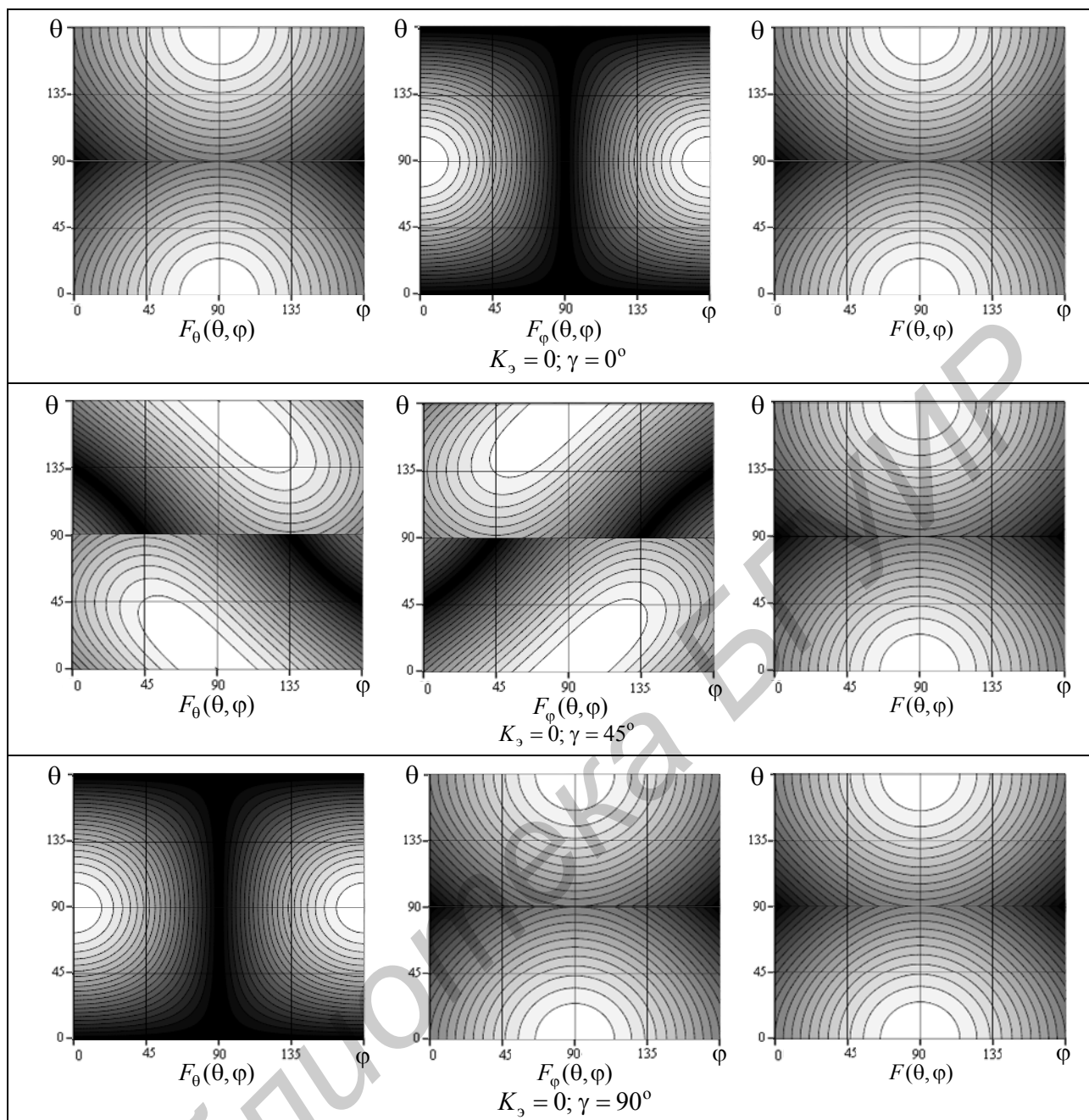


Рисунок 9. – ДН излучателя апертурного типа с линейной поляризацией и различными значениями угла наклона плоскости поляризации

Исследования математической модели излучателя конформной антенной решетки с учетом его поляризационных свойств показали, что поляризация поля антенны определяется заданными значениями коэффициента эллиптичности и угла наклона плоскости поляризации. Использование модели позволит рассчитывать θ -ю и φ -ю составляющие поля излучения произвольно расположенного элемента антенной решетки с различной ориентацией в горизонтальной и вертикальной плоскостях. В статье показано, что на амплитудную диаграмму направленности модели излучателя не оказывают влияние ни угол наклона плоскости поляризации, ни коэффициент эллиптичности. Наличие такой модели позволит выполнять предварительные расчеты конформных антенных решеток на этапе проектирования.

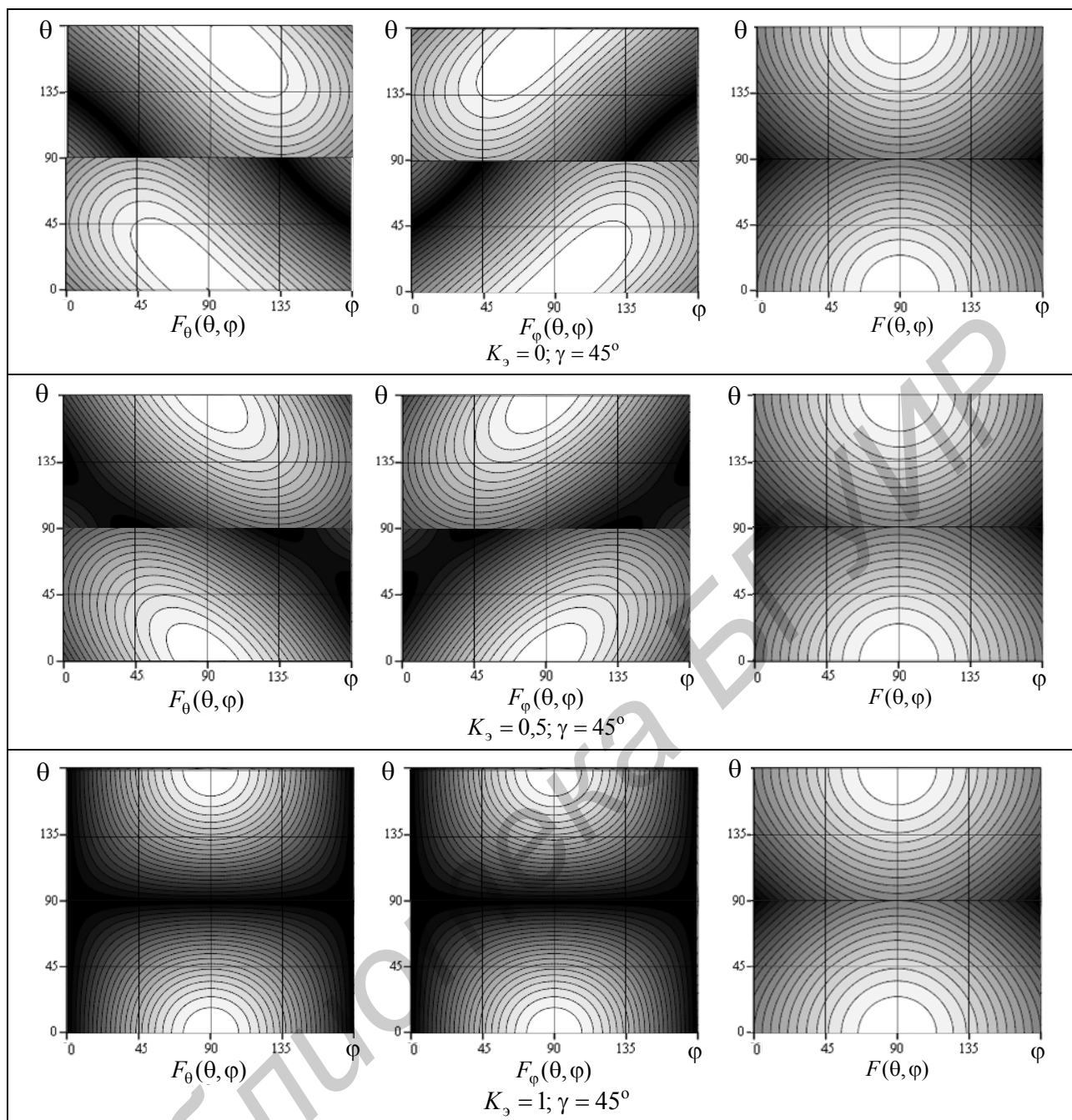


Рисунок 10. – ДН излучателя апертурного типа с различными значениями K_s

Список литературы

1. Josefsson, L. Conformal array antenna theory and design / L. Josefsson, P. Persson. – New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2006. – 488 p.
2. Калинин, А. А. Математическая модель излучателя ЦАР с учетом его поляризационных свойств / А. А. Калинин, М. О. Бусел, А. Г. Романович // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2014. – № 3. – С. 76–85.
3. Марков, Л. Н. Антенные системы радиоэлектронной техники / Л. Н. Марков. – М.: Воениздат, 1993. – 368 с.

*Сведения об авторах:

Бусел Михаил Олегович,
 УО «Военная академия Республики Беларусь»;
 Калинин Александр Александрович,
 НПОО (ОКБ ТСП);
 Романович Александр Геннадьевич,
 УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».
 Статья поступила в редакцию 25.04.2016 г.