РАВНОМЕРНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ И КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ НА ОТРЕЗКЕ

Т.С. Мардвилко[1], **А.А. Пекарский**[2]

[1] Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь
mardvilko@mail.ru

[2] Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
pekarskii@gmail.com

Через $L_\infty(I)$ и $C(I)$ обозначим соответсвенно банаховы пространства действительных существенно ограниченных и непрерывных функций на отрезке I $(I := [-1,1])$. Для $\alpha > 0$ и $p \in (0,\infty)$ через $B_p^\alpha = B_p^\alpha(I)$ обозначим пространство Бесова [1].

Пусть функция $g(x)$ определена на отрезке I и интегрируема на нём с весом $1/\sqrt{1-x^2}$. Тогда $\hat{g}(x)$ — функция, сопряжённая $g(x)$, определяется следующим образом:

$$\hat{g}(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\pi} \int\limits_I \frac{g(t)}{t-x} \cdot \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}, \quad x \in I,$$

где сингулярный интеграл понимается в смысле главного значения по Коши.

Через $\mathcal{R}_n$ обозначим множество рациональных функций степени не выше n. Для $n, s \in \mathbb{N}$ через $\Pi_n^s = \Pi_n^s(I)$ обозначим множество кусочно-полиномиальных функций, определённых на I, степени не выше $s-1$ с не более чем n узлами. Мы подразумеваем под $R_n(g)_\infty$ и $E_n^{(s)}(g)_\infty$ наилучшие приближения в $L_\infty(I)$ функции $g \in C(I)$ множествами $\mathcal{R}_n$ и Π_n^s соответственно.

Эквивалентность $(i) \Leftrightarrow (iii)$ из сформулированной ниже теоремы получена ранее вторым из авторов [2]. Основной результат настоящей работы заключается в том, что к условиям (i), (iii) мы добавили ещё одно эквивалентное условие (ii).

Теорема [3]. *Пусть* $\alpha > 1$, $s \in \mathbb{N} \cap (\alpha, \infty)$ *и* $g \in C(I)$. *Тогда следующие условия равносильны:*

(i) $\sum_{n=1}^{\infty}(R_n(g)_\infty)^{1/\alpha} < \infty$;

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty}(E_n^{(s)}(g)_\infty)^{1/\alpha} < \infty$, $\sum_{n=1}^{\infty}(E_n^{(s)}(\hat{g})_\infty)^{1/\alpha} < \infty$;

(iii) $g \in B_{1/\alpha}^{\alpha}$.

Вторым из авторов в [4] были получены аналогичные результаты для периодического случая.

Работа выполнена в рамках программы ГПНИ НАН Беларуси «Конвергенция».

Литература

1. DeVore R. A., Lorenz G. G. *Constructive Approximation.* Berlin, Heidelberg, New York.: Springer-Verlag, 1993.

2. Пекарский А. А. *Чебышёвские рациональные приближения в круге, на окружности и на отрезке* // Матем. сб. 1987. Т. 133, № 1. С. 86–102.

3. Мардвилко Т. С., Пекарский А. А. *Сопряжённые функции на отрезке и их связь с равномерными рациональными и кусочно-полиномиальными приближениями* // Матем. заметки. 2016. Т. 99, № 2. С. 248–261.

4. Пекарский А. А. *Сопряжённые функции и их связь с равномерными рациональными и кусочно-полиномиальными приближениями* // Матем. сб. 2014. Т. 206, № 2. С. 175–182.