

УДК 612.382

В. Г. Назаренко*

*Назаренко Валерий Григорьевич, к.т.н., директор
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск, Республика Беларусь
iit@bsuir.by

И. В. Полторецкая*

*Полторецкая Полина Владимировна, заместитель начальника учебного отдела
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск, Республика Беларусь
iit@bsuir.by

Г. М. Шахлевич*

*Шахлевич Григорий Михайлович, к.ф.-м.н, заместитель директора по научно-методической работе
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск, Республика Беларусь
iit@bsuir.by

ДИНАМИЧЕСКИЕ АЧХ ЭЛЕКТРОННЫХ И МЕХАНИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Ключевые слова: анализаторы спектра, резонаторы, нестационарные колебания, параметры динамических характеристик.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование динамических амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) электронных и механических резонаторов. Путём моделирования нестационарных колебаний определены параметры, характеризующие положение АЧХ в зависимости от скорости и закона сканирования частоты. Экспериментальные данные с хорошей степенью соответствия подтверждают теоретические результаты, которые могут быть использованы при проектировании анализаторов спектра.

Теория нестационарных колебаний является предметом многочисленных исследований не только в радиотехнике (Харкевич А., Федотов Д., Турбович И., Хлыткин С. и другие), но и в механике (Кац А., Голоскоков Е., Филиппов А., Ленк А., Ныге Н., Нейт Н., Назаренко В. и другие). Точные значения комплексного коэффициента передачи (отношение амплитуд выходного и входного воздействий) получают при вычислении интеграла [1]

$$K_{11} = \int_0^t g(\tau) e^{-i\omega\tau} e^{iv_0\tau^2} d\tau, \quad (1)$$

где $g(\tau)$ – импульсная реакция резонатора, ω – мгновенная угловая частота, v_0 – скорость её сканирования.

С ростом скорости развёртки АЧХ колебательного контура деформируется: её пик смещается вправо и вниз, а острота пика уменьшается. При малых

длительностях анализа сигнал попадает в полосу частот колебательного контура на небольшое время, и контур не успевает на него реагировать. При малых длительностях развёртки возникают биения между частотой сигнала и частотой собственных колебаний контура, а на спаде кривой АЧХ наблюдаются характерные колебания. Поэтому величину скорости сканирования выбирают такой, чтобы время изменения частоты в резонансной полосе контура было больше времени нарастания амплитуды колебаний при резонансе до установившегося значения. Нелинейная развёртка ведёт к разному расширению АЧХ по временной оси. Поэтому в анализаторах спектра, как правило, используют линейную развёртку с постоянной скоростью [2].

В инженерной практике обычно находят только некоторые параметры, определяющие динамическую характеристику:

1. Смещение максимума динамической характеристики относительно максимума стационарной АЧХ.
2. Изменение величины максимума коэффициента динамичности.
3. Расширение динамической характеристики относительно стационарной.
4. Смещение динамической характеристики относительно стационарной.

Вопросы расчёта и построения анализаторов спектра, содержащих электронные резонаторы и использующих модулированное по частоте испытательное напряжение, совпадают с задачей выбора режимов вибрационных испытаний изделий в условиях нестационарных колебаний, так как требуют определения одних и тех же параметров динамической характеристики. Поэтому решение интеграла (1) представляет интерес и с точки зрения механики. Для его упрощения заменяют верхний предел на бесконечность, принимают скорость $v_{\omega} \rightarrow 0$ и получают выражение для статического коэффициента передачи K как преобразование Фурье импульсной реакции. Находят разность между коэффициентами передачи [1]

$$\Delta K = K_{II} - K = \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-i\omega\tau} (e^{i v_{\omega} \tau^2} - 1) d\tau. \quad (2)$$

Полагая аргумент $v_{\omega} \tau^2$ малым для всех значений τ , когда убывающая функция $g(\tau)$ имеет ещё заметную величину, раскладывают выражение в круглых скобках под знаком интеграла (2) в степенной ряд и ограничиваются двумя членами разложения. Затем получают формулы для определения параметров динамической характеристики электронного резонатора. Будем рассматривать резонаторы с симметричными характеристиками, к которым относится и линейная механическая система с одной степенью свободы и вязким трением, принятая в качестве расчётной модели механического резонатора.

Тогда модуль максимального относительного значения коэффициента передачи будет равен

$$K_{II_{\max}} = \sqrt{1 - \mu^2}, \quad (3)$$

где $\mu = 4\nu_{\omega} / \Delta\omega_0^2$ – безразмерный параметр, $\Delta\omega = \omega_0 / Q$ – ширина резонансной полосы, ω_0 – угловая частота собственных недемпфированных колебаний резонатора, Q – его добротность.

Для сравнения параметров динамической характеристики электронного и механического резонаторов выразим параметр μ через приведённое число колебаний, характеризующее число возбуждающих колебаний в резонансной полосе, приходящееся на единицу добротности [3]:

$$n_Q = \frac{\omega_0^2}{Q^2 \nu_{\omega}}, \mu = 4 / n_Q. \quad (4)$$

Тогда формулу (3) можно представить в виде

$$K_{Помк} = \sqrt{1 - 16 / n_Q^2}. \quad (5)$$

В работах [4, 5] приведено решение дифференциального уравнения движения линейной механической системы с одной степенью свободы при кинематическом возбуждении (за счёт движения опорного основания). В результате получен коэффициент передачи системы по ускорению в условиях нестационарных колебаний:

$$K_f = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \left| \int_0^t \left(\omega_0 - i \frac{\omega(\tau)}{Q} \right) e^{\frac{\omega_0}{2Q}(t-\tau) - i\omega(\tau)} \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (t - \tau) \right] d\tau \right|. \quad (6)$$

Рассмотрим экспоненциальный закон сканирования частоты, который характеризуется постоянством времени прохождения резонансной полосы для всех испытываемых изделий

$$f_1 = f_n e^{\vartheta_1 \cdot \ln 2}, \quad (7)$$

где скорость сканирования частоты (октава/с) равна

$$\vartheta_{1f} = \frac{\ln(f_n / f_u)}{T \ln 2}, \quad (8)$$

f_n и f_u – соответственно нижняя и верхняя частота диапазона испытаний, T – время однократного прохождения диапазона частот, с.

При линейном законе постоянна скорость сканирования частоты ϑ_{2f} (Гц/с)

$$f_2 = f_u - \vartheta_{2f} T. \quad (9)$$

Для экспоненциального и линейного законов сканирования частоты расчёт приведённого числа колебаний выполняем по формулам:

$$n_1 Q = \frac{\omega_0}{Q^2 \nu_{1\omega} \ln 2}, \quad n_2 Q = \frac{\omega_0^2}{Q^2 \nu_{2\omega}}. \quad (10)$$

Функции $\varphi(\tau)$ в выражении (6) получим путем интегрирования зависимостей (7) и (8). По действительной $Re J$ и мнимой $Im J$ частям интеграла (6)

$$Re J = \int_0^t e^{\frac{\omega_0}{2Q}(t-\tau)} \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (t-\tau) \right] \left(-\frac{\omega(\tau)}{Q} \sin \varphi(\tau) - \omega_0 \cos \varphi(\tau) \right) d\tau, \quad (11)$$

$$Im J = \int_0^t e^{\frac{\omega_0}{2Q}(t-\tau)} \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (t-\tau) \right] \left(\frac{\omega(\tau)}{Q} \cos \varphi(\tau) + \omega_0 \sin \varphi(\tau) \right) d\tau, \quad (12)$$

можно вычислить коэффициент передачи по ускорению

$$K_j = \frac{\sqrt{(Re J)^2 - (Im J)^2}}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}}. \quad (13)$$

Моделирование нестационарных колебаний проводили при разных значениях приведенного числа колебаний и добротности для экспоненциального и линейного законов сканирования на рис. 1 представлены АЧХ механической системы при линейном законе сканирования частоты.

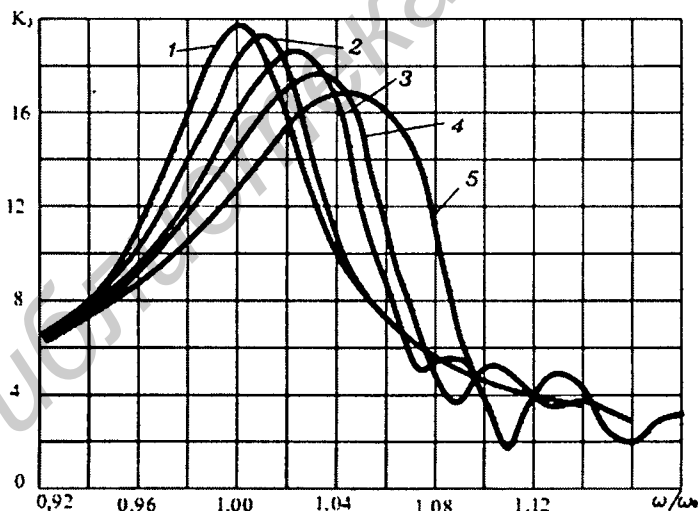


Рис. 1. АЧХ механической системы: 1 – при установившихся колебаниях;

2 – при нестационарных колебаниях для $n_{2Q} = 12,96$,

3 – при $n_{2Q} = 5,76$, 4 – при $n_{2Q} = 4,00$; 5 – при $n_{2Q} = 2,56$

Находили t_{max} – время достижения частоты ω_{max} , при которой коэффициент передачи имеет максимальное значение K_{jmax} , t_1 и t_2 – время достижения граничных частот ω_1 и ω_2 динамической резонансной полосы $\Delta\omega_j = \omega_2 - \omega_1$, которые определяли при значениях $K_j = K_{jmax} / \sqrt{2}$ (рис. 2). Используя формулы (7) и (9), рассчитывали частоты ω_{max} , ω_1 , ω_2 при найденных значениях t_{max} , t_1 , t_2 соответственно и среднюю частоту АЧХ

$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2). \quad (14)$$

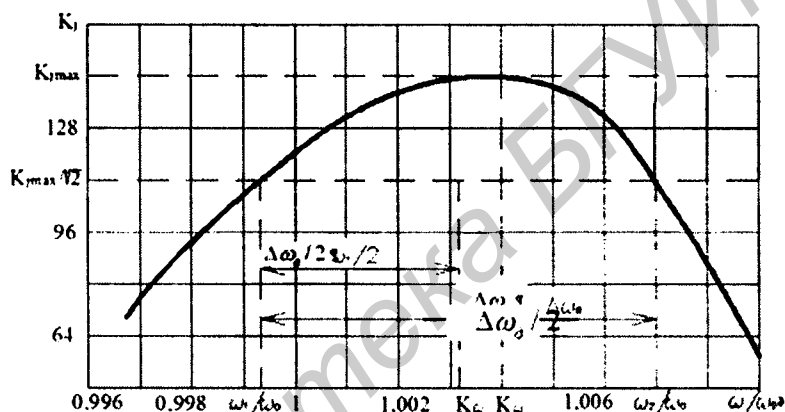


Рис. 2. Параметры динамической АЧХ

По результатам обработки данных подобраны эмпирические формулы, достоверность которых подтверждена экспериментально. Для расчета относительного коэффициента передачи по ускорению $K_{jотн}$ механического резонатора использовали формулу:

$$K_{jотн} = \left(1 - \frac{0,708}{\sqrt{n_Q} e^{0,565 \sqrt{n_Q}}} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Коэффициент расширения динамической резонансной полосы электронного резонатора определяют по формуле [1]

$$K_{\Delta\omega} = 1 - 1,25\mu^2, \quad (16)$$

а с учетом соотношения (4) он будет равен

$$K_{\Delta\omega} = 1 - 20 n_Q^2. \quad (17)$$

Расчёт коэффициента расширения полосы $K_{\Delta\omega}$ для экспоненциального и линейного законов сканирования частоты соответственно можно выполнить по формулам:

$$K_{1\Delta\omega} = \frac{\Delta\omega_d}{\Delta\omega_0} = 1 - \frac{1,8 - 0,048Q + 3Q\sqrt{n_{1Q}}}{Qn_{1Q}(1 + 0,435\sqrt{n_{1Q}})^2} \cdot \frac{1}{1 + 0,0675(\sqrt{n_{1Q}} - 2)^2}, \quad (18)$$

$$K_{2\Delta\omega} = 1 - \frac{1,8 - 0,048Q - 3Q\sqrt{n_{2Q}}}{Qn_{2Q}(1 - 0,435\sqrt{n_{2Q}})^2} \cdot \frac{1}{1 - 0,0675(\sqrt{n_{2Q}} - 2)^2}. \quad (19)$$

Его величина при $n_Q > 8$ практически не меняется при изменении добротности Q .

Смещение максимума динамической АЧХ электронного резонатора

$$S = 2\mu \quad (20)$$

выражают в единицах обобщённой расстройки [1]:

$$x = \frac{2(\omega - \omega_0)Q}{\omega_0}. \quad (21)$$

Используя выражения (4), (20), (21), коэффициент смещения частоты максимума можно выполнить по формуле:

$$K_{\omega} = \frac{\omega_{\max}}{\omega_0} = 1 \pm \frac{4}{Qn_Q}. \quad (22)$$

Знак "+" соответствует возрастанию, а "-" – убыванию частоты возбуждения.

Для механического резонатора K_{ω} определяли по формуле:

$$K_{\omega} = \frac{\omega_{\max}}{\omega_0} = 1 \pm \frac{2,26}{Q\sqrt{n_Q}(1 - 0,394\sqrt{n_Q})}. \quad (23)$$

Центр динамической резонансной полосы смещён относительно частоты ω_0 на величину

$$\mu = \frac{1}{2}(S_1 - S_2), \quad (24)$$

где S_1 и S_2 – смещение граничных частот ω_1 и ω_2 полюсы соответственно, выраженное в единицах обобщённой расстройки.

Используя выражения (4), (21), (24), можно рассчитать коэффициент смещения средней частоты динамической полосы ω относительно частоты собственных колебаний

$$K_{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0} = 1 \pm \frac{2}{Qn_Q}. \quad (25)$$

Для механического резонатора для расчёта K_{ω} предлагается формула:

$$K_{1c} = \frac{\sigma}{\omega_0} = 1 \pm \frac{2,3}{Q\sqrt{n_1 Q (1 - 0,7\sqrt{n_1 Q})}} \quad (26)$$

$$K_{2c} = 1 \pm \frac{2,19}{Q\sqrt{n_2 Q (1 - 0,7\sqrt{n_2 Q})}} \quad (27)$$

С учётом принятых допущений при решении интеграла (1) область применения формул (3), (16), (20), (24) ограничивают величиной $\mu < 1,3$ ($n_Q > 12$), а при μ порядка единицы они вообще не применимы [1]. В работе [6] приведены данные по экспериментальной проверке соответствия динамических АЧХ расчётным. Отмечается, что наилучшее совпадение получается с данными о расширении резонансной полосы и сдвиге максимума по частоте при значениях $\mu = 1,5 \dots 2$ ($n_Q = 2 \dots 2,67$). Данные о снижении максимума коэффициента динамичности удовлетворительно совпадают только до значений $\mu < 0,5$ ($n_Q > 8$). Эксперименты выполнены с помощью анализатора, снабжённого для этой цели фильтрами разной разрешающей способности.

Результаты моделирования нестационарных колебаний на аналоговой электронной схеме [7] также подтверждают возможность применения предложенных формул. Кроме того, авторами проводились собственные эксперименты с механическими резонаторами, расчётные параметры динамических АЧХ которых хорошо согласуются с параметрами электронных резонаторов.

Выводы

1. При равенстве добротности и приведённого числа возбуждающих колебаний в резонансной полосе колебательной системы величина смещения максимума динамической АЧХ не зависит от закона сканирования частоты.
2. Максимальная амплитуда нестационарных колебаний резонатора для тех же условий не меняется при изменении закона сканирования частоты.
3. Выбор нижней частоты диапазона сканирования частоты не влияет на параметры динамической АЧХ при выполнении указанных в п.1 равенств.
4. Частота смещения максимума АЧХ при нестационарных колебаниях не зависит от вида возбуждения (силовое или кинематическое).
5. Закон сканирования частоты влияет на величину средней частоты АЧХ и ширину динамической резонансной полосы.
6. Предложенные формулы с хорошей степенью соответствия описывают реальные динамические процессы.
7. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании анализаторов спектра на основе параметров динамической АЧХ при как угодно большой скорости сканирования частоты возбуждения, если скорость постоянная.

Библиографический список

1. Харкевич, А.А. Избранные труды: В 3 т. Линейные и нелинейные системы. – М.: Наука, 1973. – Т.2. 566 с.
2. Афонский, А.А., Дьяконов, В.П. Цифровые анализаторы спектра, сигналов и логики. Серия «Библиотека инженера». – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. 248 с.
3. Назаренко, В.Г. Динамические характеристики резонаторов при воздействии изменяющейся частоты / В.Г. Назаренко // Современные средства связи: Материалы конференции. Известия Белорусской инженерной академии. – 2005. – № 1(19)5. – С.123-125.
4. Назаренко, В.Г. Оценка параметров нестационарных колебаний механической системы с одной степенью свободы в процессе вибронасытаний / В.Г. Назаренко, Е.Б. Далеская, П.В. Миронова // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 2 (15). – С. 51-53.
5. Nazarenko, V. Dynamic characteristics of resonators under the action of varying frequency / V. Nazarenko, P. Mironova, V. Polubok // 56 International Wissenschaftliches Kolloquium [Электронный ресурс]. – 2011. – Режим доступа: URN (Paper):urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011iwk-018-9. – Дата доступа: 20.12.2011.
6. Федотов, Д.П. О выборе схемы и параметров автоматического анализа вибраций – Вибрационная техника: Материалы семинара. – М.: МД НТИ, 1966. – С. 141-152.
7. Hage, H. Instationäres Resonatorverhalten / H. Hage, H. Helm / Feingeräte-technik. – 1976. – №1 (25). – S. 19-22.

Назаренко В. Г., Подгорецкая П. В., Шахлевич Г. М., 2015