

## Библиографический список

1. В.Н. Сорокин, Распознавание личности по голосу: аналитический обзор / В.Н.Сорокин, В.В.Вьюгин, А.А.Тананыкин // Информационные процессы. – 2012. – Т. 12, № 1. – С. 1-30.
2. Информационное агентство. Бизнес. Новости компаний [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа : <http://www.interfax.by/news/belarus/1196246>. – Дата доступа : 17.12.2015.
3. Q. Li, An auditory-based transform for audio signal processing / Li Qi // Proc. IEEE Workshop Applicat. Signal Process. Audio Acoust., – New Paltz, NY, – 2009. – P. 181-184.
4. Q. Li, An auditory-based feature extraction algorithm for robust speaker identification under mismatched conditions / IEEE Transactions Audio, Speech, and Language Processing., – 2011. – Vol. 19, № 6. – P.1791-1801.
5. A.A. Petrovsky, An anthropomorphic speech processing based on the cochlear model and its application for coding task / A.A. Petrovsky, D.S. Likhachov, W.Wan // Computing, – 2004. – Vol. 3, № 1. – P. 75-83.
6. The PASCAL CHiME speech separation and recognition challenge [Electronic resource]. – 2013. – Mode of access : <http://spandh.dcs.shef.ac.uk/projects/chime/PCC/results.html>. – Date of access : 19.01.2016.

УДК 004.627; ГРНТИ 49.40.37

## ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАУНИТАРНЫХ БАНКОВ ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ АЛГЕБРЫ КВАТЕРНИОНОВ В КОДИРОВАНИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Н.А. Петровский, К.В. Арабей

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
кафедра электронных вычислительных средств  
Республика Беларусь, Минск, [nick@petrovsky.eu](mailto:nick@petrovsky.eu)*

*Аннотация.* Исследуются возможности применения параунитарных банков фильтров на основе алгебры кватернионов (Q-ПУБФ) для сжатия цифровых изображений в режиме lossy (кодирование с потерями). Эксперименты показывают, что использование 2D трансформационного преобразования на основе 8-полосного Q-ПУБФ (8x24Q-ПУБФ) в кодерах цифровых изображений по эффективности сопоставимо с другими известными преобразованиями, а для изображений с относительно сильными высокочастотными компонентами имеет выше эффективность по показателю PSNR.

*Ключевые слова.* Банк фильтров, кватернионы, компрессия изображения.

## QUATERNION BASED PARAUNITARY FILTER BANK APPLIED TO DIGITAL IMAGE CODING

N.A. Petrovsky, K.V. Arabey

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,  
Computer Engineering Department  
Belarus, Minsk, [nick@petrovsky.eu](mailto:nick@petrovsky.eu)*

*Abstract.* The paraunitary filter banks based on the quaternion algebra (Q-PUBF) to compress digital images in the lossy mode are researched. Experiments show that the use of 2D transform based on the 8 channel Q-band PUBF (8h24Q-PUBF) in digital images coding has performance comparable to other known transformations, and for image with a relatively strong high-frequency components has higher PSNR.

*Keywords.* Filter bank, quaternions, image coding.

В последние несколько десятилетий банки фильтров рассматриваются как наиболее эффективная техника компрессии мультимедиа данных [1]. Они применяются в кодировании аудиосигналов, изображений и видеопотока в таких стандартах, как JPEG, JPEG2000, JPEG XR, MPEG и H.264/AVC. Полифазная структура максимально децимированного  $M$ -канального банка фильтров, состоящего из систем анализа и синтеза (полифазные матрицы  $E(z)$  и  $D(z)$  соответственно), формулируется следующим образом [2]:  $[F_0(z) \ F_1(z) \ \dots \ F_{M-1}(z)]^T = e(z)D(z^M)$ , где  $e(z) = [1 \ z^{-1} \ \dots \ z^{-(M-1)}]$ ,  $H_k(z)$  и  $F_k(z)$  – передаточные функции  $k$ -го канала банка фильтров анализа и синтеза соответственно. Если матрица  $E(z)$  обратима, то полифазная матрица синтеза  $D(z)$  может быть выбрана как обратная матрица  $E(z)$ , тогда совершенная реконструкция достигается. Такой банк фильтров называется совершенной реконструированным банком фильтров или биортогональным банком фильтров (БОБФ). Если  $E^T(z^{-1})E(z) = I$  и  $D(z) = E^T(z^{-1})$ , то это специальный класс банка фильтров – параунитарный банк фильтров (ПУБФ).

В работе [3] представлен новый подход к синтезу и конструированию решетчатых структур 4-8-канальных ПУБФ на основе алгебры кватернионов. Ассоциативная некоммутативная четырехмерная алгебра кватернионов  $\mathbb{H} = \{q = q_1 + q_2i + q_3j + q_4k \mid q_1, q_2, q_3, q_4 \in \mathbb{R}\}$ , где ортогональные мнимые части подчиняются следующим законам умножения:  $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ ,  $ij = -ji = k$ ,  $jk = -kj = i$ ,  $ki = -ik = j$ , последние двадцать лет в цифровой обработке сигналов рассматривается как новая парадигма – обработка сигналов непосредственно в многомерном домене. Так как операция умножения некоммутативна, то продукт умножения определяется операторами умножения «слева»  $M^+(q)$  и «справа»  $M^-(q)$  [3]. Матрицы  $M^+(q)$  и  $M^-(q)$  размером  $4 \times 4$  соотносятся между собой как  $M^+(q) = D_c M^-(q)^T D_c$ , где  $D_c = \text{diag}(1, -I_3)$  описывает в матричной нотации оператор гиперкомплексного сопряжения. Определив сопряженный кватернион в векторно-матричном виде как  $\bar{q} = D_c q$ , можно получить, что  $M^+(\bar{q}) = M^-(q)^T$ , тогда матрица умножения на сопряженный кватернион переопределяется следующим образом  $M^+(\bar{q}) = D_c M^-(q) D_c$ . В работе [3] утверждается, что для каждой ортогональной матрицы размерностью  $4 \times 4$  существует уникальная (с точностью до знака) пара единичных кватернионов  $P$  и  $Q$  таких, что  $M^+(P) \cdot M^-(Q) = M^-(Q) \cdot M^+(P)$ . Данная факторизация всегда соответствует ортогональному преобразованию сигналов, даже если ее компоненты квантованы. Это происходит потому, что столбцы каждой матрицы умножения кватернионов составлены из одних и тех же элементов с точностью до знака. Решетчатая схемная параметризация передаточных матриц анализа  $E(z)$  и синтеза  $D(z)$  Q-ПУБФ с линейной ФЧХ на основе умножителей кватернионов соответственно определяется как [4]:

$$E(z) = \left( \prod_{i=N-1}^1 \frac{1}{2} M^-(P_i) W \Lambda(z) W \right) \frac{1}{\sqrt{2}} M^-(P_0) M^+(Q_0), \quad D(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} M^-(\bar{P}_0) M^+(\bar{Q}_0) \left( \prod_{i=1}^{N-1} \frac{1}{2} M^-(\bar{P}_i) W \bar{\Lambda}(z) W \right),$$

где  $\bar{P}_0$  и  $\bar{Q}_0$  – сопряженные единичные кватернионы,

$$W = \begin{bmatrix} I_2 & I_2 \\ I_2 & -I_2 \end{bmatrix}, \Lambda(z) = \text{diag}(I_2, z^{-1}I_2), \bar{\Lambda}(z) = \text{diag}(z^{-1}I_2, I_2).$$

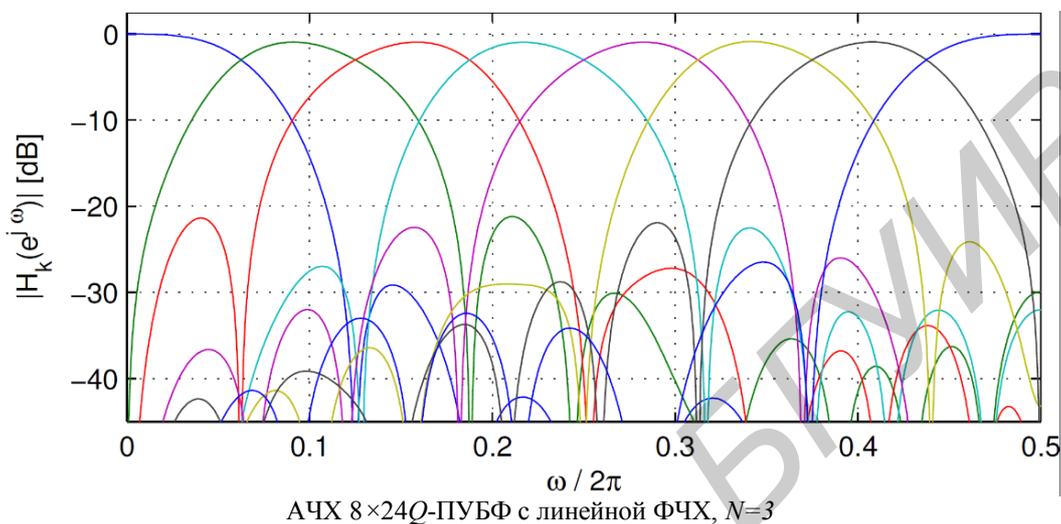
С целью исследования возможностей Q-ПУБФ в системах сжатия цифровых изображений в режиме *lossy* (кодирования с потерями) и сравнения полученных результатов с системами на основе ПУБФ, БОБФ, многоуровневыми ДВП и другими ортогональными преобразованиями синтезирован 8-канальный Q-ПУБФ с линейной ФЧХ и регулярностью первого порядка, коэффициенты которого приведены в таблице 1. Число ступеней декомпозиции передаточных матриц анализа  $E(z)$  и синтеза  $D(z)$  равно  $N=3$ , длина импульсных характеристик канальных фильтров составляет 24 отсчета:  $8 \times 24$  Q-ПУБФ. Коэффициент эффективности кодирования данного банка фильтров равен  $CG=9.3747$  дБ. Как видно из анализа амплитудно-частотной характеристики банка фильтров (см. рисунок) минимальное ослабление в полосе затухания составляет величину – 21 дБ, эффект DC leakage отсутствует.

Таблица 1. Коэффициенты 8-канального Q-ПУБФ с линейной ФЧХ,  $N=3$  ( $8 \times 24$  Q-ПУБФ)

Коэффициенты	Re( $\cdot$ )	Im <sub>i</sub> ( $\cdot$ )	Im <sub>j</sub> ( $\cdot$ )	Im <sub>k</sub> ( $\cdot$ )
$s_0$	-0.0297993	0.0669165	0.8901262	-0.449788
$p_0$	-0.2784728	-0.5164164	0.6659689	-0.4607087
$q_0$	-0.9687160	-0.0713704	-0.2281805	0.0665523
$q_1$	0.2571736	-0.2085346	-0.8265446	0.4551912
$q_2$	0.8835067	-0.2654561	0.0588609	-0.3814242
$r_0$	-0.1264641	0.6558758	-0.1001648	-0.7374285
$r_1$	0.9928326	0.0690029	-0.0687024	-0.0692971
$r_2$	0.9069558	0.3701135	-0.1523974	-0.1312336

Моделирование 2D трансформационного преобразование на основе 8-полосного Q-ПУБФ ( $8 \times 24$  Q-ПУБФ) [5] с блочной лестничной схемной параметризацией осуществля-

лось в среде MATLAB Fixed Point Toolbox. В качестве альтернативных использовались два 8-канальных ПУБФ с длиной импульсной характеристики 16 отсчетов ( $8 \times 16$ FUFB) и 24 отсчета ( $8 \times 24$ FUFB) с показателем эффективности кодирования  $CG=9.35$ дБ и  $9.49$ дБ соответственно, а также два 8-канальных БОБФ с такой же длиной импульсных характеристик:  $8 \times 16$ BOFB ( $CG=9.62$ дБ) и  $8 \times 24$ BOFB ( $CG=9.68$ дБ) [6]. Данные банки фильтров являются банками с решетчатой параметризацией на основе планарных оборотов Гивенса и регулярностью первого порядка. Для сравнения выбраны также 8-канальный ПУБФ  $8 \times 16$ LOT, а также для ПУБФ и БОБФ с линейной ФЧХ соответственно  $8 \times 24$ GenLOT и  $8 \times 16$ GLTB,  $8 \times 24$ GLTB.



В оценке эффективности кодирования изображений по схеме *lossy* для обработки исходного изображения в 64 субполосах применялась 6-уровневая декомпозиция дискретного вейвлет преобразования (Daubechies wavelet 12 с аппроксимацией линейной фазы). Метод нулевого дерева EZW-IP [7] использовался для преобразования коэффициентов фильтрации и последующего квантования по методу оптимального распределения битов в параунитарном субполосном кодере изображений на основе  $Q$ -ПУБФ [8].

В таблицах 2 и 3 показаны сравнительные результаты кодирования двух 8-битовых тестовых изображений  $512 \times 512$  “Lena” и “Barbara” по объективному показателю PSNR. Для сравнения также приведены показатели эффективности кодера JPEG2000 (9/7 wavelet) JASPER.

Таблица 2. Сравнительные результаты кодирования 8-битового тестового изображений  $512 \times 512$  “Lena” и “Barbara” по показателю PSNR

Тип банка фильтров	“Lena”			“Barbara”		
	0,25 <i>bpp</i>	0,5 <i>bpp</i>	1,0 <i>bpp</i>	0,25 <i>bpp</i>	0,5 <i>bpp</i>	1,0 <i>bpp</i>
Daubechies wavelet 12	33,65	36,77	40,01	28,16	32,09	37,30
9/7 wavelet	33,71	36,83	40,03	28,10	32,01	37,17
8x16 PUBF	33,17	36,57	39,73	29,20	33,31	38,30
8x16 LOT	32,91	36,13	39,28	29,05	33,04	37,84
8x24 PUBF	33,36	36,64	39,94	29,43	33,53	38,34
8x24 GenLOT	33,25	36,54	39,82	29,31	33,55	38,31
8x16 BOFB	33,43	36,67	39,73	29,31	33,33	38,26
8x16 GLBT	33,35	36,62	39,70	29,23	33,28	38,19
8x24 BOFB	33,53	36,82	39,84	29,66	33,63	38,38
8x24 GLBT	33,32	36,61	39,68	29,29	33,29	38,18
8x24 Q-ПУБФ	34,65	37,15	39,41	30,58	34,51	38,19
JPEG2000 (9/7 wavelet)	33,25	36,29	39,25	27,73	31,41	36,56
DCT-Loefflera(CSD8-4)	32,13	35,48	38,84	22,35	24,78	27,19

Анализ таблиц 2 и 3 показывает, что использование 2D трансформационного преобразования на основе 8-полосного  $Q$ -ПУБФ ( $8 \times 24$ Q-ПУБФ) в кодерах цифровых изображений по эффективности сопоставимо с другими известными преобразованиями, а благодаря боль-

шему количеству степеней свободы при синтезе данных банков фильтров [4] преобразование  $8 \times 24Q$ -ПУБФ имеет выше эффективность по показателю PSNR для изображений с относительно сильными высокочастотными компонентами (см. таблицу 2). С другой стороны, субъективное сравнение восстановленных изображений “Lena” и “Barbara” для  $bpp$ : 0,25; 0,5; 1,0 (см. таблицу 3) показывает отсутствие характерных артефактов, например эффекта Гиббса, волнообразных ложных контуров. При этом мелкие детали хорошо сохранились.

Таблица 3. Восстановленные изображения “Lena” и “Barbara” для разных значений среднего числа битов на пиксел  $bpp$

		
0,25 $bpp$ , PSNR=34,65	0,5 $bpp$ , PSNR=37,15	1,0 $bpp$ , PSNR=39,41
		
0,25 $bpp$ , PSNR=30,58	0,5 $bpp$ , PSNR=34,51	1,0 $bpp$ , PSNR=38,19

### Библиографический список

1. Kovacevic, J. Wavelets and Subband Coding / J. Kovacevic, M. Vetterli. Prentice-Hall signal processing series. — Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall PTR, 1995. — P. 488.
2. Vaidyanathan, P. P. Multirate Systems and Filter Banks / P. P. Vaidyanathan. — Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993. — P. 911.
3. Парфенюк А.А., М. Параунитарные банки фильтров на основе алгебры кватернионов: теория и применение / М. Парфенюк, А. А. Петровский // Цифровая обработка сигналов. — 2008. — № 1. — С. 22–36.
4. Parfieniuk, M. Inherently lossless structures for eight- and sixchannel linear-phase paraunitary filter banks based on quaternion multipliers / M. Parfieniuk, A. Petrovsky // Signal Process. — 2010. — Vol. 90. — P. 1755–1767.
5. Petrovsky, N. Design and high-performance hardware architecture for image coding using block-lifting-based quaternionic paraunitary filter banks /N. Petrovsky, A. Stankevich, A. Petrovsky // Embedded Computing (MECO), 2015 4th Mediterranean Conference on. — Budva, Montenegro: 2015. — P. 193–198. doi:10.1109/MECO.2015.7181901.
6. Uto, T. M-channel nonlinear phase filter banks in image compression: Structure, design, and signal extension / T. Uto, T. Oka, M. Ikehara // IEEE Trans.Signal Process. — 2007. — Vol. 55, № 4. — P. 1339–1351.
7. Чобану, М. К. Многомерные многоскоростные системы обработки сигналов / М. К. Чобану. — М.: Техносфера, 2009. — С. 480.
8. Петровский, Н. А. Оптимальное распределение бит в параунитарном субполосном кодере изображений на основе алгебры кватернионов / Н. А. Петровский // Доклады БГУИР. — 2014. — Т. 79, № 1. — С. 72–77.