МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА В МНОГОСЛОЙНЫХ КУСОЧНО-НЕОДНОРОДНЫХ МИКРОЭЛЕКТРОННЫХ СТРУКТУРАХ

ПЕТРОВ С. И., МАТВЕЕВ А. В. [1]

1 - БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Рассмотрены уравнения для решения двумерных задач расчета температурных полей в многослойных микроэлектронных структурах с плоскостной или азимутальной симметрией.

В случае, когда теплофизические характеристики ортогональных криволинейных координатах, получаем:

$$c_i(q_1,q_2,q_3)\,p_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial t}=$$
$$\frac{1}{H_1,H_2,H_3}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{H_2H_3}{H_1}\lambda_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial q_1}\right)+\right.$$
$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_3H_1}{H_2}\lambda_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial q_2}\right)+ \qquad (1)$$
$$\left.\frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{H_1H_2}{H_3}\lambda_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial q_3}\right)\right]+q_{Vi}.$$

Рассмотрим частные случаи уравнения (2.12).

В декартовых координатах будем иметь:

$$c_i(x,y,z)\,p_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+$$
$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_{Vi}(x,y,z). \qquad (2)$$

В цилиндрических координатах получим:

$$c_i(r,\varphi,z)\,p_i(r,\varphi,z)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_i(r,\varphi,z)r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+$$
$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\lambda_i(r,\varphi,z)\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i(r,\varphi,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_{Vi}(r,\varphi,z). \tag{3}$$

В сферических координатах будем иметь:

$$c_i(r,\theta,\varphi)\,p_i(r,\theta,\varphi)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_i(r,\theta,\varphi)r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+$$
$$\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\lambda_i(r,\theta,\varphi)\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right)+ \tag{4}$$
$$\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\lambda_i(r,\theta,\varphi)\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right)+q_{Vi}(r,\theta,\varphi).$$

Модель (2.12), (2.2) – (2.7) описывает процесс переноса теплоты в многослойных кусочно-неоднородных изотропных микроэлектронных структурах.

Отметим также, что в ряде практических случаев на части границы S имеет место условие адиабатичности. Поэтому, вместо граничного условия (1.3) можно использовать граничное условие:

$$\frac{\partial T}{\partial n}=0. \tag{5}$$

Если температурное поле стационарно, то есть процесс установившейся, то уравнение (2.13) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{H_2H_3}{H_1}\lambda_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial q_1}\right)+$$
$$\frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_3H_1}{H_2}\lambda_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial q_2}\right)+ \tag{6}$$
$$\frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{H_1H_2}{H_3}\lambda_i(q_1,q_2,q_3)\frac{\partial T}{\partial q_3}\right)+q_{Vi}=0.$$

В декартовых координатах уравнение (2.17) принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+ \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_{Vi}(x,y,z)=0. \qquad (7)$$

В цилиндрических координатах получим:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_i(r,\varphi,z)\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda_i(r,\varphi,z)\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right)+ \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i(r,\varphi,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_{Vi}(r,\varphi,z)=0. \qquad (8)$$

В сферических координатах будем иметь:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_i(r,\theta,\varphi)r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+ \\ \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda_i(r,\theta,\varphi)\sin\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)+ \\ \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda_i(r,\theta,\varphi)\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right)+q_{Vi}(r,\theta,\varphi)=0. \qquad (9)$$

В большинстве практических случаев для определения температурного поля возможно использование более простого уравнения, которое получается из (2.17). Это уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{H_1H_2}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{H_2}{H_1}\lambda_i(q_1,q_2)\frac{\partial T}{\partial q_1}\right)+ \\ \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{H_1}{H_2}\lambda_i(q_1,q_2)\frac{\partial T}{\partial q_2}\right)+q_{Vi}=0. \qquad (10)$$

В декартовых координатах уравнение (2.21) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_i(x,y)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_i(x,y)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+q_{Vi}(x,y)=0. \qquad (11)$$

В цилиндрических координатах :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_i r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_{Vi}=0. \qquad (12)$$

Список использованных источников

1. Захаров, А.Л. Расчет тепловых сопротивлений многослойных структур при наличии контактного сопротивления между слоями. – Полупроводниковые приборы и их применение/ А.Л. Захаров, Е.И Асвадурова //Под ред. Я.А. Федотова. – М.: Сов. радио, 1974, вып. 26, с. 48 – 50.

2. Melnikov, A.A. Modeling of thermal fields in multilayer semiconductor structures. / A.A. Melnikov ,A.S. Sigov, K.A. Vorotilov // Materials Research Society (Spring Meetings, 8–12 April, San Francisco, USA), 1996, p. 196.

3. Мельников, А.А. Расчет электромагнитных и температурных полей методом конечных элементов: Учебное пособие / Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет) – М., 2000. – 76 с.