

УДК 621.383.92

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ

И.Р. ГУЛАКОВ, А.О. ЗЕНЕВИЧ, А.М. ТИМОФЕЕВ

*Высший государственный колледж связи  
Ф. Скорины, 8/2, Минск, 220114, Республика Беларусь*

*Поступила в редакцию 8 октября 2013*

Построена математическая модель канала связи, в котором данные передаются с помощью отдельных фотонов с различной поляризацией, и получено выражение для расчета пропускной способности оптического волокна, учитывающее вероятности деполяризации и поглощения излучения. По результатам выполненного моделирования получены зависимости пропускной способности оптического волокна от его длины. Установлено, что поглощение фотона, по сравнению с его деполяризацией, оказывает наибольшее влияние на пропускную способность оптического волокна.

*Ключевые слова:* пропускная способность, деполяризация, поглощение, счетчик фотонов.

### Введение

Широкое развитие в последние годы получили квантово-криптографические системы связи, которые обеспечивают абсолютную скрытность передаваемой информации за счет ее кодирования фотонами с различной поляризацией. Для создания таких систем используют источники одиночных фотонов и высокочувствительные приемные модули, такие, как счетчики фотонов [1]. Необходимо отметить, что при оценке пропускной способности квантово-криптографических систем следует, кроме параметров источника и приемника излучения, учитывать и характеристики физической среды передачи информации, в качестве которой наиболее часто используют оптическое волокно. Объясняется это тем, что оптическое волокно, в сравнении с другими типами передающих сред, обладает наибольшей пропускной способностью. Поскольку до настоящего времени исследования влияния на пропускную способность оптического волокна вероятностей деполяризации и поглощения передаваемых фотонов отсутствуют, это являлось целью данной работы.

В качестве объекта исследований использовалось промышленно изготавливаемое оптическое волокно PANDA, сохраняющее оптическую поляризацию.

Предметом исследований являлось установление влияния, которое оказывают деполяризация и поглощение передаваемых фотонов излучения на пропускную способность оптического волокна.

### Математическая модель канала связи

Вначале получим выражение для расчета пропускной способности оптического волокна. Для этого необходимо построить математическую модель рассматриваемого канала связи.

Дальнейшие рассуждения будут основаны на том, что передача информации осуществляется двоичными символами («0» и «1»). Обозначим вероятности появления символов «0» и «1» на входе канала связи как  $P_s(0)$  и  $P_s(1)$ , а вероятности появления символов «0» и «1» на его выходе – как  $P'_s(0)$  и  $P'_s(1)$  соответственно.

Оптическое волокно поглощает часть фотонов излучения, проходящих через него, поэтому при передаче символа («0» или «1») на выходе канала связи передаваемый символ может отсутствовать. Обозначим вероятность такого события  $P'_s(-)$ .

Таким образом, алфавит кодовых слов на входе не совпадает с алфавитом кодовых слов на выходе оптического волокна, вероятности приема символов «0», «1» либо отсутствия символов не зависят ни от того, какой символ был на входе канала связи, ни от ранее принятых символов. Учитывая указанные особенности, рассматриваемый канал связи является дискретным двоичным однородным без памяти и со стиранием [2].

Так как оптическое волокно обладает деполяризацией [3], часть передаваемых фотонов деполяризуются. В результате на выходе оптического волокна (на выходе канала связи) могут наблюдаться символы «0» и «1» в то время, как на его входе передавались символы «1» и «0» соответственно. Вероятности появления таких событий обозначим как  $P(0/1)$  и  $P(1/0)$  соответственно.

Согласно [4,5], скорость передачи информации (СПИ) оптического волокна  $C$  определяется как количество информации  $I$ , приходящееся на среднее время передачи одного бита (одного символа)  $\tau_b$ :

$$C = I / \tau_b = [H(B) - H(B/A)] / \tau_b, \quad (1)$$

где  $H(B)$  – энтропия на выходе канала связи,  $H(B/A)$  – условная энтропия, определяющая «ненадежность» канала связи или потери информации при воздействии помех.

Энтропия на выходе канала связи запишется в виде [5]:

$$H(B) = -P'_s(0) \log_2 P'_s(0) - P'_s(1) \log_2 P'_s(1) - P'_s(-) \log_2 P'_s(-). \quad (2)$$

Входящие в формулу (2) вероятности  $P'_s(0)$ ,  $P'_s(1)$  и  $P'_s(-)$  равны соответственно:

$$\begin{aligned} P'_s(0) &= P_s(0)P(0/0) + P_s(1)P(0/1), \\ P'_s(1) &= P_s(0)P(1/0) + P_s(1)P(1/1), \\ P'_s(-) &= P_s(0)P(-/0) + P_s(1)P(-/1), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $P(0/0)$  и  $P(1/1)$  – вероятности появления на выходе канала связи символов «0» и «1» при наличии на его входе символов «0» и «1» соответственно,  $P(-/0)$  и  $P(-/1)$  – вероятности того, что на выходе канала связи передаваемый символ отсутствует, в то время как на его входе передан символ «0» и символ «1» соответственно.

Подставляя в формулу (2) соответствующие выражения (3), получим:

$$\begin{aligned} H(B) &= -[P_s(0)P(0/0) + P_s(1)P(0/1)] \log_2 [P_s(0)P(0/0) + P_s(1)P(0/1)] - \\ &\quad - [P_s(0)P(1/0) + P_s(1)P(1/1)] \log_2 [P_s(0)P(1/0) + P_s(1)P(1/1)] - \\ &\quad - [P_s(0)P(-/0) + P_s(1)P(-/1)] \log_2 [P_s(0)P(-/0) + P_s(1)P(-/1)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Условная энтропия  $H(B/A)$  [2]:

$$\begin{aligned} H(B/A) &= -P_s(0)[P(0/0) \log_2 P(0/0) + P(1/0) \log_2 P(1/0) + P(-/0) \log_2 P(-/0)] - \\ &\quad - P_s(1)[P(0/1) \log_2 P(0/1) + P(1/1) \log_2 P(1/1) + P(-/1) \log_2 P(-/1)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Подстановкой (4) и (5) в выражение (1) определим СПИ:

$$\begin{aligned} C &= \left\{ -[P_s(0)P(0/0) + P_s(1)P(0/1)] \log_2 [P_s(0)P(0/0) + P_s(1)P(0/1)] - \right. \\ &\quad - [P_s(0)P(1/0) + P_s(1)P(1/1)] \log_2 [P_s(0)P(1/0) + P_s(1)P(1/1)] - \\ &\quad - [P_s(0)P(-/0) + P_s(1)P(-/1)] \log_2 [P_s(0)P(-/0) + P_s(1)P(-/1)] + \\ &\quad + P_s(0)[P(0/0) \log_2 P(0/0) + P(1/0) \log_2 P(1/0) + P(-/0) \log_2 P(-/0)] + \\ &\quad \left. + P_s(1)[P(0/1) \log_2 P(0/1) + P(1/1) \log_2 P(1/1) + P(-/1) \log_2 P(-/1)] \right\} / \tau_b. \end{aligned} \quad (6)$$

СПИ достигает своего максимального значения (пропускной способности)  $C_{\max}$ , когда энтропия  $H(B)$  максимальна. Согласно свойств энтропии она равна максимуму, когда  $P_s(0) = P_s(1) = 0,5$  [2, 5]. Тогда формула пропускной способности рассматриваемого канала связи запишется в следующем виде:

$$C_{\max} = \{-[0,5[P(0/0) + P(0/1)]]\log_2[0,5(P(0/0) + P(0/1))] - [0,5[P(1/0) + P(1/1)]]\log_2[0,5(P(1/0) + P(1/1))] - [0,5[P(-/0) + P(-/1)]]\log_2[0,5(P(-/0) + P(-/1))] + 0,5[P(0/0)\log_2 P(0/0) + P(1/0)\log_2 P(1/0) + P(-/0)\log_2 P(-/0)] + 0,5[P(0/1)\log_2 P(0/1) + P(1/1)\log_2 P(1/1) + P(-/1)\log_2 P(-/1)]\} / \tau_b. \quad (7)$$

Вероятности  $P(0/0)$ ,  $P(1/0)$ ,  $P(-/0)$  и  $P(0/1)$ ,  $P(1/1)$ ,  $P(-/1)$  равны соответственно:

$$P(0/0) = (1 - P_{\text{деп.}})(1 - P_{\text{пот.}}), P(1/0) = P_{\text{деп.}}(1 - P_{\text{пот.}}), P(-/0) = P_{\text{пот.}}, \quad (8)$$

$$P(0/1) = P_{\text{деп.}}(1 - P_{\text{пот.}}), P(1/1) = (1 - P_{\text{деп.}})(1 - P_{\text{пот.}}), P(-/1) = P_{\text{пот.}},$$

где  $P_{\text{деп.}}$  и  $P_{\text{пот.}}$  – вероятности деполяризации и поглощения фотона оптического излучения в оптическом волокне соответственно.

Согласно работе [3], вероятность деполяризации передаваемых фотонов излучения в оптическом волокне определяется по формуле:

$$P_{\text{деп.}} = (1 - e^{-2hl}) / 2, \quad (9)$$

где  $h$  – коэффициент перекрестной поляризационной связи оптического волокна,  $l$  – длина оптического волокна.

Как следует из закона Бугера [6], вероятность поглощения фотонов оптического излучения в оптическом волокне равна:

$$P_{\text{пот.}} = 1 - e^{-\alpha l}, \quad (10)$$

где  $\alpha$  – коэффициент поглощения, зависящий от длины волны оптического излучения.

Из формул (9), (10) видно, что  $P_{\text{деп.}}$  и  $P_{\text{пот.}}$  могут изменяться в диапазонах соответственно  $0,0 \div 0,5$  и  $0,0 \div 1,0$ .

После подстановки соответствующих выражений (9) и (10) в (7) формула пропускной способности рассматриваемого канала связи окончательно примет вид:

$$C_{\max} = \{-e^{-\alpha l} \log_2(0,5e^{-\alpha l}) + 0,5(1 + e^{-2hl})e^{-\alpha l} \log_2[0,5(1 + e^{-2hl})e^{-\alpha l}] + 0,5(1 - e^{-2hl})e^{-\alpha l} \log_2[0,5(1 - e^{-2hl})e^{-\alpha l}]\} / \tau_b. \quad (11)$$

### Результаты моделирования и их обсуждение

Выполненные согласно формулам (9) и (10) расчеты показали, что вероятность деполяризации передаваемых фотонов оптического излучения в диапазоне  $l$  от 0 до  $2,8 \cdot 10^5$  м увеличивается, а при  $l > 2,8 \cdot 10^5$  м – переходит в насыщение, принимая свое максимальное (теоретический предел) значение 0,5. Аналогичные тенденции изменения имеют зависимости вероятности поглощения передаваемых фотонов оптического излучения от длины оптического волокна. Причем насыщение зависимости  $P_{\text{пот.}}(l)$  до значения 1,0 для длины волны 0,83 мкм наблюдается на более короткой длине оптического волокна (от  $8,4 \cdot 10^3$  м), чем для длины волны 1,55 мкм (от  $10^4$  м). Это связано с тем, что затухание на длине волны 0,83 мкм больше, чем на длине волны 1,55 мкм, и составляет 3 дБ/км и 2 дБ/км для длин волн 0,83 мкм и 1,55 мкм соответственно.

Получены зависимости пропускной способности оптического волокна от его длины для двух длин волн – 0,83 мкм и 1,55 мкм (см. рис. 1).

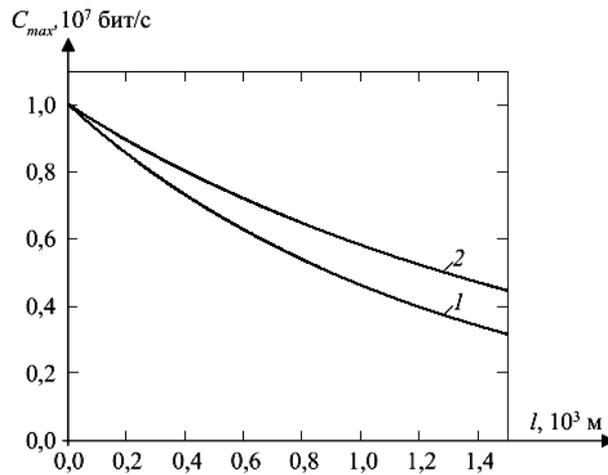


Рис. 1. Зависимость пропускной способности оптического волокна от его длины (коэффициент перекрестной поляризационной связи  $h = 10^{-5} \text{ м}^{-1}$ ): 1 – длина волны оптического излучения 0,83 мкм; 2 – длина волны оптического излучения 1,55 мкм

Для расчета пропускной способности оптического волокна  $C_{\max}$  использовалось выражение (11). Поскольку применять участки оптического волокна, на которых сумма вероятностей  $P_{\text{пот.}}$  и  $P_{\text{деп.}}$  превышает 0,5, нецелесообразно, поэтому для проведения математического моделирования исследовался участок оптического волокна в диапазоне  $l$  от 0 до  $1,5 \cdot 10^3$  м, где сумма  $P_{\text{пот.}}$  и  $P_{\text{деп.}}$  не превышает 0,5. В [7–9] показано, что пропускная способность современных квантово-криптографических систем в основном ограничивается возможностями приемных модулей. В работе [10] получено минимальное значение мертвого времени таких приемных модулей 100 нс при использовании счетчиков фотонов на основе лавинных фотодиодов, включенных по схеме активного гашения лавины, поэтому длительность  $\tau_b$  при моделировании рассматриваемого канала связи также выбиралась равной 100 нс. При такой длительности  $\tau_b$  максимальное значение пропускной способности может достигать  $10^7$  бит/с.

Из рис. 1 следует, что с увеличением длины оптического волокна его пропускная способность уменьшается для двух исследуемых длин волн оптического излучения. Это обусловлено тем, что с ростом длины оптического волокна вероятность того, что фотон оптического излучения либо деполяризуется, либо поглотится в оптическом волокне, увеличивается. В результате с увеличением длины оптического волокна возрастают вероятности ошибки при передаче информации  $P(1/0)$ ,  $P(-/0)$ ,  $P(0/1)$ ,  $P(-/1)$ , условная энтропия  $H(B/A)$ , и уменьшается пропускная способность, что видно из соответствующих выражений (5), (7) и (8).

Вероятность деполяризации фотонов оптического излучения в волокне не зависит от длины волны передаваемого фотона, а вероятность поглощения – зависит, как было отмечено ранее, поэтому в случае передачи излучения с длиной волны 0,83 мкм условная энтропия  $H(B/A)$  больше, а пропускная способность – меньше, чем в случае передачи излучения с длиной волны 1,55 мкм.

Также установлено, что отношение  $C_{\max}$  для длины волны оптического излучения 0,83 мкм к  $C_{\max}$  для длины волны оптического излучения 1,55 мкм с увеличением протяженности оптического волокна уменьшается. Так при  $l$ , равной  $0,1 \cdot 10^3$  м и  $1,5 \cdot 10^3$  м, это отношение составило 0,98 и 0,71 соответственно. Причем полученные отношения не зависели от величины  $\tau_b$ . Применение длины волны оптического излучения 0,83 мкм на коротких (до 100 м) участках оптического волокна позволяет достичь практически тех же значений пропускной способности, что и для длины волны оптического излучения 1,55 мкм (отклонение не более 2,3 %), а также – использовать в качестве приемников излучения рассматриваемого канала связи счетчиков фотонов на кремниевых лавинных фотодиодах. Такие фотодиоды работают при комнатных температурах, в отличие от, например, лавинных фотодиодов на основе германия и соединений галлия, квантовых точек и др., применяемых для регистрации оптического излучения с длиной волны 1,55 мкм и требующих в режиме счета фотонов охлаждения до низких температур.

Получены зависимости пропускной способности оптического волокна от его длины для двух случаев: без учета вероятности деполяризации передаваемых фотонов и с учетом как вероятности деполяризации, так и вероятности поглощения передаваемых фотонов оптического излучения в волокне (см. рис. 2). Такие зависимости были идентичными как для длины волны 0,83 мкм, так и для длины волны 1,55 мкм, поэтому на рис. 2 приведены зависимости  $C_{\max}(l)$  только для длины волны оптического излучения 0,83 мкм. Диапазон исследуемых значений  $l$  и величина  $\tau_b$  устанавливались такими же, как при построении кривых, представленных на рис. 1.

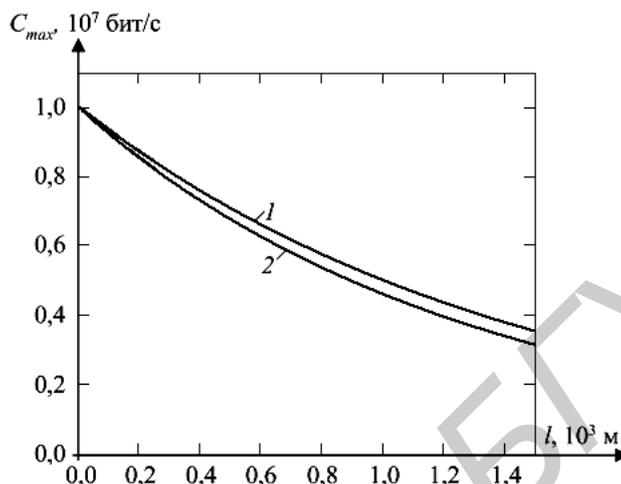


Рис. 2. Зависимость пропускной способности оптического волокна от его длины (коэффициент перекрестной поляризационной связи  $h = 10^{-5} \text{ м}^{-1}$ , длина волны оптического излучения 0,83 мкм):  
 1 – без учета вероятности деполяризации передаваемых фотонов; 2 – с учетом вероятности деполяризации и вероятности поглощения передаваемых фотонов

Тенденции изменения зависимостей 1 и 2 на рис. 2 были аналогичны представленным на рис. 1 кривым 1 и 2: с увеличением длины оптического волокна пропускная способность уменьшается, что, как отмечалось выше, объясняется различным затуханием передаваемого оптического излучения исследуемых длин волн. Отклонение пропускной способности оптического волокна, полученной без учета вероятности деполяризации передаваемых фотонов, от  $C_{\max}$  с учетом вероятности деполяризации и вероятности поглощения передаваемых фотонов, также увеличивается. Отношение  $C_{\max}$  без учета вероятности деполяризации передаваемых фотонов к  $C_{\max}$  с учетом вероятности деполяризации и вероятности поглощения передаваемых фотонов с увеличением  $l$  уменьшалось и составило 0,99 и 0,89 при длине оптического волокна, равной  $0,1 \cdot 10^3$  м и  $1,5 \cdot 10^3$  м соответственно. Эти соотношения не зависели от длительности  $\tau_b$ , поэтому на коротких участках кабеля (до  $0,1 \cdot 10^3$  м) вероятностью деполяризации передаваемых фотонов при оценке пропускной способности оптического волокна можно пренебрегать. В этом случае погрешность определения  $C_{\max}$  не превышает 1,1 %.

### Заключение

Построена математическая модель канала связи, в котором данные передаются с помощью отдельных фотонов с различной поляризацией, и получено выражение для расчета пропускной способности оптического волокна  $C_{\max}$ , учитывающее вероятности деполяризации и поглощения передаваемых фотонов оптического излучения.

Установлено, что пропускная способность оптического волокна при передаче данных с помощью отдельных фотонов с различной поляризацией в большей мере зависит от вероятности поглощения фотона, чем от вероятности деполяризации. Получено, что при  $l = 0,1 \cdot 10^3$  м расчет пропускной способности оптического волокна можно выполнять без учета вероятности деполяризации передаваемых фотонов оптического излучения.

*Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор № Т13-018).*

# DATA THROUGHPUT OF OPTIC FIBERIN QUANTUM COMMUNICATIONS SYSTEM

I.R. GULAKOV, A.O. ZENEVICH, A.M. TIMOFEEV

## Abstract

A mathematical model of communications channel that transfers data by means of separate photons having different polarization has been developed. The expression for calculating of optic fiber throughput has been obtained that takes into account probabilities of depolarization and absorption of radiation photon. As a result of implemented simulation it has been found that data throughput depends on the length of optic fiber. It has been established that photon absorption as compared with its depolarization contributes greatly to the size of optic fiber throughput.

## Список литературы

1. *Килин С.Я.* Квантовая криптография: идеи и практика. Минск, 2007.
2. *Клюев Л.Л.* Теория электрической связи: учебник. Минск, 2008.
3. *Дмитриев А.Л.* Оптические системы передачи информации: учебное пособие. СПб, 2007.
4. *Панфилов И.П.* Теория электрической связи: учебник для вузов. М., 1991.
5. *Алексеева Т.В.* Учебное пособие по курсу «Теория электрической связи». М., 1991.
6. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. М., 2003.
7. *Зеневич А.О., Тимофеев А.М.* // Докл. БГУИР. 2011. № 7 (61). С. 5–9.
8. *Гулаков И.Р., Зеневич А.О., Тимофеев А.М.* // Приборы и методы измерений. 2012. № 1 (4). С. 104–109.
9. *Зеневич А.О., Комаров С.К., Тимофеев А.М.* // Электросвязь. 2010. № 10. С. 14–16.
10. *Гулаков И.Р., Зеневич А.О.* // Докл. БГУИР. 2006. № 1 (13). С. 27–31.