АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ НА ТРЕУГОЛЬНОМ ГИБРИДНОМ ПРИВОДЕ

С. Е. Карпович, А. Ю. Войтов
Факультет компьютерного проектирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: mmts@bsuir.by, savoitov@yandex.ru

Рассматривается исследование кинематики системы перемещений с шестью степенями свободы на гибридном приводе прямого действия, содержащем жёсткое треугольное основание с тремя магнитными направляющими для шести линейных подвижных координатных электромагнитных модулей. Рассматривается алгоритмизация математической модели решения прямой задачи кинематики системы перемещений на треугольном гибридном приводе, заключающаяся в установлении аналитических зависимостей между функциями положения управляемых модулей шестикоординатного привода и шестью выходными координатами, определяющих положение и ориентацию рабочей платформы. Предложенная алгоритмизация позволила провести компьютерное моделирование прямой задачи кинематики средствами среды MATALB с интерактивной визуализацией результатов.

В работе рассмотрена система перемещений, структурно-кинематическая схема которой представлена на рис. 1:

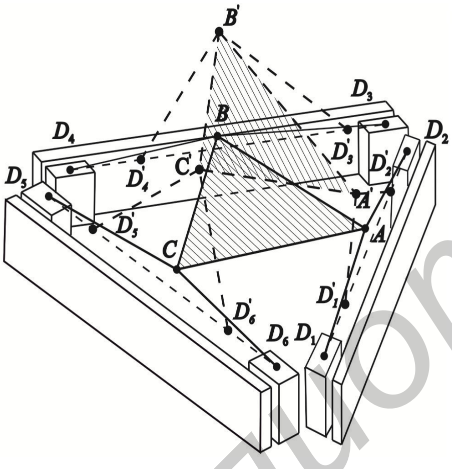

Рис. 1 – Система перемещений на треугольном гибридном приводе

Особенностью схемы является предложенная конфигурация гибридного привода со спаренными координатными модулями на каждой из трёх направляющих, линейные перемещения которых $s_i (i = 1, 2, ..., 6)$, как задаваемые функции положения ведущих звеньев исполнительного механизма параллельной кинематики, преобразуются в шесть независимых между собой координатных функций положения подвижного исполнительного элемента, треугольной платформы ABC, включая три линейных $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}$ и три угловых φ, θ, ψ. Прямая задача кинематики для рассматриваемого манипулятора состоит в определении координат положения и ориентации подвижной платформы ABC (рис. 1) представляемых тремя линейными $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}$ и тремя угловыми φ, θ, ψ функциями положения относительно неподвижной системы координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ по заданным геометрическим и конструктивным параметрам всей конфигурации исполнительного механизма и входным переменным параметрам и функциям положения подвижных линейных модулей треугольного гибридного привода, характеризуемых точками $D_i (i = 1, 2, ..., 6)$[1].

Формальная постановка прямой задачи состоит в том, что предполагаются заданными в системе координат S_0 фиксированные положения точек M, N и P вершин треугольного гибридного привода, определяющих направляющие MN, NP и PM для подвижных управляемых модулей, положение которых задаётся управляющими функциями положения, соответственно точек $D_i (i = 1, 2, ..., 6)$. В результате решения прямой задачи определяются функции положения и ориентации платформы ABC в зависимости от управляющих функций и конфигурации механизма параллельной кинематики. Расчётная схема с принятыми для формирования математической модели системами координат S_0 и S_1 , связанных со звеньями исполнительного механизма, представлена на рис. 2. Система координат S_0 жёстко связывается с неподвижным треугольным статором, а система координат S_1 является подвижной и в свою очередь жёстко связана с рабочей платформой системы перемещений.

На основании условия кинематической совместности [2] соответствующей направляющей и вектора перемещения окончательно получим параметрическое представление положения точек $D_i (i = 1, 2, ..., 6)$ в виде параметрический выражений (1), в которых $\lambda_i (i = 1, 2, ..., 6)$ – параметры, определяющие положения соответствующих точек $D_i (i = 1, 2, ..., 6)$.

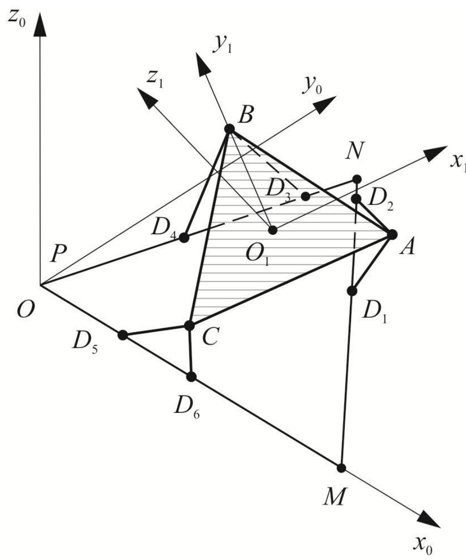

Рис. 2 – Расчётная схема

Из условия отсутствия геометрической интерференции парных подвижных модулей при их независимом движении между их параметрами λ_i должны выполняться условия:$\lambda_{2k-1}<\lambda_{2k}$, $k = 1, 2, 3$. Это значит, что все модули, обозначаемые $D_i(i = 1, 2, ..., 6)$ с нечётными индексами, будут иметь параметры λ меньшие, чем параметры λ с чётными индексами.

На основании расчётной схемы, представленной на рис. 2, в работе получены аналитические алгоритмы координат точек A, B и C вершин треугольной платформы в виде рекуррентных формул, структура которых на примере точки A имеет вид:

$$\begin{aligned} x_A &= \frac{1}{2}(x_{D_1} + x_{D_2}) - n_1 AT_1 \cos\alpha_1, \\ y_A &= \frac{1}{2}(y_{D_1} + y_{D_2}) + m_1 AT_1 \cos\alpha_1, \\ z_A &= AT_1 \sin\alpha_1, \end{aligned} \tag{2}$$

где n_1 и AT_1 – конструктивные параметры фрагмента параллельной кинематики связанного с точкой A; α_1 – обобщённая угловая координата рассматриваемого фрагмента в системе координат S_0.

Аналогично были получены координаты точек B и C.

Дальнейшая алгоритмизация проводилась путём формирования аналитического условия кинематической замкнутости [3] исполнительного механизма параллельной кинематики, входящего в рассматриваемую систему перемещений, которая в координатном представлении имеет вид:

$$\begin{aligned} &(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = a^2; \\ &(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 = a^2; \\ &(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2 = a^2, \end{aligned} \tag{3}$$

где x_A, y_A, z_A, x_B, y_B, z_B, x_C, y_C, z_C – соответствующие координаты точек A, B, C. Численное решение системы (3), выполненное в среде MATLAB позволяет получить искомые координаты точек A, B и C и тем самым завершить алгоритмизацию решения прямой задачи кинематики. На основании предложенной алгоритмизации была предложена программа компьютерного имитационного моделирования в среде MATLAB, которая позволяет получать координатные функции положения характерных точек рабочей платформы, функций независимых координат платформы $x_{O_1}, y_{O_1}, z_{O_1}, \varphi, \theta, \psi$, скорости, ускорения, а также необходимые кинематические передаточные функции для конкретного конструктивного исполнения системы перемещений на гибридном шестикоординатном линейном шаговом приводе на треугольном статоре.

1. Системы многокоординатных перемещений в исполнительные механизмы для позиционного технологического оборудования / С.Е. Карпович, [и др.] – Минск : Бестспринт, 2013. – 208 с.
2. Виттенбург, Й. Динамика систем твёрдых тел / Й. Виттенбург. – М. : Мир, 1980. – 292 с.
3. Войтов, А.Ю. Алгоритмизация и компьютерное моделирование прямой задачи кинематики для системы перемещений с тремя степенями свободы / А.Ю. Войтов, Н.И. Кекиш // Информационные технологии и системы 2015 : материалы Междунар. науч. конф., Минск, Респ. Беларусь, 28 окт. 2015 г. / Белорус. гос. ун-т информатики и радиоэлектроники ; редкол. Л.Ю. Шилин [и др.] – Минск, 2015. – С. 84–85.

$$\begin{aligned} &x_{D_1} = \lambda_1(x_N - x_M) + x_M, y_{D_1} = \lambda_1(y_N - y_M) + y_M, \\ &x_{D_2} = \lambda_2(x_N - x_M) + x_M, y_{D_2} = \lambda_2(y_N - y_M) + y_M, \\ &x_{D_3} = \lambda_3(x_P - x_N) + x_N, y_{D_3} = \lambda_3(y_P - y_N) + y_N, \\ &x_{D_4} = \lambda_4(x_P - x_N) + x_N, y_{D_4} = \lambda_4(y_P - y_N) + y_N, \\ &x_{D_5} = \lambda_5(x_M - x_P) + x_P, y_{D_5} = \lambda_5(y_M - y_P) + y_P, \\ &x_{D_6} = \lambda_6(x_M - x_P) + x_P, y_{D_6} = \lambda_6(y_M - y_P) + y_P. \end{aligned} \tag{1}$$