вариантов разрыва циклов. Рекурсия обхода дерева ЛЗН строится на матрице расстояний, где разрывы циклов задаются назначением бесконечных значений длин запрещаемых дуг [2]. В каждом узле дерева вариантов, включая и искомый оптимальный вариант, решается ЛЗН фиксированной размерности

Отсюда следует, что задача оценки устойчивости задачи (1) может рассматривается как задача оценки устойчивости решения задачи (2): для каждого элемента матрицы

$$Y = \min\left\{ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\cdot x_{ij} \;\middle|\; \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1;\ x_{ij} \ge 0;\ i, j = \overline{1,n} \right\}. \qquad (2)$$

$(c_{ij}^{*}, i, j = \overline{1,n})$, используемой для формирования окончательного решения задачи (1), необходимо найти интервал (s_{ij}, f_{ij}) , в котором изменение значения таких элементов не нарушает оптимального назначения.

Предлагаемая идея поиска интервалов устойчивости ЛЗН основана на том, что лучшие методы решения ЛЗН базируются на переходе от (2) к двойственной задаче линейного программирования

$$Y = \max\left\{ \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \;\middle|\; c_{ij} - u_i - v_j \ge 0,\ \ i, j = \overline{1,n} \right\}. \qquad (3)$$

Пусть элементы решения задачи (3) соответствуют ребрам графа совершенного паросочетания $E_m = \{(i, j) \,|\, (x_{ij} = 1), i, j = \overline{1,n}\}$. Оставшиеся элементы обозначим $E_u = \{(i, j), i, j = \overline{1,n}\} \setminus E_m$. Тогда интервалы значений веса ребер, для которых назначение остается неизменным, могут быть представлены как $\{(-\infty, c_{xy}^{*} + \varepsilon_m(x, y)], (x, y) \in E_m\} \cup \{[c_{xy}^{*} - \varepsilon_u(x, y), +\infty), (x, y) \in E_u\}$. Здесь c_{xy}^{*} – вес, а $\varepsilon_m(x, y)$ и $\varepsilon_u(x, y)$ – допустимое изменение веса ребра $x \to y$.

Очевидно, что ребро $x \to y$, $(x, y) \in E_m$, не будет частью существующего решения (скрыто) после назначения веса из интервала $(u_x + v_y, +\infty)$, где u_x и v_y – потенциалы строк и столбцов [2]. Отсюда следует алгоритм построения интервала значений веса ребра: установим гарантированно скрывающее ребро значение $c_{xy}^{*} = +\infty$, а затем получим $\varepsilon_m(x, y) = u_x^1 - u_x^0$, где u_x^0 и u_x^1 – потенциалы строки x до и после скрытия ребра. Аналогично рассуждая, можно рассмотреть ребра, не принадлежащие оптимальному паросочетанию. Изменение состояния ребра наступает в случае, например, $c_{xy}^{*} = -\infty$. Отсюда получаем $\varepsilon_u(x, y) = u_x^0 - u_x^1$.

Таким образом, рассмотренная процедура оценки устойчивости решения задачи коммивояжера имеет вычислительную сложность $O(n^4)$, а дополнительная память для ее работы имеет объем $O(n^2)$.

Список использованных источников:

1. Ревотюк, М.П. Реоптимизация решения задач о назначении/М.П. Ревотюк, П.М. Батура, А.М. Полоневич//Доклады БГУИР. – 2011. – № 1(55). – С. 55-62.

2. Lantao, Liu. Assessing optimal assignment under uncertainty: An interval-based algorithm/Lantao Liu, Dylan A Shell//The International Journal of Robotics Research, 2011. Vol. 30(7). – P. 936-953.

НИЖНИЕ ГРАНИЦЫ ОЦЕНОК РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ КОММИВОЯЖЕРА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Кароли М. К., Хаджинова Н.В., Тиханович Т.В.

Ревотюк М. П. – канд. техн. наук, доцент

Рассматривается задача ускорения процесса решения комбинаторных задач системой агентов, распределенной на узлах вычислительной сети. Предложен алгоритм быстрой оценки нижних границ критерия оптимизации для задачи коммивояжера, решаемой методом динамического программирования.

Процедуры реализации метода динамического программирования, базирующиеся на использовании принципа последовательной декомпозиции задачи, пригодны для естественного распараллеливания на вычислительных сетях. Управление потоками задач в таких случаях порождает необходимость решения проблемы грануляции и синхронизации подзадач [1]. При этом желательно максимально учесть взаимозависимость подзадач с целью повышения быстродействия.

Предмет рассмотрения – способ ускорения оценки бесперспективности подзадач в задаче коммивояжера [2], решаемой методом динамического программирования [3], основанный на параллельном выполнении медленных процедур точного решения задачи и быстрой процедуры приближенного решения.

исходной задачи. Результат приближенного решения позволяет досрочно прервать анализ вариантов процедурами точного решения задачи.

Рассмотрим классическую задачу коммивояжера с матрицей $C(i, j),\ i, j = \overline{1, n}$ [2]. Цель ее решения – поиск гамильтонова цикла минимальной длины.

Обозначим множество $J_k = \{j_m,\ m = \overline{1, k}\}$, тогда рекуррентно определяемая связь подзадач, порождаемых из вершины i при условии размещения корня дерева подзадач в вершине 1, имеет вид

$$\begin{cases} T(i, J_k) = \min\limits_{m} \{C(i, j_m) + T(j_m, J_k \setminus j_m),\ m = \overline{1, k}\}, \\ T(i, j) = C(i, j) + C(j, 1). \end{cases} \tag{1}$$

Рекурсия обхода дерева подзадач преследует цель поиска перестановки вершин $\{1, j_2, j_3, ..., j_n\}$, для которой решена задача $T(1, J_{n-1})$, $n > 2$.

Набор переменных состояния процесса ветвления определяется левой частью выражения (1). Нетрудно заметить, что ветвление на любом уровне возможно с сохранением порядка следования элементов множеств $J_k, k = \overline{n-1, 2}$. Глубина ветвления не превосходит значения n, поэтому активные ветви дерева порождаемы из исходного вектора $J_n = \{\overline{1, n}\}$.

Очевидно, что вычислительная сложность порождения перестановок при прямом воспроизведении (1) экспоненциальна. Известные приемы оптимизации процедуры обхода дерева, использующие склеивание повторяющихся фрагментов или встречный поиск не меняют класс сложности. Однако сократить объем вычислений можно путем использования пороговых оценок при переходе на новый уровень ветвления.

Предлагается использовать для быстрого получения таких оценок значение средней длины ребра текущей перестановки. Рекордное значение такой оценки соответствует средней длине ребра гамильтонова цикла наименьшей длины среди просмотренных циклов. Средняя длина ребра частичной перестановки позволяет прервать ветвление на промежуточных уровнях построения дерева. Оценка такой длины может использоваться для прерывания ветвления любым агентом в реальном времени. Успех применения подобной эвристики существенно определяется законом распределения средних длин исходящих ребер. Однако уменьшить неопределенность такого закона предлагается использованием упорядочения просматриваемых ребер при реализации операции выбора минимального значения в (1) .

Как показывают эксперименты, время решения задачи коммивояжера существенно сокращается. На наборе тестовых задач с равномерно распределенными значениями элементов матриц задач для $n < 100$ сокращение времени достигает 50…300 раз.

Список использованных источников:

1. Воеводин, В.В. Решение больших задач в распределенных вычислительных средах/В.В. Воеводин – Автоматика и телемеханика, 2007, № 5. – С.32-45.
2. Gutin, G. The Travelling Salesman Problem and Its Variations/Gutin G., Punnen A. P. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2007. – 830 p.
3. Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы: теория и практика/Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. – М.: Мир, 1980. – 476 с.

ТЕОРИЯ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ ЭДВАРДА ЧЕМБЕРЛИНА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Лысенок П. В.

Анохин Е. В. – м-р. экон. наук., ст. преподаватель

Модель совершенной конкуренции, которую использовали неоклассическая школа, опиралась, как известно, на ряд весьма условных теоретических предпосылок. Предполагалось, в частности, что экономика является абсолютно гибкой и мобильной: имеется подвижность ресурсов, отсутствуют малейшие препятствия для перелива капитала и труда, не существует какого-либо центра экономической власти, способного ограничивать свободу хозяйственных субъектов. Многие представители западной экономической теории понимали всю условность указанных предпосылок, поэтому уже в 19 в. появились работы, авторы которых стремились учесть модифицирующее влияние монополий на структуру рынка. Наиболее известными работами в этом направлении являются “Теория монополистической конкуренции” Чемберлина и “Экономическая теория несовершенной конкуренции” Робинсон.

Автор одноименной книги Эдвард Хейстингс Чемберлин (1899-1967) — уроженец штата Вашингтон (США), из семьи протестантского пастора. В 1921 г. закончил университет Айовы. Через год в Мичиганском университете получил степень магистра, а еще через пять лет, будучи докторантом в Гарвардском университете, защитил диссертацию по проблематике монополистической конкуренции. Вся последующая