

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра инженерной графики

**С.А. Задруцкий, А.А. Резанко, В.А. Столер**

***РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ  
ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ СПОСОБОМ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ ПЭВМ***

Практикум

для студентов всех специальностей БГУИР

Минск 2003

УДК 514.18 (075.8)  
ББК 22.151.3 я 73  
3-15

**Задруцкий С.А.**

3-15 Решение задач по начертательной геометрии графоаналитическим способом с применением ПЭВМ: Практикум для студентов всех специальностей БГУИР / С.А. Задруцкий, А.А. Резанко, В.А. Столер. – Мн.: БГУИР, 2003. – 52 с.: ил.

ISBN 985-444-494-5.

Практикум предназначен для проведения учебных, контрольных и зачетных занятий по алгоритмизации и решению задач начертательной геометрии в классах компьютерной графики. В нём дано описание и руководство по применению специальной программы для ПЭВМ, основанной на том, что с алгоритмами графических операций всегда можно соотнести вычислительные эквиваленты, дающие возможность использовать вычислительную технику для построения изображений и решения геометрических задач.

Приведенные в практикуме упражнения и задачи могут быть использованы также во время аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов при изучении ими основных разделов начертательной геометрии в соответствии с рабочими программами для всех специальностей БГУИР.

УДК 514.18 (075.8)  
ББК 22.151.3 я 73

## ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия занимает особое место среди общетехнических учебных дисциплин: она является лучшим средством развития у человека пространственного воображения, без которого невозможно никакое инженерное творчество. До недавнего времени изучение этой дисциплины было ориентировано на решение различных геометрических задач на бумаге с помощью чертёжных инструментов. Однако широкое внедрение компьютерной техники во всех сферах человеческой деятельности диктует новые подходы и в изучении начертательной геометрии.

Использование ПЭВМ для решения задач начертательной геометрии позволяет значительно повысить интенсивность изучения этой дисциплины. Во-первых, отпадает необходимость каждый раз вычерчивать исходное условие задачи, легко осуществляется редактирование решения, переход от одной задачи к другой и т.д. Во-вторых, значительно упрощается процесс контроля правильности решения задач, так как компьютер автоматически проверяет решение каждой задачи и ведёт протокол занятия, учитывая все попытки решения (правильные и неправильные). И наконец, использование ЭВМ выгодно и целесообразно с точки зрения экономии материальных ресурсов – нет необходимости в бумаге и чертёжных инструментах.

Теоретические положения алгоритмизации задач начертательной геометрии с целью их решения с использованием вычислительной техники изложены в работах [1, 2], где показано, что решение любой геометрической задачи на комплексном чертеже осуществляется в два этапа:

1. Разработка алгоритма решения.
2. Реализация этого алгоритма путём последовательного выполнения на чертеже элементарных графических операций или построений.

Разработка алгоритма решения требует знаний правил, методов, приёмов начертательной геометрии. То есть для успешного решения задач от студента требуются определённая теоретическая подготовка, навыки в составлении рациональных алгоритмов и их реализации на комплексном чертеже.

Элементарные графические действия, составляющие структуру программы, – это построение на чертеже точек и линий, определение взаимного пересечения линий. Используя аппарат аналитической геометрии на плоскости, можно для каждого графического действия составить вычислительный эквивалент и передать его на выполнение ЭВМ. При этом "ручное" решение задачи на бумаге заменяется "машинным" решением на экране дисплея. Для практической реализации "машинного" решения геометрических задач на кафедре инженерной графики БГУИР разработана учебная программа "Решение задач начертательной геометрии графоаналитическим способом" (RZNG).

Следует предостеречь студентов от ошибочного мнения, что машина самостоятельно решает задачи. Компьютер выполняет лишь команды, которые даёт ему человек. Значит, чтобы правильно решить задачу, необходимо знать способ, алгоритм её решения, а также владеть навыками управления компьютерной программой для реализации этого решения.

# 1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ RZNG

Программа RZNG разработана на кафедре инженерной графики БГУИР. Она написана на языке Паскаль и состоит из управляющей программы, библиотеки, архива и 24 модулей, в которых содержатся константы, переменные и многочисленные процедуры и функции.

Программа обеспечивает вывод из собственной библиотеки на экран дисплея графических и текстовых условий геометрических задач, позволяет выполнять на экране необходимые графические построения и проверять правильность выполненного решения.

Библиотека программы содержит 100 задач, которые сгруппированы в 5 разделов по 20 задач в каждом:

1. Основные свойства проекций.
2. Принадлежность точки поверхности.
3. Взаимное пересечение поверхностей.
4. Взаимное пересечение прямой линии и поверхности.
5. Комплексные задачи повышенной сложности.

В программе предусмотрена возможность обновления и корректировки библиотеки.

Решенные задачи хранятся на протяжении всего сеанса работы в архиве ЭВМ. Это позволяет осуществлять автоматическую проверку решения задачи по координатам контрольных точек, а также вывести на экран и посмотреть все выполненные графические построения.

Программа позволяет работать в двух режимах: "Контрольная работа" и "Зачёт". Эти режимы отличаются принципом выбора задач для решения и способом установки продолжительности сеанса работы.

**В режиме "Контрольная работа"** время для решения задач задаётся с клавиатуры по указанию преподавателя (от 5 до 90 минут). Номера задач для решения вводятся с клавиатуры, они могут быть любые по усмотрению преподавателя. Для каждой задачи допускается неограниченное число попыток решения (но все эти попытки фиксируются в электронном протоколе).

**В режиме "Зачет"** продолжительность сеанса работы устанавливается автоматически равной 90 минут и не может быть изменена. Для зачёта необходимо решить по одной задаче из каждого раздела. Очередность выбора разделов может быть произвольная, номер раздела указывает учащийся. Если задача решена правильно, повторный ввод того же номера раздела блокируется.

Выбор задачи из заявленного раздела происходит автоматически, с помощью генератора случайных чисел. По каждому разделу допускается три попытки решения. Если все три попытки окажутся неудачными, то этот раздел считается неизученным и дальнейший выбор задач из него не допускается.

**Загрузка программы.** Выбор и загрузка нужного режима работы программы осуществляются через кнопку **ПУСК** в нижней части экрана. При нажатии этой кнопки на экране появляется меню панели задач. В меню следует выбрать строку "Контрольная работа" или строку "Зачёт" и щёлкнуть левой кнопкой "мыши".

При запуске программы в обоих режимах на экран выводится заставка:

## Решение задач начертательной геометрии графоаналитическим способом (учебная программа)

и запрос

**"Введите номер ЭВМ: \_",**

имея в виду номер ЭВМ в локальной сети учебного класса. Этот номер необходим для сохранения в архиве компьютера решённых задач.

После ввода номера компьютера в режиме *"Контрольная работа"* на экране появляется запрос на продолжительность контрольной работы:

**"Продолж. сеанса работы (мин): \_",**

значение которого вводится по указанию преподавателя. В режиме *"Зачёт"* этого запроса нет, продолжительность здесь устанавливается автоматически – 90 минут.

После этого на экран ещё раз выводится напоминание о времени, отведённом на решение задач. Нажав любую клавишу, вы выходите на стартовую позицию работы, и с этого момента начинается контрольный отсчёт времени.

Общий вид стартового состояния экрана в режиме *"Контрольная работа"* представлен на рис.1. В режиме *"Зачёт"* этот вид отличается только содержанием нижней строки – там написано "Введите номер раздела (1...5) \_".

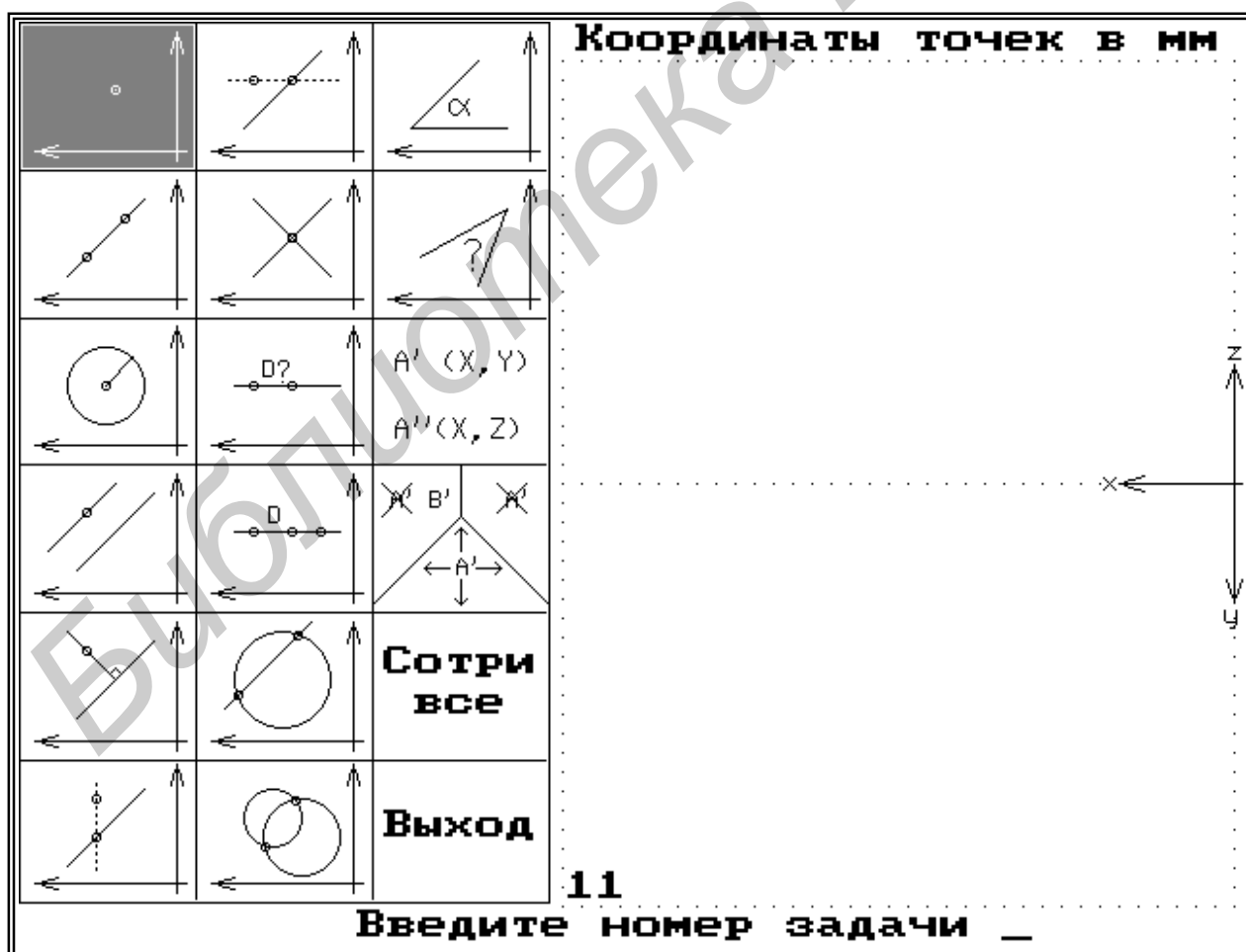


Рис.1

Левая часть экрана представляет собой графическое меню программы. Оно содержит пиктограммы (условные изображения) элементарных графических действий и служебных процедур, необходимых для решения задач. Работа с меню в целом и с отдельными его процедурами описана в разд. 2.

Правая часть экрана – рабочее поле для решения задачи. Оно разделено на две части: верхняя часть соответствует фронтальной плоскости проекций, а нижняя – горизонтальной плоскости проекций. В правой части рабочего поля показано принятое в начертательной геометрии направление координатных осей X, Y и Z.

**Внимание!** Никаких реальных линий на осях в исходном состоянии нет. Если вам необходимо, например, определить точку пересечения какой-либо проекции прямой с осью, то предварительно постройте на оси реальный отрезок, а затем уже ищите точку пересечения с ним.

На рабочем поле экрана выводится исходное графическое условие задачи и выполняются элементарные графические действия при её решении.

В левом нижнем углу рабочего поля ("11" на рис.1) указан сетевой номер ПЭВМ в локальной сети учебного класса компьютерной графики.

После загрузки исходного условия задачи в левом верхнем углу рабочего поля появится её номер.

Над рабочим полем экрана выведена строка **"Координаты точек в мм"**. Она напоминает о том, что все расстояния на чертеже измеряются в миллиметрах. Кроме того, в этой строке при активизации процедуры 15 (см. разд. 2) можно прочесть координаты любой точки, фигурирующей на рабочем поле.

Нижняя строка экрана – строка управления программой. В ней выводятся приглашения к дальнейшему действию, запросы на ввод конкретных параметров, а также (бегущей строкой) излагается исходное текстовое задание к решаемой задаче. На эту строку студент должен постоянно обращать внимание, так как большинство "конфликтных" ситуаций в общении с компьютером происходит именно из-за невнимательности к запросам программы.

**Управление программой.** В режиме *"Контрольная работа"* решение задачи начинается с ввода её номера. Для этого в ответ на запрос

**"Введите номер задачи: \_"**

в строке управления следует набрать номер задачи, которую желаете решать, и нажать клавишу **ВВОД (ENTER)**. Номер задачи состоит из номера раздела и порядкового номера задачи в этом разделе, разделённых точкой (см. разд. 3).

После ввода номера задачи на рабочем поле экрана изображается графическое условие задачи и её номер (в левом верхнем углу), а в строке управления бегущей строкой выводится текстовое условие к задаче. Во время движения бегущей строки прервать процесс вывода невозможно.

После завершения вывода текстового условия задачи в строке управления появляется запрос:

**"Условие повторить ? (Y/N)".**

Если вам необходимо прочесть условие задачи ещё раз, то в ответ на запрос вы нажимаете клавишу **Y (Yes)**. Если необходимости в этом нет, то нажимаете клавишу **N (No)**.

**Внимание!** Вернуться к "прокрутке" условия задачи можно и в процессе её решения. Для этого необходимо в состоянии запроса "Выбирайте процедуру из меню" нажать клавишу с латинской буквой "U", после чего бегущей строкой условие задачи повторится.

После завершения вывода условий задачи и отказа от его повторения в строке управления появится запрос:

### **"Выбирайте процедуру из меню".**

С этого момента и начинается собственно решение задачи. Последовательно выбирая и реализуя необходимые процедуры из графического меню, вы решаете предложенную задачу до получения окончательного результата. Правила и особенности работы с графическим меню и с отдельными его процедурами подробно описаны в разд. 2.

Выполнение любой процедуры можно прервать до её завершения, нажав клавишу **Esc**. При этом выполненная часть процедуры будет аннулирована, а программа вернётся на уровень предыдущего запроса "Выбирайте процедуру из меню". Если процедура уже завершена, то отменить её действие нельзя.

Неправильно или ошибочно выполненные на чертеже построения можно удалить или исправить (см. процедуру 16 в разд. 2). Тем не менее рекомендуем учащемуся более внимательно подходить к выбору процедуры, к ответам на её запросы, точно вводить с клавиатуры обозначения объектов и численные значения параметров.

Если, на ваш взгляд, задача решена правильно, то завершение работы над ней производится процедурой **"Выход"** (см. процедуру 18 в разд. 2).

Если вы решили все задачи, предназначенные для контрольной работы, а время, отведённое для этого, ещё не истекло, то на уровне запроса очередной задачи следует нажать клавишу с латинской буквой "L". При этом на экран будет выведен протокол сеанса работы с отметками о всех удачных и неудачных попытках решения контрольных задач. Если в отведенное время вам не удалось решить все задачи, то процесс решения будет прерван автоматически, в строке управления будет выведено сообщение:

### **"Время сеанса работы истекло !",**

а поверх графического меню автоматически выведен протокол сеанса. Именно такой "финиш" контрольной работы показан на рис.2.

В этом состоянии клавиатура блокируется, и контрольная работа считается завершённой. Выход из программы осуществит преподаватель после анализа данных протокола сеанса.

В режиме **"Зачет"** управление программой имеет некоторые особенности по сравнению с режимом **"Контрольная работа"**. Вместо запроса **"Введите номер задачи"** здесь в управляющей строке предлагается ввести номер раздела:

### **"Введите номер раздела (1... 5) \_".**

Конкретную задачу по выбранному разделу подбирает сама программа случайным образом. На зачёте необходимо решить по одной задаче из каждого раздела. Но на каждый из разделов отводится не более трёх попыток, причём задачи предлагаются каждый раз случайные. Если задача из данного раздела решена правильно (с любой попытки) или все три попытки оказались неудач-

ными, то данный раздел блокируется и в дальнейшем обращение к нему невозможно.

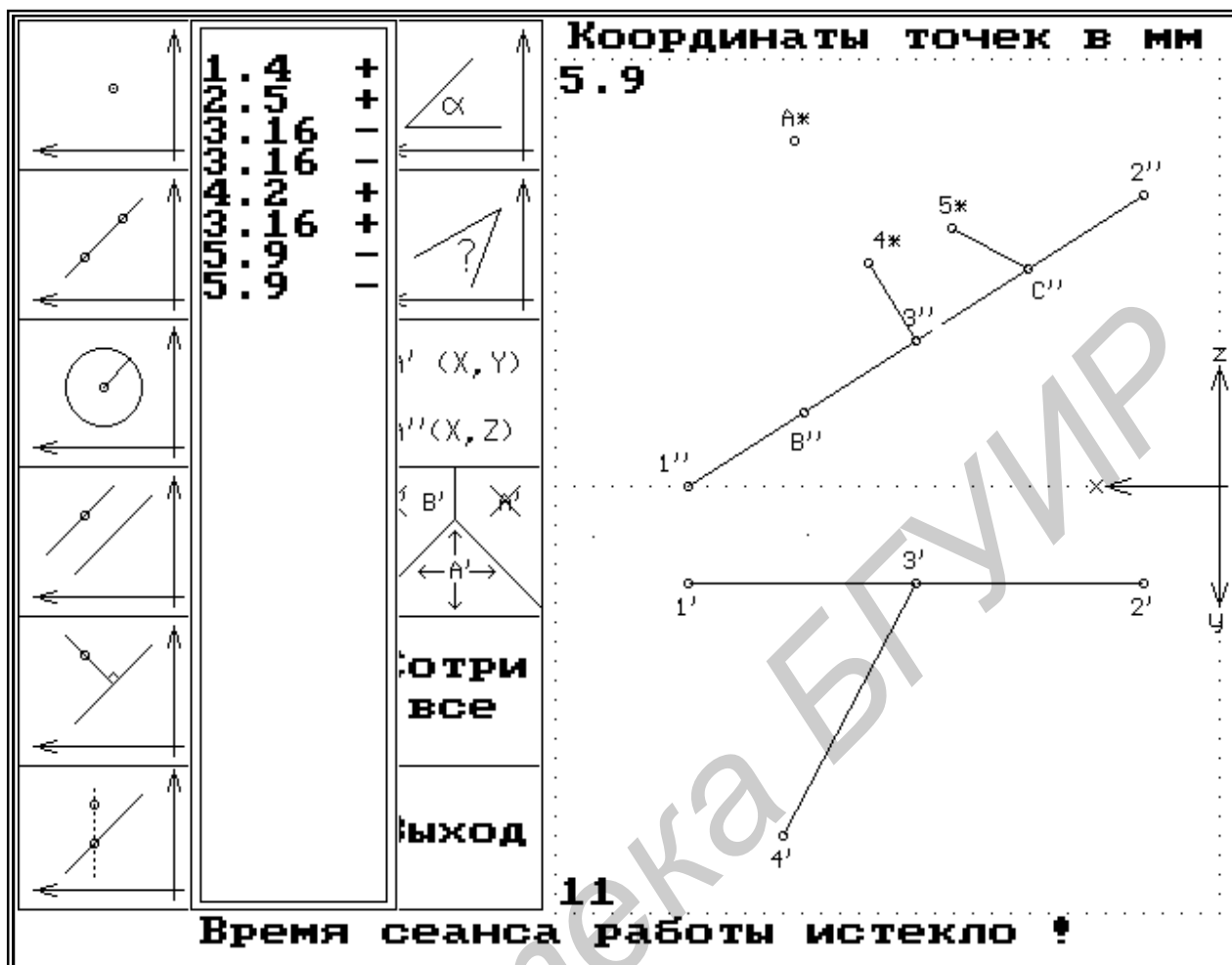


Рис.2

После загрузки конкретной зачётной задачи управление программой аналогично рассмотренному выше для режима "Контрольная работа". После решения задачи (правильного или неправильного) учащемуся предлагается снова выбрать номер раздела. Очередность выбора разделов может быть произвольной.

После завершения времени зачёта работа над текущей задачей прерывается, на экран выводится сообщение: "Время сеанса работы истекло !" и протокол сеанса (см. рис.2).

Если зачёт завершён досрочно, то независимо от того, решены все пять задач или произошёл перерасход попыток, никаких сообщений на экране не выводится. В таком случае студент должен заявить об окончании работы преподавателю и вместе посмотреть протокол зачёта.

Помните, что в режиме "Зачёт" контролируется не только время решения, но и количество попыток. Поэтому следует очень ответственно принимать решение о завершении работы над задачей. Элементарная оплошность ведёт к таким же последствиям, как и серьёзный промах в решении, – решение будет признано неправильным и попытка засчитается как неудачная.



**Внимание!** В спорной ситуации, возникающей при анализе протокола сеанса работы, у преподавателя имеется возможность просмотра всего графического решения любой задачи, зафиксированной в протоколе.

**Обозначение графических объектов.** При решении задач начертательной геометрии приходится оперировать простейшими геометрическими объектами – точками, прямыми, окружностями. Все они должны быть на чертеже определённым образом обозначены. Каждое обозначение одновременно является в памяти ЭВМ именем переменной, адекватной данному объекту. Именно через имя происходит обращение программы к данному объекту при автоматических вычислениях, графических построениях и контроле решения.

В данной программе приняты следующие обозначения.

**Обозначения точки.** Для обозначения точек используются прописные буквы латинского алфавита: *A, B, C, D, E, F*, цифры: *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0* и специальные индексы: *'*, *''*, *\**. Имя точки может состоять из одной буквы и индекса (*A', B'', F\**), одной цифры и индекса (*1\*, 5'', 0'*) или сочетания одной буквы и одной цифры с индексом (*C1', D0\*, E9''*). Специальные индексы применяются:

*'* – для горизонтальных проекций точек;

*''* – для фронтальных проекций точек;

*\** – для вспомогательных точек на любой из плоскостей проекций.

**Обозначения прямой.** При построении прямой специального обозначения её не требуется. Оно автоматически формируется программой из обозначений точек, которые эту прямую определяют. Например, если прямая проведена через точки *A'* и *B'*, то в обозначение такой прямой входят оба имени точек, записанные без пробела: *A'B'*. Примеры допустимых обозначений прямых:

*C''D''*, *1\*5\**, *A3'F'*, *B2''5\**, *2\*4'* и т.п.

Заметьте, что в обозначениях прямых нет вариантов сочетания индексов *'* и *''* в одной записи. Это объясняется тем, что в начертательной геометрии соединение разноимённых проекций точек одной линией не имеет смысла. Программа RZNG и не позволит вам этого сделать.

**Обозначения окружности.** Обозначение окружности всегда состоит из латинской буквы *R*, дополненной одно- или двузначным числом от *0* до *99*. Если окружность расположена на горизонтальной плоскости проекций, то к её буквенно-цифровому обозначению добавляют индекс *'* или *\**, если на фронтальной плоскости проекций – индекс *''* или *\**. Примеры обозначения окружности:

*R1'*, *R12''*, *R80\**, *R02\** и т.п.

Пробелы в обозначениях точек, прямых и окружностей не допускаются.

Программа позволяет в процессе работы над задачей изменять принятые ранее обозначения, перемещать их по экрану (см. процедуру 16 в разд. 2).

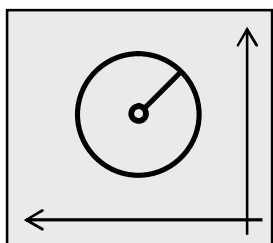


(имя) одной из точек, через которые предстоит провести прямую. Имя нужно вводить полное, т.е. вместе со штрихами и звёздочками. Аналогично вводится обозначение второй точки. Очередность ввода точек значения не имеет.

Результатом выполнения процедуры является изображение на экране отрезка, соединяющего две указанные точки. В памяти ЭВМ построенный объект будет фигурировать как бесконечная прямая, несмотря на то что на экране она изображена только отрезком. Подписывать прямую не требуется, для её идентификации в будущем достаточно будет указать обозначение отрезка.

Отметим, что данная процедура может быть выполнена только применительно к точкам, расположенным в пределах одной и той же плоскости проекций. Соединить же отрезком разноимённые проекции, например горизонтальную с фронтальной, программа не позволит (эта операция не имела бы и геометрического смысла), а ответом на такую попытку будет звуковой сигнал ошибки.

### 3. Построить окружность заданного радиуса с центром в заданной точке.



При вызове процедуры в строке управления выводится запрос:

**"Введите обзн. центра окружности: \_"**,

в ответ на который следует ввести с клавиатуры обозначение (имя) той точки, в которой предполагается центр будущей окружности. Вслед за этим последует приглашение к вводу значения радиуса окружности:

**"Радиус окружн. (отрезок или мм): \_"**

Ответ на этот запрос можно дать в двух вариантах:

а) ввести конкретное значение радиуса в миллиметрах (например, 12; 45.63 и т.п., допустимый диапазон – 2...110 мм);

б) ввести буквенно-цифровое имя отрезка, длине которого должен соответствовать радиус окружности (например, A"C"; 1\*D2\*; C'3\* и т.п.).

После ввода значения радиуса (любым способом) на экране изображается окружность, а в строке управления предлагается её обозначить:

**"Введите обозначение окружности: \_"** .

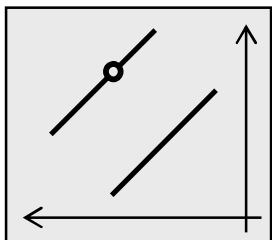
Напомним, что для обозначения окружности допускается (см. разд. 1) только латинская буква **R**, дополняемая цифрой от 0 до 9 и символом ', " или \*.

После ввода с клавиатуры необходимого обозначения окружности вам предстоит ещё переместить его в нужное место. В начальном положении обозначение выводится около центра окружности, что очень неудобно при использовании в решении нескольких концентрических окружностей. Рекомендуется переместить обозначение (клавишами ←, ↑, → и ↓) непосредственно на изображение окружности, зафиксировав её там нажатием клавиши **ВВОД (ENTER)**.

*Примечания:* 1. В результате выполнения данной процедуры окружность проводится только в пределах той плоскости проекций, которой принадлежит центр окружности. В этом случае в обозначении окружности допускается как соответствующий плоскости проекций индекс ( " или ' ), так и звёздочка \*.

2. Если центр окружности находится на оси X и его обозначение содержит индекс \* (т.е. принадлежность этой точки какой-либо плоскости проекций не определена), то окружность проводится по полю обеих плоскостей проекций. Такая окружность допускает буквенно-цифровое обозначение только с индексом \*.

#### 4. Через заданную точку провести прямую, параллельную заданной прямой.



Для выполнения этой процедуры необходимо, чтобы заданные точка и прямая принадлежали одной и той же плоскости проекций, но чтобы точка не лежала на этой прямой.

После вызова данной процедуры в строке управления выводится запрос:

**"Введите обозн. данной точки: \_",**

в ответ на который следует ввести с клавиатуры обозначение (имя) базовой точки, через которую предполагается провести прямую. Вслед за этим предлагается ввести обозначение прямой, параллельной которой должна быть новая прямая.

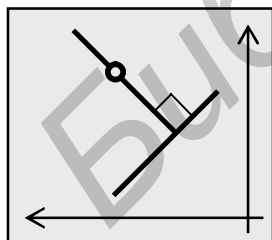
**"Введите обозн. данной прямой: \_".**

После ввода обозначений базовых объектов на рабочем поле задачи изображается отрезок определённой длины, начинающийся в базовой точке и параллельный базовой прямой. Остаётся ввести обозначение второго конца отрезка и зафиксировать его место на экране.

*Внимание! Для обозначения второго конца отрезка допускается использовать только обозначения с индексом \*.*

Как и в процедуре 2, построенный отрезок представляет в памяти ЭВМ бесконечную прямую, проходящую через две точки. При будущем использовании построенной прямой в алгоритме решения её следует указывать именем изображённого отрезка.

#### 5. Через заданную точку провести прямую, перпендикулярную заданной прямой.

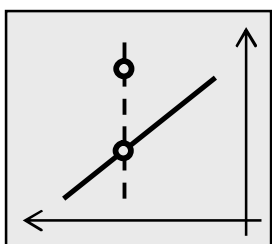


При вызове процедуры компьютер запрашивает обозначение исходной точки и обозначение прямой, к которой следует провести перпендикуляр. После их ввода на экране изображается отрезок, начинающийся в заданной точке и перпендикулярный заданной прямой. Остаётся правильно обозначить второй конец отрезка и зафиксировать это обозначение на экране. *Обозначение второй точки отрезка должно обязательно содержать индекс \*.*

Построенный отрезок олицетворяет собой бесконечную прямую, проходящую через две точки. Однако процедура не определяет автоматически точек пересечения этой прямой с другими линиями (даже если их изображения пересекаются). Для определения таких точек необходимо использовать процедуру 8.

Использование данной процедуры возможно только в пределах одной и той же плоскости проекций.

#### **6. На заданной прямой или окружности построить точки, лежащие на общей вертикали с заданной исходной точкой.**



Суть этой графической операции заключается в том, что через заданную точку (она может быть как одиночной, так и лежать на какой-либо линии) проводится невидимая вертикальная линия и определяется точка пересечения этой вертикали с некоторой заданной прямой или окружностью. В этом плане процедура частично соответствует графической операции проведения вертикальных линий связи между проекциями. Но она может применяться как в пределах одной плоскости проекций, так и "простреливать" весь чертёж, т.е. пересекать ось X и искать нужные точки на другой плоскости проекций. При этом сами линии связи не проводятся, чтобы излишне не затемнять чертёж, а сразу изображаются найденные точки.

При вызове процедуры в строке управления появляется запрос:

**"Введите обозн. данной точки: \_"**,

в ответ на который следует ввести полное обозначение (имя) той точки, через которую вы хотите провести вертикальную невидимую линию.

После этого строка управления требует определиться, на какой линии – прямой или окружности – будем строить необходимые точки:

**"Данная прямая (L) или окружность (C) ?"**.

В ответ на этот вопрос следует нажать клавишу с латинской буквой L, если хотите построить точку на прямой, или клавишу с латинской буквой C, если желаете найти две соответствующие точки на окружности. В обоих случаях нажимать клавишу **ВВОД (ENTER)** после набора буквы не нужно, программа воспринимает её автоматически, сразу после набора.

Далее рассмотрим работу процедуры в двух вариантах:

**A. Построение искомой точки на прямой.** В строке управления выводится запрос:

**"Введите обозн. данной прямой: \_"**,

в ответ на который необходимо ввести с клавиатуры полное обозначение (имя) того отрезка, на котором необходимо построить точку. Результатом выполнения процедуры в этом варианте будет изображение точки в нужном месте, после чего вам будет предложено ввести её обозначение и зафиксировать его в нужном месте экрана. Напоминаем, что даже если отрезок короткий и искомая точка выходит за его пределы, то программа построит точку на мнимом продолжении отрезка, т.е. рассматривая его как бесконечную прямую.

Если найденная точка окажется за пределами рабочего поля экрана, то звуковой сигнал сообщает о нештатности ситуации и дальнейшее выполнение процедуры (запрос на обозначение точки и т.д.) прерывается.

Если вы в качестве данной прямой введёте обозначение строго вертикального отрезка (т.е. решения в этом случае вовсе нет), то программа издаст звуковой сигнал ошибки и будет ожидать ввода корректного обозначения прямой.

**Б. Построение искомых точек на окружности.** После нажатия клавиши с буквой "С" в предшествующем запросе в строке управления выводится новый запрос:

**"Введите обозначение окружности: \_"**,

в ответ на который следует ввести полное обозначение (имя) той окружности, на которой предстоит построить две искомые точки. После ввода этого обозначения программа надписью в строке управления

**"Две точки пересечения <Esc>"**

предупреждает о том, что построенных точек будет две. Выход из состояния предупреждения осуществляется нажатием клавиши Esc.

После этого на окружности будут изображены две точки, лежащие на той же вертикали, что и исходная базовая точка, и вам будет предложено ввести обозначения каждой точки с последующей их фиксацией на экране.

Обозначение обеих точек должно содержать индекс \*. Если какая-либо из найденных точек в дальнейшем должна фигурировать как проекция, то придётся изменить её обозначение так, чтобы оно содержало индекс ' или '' (см. процедуру 16).

Если взаимное положение точки и окружности таково, что в результате проведения вертикальной "линии связи" находится только одна точка (точка касания), то программа об этом предупреждает надписью в строке управления:

**"Есть только точка касания <Esc>"**.

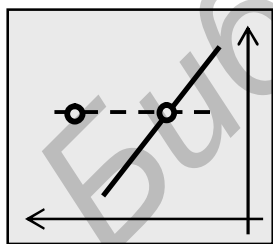
В этом случае в обозначении точки допускается как универсальный индекс \*, так и соответствующий плоскости проекций индекс ' или ''.

Если исходная точка расположена так, что вертикальная линия, проведённая через неё, не пересекает окружность, то программа об этом сообщит надписью в строке управления:

**"Точек пересечения нет ! <Esc>"**.

Во всех рассмотренных случаях признаком завершения процедуры является появление в строке управления приглашения в выборе новой процедуры.

### **7. На заданной прямой или окружности построить точки, лежащие на общей горизонтальной прямой с заданной исходной точкой.**



Данная процедура позволяет через заданную точку (она может быть как одиночной, так и лежать на какой-либо линии) проводить невидимую горизонтальную линию и определять точки пересечения этой линии с некоторой заданной прямой или окружностью. При этом сами горизонтальные линии не проводятся, чтобы излишне не затемнять чертёж, а сразу изображаются найденные точки.

При вызове процедуры в строке управления появляется запрос:

**"Введите обозн. данной точки: \_"**,

в ответ на который следует ввести обозначение той точки, через которую вы хотите провести невидимую горизонтальную линию.

После этого строка управления требует определиться, на каком графическом объекте – прямой или окружности – необходимо искать точки:

**"Данная прямая (L) или окружность (C) ?"** .

Нажав клавишу с латинской буквой **L** или клавишу с латинской буквой **C** (не нажимая **ВВОД (ENTER)**), выбираем вариант дальнейшего решения – с прямой или окружностью будем искать точки пересечения.

Рассмотрим оба варианта:

**А. Построение искомой точки на прямой.** В этом случае в строке управления выводится запрос:

**"Введите обозн. данной прямой: \_"**,

в ответ на который необходимо ввести с клавиатуры полное обозначение (имя) того отрезка, на котором необходимо построить точку. Результатом выполнения процедуры в этом варианте будет изображение точки в нужном месте, после чего вам будет предложено ввести её обозначение и зафиксировать его в нужном месте экрана. Напоминаем, что даже если отрезок короткий и искомая точка выходит за его пределы, то программа построит точку на мнимом продолжении отрезка, т.е. рассматривая его как бесконечную прямую.

Если найденная точка окажется за пределами рабочего поля экрана, то звуковой сигнал сообщает о нештатности ситуации и дальнейшее выполнение процедуры (запрос на обозначение точки и т.д.) прерывается.

Если вы в качестве данной прямой введёте обозначение строго горизонтального отрезка (т.е. решения в этом случае вовсе нет), то программа издаст звуковой сигнал ошибки и будет ожидать ввода корректного обозначения прямой.

**Б. Построение искомых точек на окружности.** После нажатия клавиши с буквой **"C"** в предшествующем запросе в строке управления выводится новый запрос:

**"Введите обозначение окружности: \_"**,

в ответ на который следует ввести полное обозначение (имя) той окружности, на которой предстоит построить две искомые точки. После ввода этого обозначения программа надписью в строке управления

**"Две точки пересечения <Esc>"**

предупреждает о том, что построенных точек будет две. Выход из состояния предупреждения осуществляется нажатием клавиши **Esc**.

После этого на окружности будут изображены две точки, лежащие на той же горизонтальной линии, что и исходная базовая точка. Вам останется ввести обозначения точек с последующей их фиксацией на экране, ориентируясь при этом на запросы строки управления.

Обозначения обеих точек должны содержать индекс **\***. Если какая-либо из найденных точек в дальнейшем должна фигурировать как проекция, то придётся изменить её обозначение так, чтобы оно содержало индекс **'** или **"** (см. процедуру 16).

Если взаимное положение точки и окружности таково, что в результате проведения вертикальной "линии связи" находится только одна точка (точка касания), то программа об этом предупреждает надписью в строке управления:

**"Есть только точка касания <Esc>"**

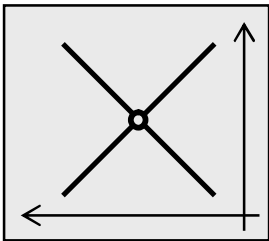
В этом случае в обозначении точки допускается как универсальный индекс **\***, так и соответствующий плоскости проекций индекс **'** или **"**.

Если исходная точка расположена так, что вертикальная линия, проведённая через неё, не пересекает окружность, то программа об этом сообщит надписью в строке управления:

**"Точек пересечения нет ! <Esc>"**

Во всех рассмотренных случаях признаком завершения процедуры является появление в строке управления приглашения к выбору новой процедуры.

### 8. Определить точку пересечения двух заданных прямых.



Процедура позволяет определить и построить на чертеже точку пересечения двух заданных прямых. Искомая точка будет построена и тогда, когда отрезки, задающие направление прямых, на чертеже не пересекаются. В этом случае отрезки условно продлеваются до их взаимного пересечения и на мнимом "перекрёстке" изображается точка.

После вызова процедуры в строке управления последовательно выводятся запросы на ввод обозначений (имён) пересекающихся прямых:

**"Введите обозн. первой прямой: \_"**,

**"Введите обозн. второй прямой: \_"**.

Отвечая на каждый запрос, следует с клавиатуры набрать полное имя отрезка (вместе с индексом) и нажать клавишу **ВВОД (ENTER)**. Очередность ввода обозначений прямых – произвольная.

В результате выполнения процедуры в нужном месте рабочего поля чертежа изображается точка пересечения указанных прямых, а в строке управления появится приглашение к вводу обозначения построенной точки. В обозначении точки может использоваться как индекс \*, так и индекс ' или ", соответствующий той плоскости проекций, где производилось построение.

Данная процедура может быть выполнена только для пары прямых, расположенных на одной и той же плоскости проекций, вне зависимости от их обозначения. При попытке задействовать в процедуре разноимённые проекции в строке управления выдаётся сообщение:

**"Точки пересечения нет <Esc>"**.

Аналогичное сообщение поступает и тогда, когда обе прямые принадлежат одной плоскости проекций, но точка их пересечения находится за пределами рабочей плоскости проекций.

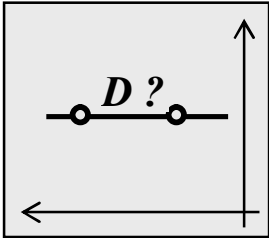
Если для работы процедуры ошибочно будут заданы параллельные прямые (точки пересечения которых в принципе быть не может), то о подвохе будет сообщено в строке управления:

**"Прямые параллельны <Esc>"**.

Примечание. Если требуется определить точку пересечения прямой с осью  $X$ , то предварительно нужно провести вдоль оси дополнительную прямую и уже затем строить искомую точку пересечения исходной прямой с дополнительной.

### 9. Определить расстояние между заданными точками.





Процедура позволяет определить с точностью до сотых долей миллиметра расстояние между двумя точками чертежа. Обязательным условием применения процедуры является принадлежность обеих точек к одной и той же плоскости проекций.

При вызове процедуры в строке управления последовательно выводятся запросы на ввод обозначений исходных точек:

**"Введите обозн. первой точки: \_"**,

**"Введите обозн. второй точки: \_"**.

Отвечая на каждый запрос следует на клавиатуре набрать имя точки (вместе с индексом) и нажать клавишу **ВВОД (ENTER)**. Очередность ввода обозначений точек может быть произвольная.

Результатом работы процедуры является соответствующее сообщение в строке управления, например:

**"Длина отрезка 1'5\* 46.85 мм <Y>"**,

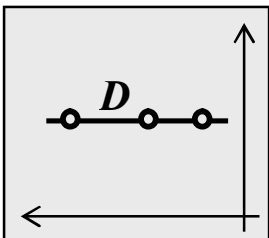
где **1'5\*** – обозначение отрезка между исследуемыми точками;

**46.85** – расстояние между точками в миллиметрах с точностью до 0,01 мм;

**<Y>** – ключ к продолжению работы.

Процедура приемлема как для связанных точек (т.е. измеряет длину конкретного отрезка, ограниченного точками), так и для любой пары свободных точек.

#### **10. На заданной прямой отложить отрезок заданной длины.**



Процедура позволяет на заданной прямой построить точку, отстоящую от заданной точки на прямой на заданное расстояние. Эта операция эквивалентна графическому действию "отложить отрезок".

При вызове процедуры в строке управления появляется запрос:

**"От точки: \_"**,

отвечая на который, следует ввести имя той точки, от которой предстоит отмерять требуемое расстояние. После ввода этой информации (например **D'**) строка управления будет дополнена запросом об имени второй точки:

**"От точки: D' \_ к точке \_"**.

Введённые имена точек определяют заданную прямую, на которой предстоит откладывать отрезок, стартовую точку и направление движения.

Следующий запрос – о требуемой длине отрезка:

**"Откладываем отрезок длиной (мм) : \_"**.

Длину отрезка нужно вводить в миллиметрах, допустимая точность – до сотых долей миллиметра. Если вам необходимо на заданной прямой отложить отрезок, равный какому-либо другому отрезку чертежа, то предварительно тот отрезок необходимо измерить (см. процедуру 7), а затем использовать полученное численное значение длины в настоящей процедуре.

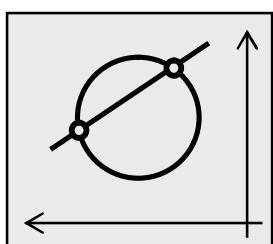
Результатом выполнения данной процедуры является изображение точки в соответствующем месте чертежа, для которой остаётся ввести обозначение и зафиксировать его в нужном положении.

Примечания: 1. Если откладываемое расстояние окажется больше длины базового отрезка исходной прямой, то искомая точка будет построена на мнимом продолжении прямой.

2. Если вам необходимо отложить отрезок, например, от точки А", но не в направлении к точке В", а в противоположном, то численное значение длины следует вводить со знаком минус.

3. Процедура работает и в том случае, если исходные точки не соединены прямой. Тогда требуемое расстояние откладывается на мнимой прямой, проходящей через эти точки.

## 11. Построить точки пересечения заданной прямой с окружностью.



В общем случае данная процедура позволяет определить и построить на чертеже две точки пересечения прямой с окружностью. При этом и прямая и окружность должны принадлежать одной и той же плоскости проекций.

При вызове процедуры в строке управления появляется запрос:

**"Введите обозначение прямой: \_"**,

в ответ на который следует на клавиатуре набрать полное имя прямой (например А1\*В") и нажать клавишу **ВВОД (ENTER)**. После этого поступает запрос на ввод обозначения окружности:

**"Введите обозначение окружности: \_"**.

После ввода обозначений обоих объектов программа вычисляет положение точек пересечения и предупреждает в строке управления, что их будет две:

**"Две точки пересечения <Esc>"**.

Для продолжения работы процедуры следует нажать клавишу **Esc**, после чего программа изображает полученные точки и требует их обозначения и фиксации на рабочем поле чертежа. При обозначении обеих построенных точек пересечения следует применять только индекс \*. Если какая-либо из найденных точек в дальнейшем должна фигурировать как проекция, то придётся изменить её обозначение так, чтобы оно содержало индекс ' или " (см. процедуру 16).

Процедура определяет точки пересечения и в том случае, когда на экране отрезок не пересекается с окружностью или пересекается лишь в одной точке. В такой ситуации находятся точки пересечения окружности с бесконечной прямой, определяемой отрезком.

Возможны *частные случаи* работы процедуры:

1. Если одна или обе точки пересечения прямой с окружностью оказываются за пределами рабочего поля экрана, то программа в строке управления предупреждает только о тех точках, которые будут видны на экране:

**"Только одна т-ка пересечения <Esc>"**

или: **"Точек пересечения нет ! <Esc>"**,

хотя "в природе" существуют обе точки пересечения.

2. Если прямая не пересекается с окружностью, а только касается её, то программа сообщает об этом строкой:

**"Есть только точка касания <Esc>"**

и далее предлагает обозначить эту единственную точку и зафиксировать обозначение в нужном месте чертежа. В этом случае в обозначении точки допускается как универсальный индекс \*, так и соответствующий плоскости проекций индекс ' или ''.

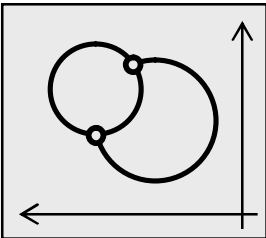
3. Если для процедуры указаны прямая и окружность, которые вовсе не пересекаются между собой, то в строке управления появится сообщение:

**"Точек пересечения нет ! <Esc>"**

и процедура считается завершённой.

Во всех рассмотренных случаях признаком завершения процедуры является появление в строке управления приглашения к выбору новой процедуры.

## 12. Построить точки пересечения двух заданных окружностей.



В общем случае данная процедура позволяет определить и построить на чертеже точки пересечения двух окружностей. При этом обе окружности должны принадлежать одной и той же плоскости проекций.

При вызове процедуры в строке управления последовательно появляются запросы на ввод обозначений пересекающихся окружностей:

**"Введите обзн. первой окружн.: \_",**

**"Введите обзн. второй окружн.: \_",**

после чего программа вычисляет координаты точек пересечения этих окружностей и сообщает на экране, что таких точек две:

**"Две точки пересечения <Esc>".**

После нажатия клавиши Esc программа изображает обе точки на чертеже задачи и предлагает их обозначить. Построенные точки пересечения следует обозначать обязательно с индексом \*. Если какая-либо из этих точек в будущем должна фигурировать в решении как проекция, то процедурой 16 её индекс \* заменяется на ' или ''.

После ввода обозначений точек и их фиксации на поле чертежа процедура считается завершённой и программа предлагает выбрать следующую процедуру.

В частном случае, когда одна или обе точки пересечения окружностей выходят за пределы рабочего поля соответствующей плоскости проекций, программа в строке управления предупреждает только о тех точках, которые будут видны на экране:

**"Только одна т-ка пересечения <Esc>"**

или: **"Точек пересечения нет ! <Esc>".**

хотя в реальном пространстве существуют обе точки пересечения.

Процедура работает и в том случае, когда одна из окружностей принадлежит конкретной плоскости проекций, а вторая – универсальная, без проекционной принадлежности (центр такой окружности лежит на оси X, а сама она обозначена с индексом \* и проведена "по территории" обеих плоскостей проек-

ций). В этом случае точки пересечения строятся только на той плоскости проекций, которой принадлежит первая окружность.

Если для работы процедуры будут предложены две универсальные окружности, имеющие центр на оси X и обозначенные индексом \*, то точки пересечения будут построены на обеих плоскостях проекций.

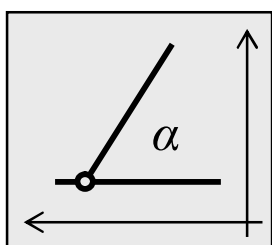
В случае нестандартных положений (окружности совпадают, являются концентрическими, не пересекаются и т.д.) вам об этом будет сообщено в строке управления.

В частном случае, когда окружности не пересекаются, а только касаются друг друга, в строке управления появляется сообщение:

**"Есть только точка касания <Esc>".**

Обозначать такую точку можно не только индексом \*, но и индексом " или ', соответствующим рабочей плоскости проекций.

**13. Через заданную точку провести прямую под заданным углом к некоторой прямой на чертеже.**



Процедура позволяет через заданную точку на некоторой прямой провести ещё одну прямую, которая составит с первой прямой некоторый заданный угол  $\alpha$ .

При вызове процедуры в строке управления появляется запрос:

**"Введите обозн. данной точки: \_",**

в ответ на который следует ввести имя той точки, через которую желаем провести новую прямую.

Следующий запрос – к какой из прямых, имеющих на чертеже, будем пристраивать угол:

**"Введите обозн. данной прямой: \_".**

Обозначение прямой не зависит от очерёдности записи в нём имён точек, определяющих прямую.

Следующий запрос процедуры касается величины требуемого угла между прямыми:

**"Введите значение угла (в градусах): \_".**

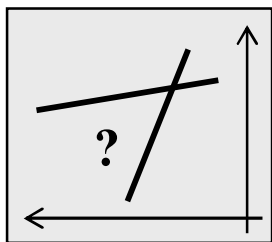
Величину угла можно вводить с точностью до сотых долей градуса.

Результатом работы процедуры является изображение на чертеже задачи отрезка прямой, который начинается в заданной точке и направлен под указанным углом к исходной базовой прямой. Вам остаётся обозначить вторую точку построенного отрезка и зафиксировать это обозначение на экране. Построенный отрезок определяет собой прямую, с которой в дальнейшем можно работать как с бесконечной.

Помните, что угол в общем случае измеряется против часовой стрелки от исходной прямой к построенной. Если вам нужно отложить угол по часовой стрелке относительно исходной прямой, то на запрос о величине угла введите его значение со знаком минус.

Если по какой-то причине направление построенной прямой окажется не тем, что вы ожидали, процедуру придётся повторить более внимательно.

#### 14. Определить величину угла между двумя заданными прямыми.



Процедура позволяет определить с точностью до сотых долей градуса угол между двумя имеющимися на чертеже прямыми. Угол определяется и в том случае, когда отрезки, построенные на экране, не пересекаются. Программа каждый отрезок воспринимает как бесконечную прямую и производит вычисления для этих прямых. Более того, искомый угол определяется и в том случае, когда точка пересечения прямых выходит за пределы рабочего поля экрана.

При вызове процедуры в служебной строке экрана последовательно появляются запросы на ввод обозначений двух прямых, угол между которыми вы желаете определить:

**"Введите обозн. первой прямой: \_"**,

**"Введите обозн. второй прямой: \_"**.

Очередность ввода обозначений прямых, как и очередность следования имён точек в каждом из обозначений, роли не играет. В любом случае процедура сообщает пользователю в строке управления численное значение искомого угла, например:

**"Величина угла 72.13 градуса <Y>"**.

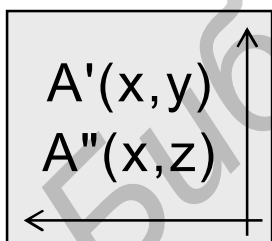
Буква Y в угловых скобках означает, что для продолжения работы следует нажать клавишу с этим символом.

Примечания: 1. Процедура определяет оба смежных угла, образующиеся при пересечении прямых, но на экране сообщает только величину меньшего из них.

2. Процедура работает только с непараллельными прямыми, принадлежащими одной и той же плоскости проекций.

3. Если вам необходимо определить угол наклона прямой к какой-либо из координатных осей, то предварительно нужно построить вспомогательную прямую вдоль этой оси, а уже затем искать угол с построенной прямой.

#### 15. Определить координаты указанной точки.



Процедура позволяет "прочитать" координаты любой точки, присутствующей на чертеже, и вывести их значения на экране.

При вызове процедуры в служебной строке появляется запрос об обозначении изучаемой точки:

**"Введите обозначение точки: \_"**,

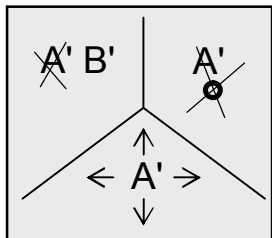
в ответ на который следует набрать имя нужной точки вместе в индексом и нажать **ВВОД (ENTER)**. В результате работы процедуры в верхней строке рабочего поля задачи будет "опубликовано" обозначение исследуемой точки и в скобках – значения её координат. При этом следует помнить следующее:

- если указанная точка лежит на фронтальной плоскости проекций, то в скобках будут указаны координаты X и Z;

- если точка принадлежит горизонтальной плоскости проекций, то в скобках указываются координаты X и Y.

Выведенные на экран координаты следует как-то зафиксировать (их ведь определяли с конкретной целью, для будущего использования в решении), так как после перехода к очередной процедуре полезная информация в данной строке исчезнет.

## 16. Внести исправления в чертёж.



Данная процедура позволяет произвести три операции редактирования чертежа:

- переместить ранее зафиксированное обозначение какого-либо объекта в другое место чертежа;
- заменить имеющееся на чертеже обозначение какого-либо объекта на иное;
- удалить какой-либо объект вместе с его обозначением.

При вызове процедуры в строке управления появляется внутреннее меню выполняемых операций:

**"Перемест. обозн.    Изм. обозн.    Удал. объект"**,

позиции которого соответствуют трём функциональным возможностям процедуры, указанным выше. Клавишами ← и → следует выбрать из предложенного меню необходимую вам операцию и нажать **ВВОД (ENTER)**.

При выборе операции **"Переместить обозначение"** в строке управления появляется запрос:

**"Какое обозн. надо переместить? \_"**,

в ответ на который следует ввести то обозначение на чертеже, которое, на ваш взгляд, расположено неудачно и мешает последующим построениям. После ввода перемещаемого обозначения оно на экране подсвечивается, а в строке управления выводится приглашение:

**"Перемещайте обозначение !"**.

Перемещать выделенное обозначение нужно клавишами управления курсором: ←, ↑, → и ↓, а зафиксировать выбранное новое положение надписи – нажатием клавиши **ВВОД (ENTER)**. После нажатия этой клавиши процедура считается завершённой.

При выборе операции **"Изменить обозначение"** в строке управления появляется запрос:

**"Какое обозн. надо изменить? \_"**.

На этот запрос следует ввести с клавиатуры то полное (с индексом) обозначение, которое вас по какой-либо причине не устраивает. Чаще всего приходится заменять обозначение с индексом \* на обозначение с индексом " или '.

После ввода заменяемого обозначения оно исчезает с экрана, а в строке управления появляется запрос на новое обозначение:

**"Введите новое обозначение: \_"**.

В результате выполнения данной операции на месте прежнего обозначения объекта появляется новое. Если новое обозначение нужно ещё и передвинуть, то дополнительно придётся выполнить предыдущую операцию рассматриваемой процедуры.

**Внимание!** Если какая-либо точка участвует в формировании прямой, то заменить её обозначение нельзя. Для этого придётся предварительно уда-

лить связывающую её прямую, затем переименовать точку, после чего снова провести прямую (если она необходима).

При выборе третьей операции данной процедуры, "Удалить объект", в строке управления выводится запрос:

**"Какой объект удалить? \_"**,

отвечая на который, следует ввести с клавиатуры обозначение удаляемого объекта. В результате выполнения операции указанный вами объект будет удалён с рабочего поля и из памяти компьютера.

При выполнении этой операции следует учитывать, что при удалении точки, не связанной с другими объектами, удаляется как само изображение точки, так и её обозначение. Но если точка связана с формированием других объектов (например, является одним из концов отрезка или центром окружности), то удалить такую точку нельзя.

При удалении прямой с экрана удаляется только изображение непосредственно прямой, но изображения и обозначения точек, определявших прямую, сохраняются.

При удалении окружности удаляется только изображение окружности и её обозначение, а изображение центра окружности и его обозначение сохраняются.

### 17. Стереть все изображения без оценки правильности решения.

**Сотри  
все**

Данная процедура используется при желании прервать решение данной задачи и перейти к другой. В отличие от следующей процедуры "Выход", которая расценила бы такую "добровольную сдачу позиций" как неудачную попытку решения, данная процедура в протокол сеанса не вмешивается.

При вызове процедуры "Сотри всё" в строке управления появляется вопрос:

**"Хотите решать другую задачу? <Y/N>"**,

отвечать на который можно нажатием одной из клавиш: "Y" (*Yes – да*) или "N" (*No – нет*). Если вы действительно собираетесь перейти к другой задаче, то нажмите "Y" и рабочее поле экрана очистится от всех текущих изображений, а в строке управления появится приглашение к вводу номера следующей задачи. Если же вы в последний момент передумали уходить от текущей задачи, то нажмите "N" и вас благополучно вернут "на круги своя", к решаемой задаче.

### 18. Завершить решение задачи и проверить его правильность.

**Выход**

Это заключительная процедура при работе над задачей. Она применяется после того, как вы выполните все необходимые построения, получите контрольную точку и будете уверены в правильности выполненного решения. При вызове процедуры в строке управления появится запрос:

**"Введите обозн. найденной точки: \_"**,

в ответ на который следует ввести имя контрольной точки, оговоренной в условии задачи, или имя той точки, которая была целью решения всей задачи. При

этом точка должна существовать в решении *в двух проекциях*, а вводить её обозначение нужно *без индекса*.

После ввода имени точки контроля программа проверяет координаты обеих её проекций на соответствие их эталонным данным. По результатам проверки в строке управления выводится сообщение:

**"Ответ правильный ! <Esc>"**

или:

**"Ответ неправильный !? <Esc>"**.

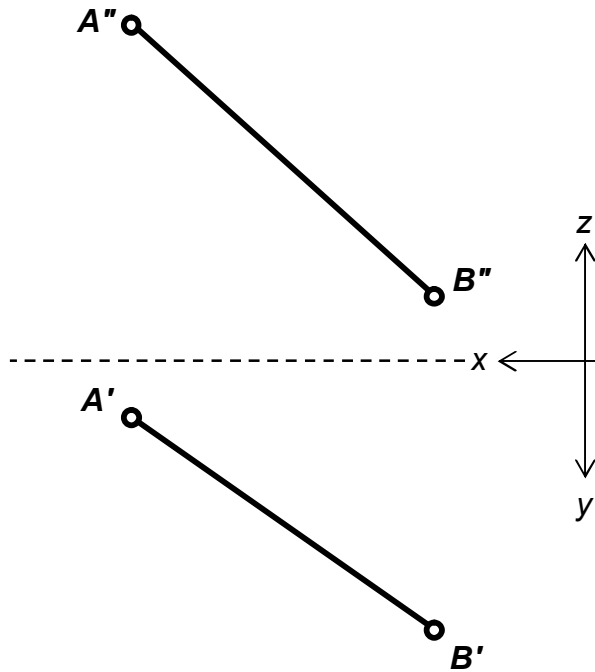
На этом сообщении, радостном или огорчительном, решение задачи считается завершённым, его результат заносится в протокол сеанса работы, и после нажатия клавиши **Esc** вам предложат решать новую задачу.

**Внимание!** Если решение задачи оказалось неправильным, то в режиме *"Контрольная работа"* вы можете ещё раз заказать эту же задачу и попытаться решить её по-другому. Но решение придётся выполнять "с нуля", от исходного условия. В режиме *"Зачёт"* повторную попытку решения той же задачи, скорее всего, осуществить не удастся, так как выбор каждой новой задачи осуществляется автоматически, случайным образом. Поэтому рекомендуем вам очень внимательно относиться к процедуре *"Выход"*, семь раз проверить своё решение, прежде чем отдать его на контроль компьютеру.

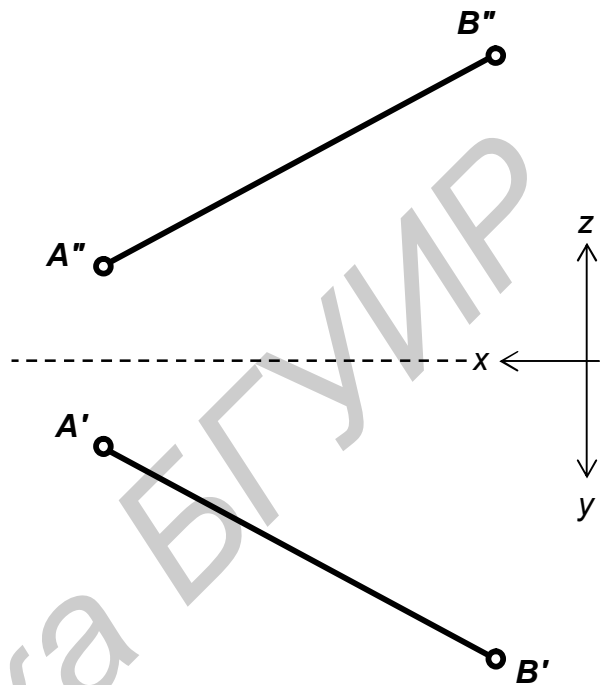


### 3. УПРАЖНЕНИЯ И ЗАДАЧИ

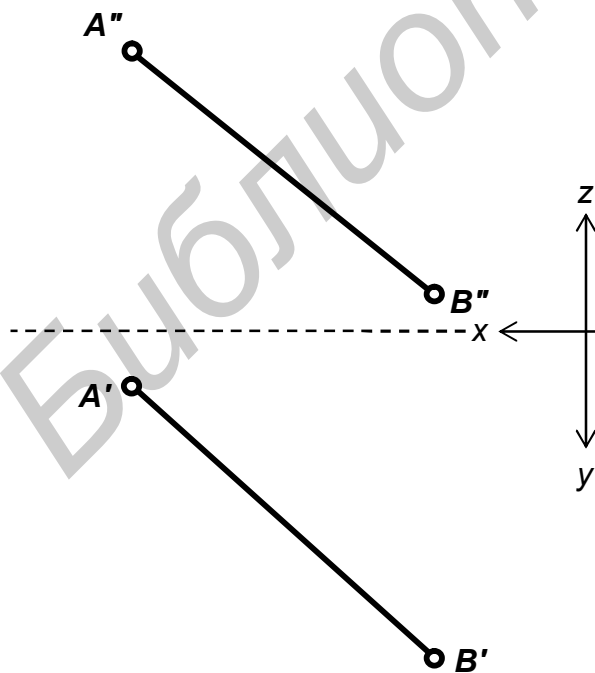
1.1. На отрезке  $AB$  построить точку, удалённую от профильной плоскости проекций на 80 мм.



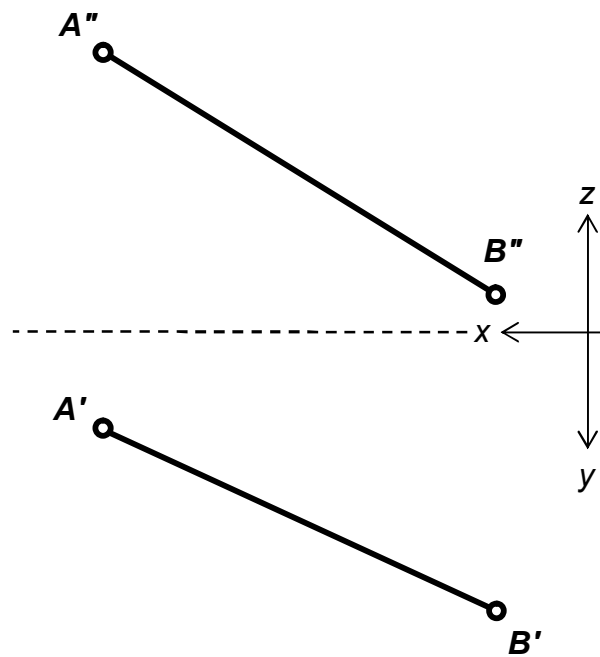
1.2. На отрезке  $AB$  построить точку, удалённую от горизонтальной плоскости проекций на 65 мм.



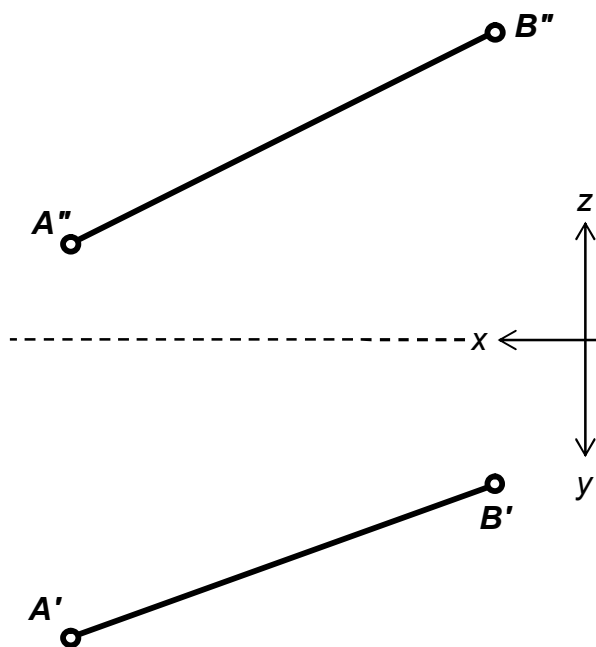
1.3. На отрезке  $AB$  построить точку, удалённую от фронтальной плоскости проекций на 45 мм.



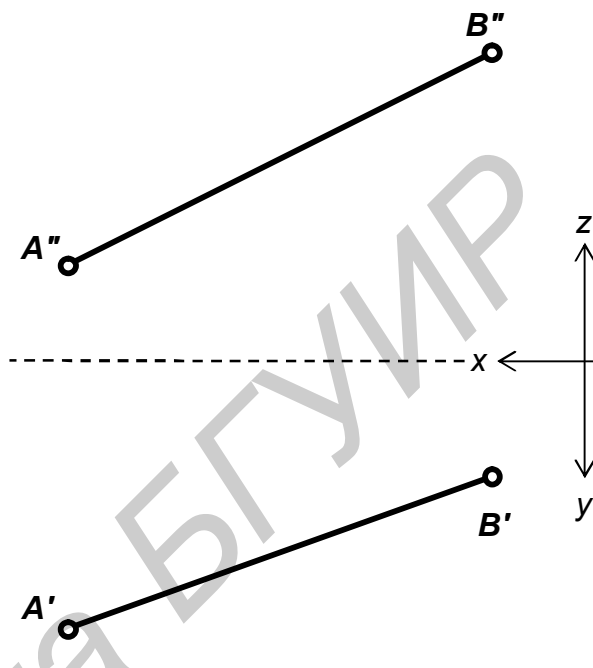
1.4. На отрезке  $AB$  построить точку, равноудалённую от фронтальной и профильной плоскостей проекций.



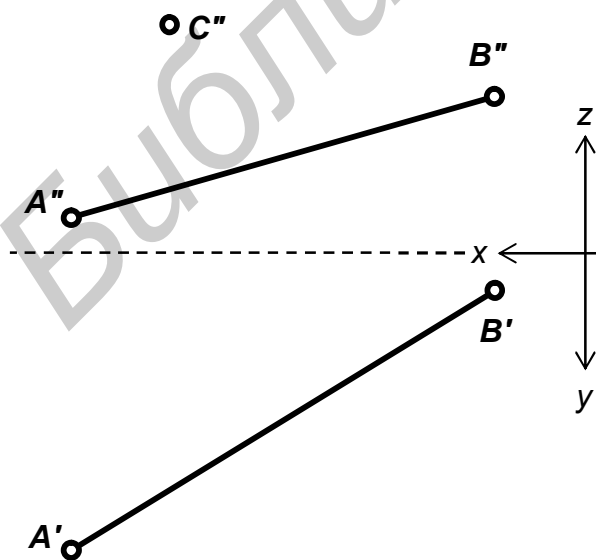
**1.5.** На отрезке  $AB$  построить точку, равноудалённую от горизонтальной и профильной плоскостей проекций.



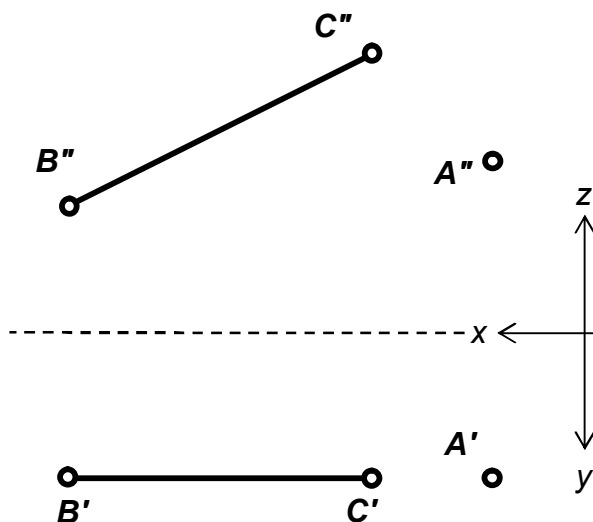
**1.6.** Построить точку, которая делит заданный отрезок  $AB$  в отношении 2:3.



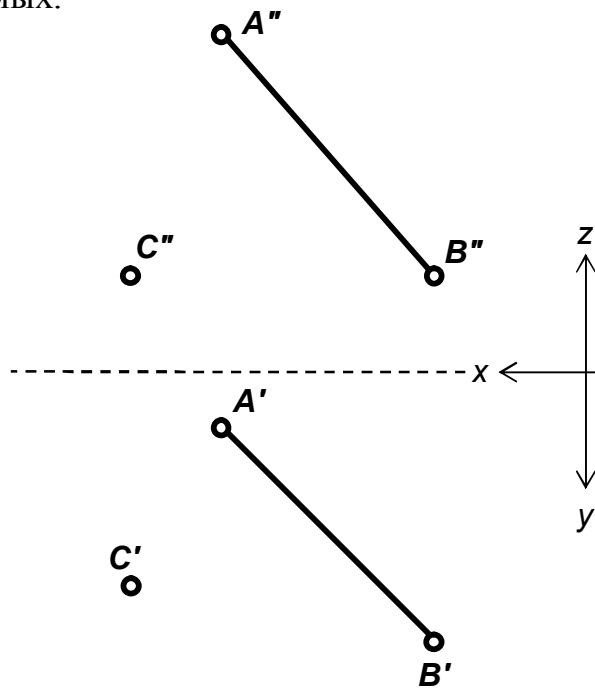
**1.7.** Построить фронтальную прямую  $CD$ , которая пересекает заданную прямую  $AB$  и удалена от фронтальной плоскости проекций на 30 мм. Контрольная точка – точка пересечения прямых.



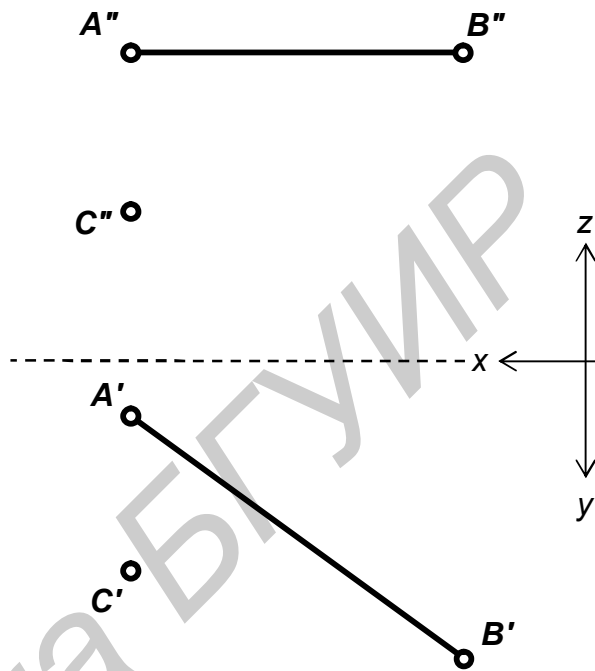
**1.8.** Построить проекции точки пересечения перпендикуляра, опущенного из точки  $A$  на прямую  $BC$ .



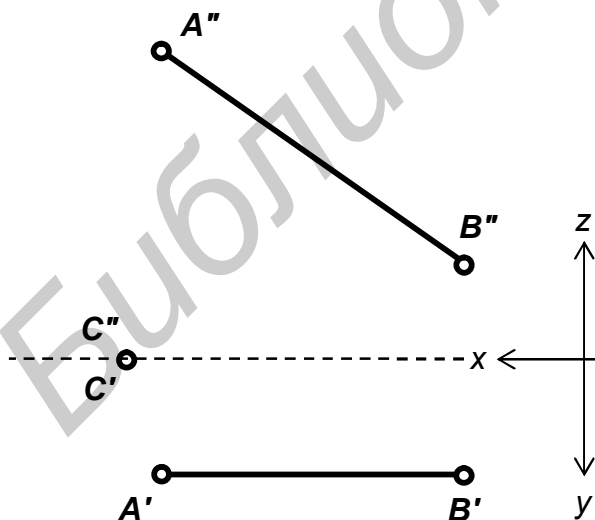
**1.9.** Построить фронтальную прямую, проходящую через точку  $C$  и пересекающую данную прямую  $AB$ . Определить точку пересечения прямых.



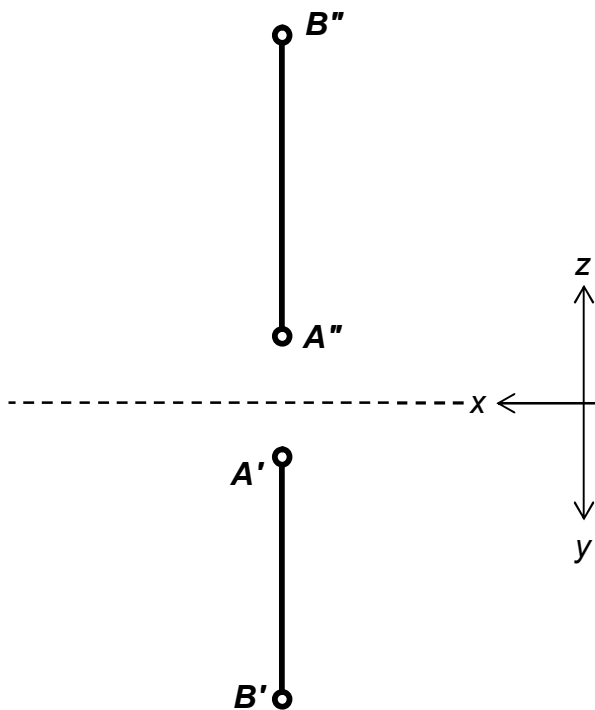
**1.10.** Через точку  $C$  провести прямую, пересекающую данную прямую  $AB$  под прямым углом. Определить точку пересечения прямых.



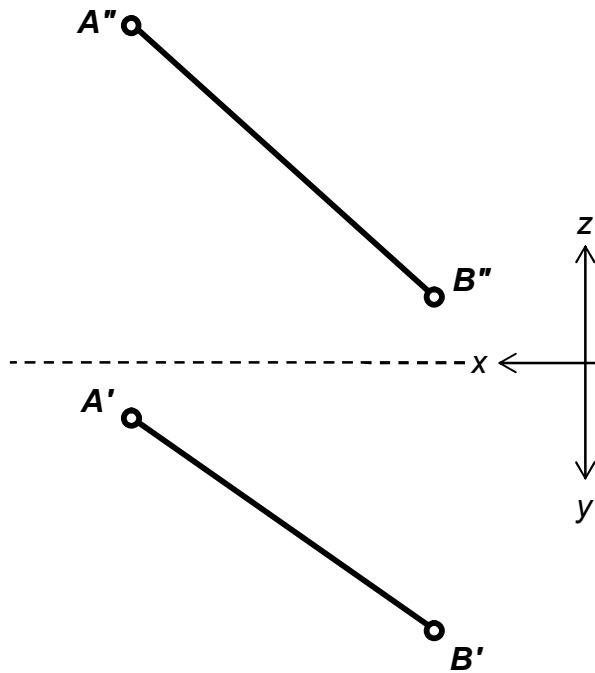
**1.11.** Через точку  $C$  провести прямую, пересекающую данную прямую  $AB$  под прямым углом. Определить точку пересечения прямых.



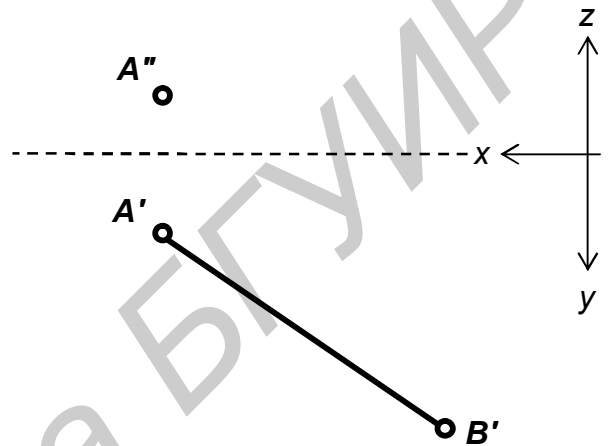
**1.12.** На отрезке  $AB$  построить точку на расстоянии 63,25 мм от точки  $A$ .



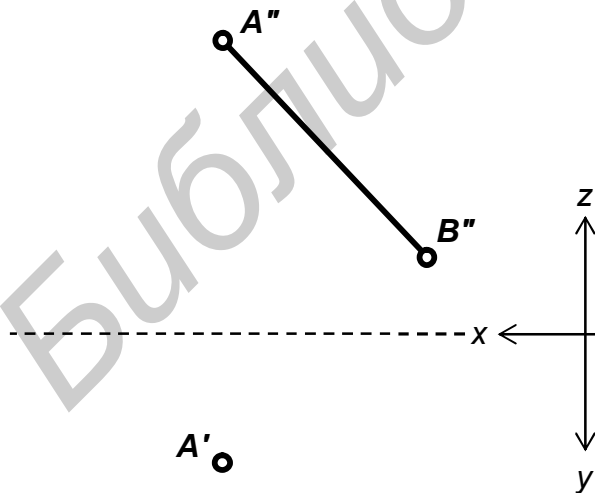
**1.13.** На отрезке  $AB$  построить точку на расстоянии 58,36 мм от точки  $A$ .



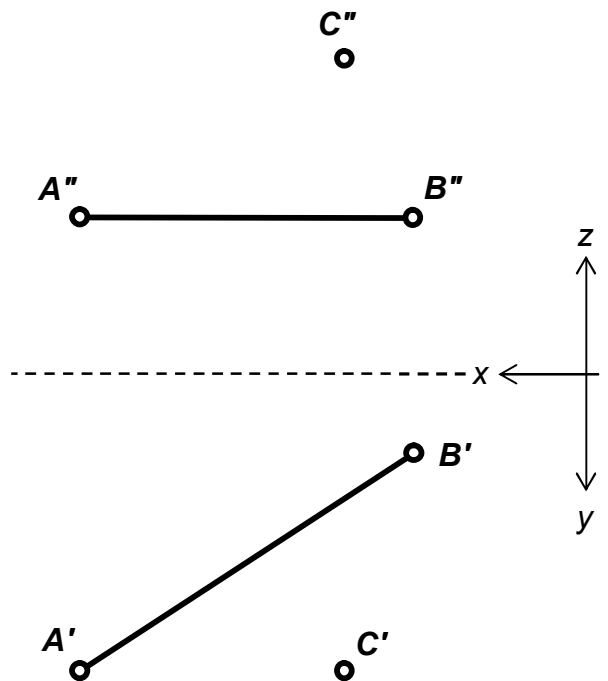
**1.14.** Построить фронтальную проекцию отрезка  $AB$ , если он наклонен к горизонтальной плоскости проекций под углом 45 градусов.



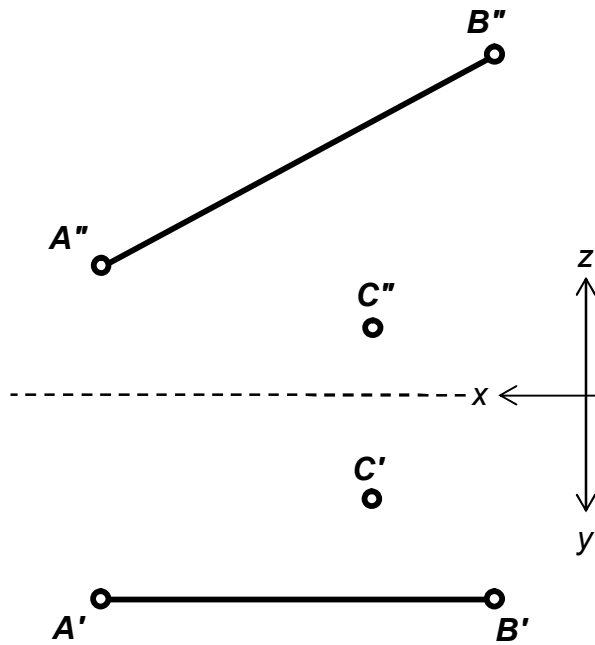
**1.15.** Построить горизонтальную проекцию отрезка  $AB$ , если он наклонен к фронтальной плоскости проекций под углом 45 градусов.



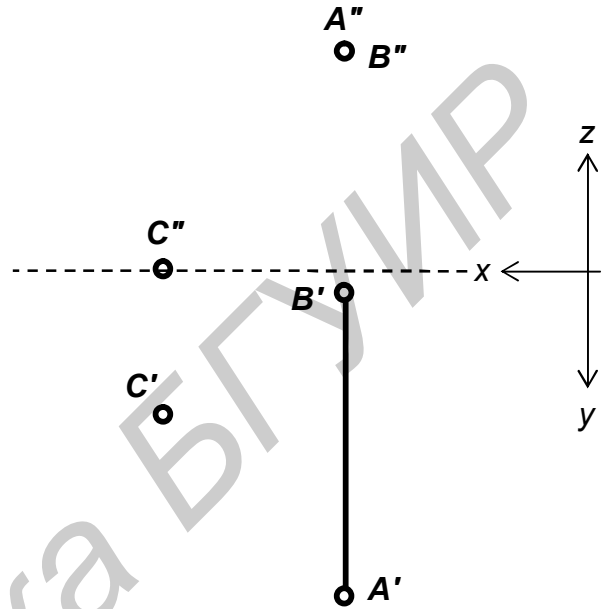
**1.16.** На прямой  $AB$  построить отрезок  $BD$ , равный расстоянию от точки  $C$  до прямой  $AB$ .



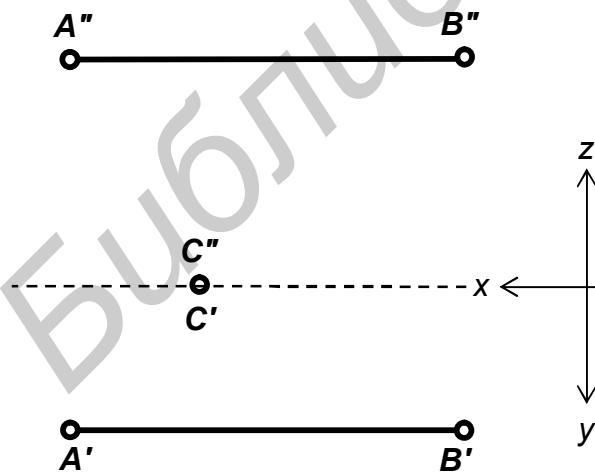
1.17. На прямой  $AB$  построить отрезок  $AD$ , равный расстоянию от точки  $C$  до прямой  $AB$ .



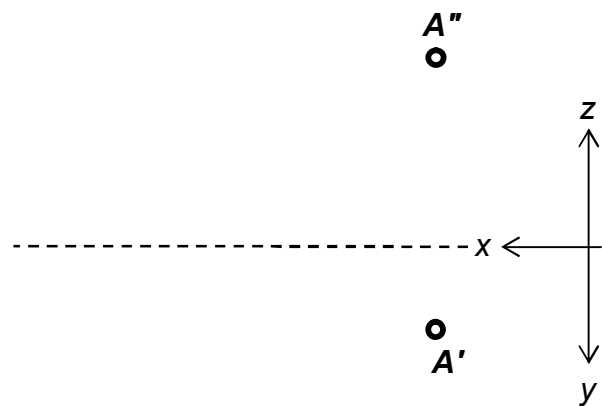
1.18. На прямой  $AB$  построить отрезок  $AD$ , равный расстоянию от точки  $C$  до прямой  $AB$ .



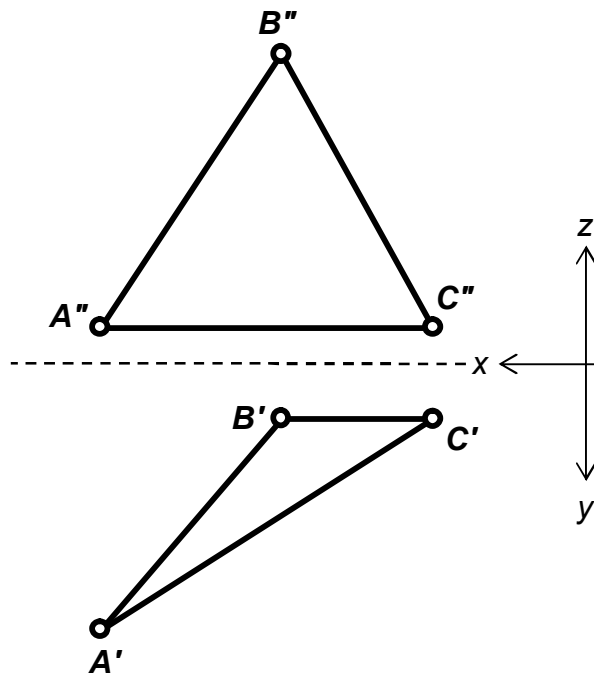
1.19. На прямой  $AB$  построить отрезок  $BD$ , равный расстоянию от точки  $C$  до прямой  $AB$ .



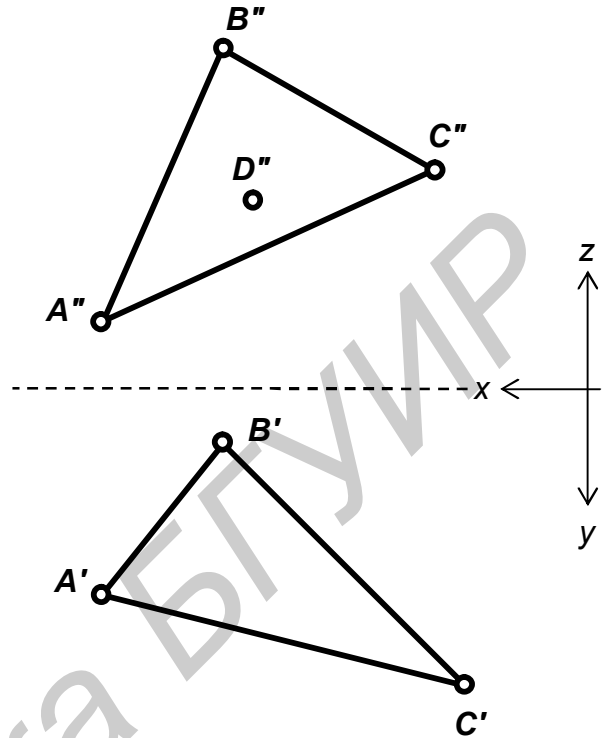
1.20. Построить отрезок  $AB$  длиной 105 мм, который параллелен горизонтальной плоскости проекций и наклонен к фронтальной плоскости проекций под углом 45 градусов.



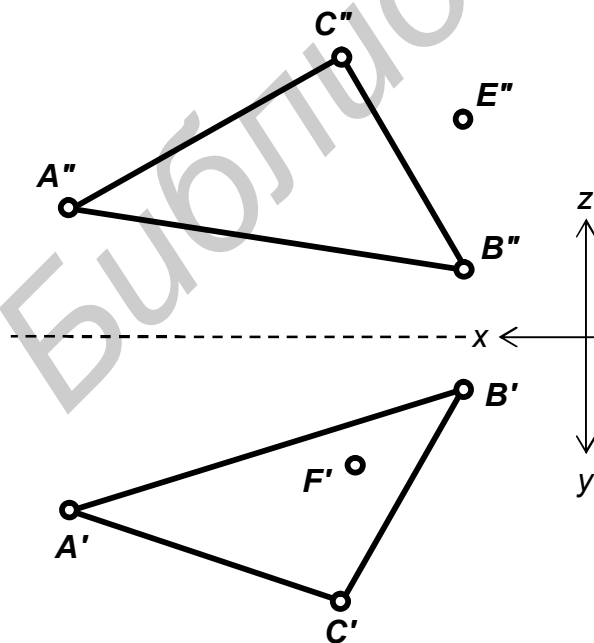
**2.1.** В плоскости  $ABC$  построить точку с координатами  $Y=40$  мм,  $Z=35$  мм.



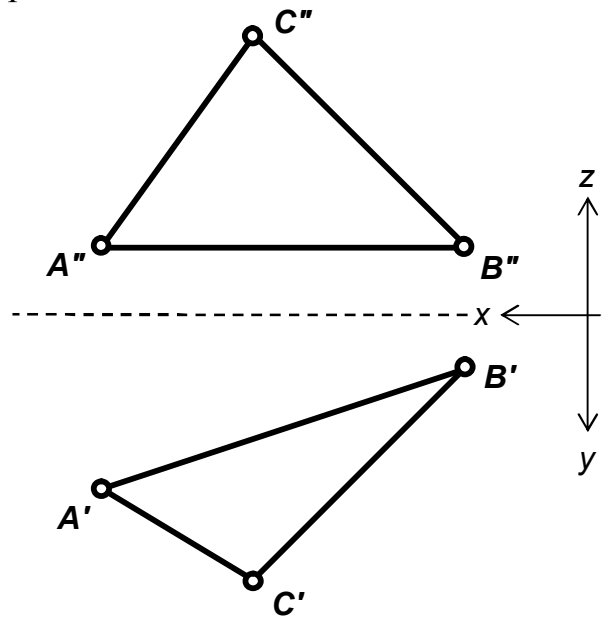
**2.2.** Построить недостающую проекцию точки  $D$  так, чтобы точка принадлежала плоскости  $ABC$ .



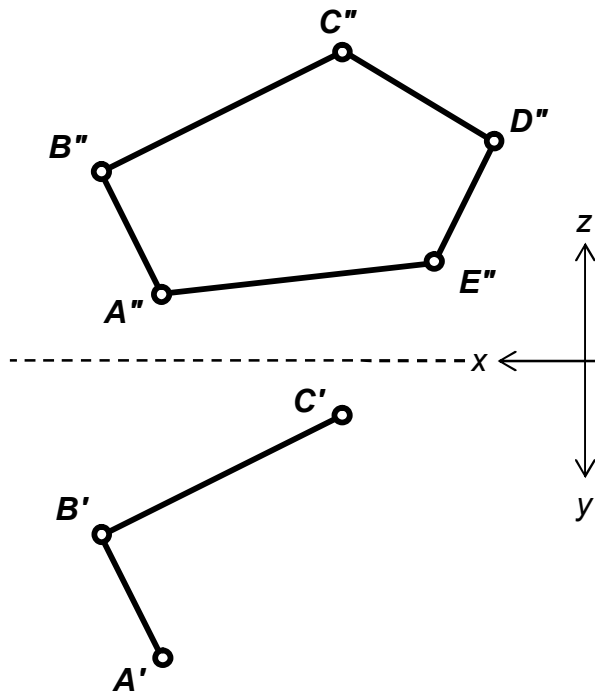
**2.3.** Построить проекции отрезка  $EF$ , находящегося в плоскости треугольника  $ABC$ . Определить точку пересечения этого отрезка со стороной  $AB$  треугольника.



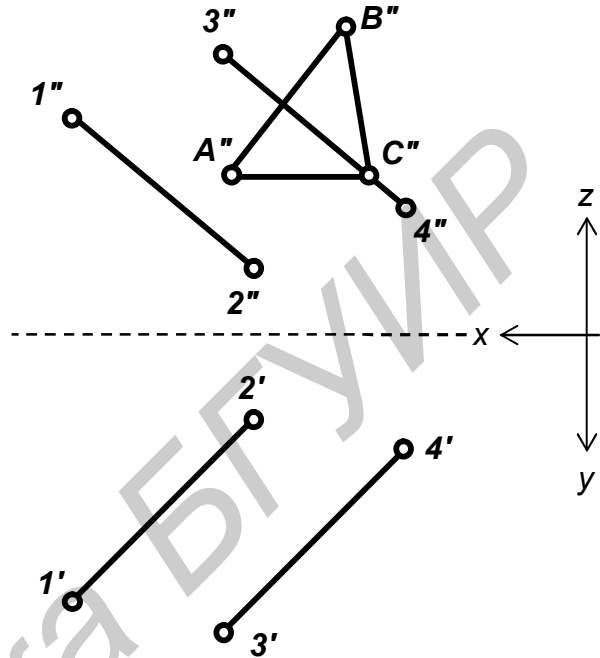
**2.4.** В плоскости треугольника  $ABC$  провести фронталь, делящую сторону  $BC$  в отношении 1:2. Построить на этой фронтале точку, удаленную от профильной плоскости проекций на 70 мм.



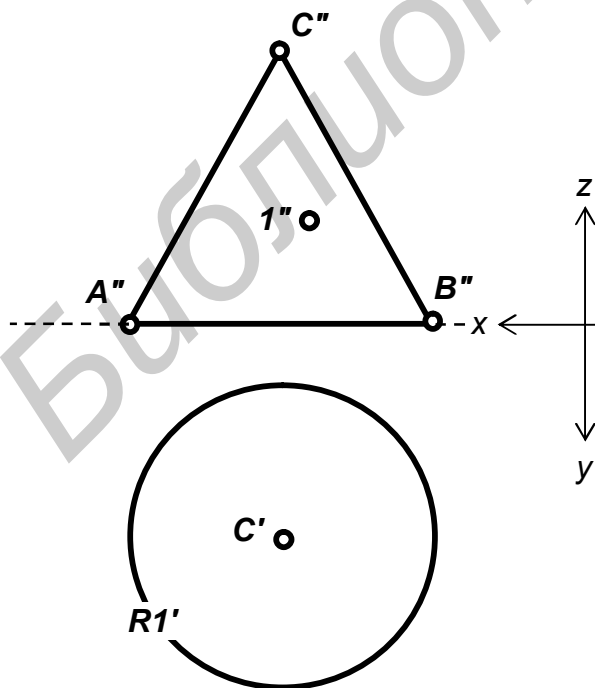
**2.5.** Достроить горизонтальную проекцию плоского пятиугольника  $ABCDE$ . Контрольная точка – вершина  $E$ .



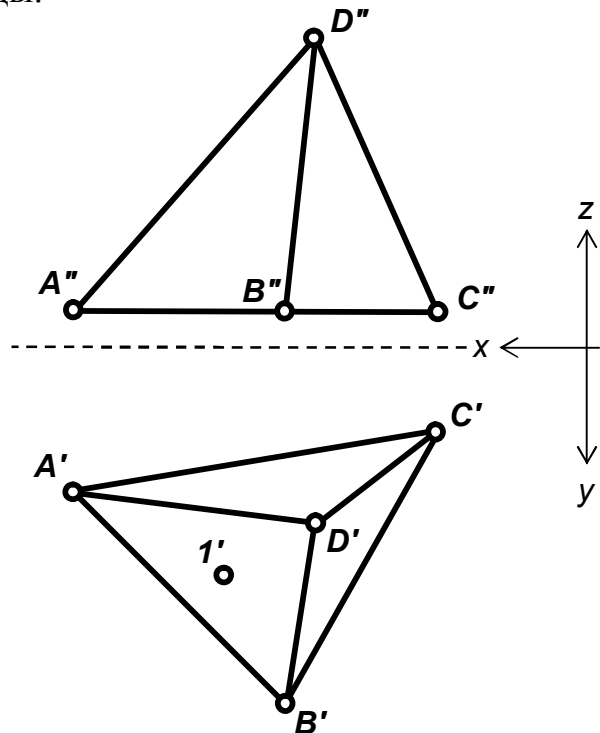
**2.6.** Построить горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$ , принадлежащего плоскости, заданной параллельными прямыми  $12$  и  $34$ . Контрольная точка – вершина  $A$ .



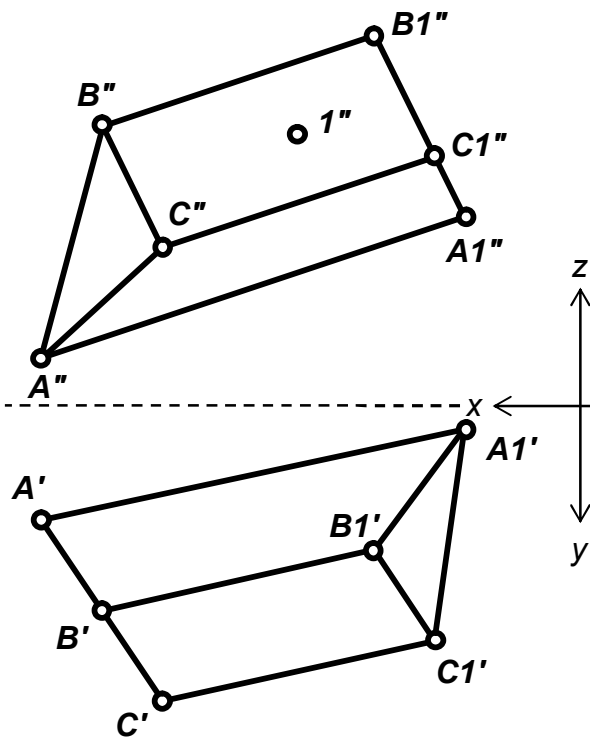
**2.7.** Определить недостающую проекцию точки  $I$ , которая принадлежит поверхности конуса.



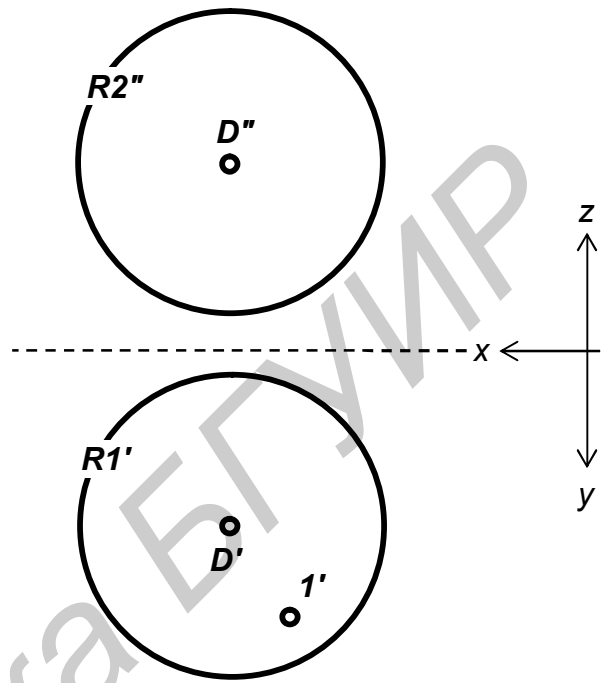
**2.8.** Определить недостающую проекцию точки  $I$ , которая принадлежит боковой поверхности пирамиды.



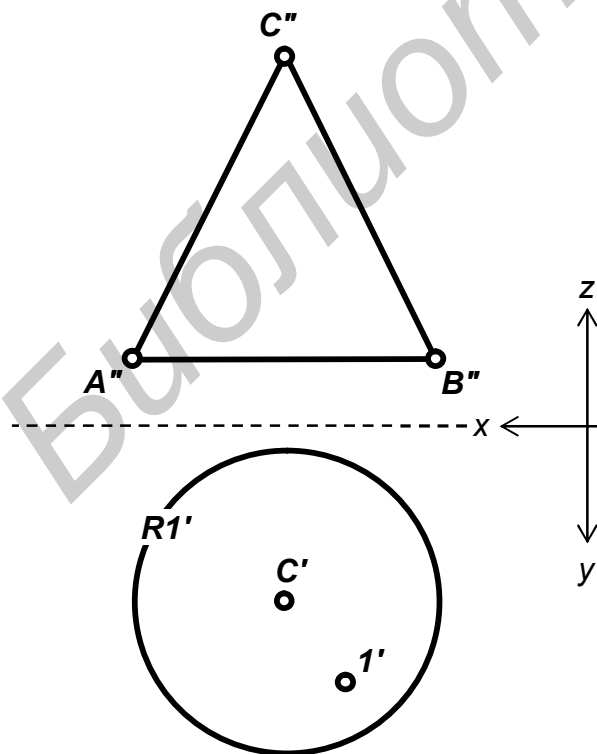
**2.9.** Определить недостающую проекцию точки  $I$ , которая принадлежит поверхности призмы.



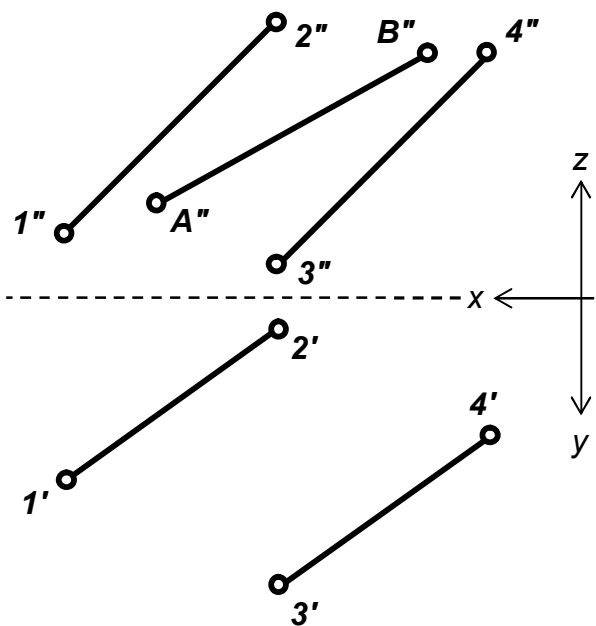
**2.10.** Определить недостающую проекцию точки  $I$ , которая принадлежит поверхности шара.



**2.11.** Определить недостающую проекцию точки  $I$ , которая принадлежит поверхности конуса.

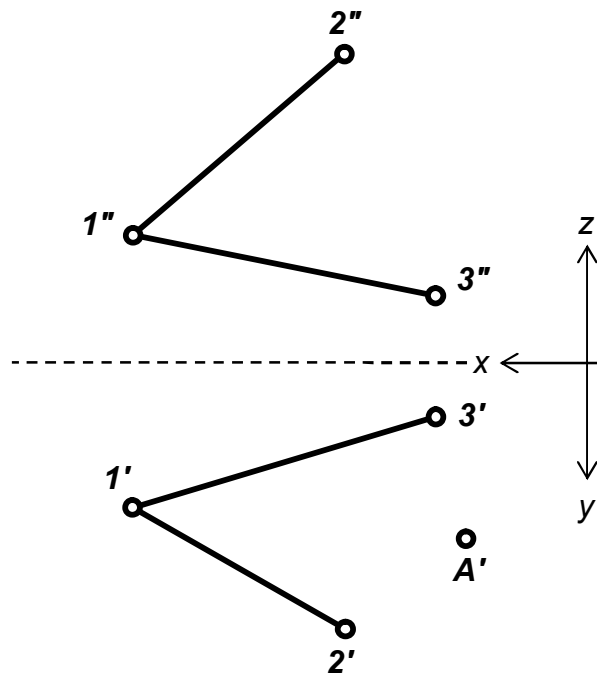


**2.12.** Построить горизонтальную проекцию прямой  $AB$ , принадлежащей плоскости, заданной параллельными прямыми  $12$  и  $34$ . Определить точку пересечения прямой  $AB$  с горизонтальной плоскостью проекций.

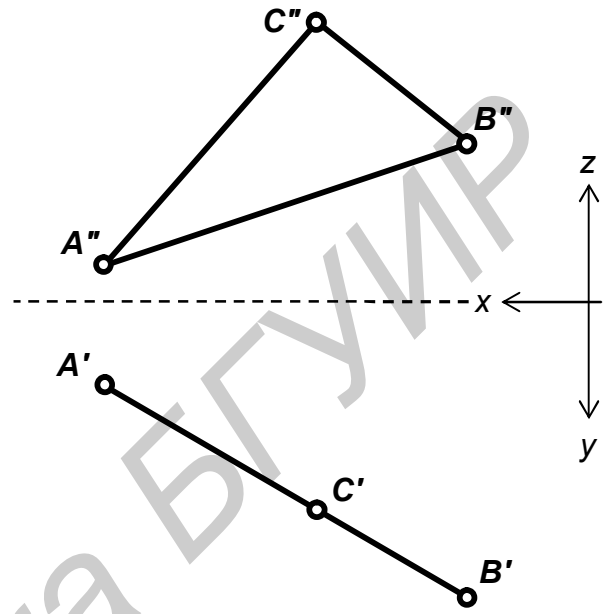




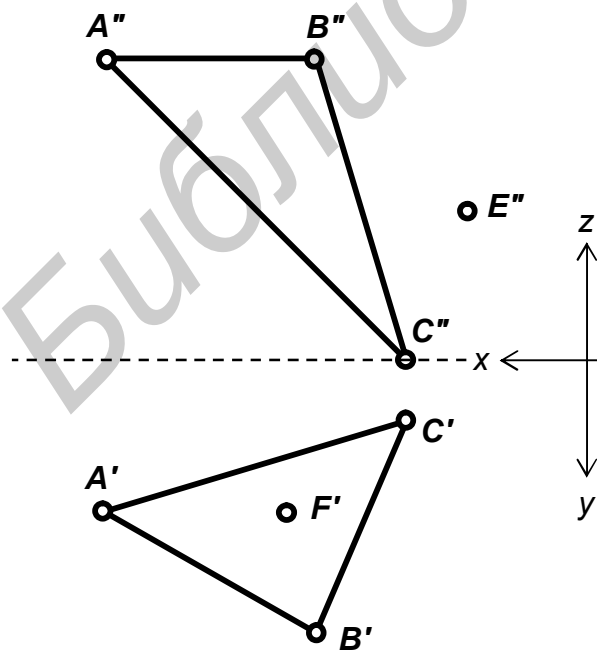
**2.13.** Определить фронтальную проекцию точки  $A$ , которая принадлежит плоскости, заданной пересекающимися прямыми  $l_2$  и  $l_3$ .



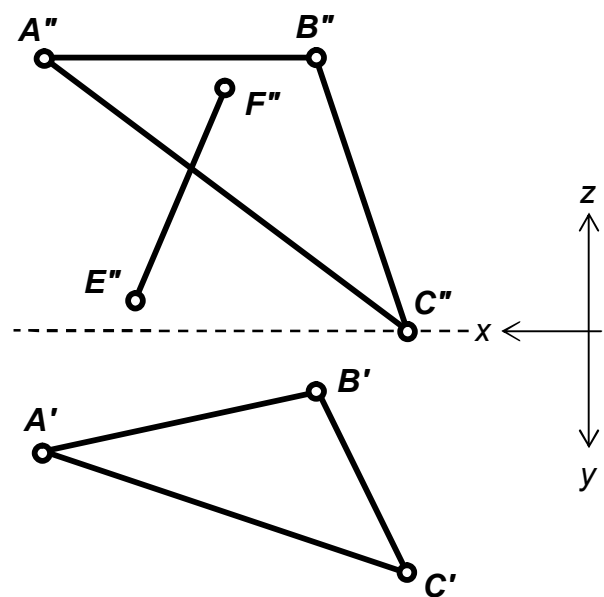
**2.14.** В плоскости треугольника  $ABC$  провести горизонталь, делящую сторону  $AC$  в отношении 1:2. Построить точку пересечения этой горизонтали с фронтальной плоскостью проекций.



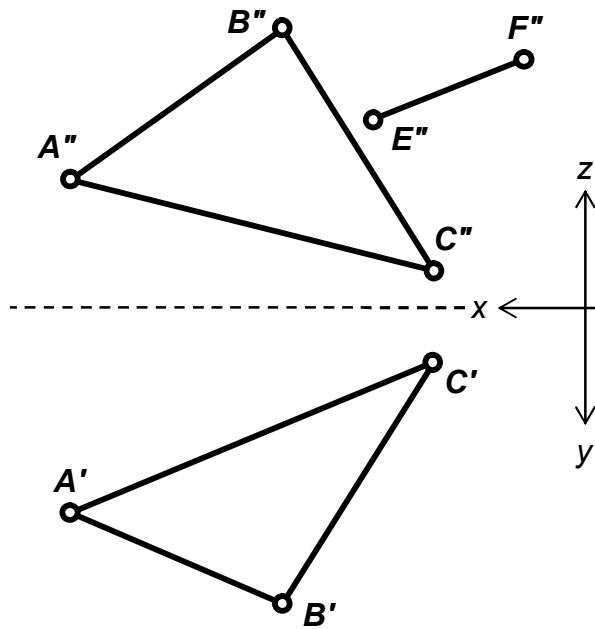
**2.15.** Построить прямую  $EF$ , лежащую в плоскости треугольника  $ABC$ . Определить точку пересечения этой прямой с фронтальной плоскостью проекций.



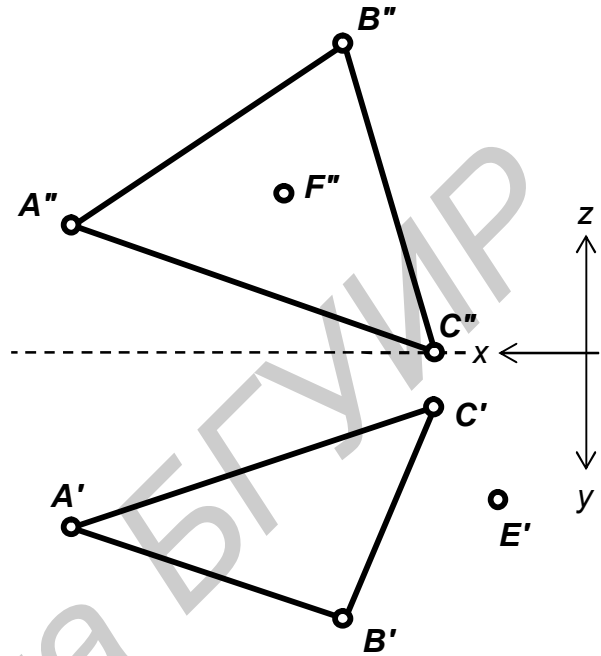
**2.16.** Построить горизонтальную проекцию прямой  $EF$ , принадлежащей плоскости треугольника  $ABC$ . Определить точку пересечения этой прямой с фронтальной плоскостью проекций.



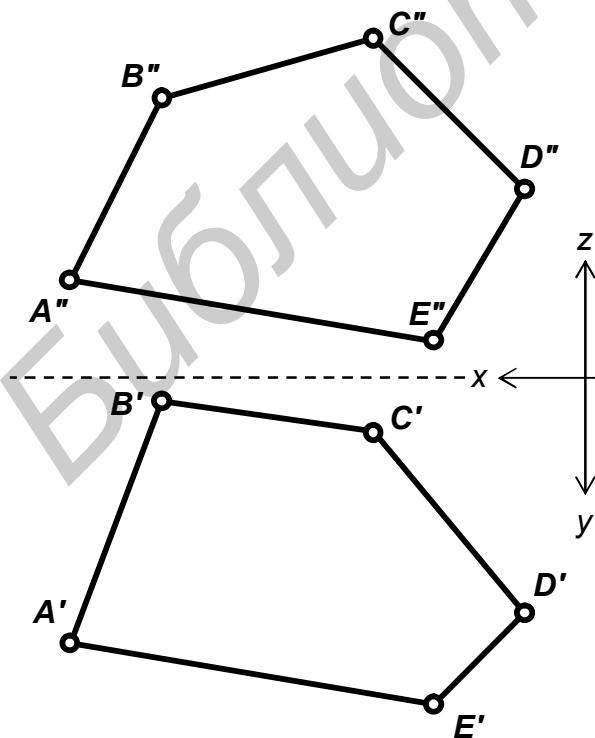
**2.17.** На оси  $X$  отложить от начала координат отрезок, равный действительной длине отрезка  $EF$ , лежащего в плоскости треугольника  $ABC$ . Контрольная точка – конец отрезка на оси  $X$ .



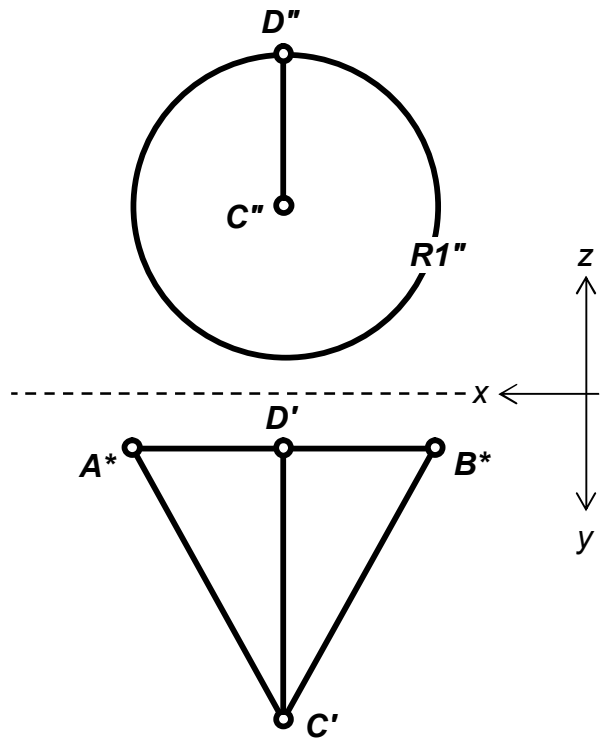
**2.18.** Построить точку  $D(160, 20, Z)$ . Координата  $Z$  численно равна действительной длине отрезка  $EF$ , лежащего в плоскости треугольника  $ABC$ .



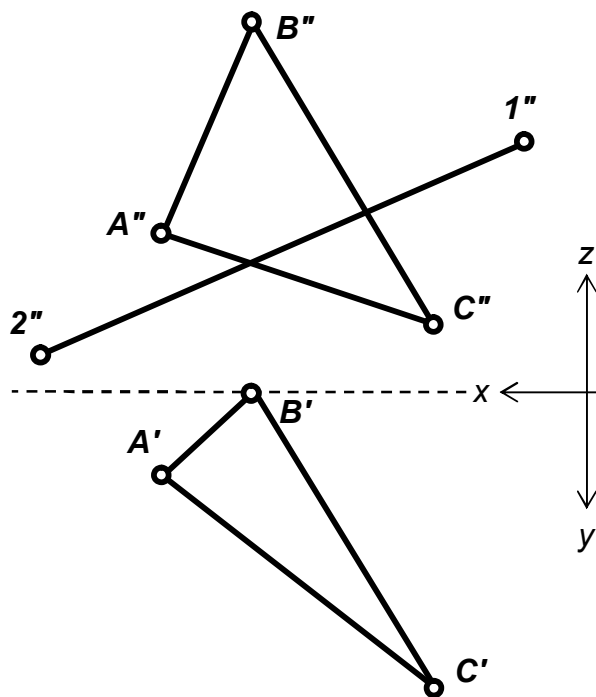
**2.19.** В плоскости пятиугольника  $ABCDE$  построить точку  $F$  с координатами  $Y=50, Z=50$ .



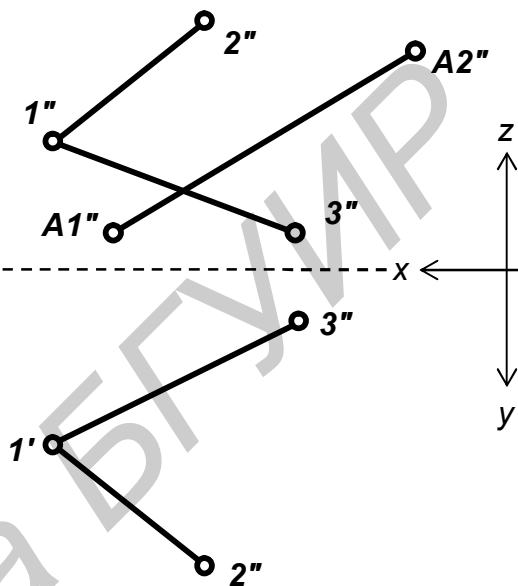
**2.20.** На образующей  $CD$  конуса построить точку, удаленную от вершины  $C$  на 50 мм.



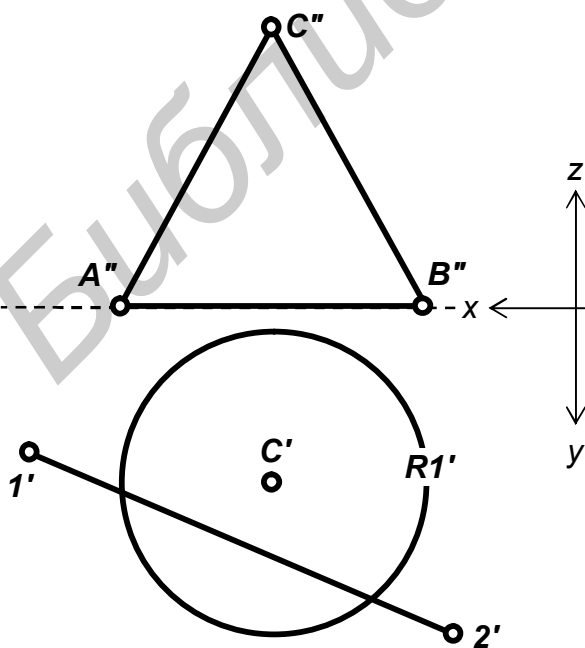
**3.1.** Построить линию пересечения плоскости  $ABC$  с фронтальной плоскостью проекций. Определить точку пересечения этой линии с прямой  $12$ .



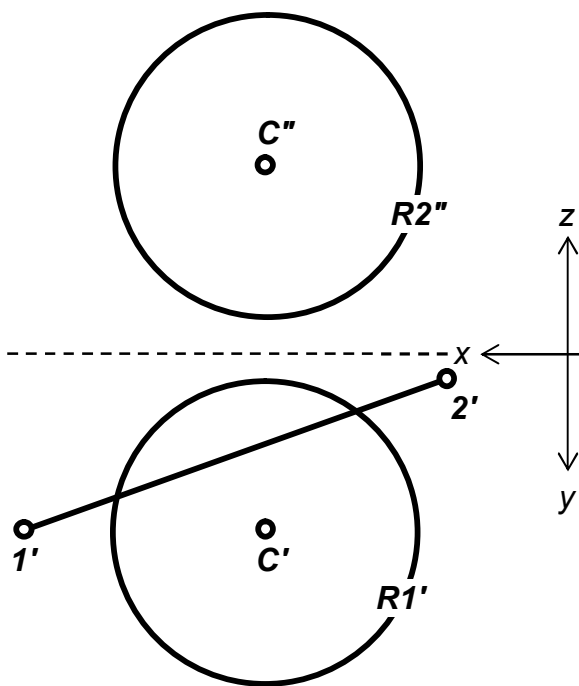
**3.2.** Построить линию пересечения плоскости, заданной пересекающимися прямыми  $12$  и  $13$ , с фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $A1''A2''$ . Определить точку пересечения этой линии с горизонтальной плоскостью проекций.



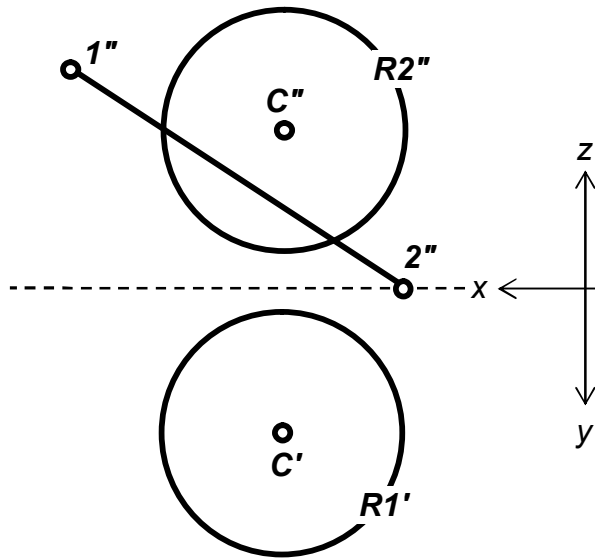
**3.3.** Определить точку, принадлежащую линии пересечения конуса горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1'2'$ , и наиболее удалённую от горизонтальной плоскости проекций.



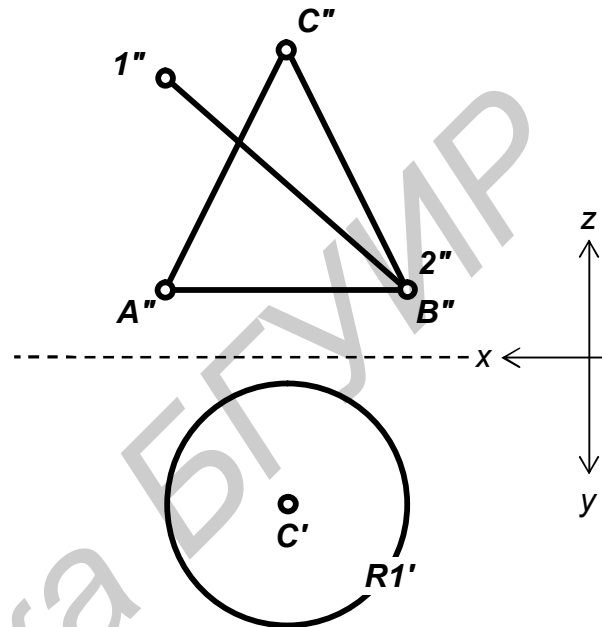
**3.4.** Определить наивысшую точку линии сечения сферы горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1'2'$ .



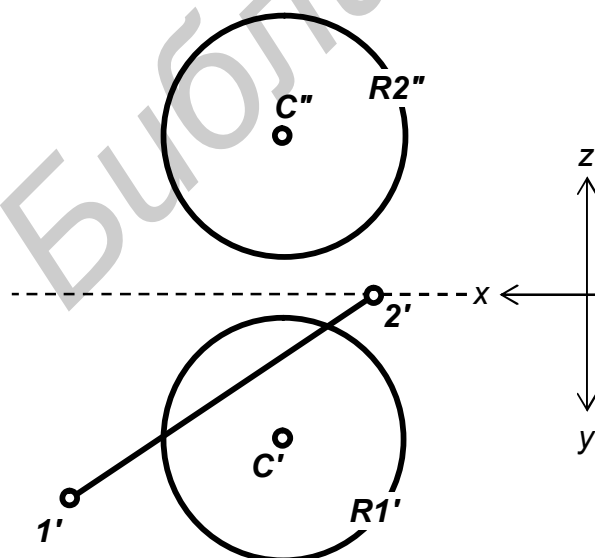
**3.5.** Построить точку  $A(150,30,Z)$ . Координата  $Z$  равна расстоянию между точками, лежащими на высоте 25 мм от горизонтальной плоскости проекций и принадлежащими линии сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1''2''$ .



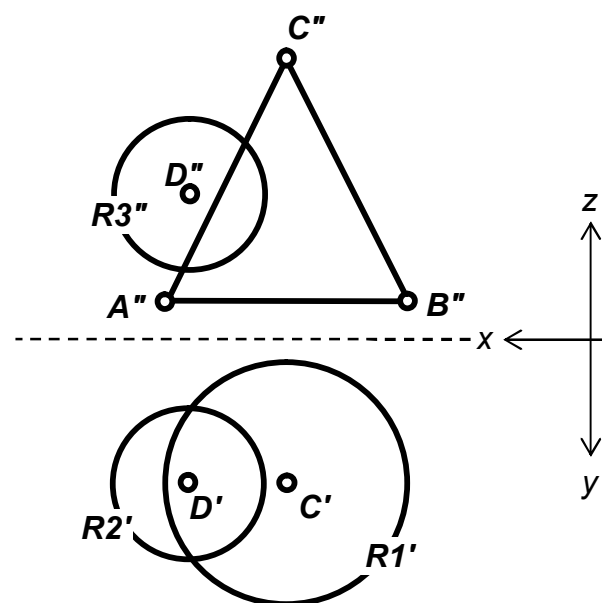
**3.6.** Построить точку  $F(150,40,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна меньшей оси эллипса – линии пересечения конуса фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1''2''$ .



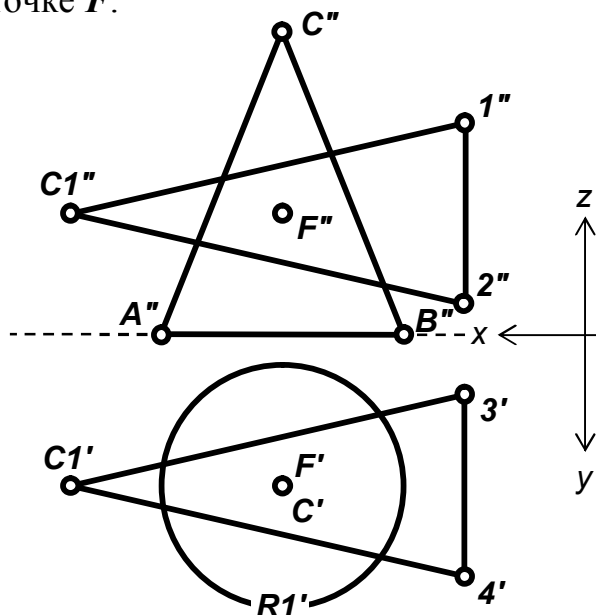
**3.7.** Построить точку  $F(150,Y,35)$ . Координата  $Y$  численно равна расстоянию между точками, лежащими на удалении 35 мм от фронтальной плоскости проекций и принадлежащими линии сечения сферы горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1'2'$ .



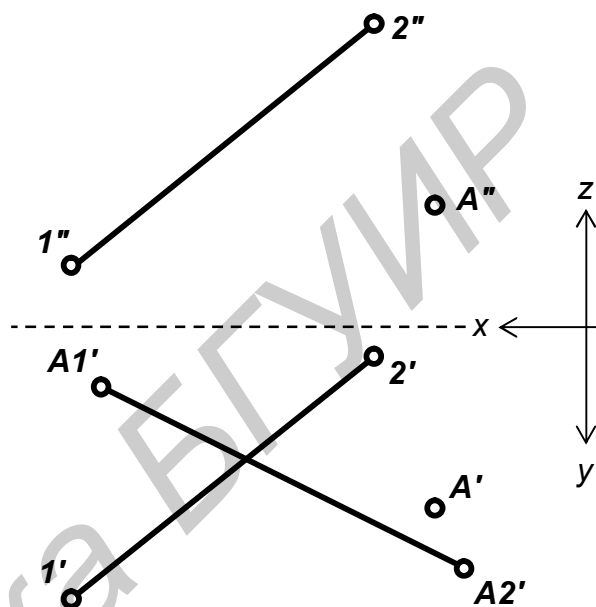
**3.8.** Построить точку  $F(140,40,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между точками, лежащими на высоте 40 мм от горизонтальной плоскости проекций и принадлежащими линии взаимного пересечения поверхностей шара и конуса.



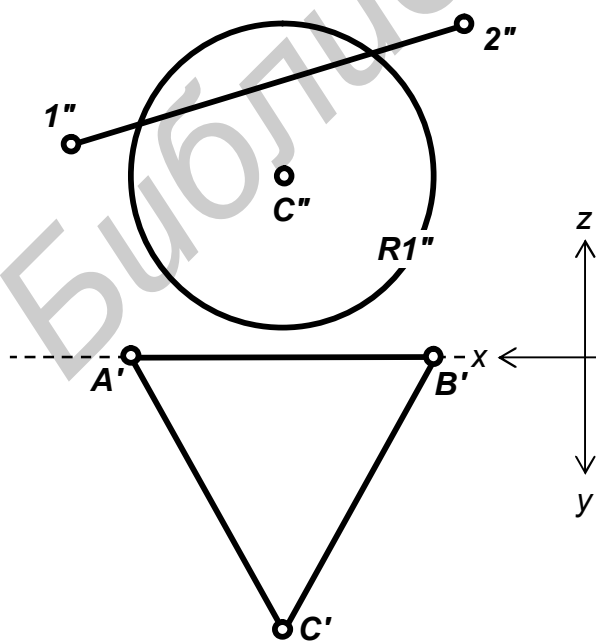
**3.9.** Построить точку  $D(160,40,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между точками, которые лежат на сфере-посреднике радиусом 30 мм и принадлежат линии взаимного пересечения конических поверхностей, оси которых пересекаются в точке  $F$ .



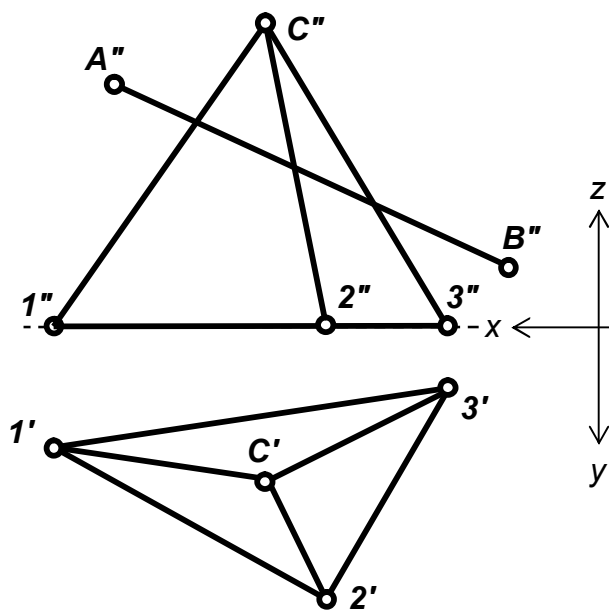
**3.10.** Построить линию пересечения плоскости, заданной прямой  $12$  и точкой  $A$ , с горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $A1'A2'$ . Определить точку пересечения этой линии с горизонтальной плоскостью проекций.



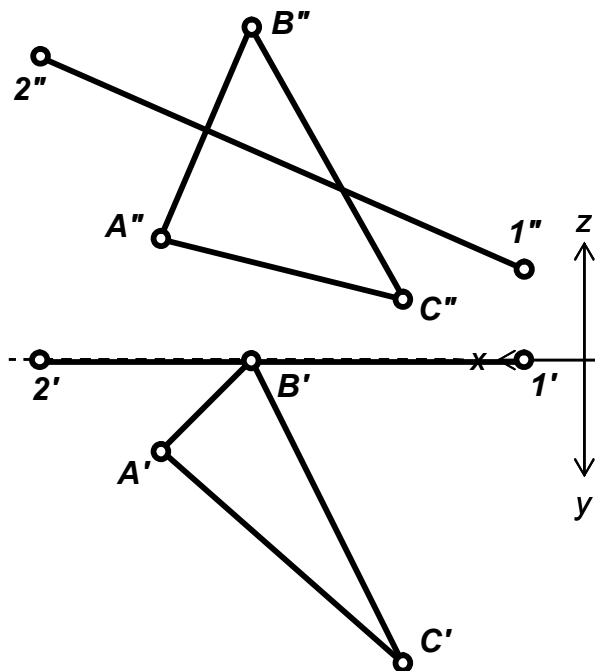
**3.11.** Определить точку, принадлежащую линии пересечения конуса фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1''2''$ , и наиболее удалённую от фронтальной плоскости проекций.



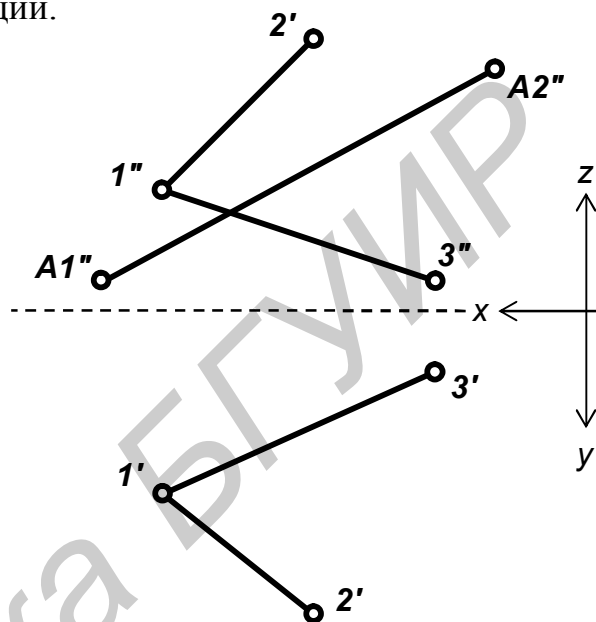
**3.12.** Построить точку  $F(150,20,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна действительной длине наибольшей стороны фигуры сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $A''B''$ .



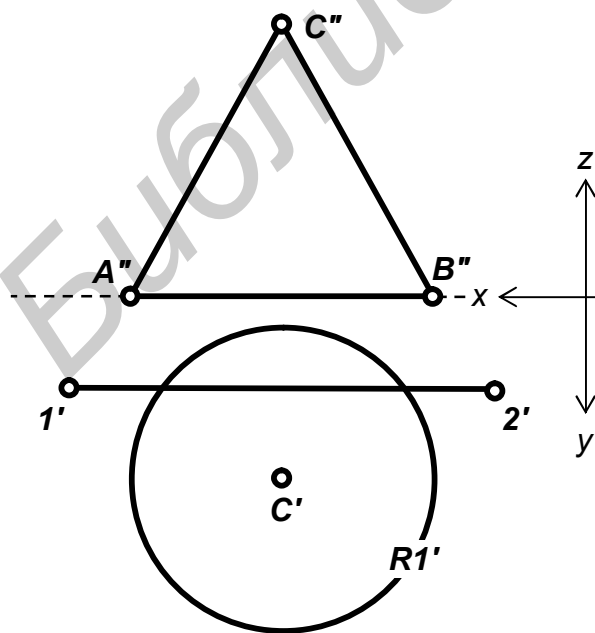
**3.13.** Построить линию пересечения плоскости треугольника  $ABC$  с фронтальной плоскостью проекций. Определить точку пересечения этой линии с прямой  $12$ .



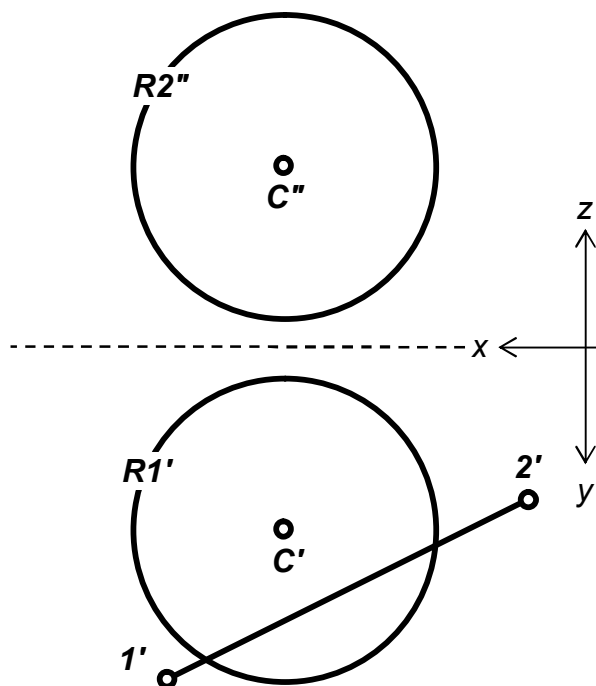
**3.14.** Построить линию пересечения плоскости, заданной пересекающимися прямыми  $12$  и  $13$ , с фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $A1''A2''$ . Определить точку пересечения этой линии с горизонтальной плоскостью проекций.



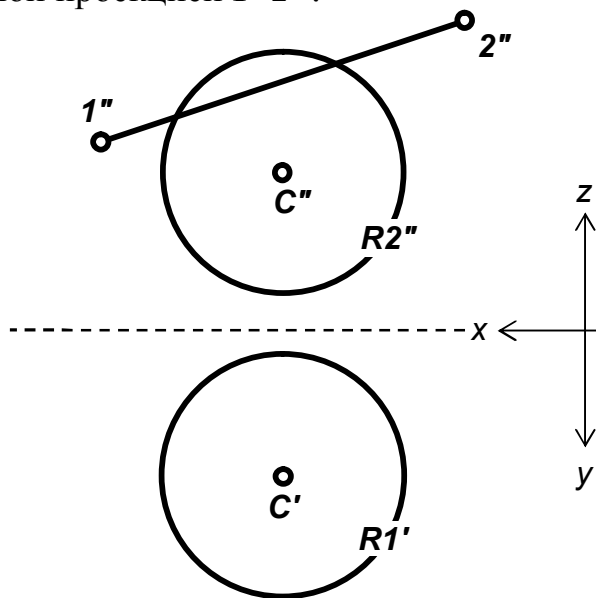
**3.15.** Определить точку, принадлежащую линии пересечения конуса горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1'2'$ , и наиболее удалённую от горизонтальной плоскости проекций.



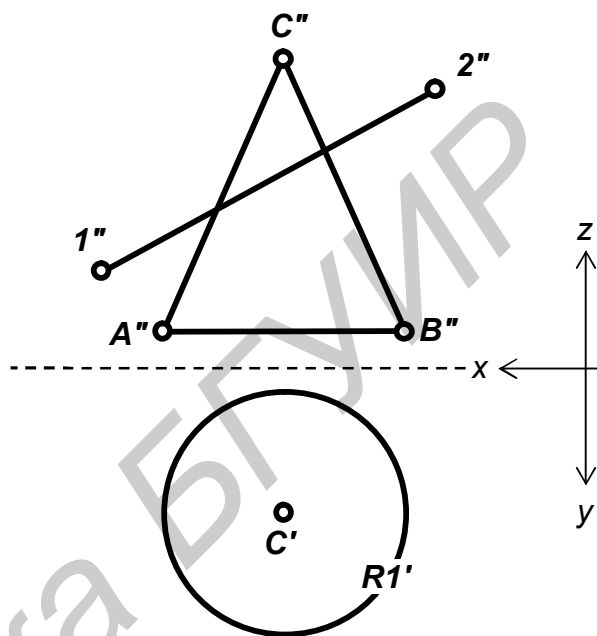
**3.16.** Определить наивысшую точку линии сечения сферы горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1'2'$ .



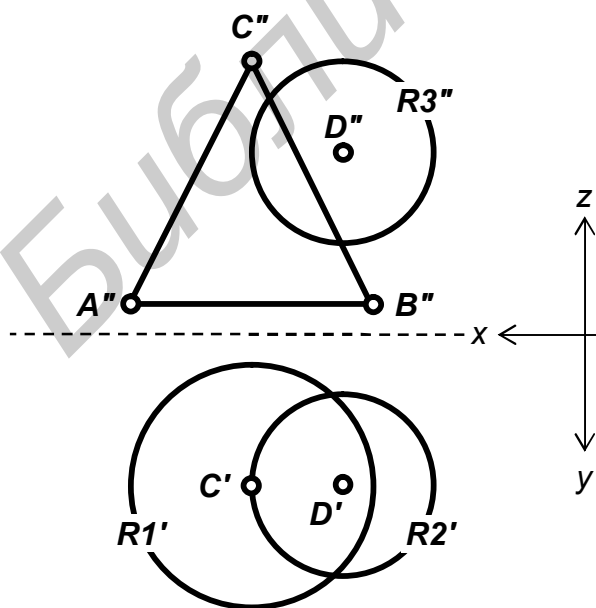
**3.17.** Построить точку  $A(150,30,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между точками, лежащими на высоте 75 мм от горизонтальной плоскости проекций, и принадлежит линии сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1''2''$ .



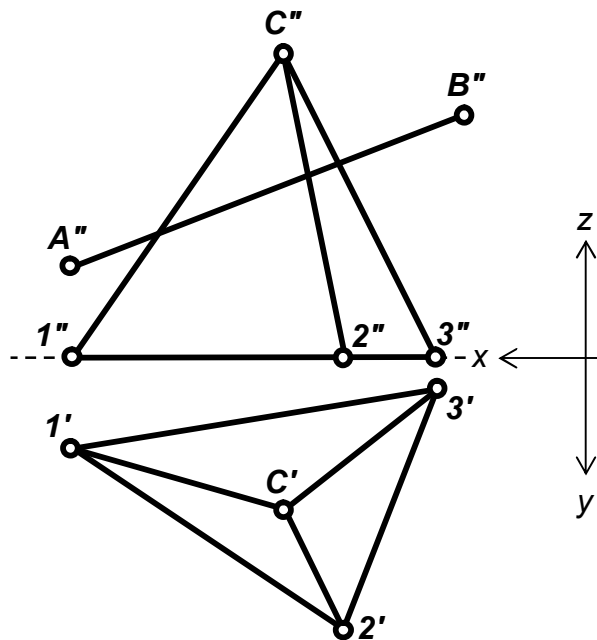
**3.18.** Построить точку  $F(150,40,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна меньшей оси эллипса – линии пересечения конуса фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $1''2''$ .



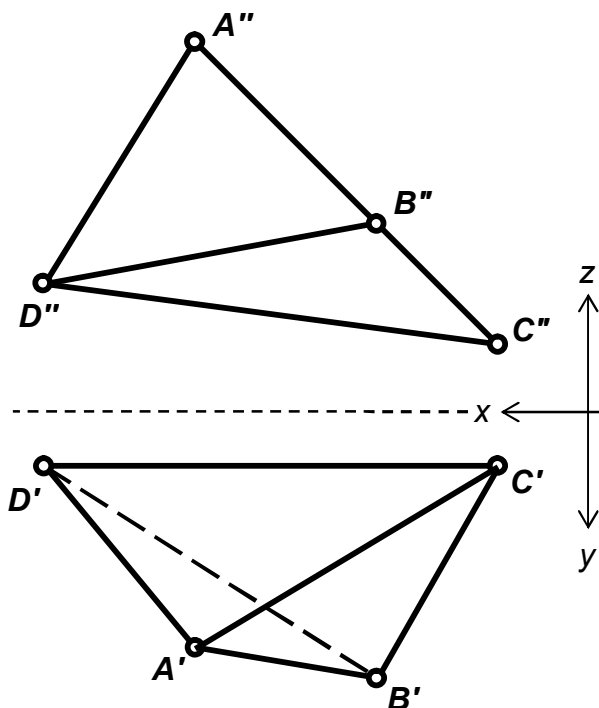
**3.19.** Построить точку  $F(140,50,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между точками, лежащими на высоте 40 мм от горизонтальной плоскости проекции и принадлежащими линии пересечения поверхностей шара и конуса.



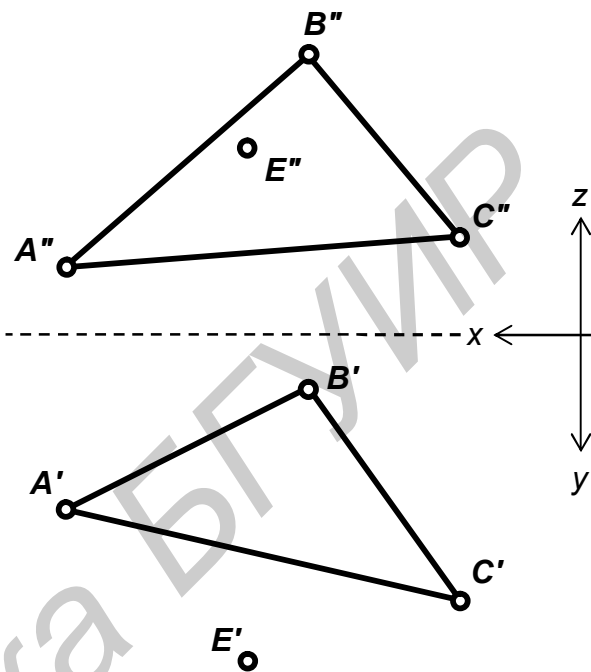
**3.20.** Построить точку  $F(170,20,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна действительной длине наименьшей стороны треугольника – фигуры сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью, заданной проекцией  $A''B''$ .



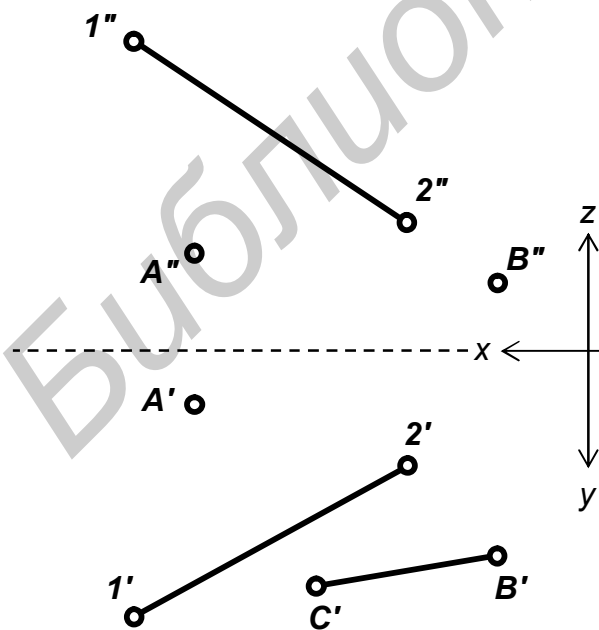
**4.1.** Построить проекции точки пересечения высоты пирамиды с плоскостью основания  $ABC$ .



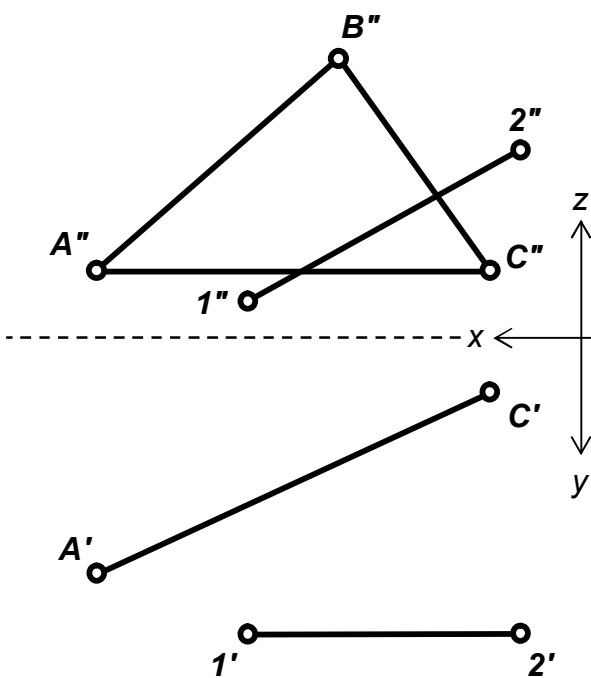
**4.2.** Построить отрезок  $EF$  горизонтальной прямой, который параллелен плоскости треугольника  $ABC$ . Длина отрезка 40 мм.



**4.3.** Построить фронтальную проекцию отрезка  $BC$  так, чтобы он был параллелен плоскости, заданной точкой  $A$  и прямой  $12$ .

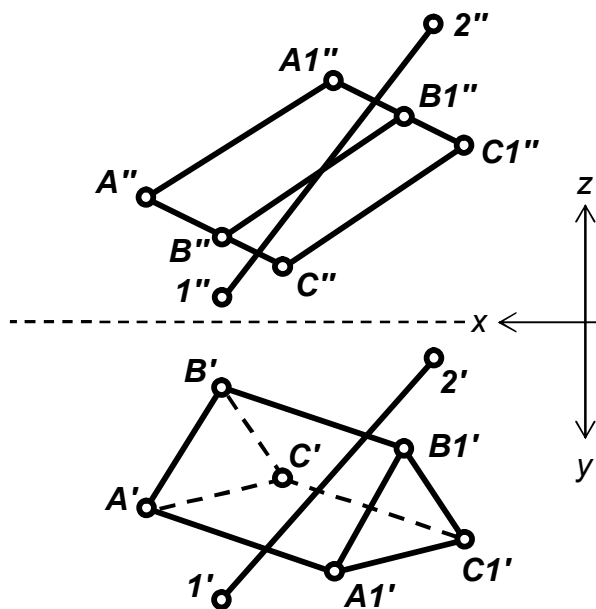


**4.4.** Достроить горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$ , плоскость которого параллельна прямой  $12$ . Контрольная точка – вершина  $B$ .

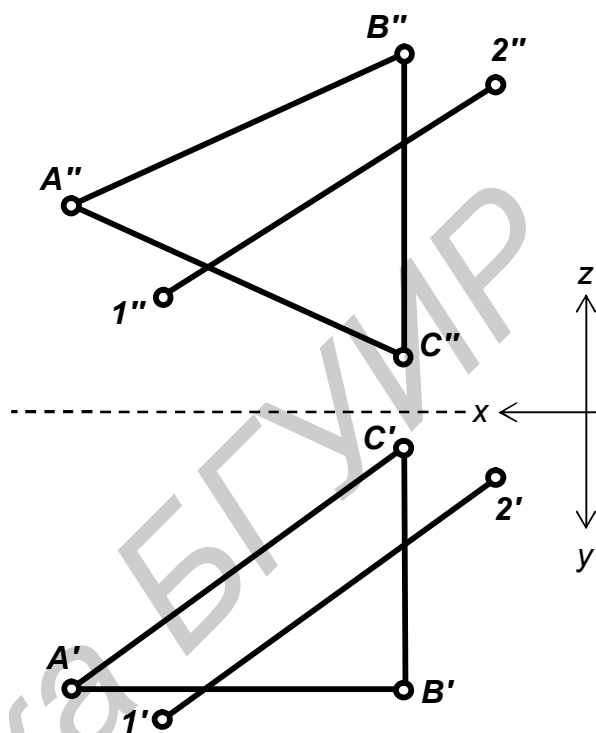




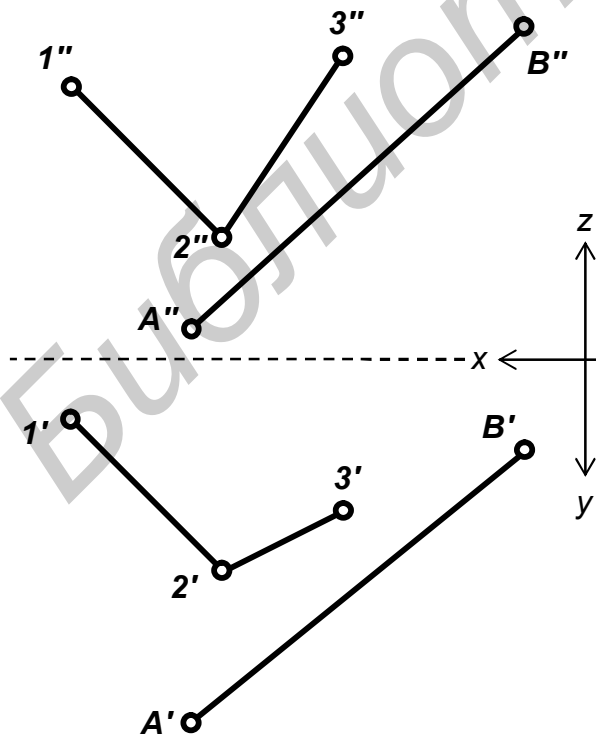
**4.5.** Определить точки  $E$  и  $F$  пересечения прямой  $12$  с поверхностью призмы. Построить точку  $D(30,50,Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между фронтальными проекциями точек  $E$  и  $F$ .



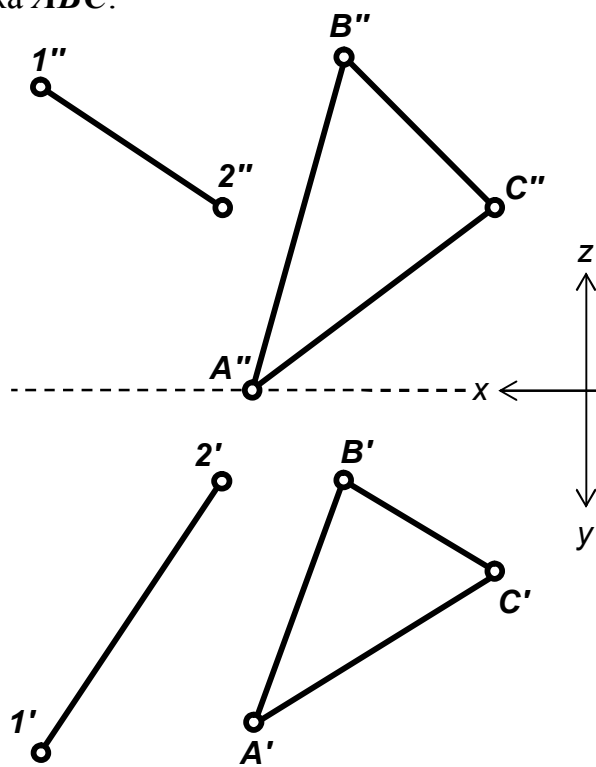
**4.6.** Построить точку пересечения прямой  $12$  с плоскостью треугольника  $ABC$ .



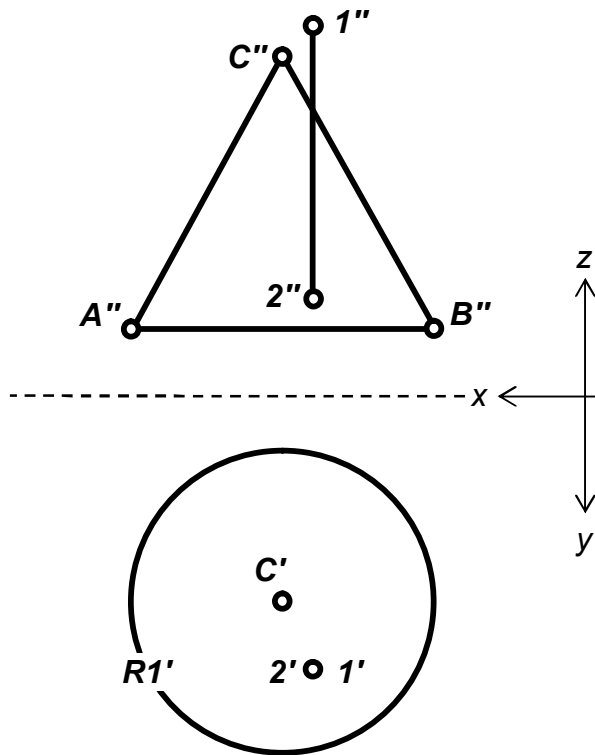
**4.7.** Построить точку пересечения прямой  $AB$  с плоскостью, заданной пересекающимися прямыми  $12$  и  $23$ .



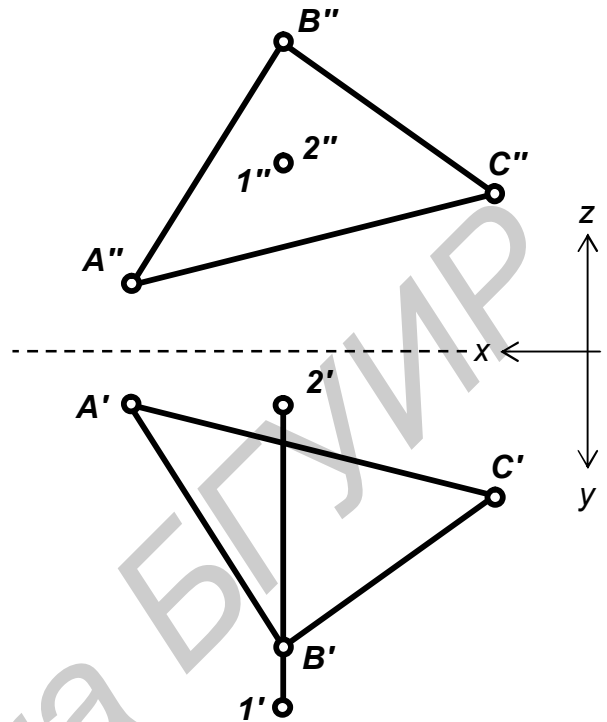
**4.8.** Построить точку пересечения прямой  $12$  с плоскостью треугольника  $ABC$ .



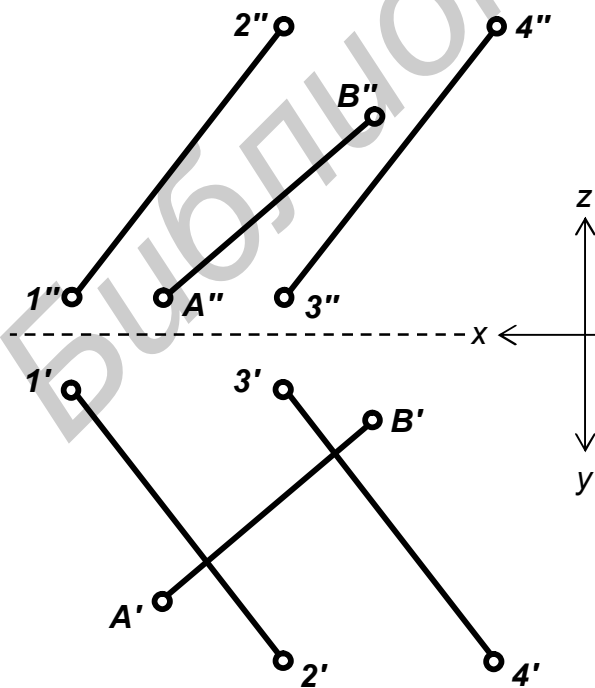
**4.9.** Построить точку пересечения прямой  $12$  с поверхностью конуса.



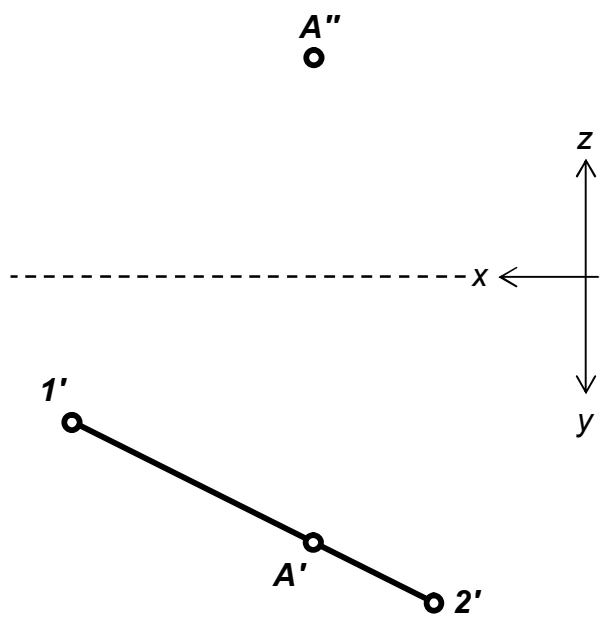
**4.10.** Построить точку пересечения прямой  $12$  с плоскостью треугольника  $ABC$ .



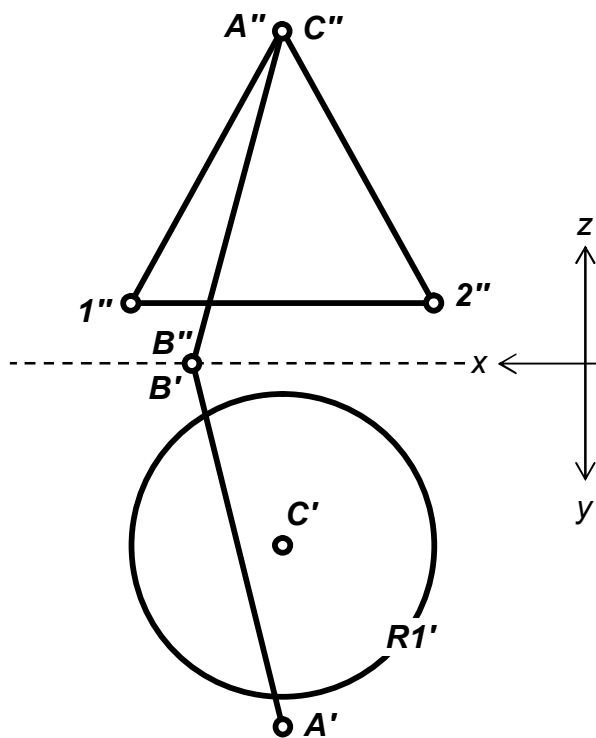
**4.11.** Определить координаты точки пересечения прямой  $AB$  с плоскостью, заданной параллельными прямыми  $12$  и  $34$ .



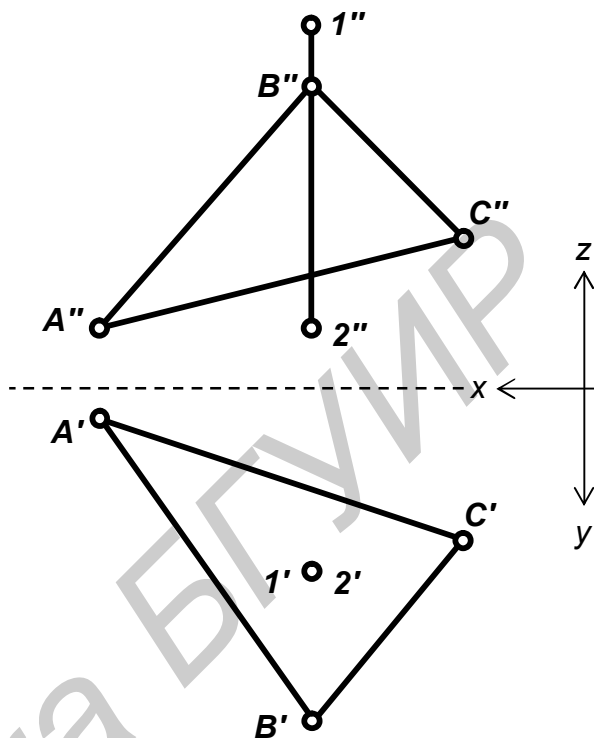
**4.12.** Из точки  $A$  горизонтально-проецирующей плоскости, заданной проекцией  $1'2'$ , восстановить перпендикуляр к этой плоскости длиной 50 мм.



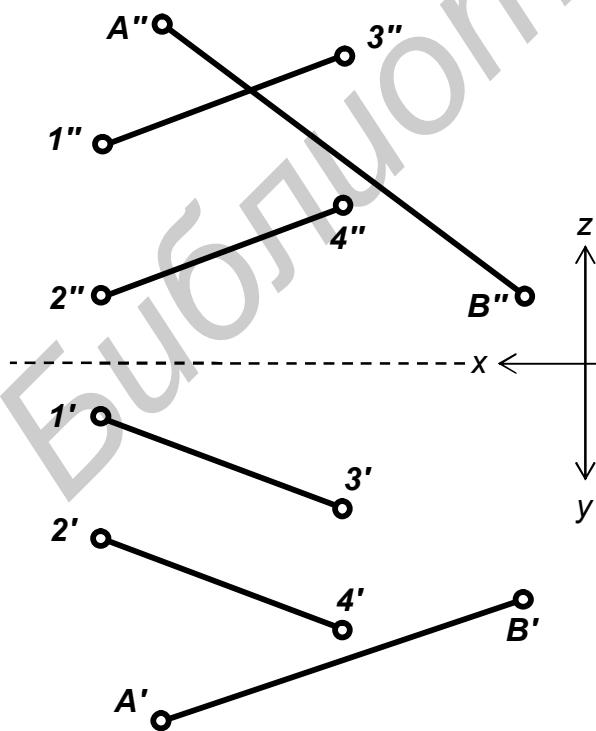
**4.13.** Построить наиболее удалённую от горизонтальной плоскости проекций точку пересечения прямой  $AB$  с боковой поверхностью конуса.



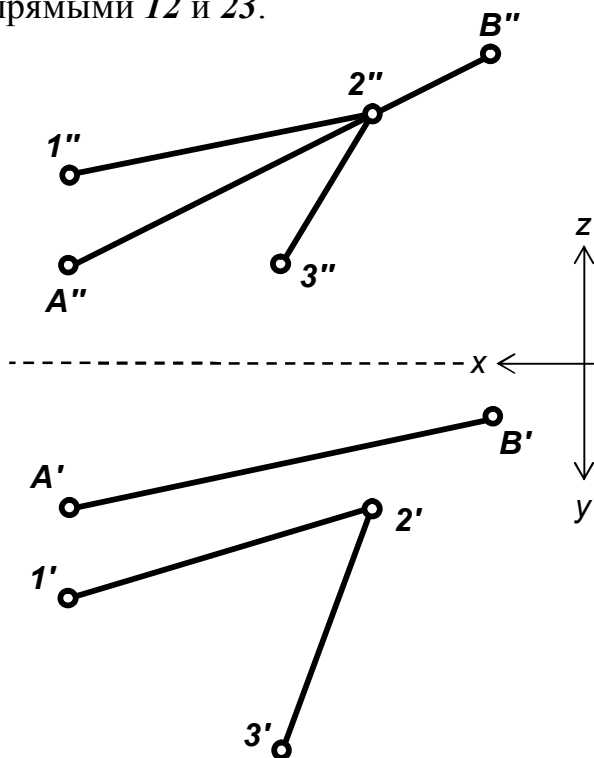
**4.14.** Построить точку пересечения прямой  $12$  с плоскостью треугольника  $ABC$ .



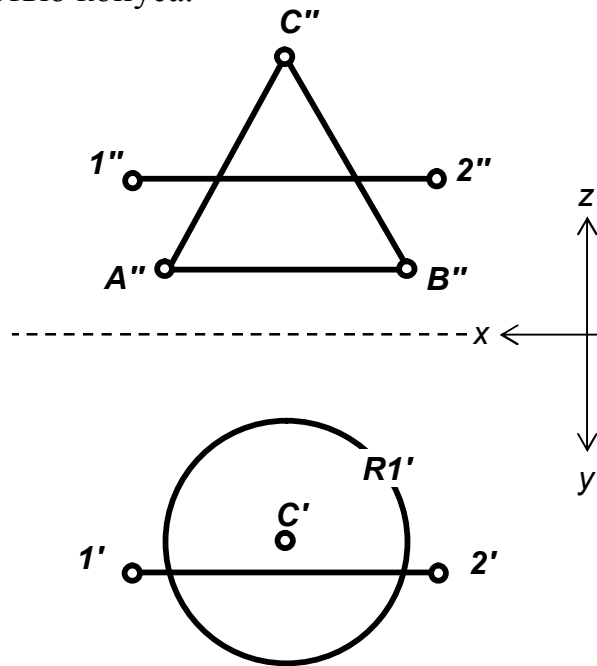
**4.15.** Построить точку пересечения прямой  $AB$  с плоскостью, заданной параллельными прямыми  $13$  и  $24$ .



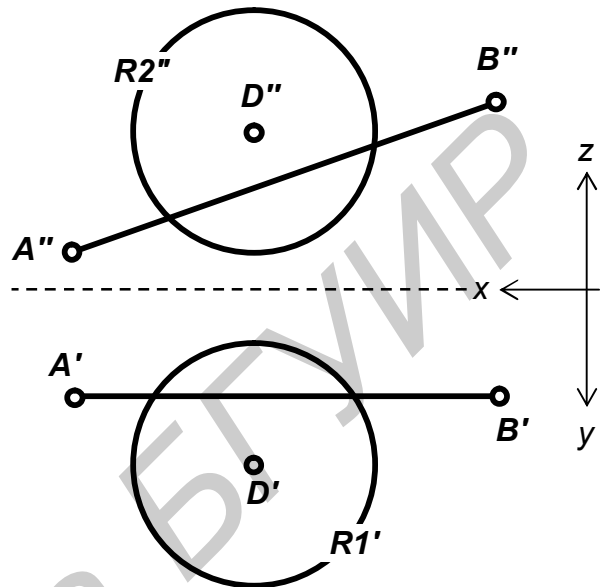
**4.16.** Определить координаты точки пересечения прямой  $AB$  с плоскостью, заданной пересекающимися прямыми  $12$  и  $23$ .



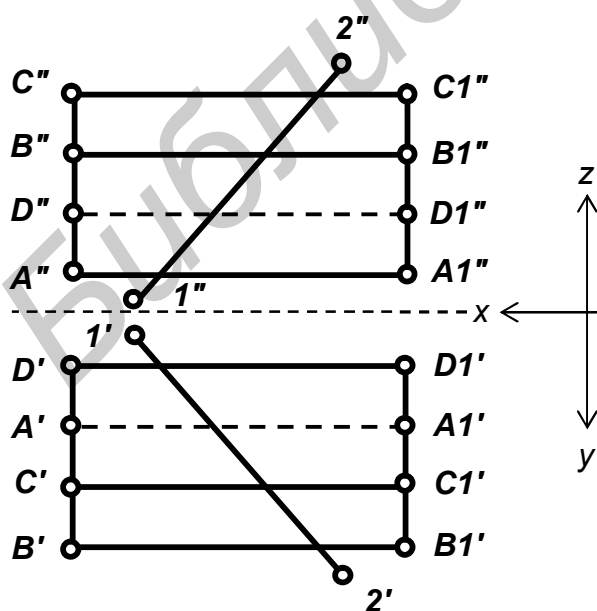
**4.17.** Построить проекции точки  $E(150, Y, 70)$ . Координата  $Y$  численно равна расстоянию между точками пересечения прямой  $12$  с поверхностью конуса.



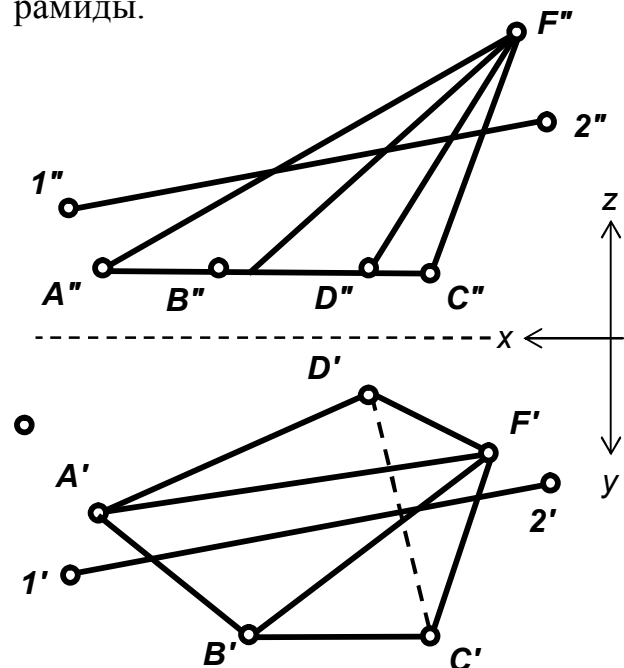
**4.18.** Построить проекции точки  $F(150, 50, Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между точками пересечения прямой  $AB$  со сферой.



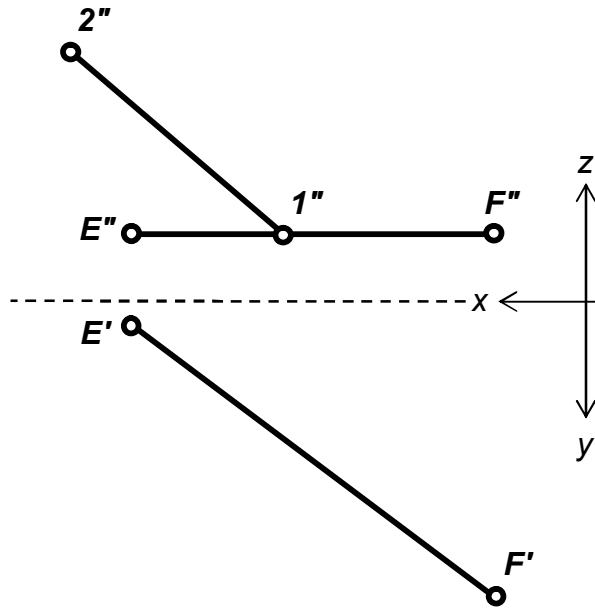
**4.19.** Построить проекции точки  $E(155, 70, Z)$ . Координата  $Z$  численно равна действительному расстоянию между точками пересечения прямой  $12$  с поверхностью призмы.



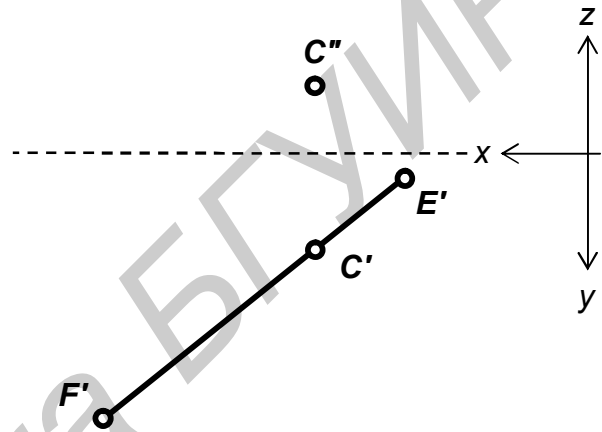
**4.20.** Построить проекции точки  $E(150, 50, Z)$ . Координата  $Z$  численно равна расстоянию между горизонтальными проекциями точек пересечения прямой  $12$  с поверхностью пирамиды.



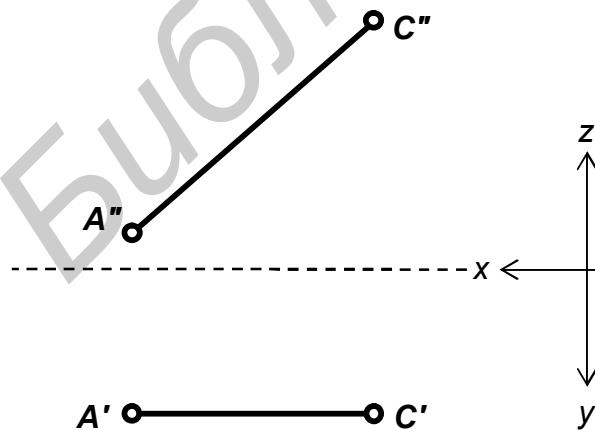
**5.1.** Построить равнобедренный треугольник  $ABC$ . Основание  $BC$  равно 80 мм и принадлежит горизонтальной прямой  $EF$ . Высота принадлежит прямой  $l_2$  и равна 54 мм. Контрольная точка – вершина  $A$ .



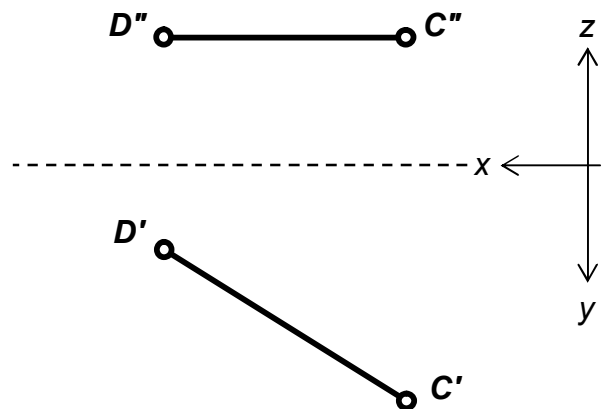
**5.2.** Построить прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Катет  $BC=80$  мм и параллелен горизонтальной плоскости проекций. Катет  $AC$  принадлежит прямой  $EF$ , наклонен к горизонтальной плоскости проекций под углом 45 градусов, а его длина в два раза больше фронтальной проекции катета  $BC$ . Контрольная точка – вершина  $A$ .



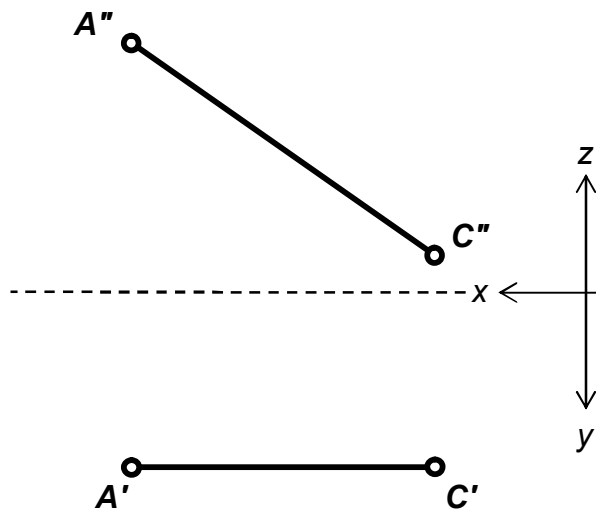
**5.3.** Построить квадрат  $ABCD$  с диагональю  $AC$ . Вторая диагональ  $BD$  наклонена к фронтальной плоскости проекций под углом 45 градусов. Контрольная точка – вершина  $B$ , которая по сравнению с вершиной  $D$  расположена ближе к фронтальной плоскости проекций и дальше от горизонтальной плоскости проекций.



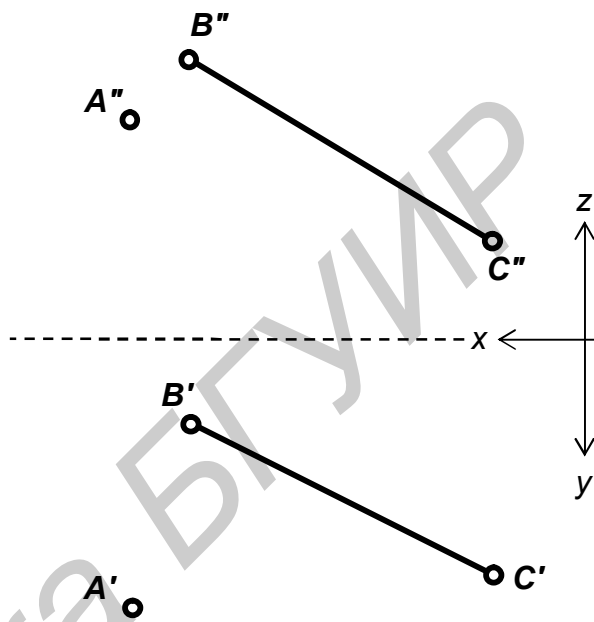
**5.4.**  $CD$  – высота равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точка  $A$  принадлежит горизонтальной плоскости проекций, точка  $B$  – фронтальной плоскости проекций. Построить проекции треугольника. Контрольная точка – вершина  $B$ .



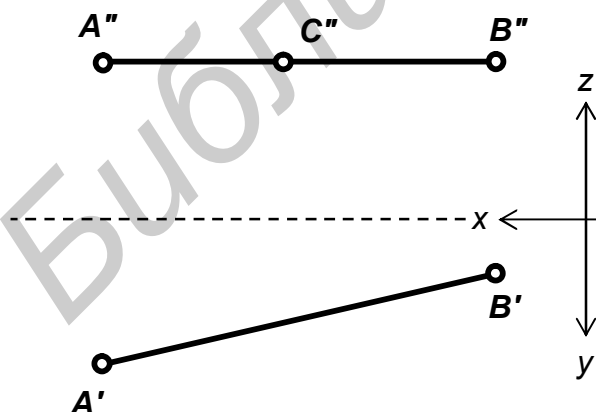
**5.5.**  $AC$  – диагональ ромба  $ABCD$ . Вершина  $D$  принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Вершина  $B$  равноудалена от горизонтальной и фронтальной плоскостей проекций. Построить проекции ромба. Контрольная точка – вершина  $D$ .



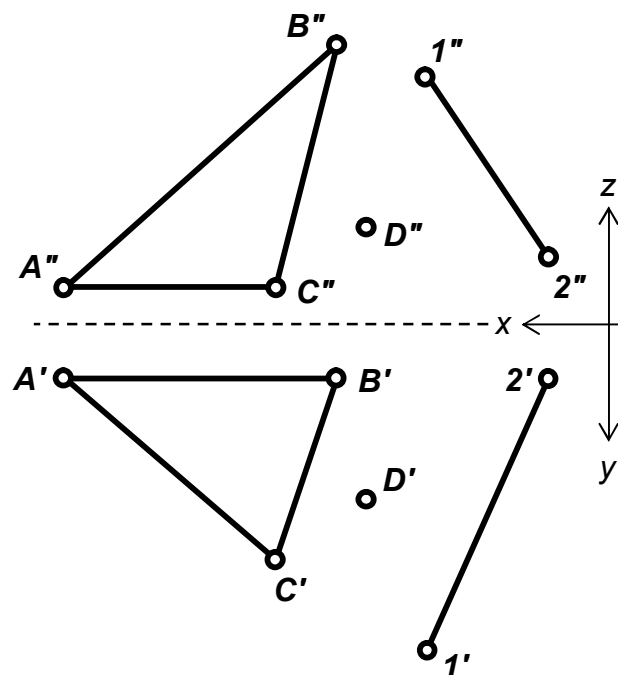
**5.6.** Через точку  $A$  провести прямую, пересекающую заданную прямую  $BC$  и ось  $Z$ . Определить проекции точки пересечения построенной прямой с осью  $Z$ .



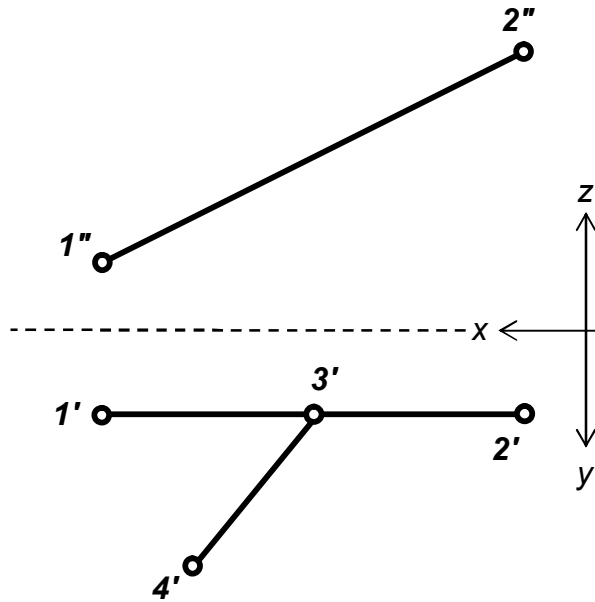
**5.7.** Построить горизонтальную проекцию точки  $C$  так, чтобы расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$  было 50 мм.



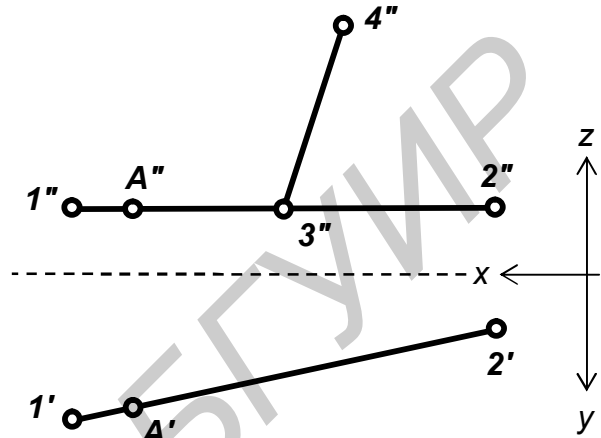
**5.8.** Через точку  $D$  провести прямую, параллельную плоскости  $ABC$  и пересекающую прямую  $12$ . Контрольная точка – точка пересечения построенной прямой и прямой  $12$ .



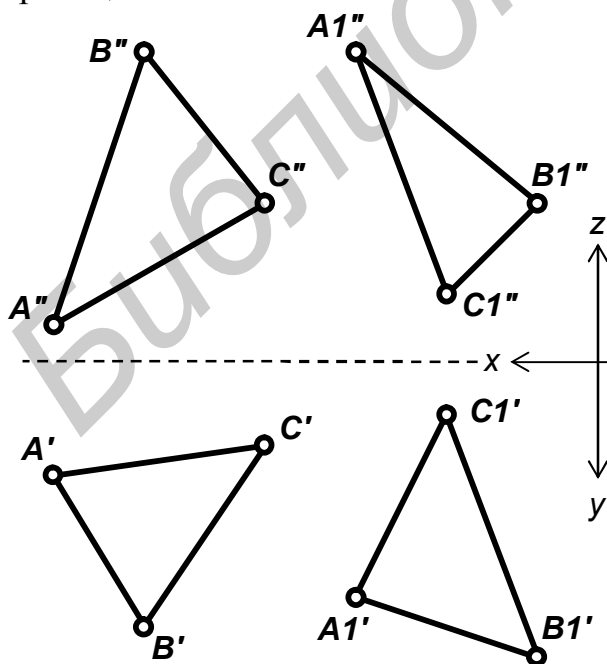
**5.9.** Построить равносторонний треугольник  $ABC$ . Длина стороны 70 мм. Основание  $BC$  принадлежит прямой  $l_2$ . Вершина  $A$  принадлежит прямой  $l_3$ . Контрольная точка – вершина  $A$ .



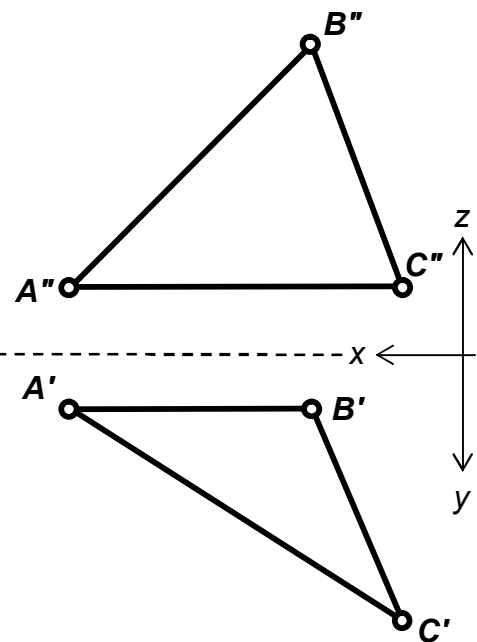
**5.10.** Построить параллелограмм  $ABCD$  со стороной  $AB=70$  мм, принадлежащей прямой  $l_2$ . Длина боковой стороны равна 60 мм. Высота параллелограмма принадлежит прямой  $l_3$ . Контрольная точка – крайняя правая вершина параллелограмма.



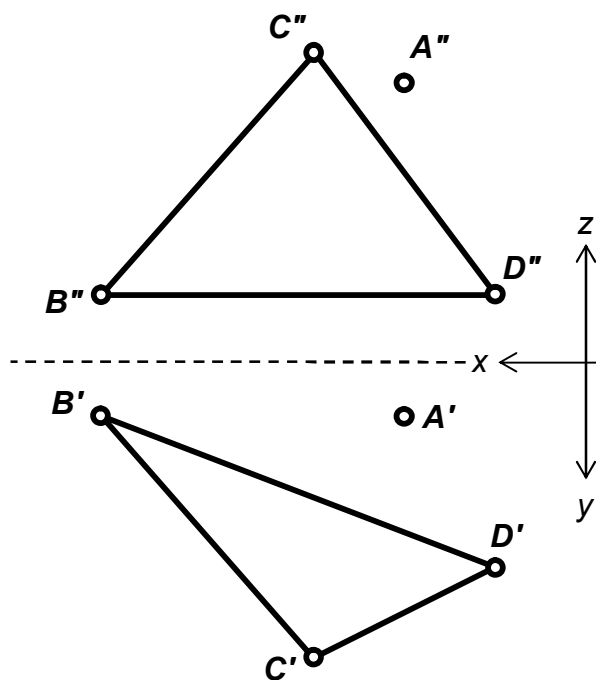
**5.11.** Построить линию взаимного пересечения заданных плоскостей. Определить точку пересечения этой линии с фронтальной плоскостью проекций.



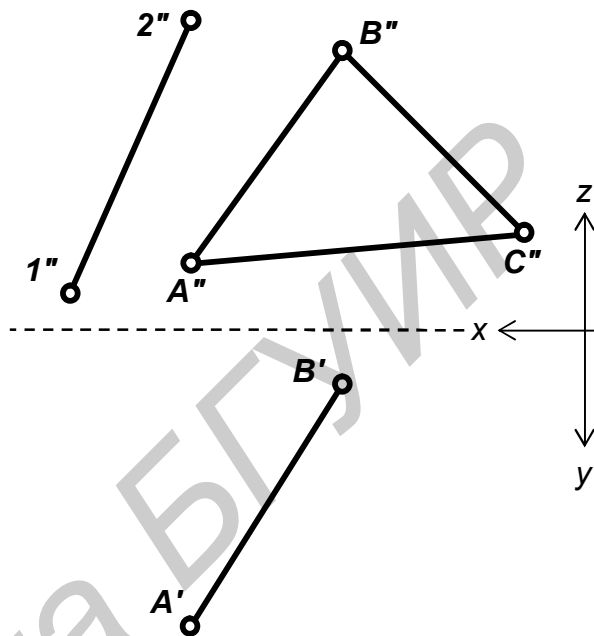
**5.12.** Из точки  $A$  восстановить перпендикуляр к плоскости треугольника  $ABC$  длиной 30 мм.



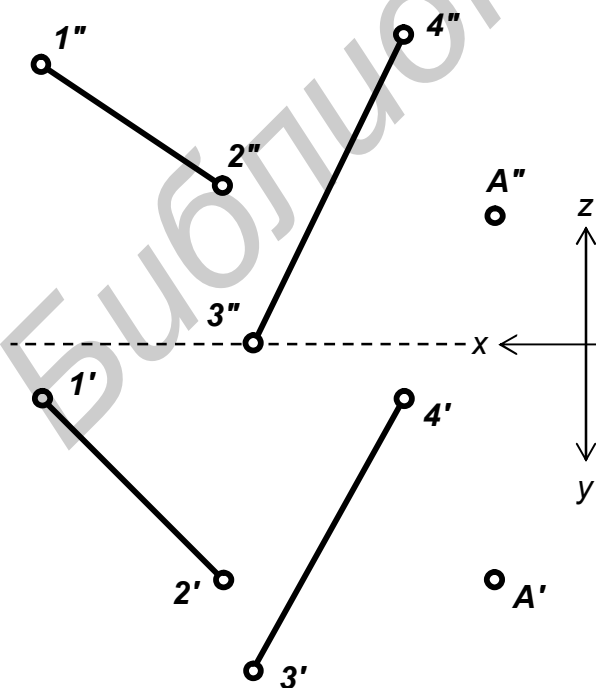
**5.13.** Через точку  $A$  провести прямую, перпендикулярную плоскости треугольника  $BCD$ , и определить точку пересечения её с плоскостью треугольника.



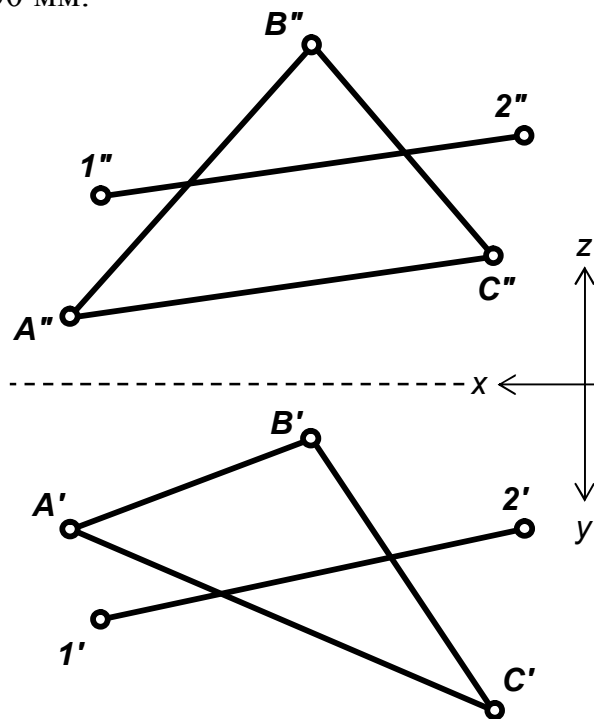
**5.14.** Построить горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$ , если его плоскость перпендикулярна фронтально-проецирующей плоскости, заданной проекцией  $1''2''$ . Контрольная точка – точка  $C$ .



**5.15.** Через точку  $A$  провести прямую, пересекающую прямые  $12$  и  $34$ . Контрольная точка – точка пересечения найденной прямой с прямой  $34$ .

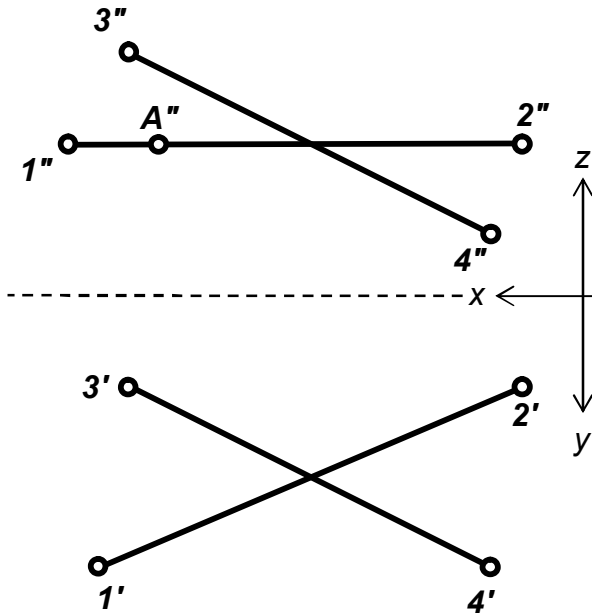


**5.16.** На прямой  $12$  построить точку, отстоящую от точки пересечения этой прямой с плоскостью  $ABC$  на 50 мм.

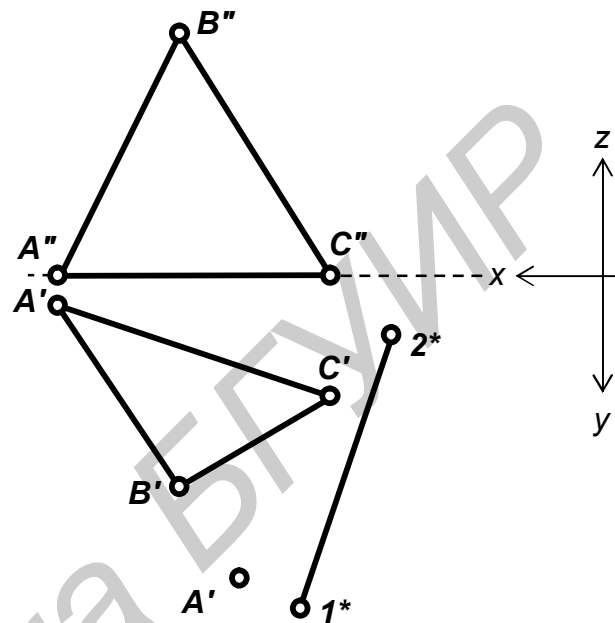




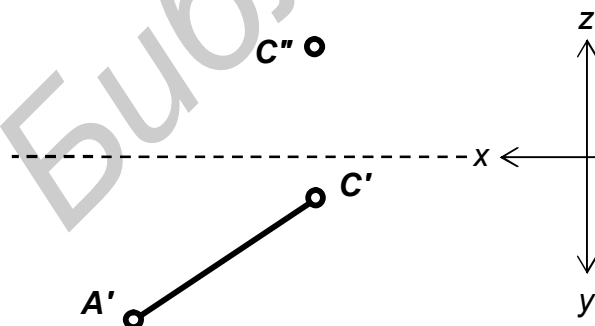
**5.17.** Построить прямоугольник  $ABCD$ . Диагональ  $AC$  лежит на горизонтальной прямой  $12$ . Диагональ  $BD$  лежит на прямой  $34$ . Контрольная точка – вершина  $D$ .



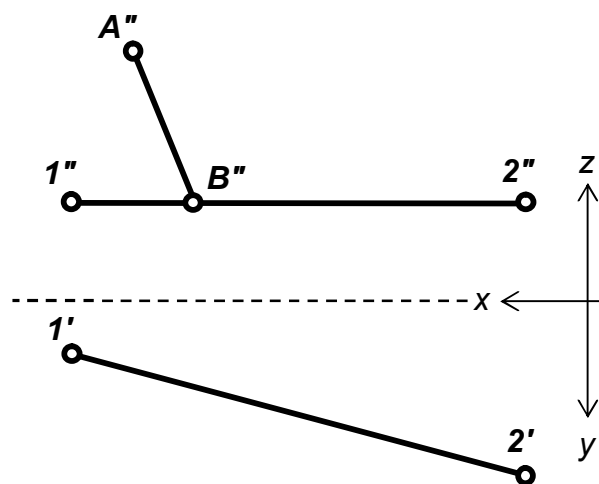
**5.18.** Построить недостающую проекцию точки  $F$ , расположенной на расстоянии 20 мм от плоскости треугольника  $ABC$ . Новая ось проекций – прямая  $1^*2^*$ .



**5.19.** Построить равнобедренный прямоугольный треугольник, катеты которого  $AC$  и  $BC$  – 70 мм. Катет  $BC$  параллелен горизонтальной плоскости проекций. Контрольная точка – вершина  $A$ .



**5.20.** Построить прямоугольник  $ABCD$  с основанием  $BC$  на горизонтальной прямой  $12$ . Длина основания равна  $2AB$ . Контрольная точка – вершина  $D$ .



## ЛИТЕРАТУРА

1. *Тевлин А.М., Иванов Г.С. и др.* Курс начертательной геометрии (на базе ЭВМ). – М.: Высш. шк., 1983.

2. *Скурко В.В., Дубовец В.Д., Задруцкий С.А.* Аналитическое изложение и алгоритмизация задач начертательной геометрии с целью их решения на ЭВМ: Практикум для студентов всех специальностей. – Мн.: МРТИ, 1986.

Библиотека БГУИР

Учебное издание

**Задруцкий** Сергей Александрович,  
**Резанко** Александр Александрович,  
**Столер** Владимир Алексеевич

***РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ  
ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ СПОСОБОМ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ ПЭВМ***

Практикум

для студентов всех специальностей БГУИР

Редактор Т.А. Лейко  
Корректор Е.Н. Батурчик  
Компьютерная вёрстка Т.В. Шестакова

---

Подписано в печать 20.05.2003.  
Печать ризографическая.  
Уч.-изд. л. 3,5.

Формат 60x84 1/16.  
Гарнитура «Таймс».  
Тираж 300 экз.

Бумага офсетная.  
Усл. печ. л. 3,14.  
Заказ 138.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».  
Лицензия ЛП № 156 от 30.12.2002.  
Лицензия ЛВ № 509 от 03.08.2001  
220013, Минск, П. Бровка, 6.