Обозначим $\alpha_k = exp(2\pi i\rho_k), \beta_k = exp(2\pi i\sigma_k), k = 1, ..., n+1$. При обходе вокруг каждой особой точки a_k решение Y системы (1) испытывает линейное преобразование с помощью постоянных невырожденных матриц $V_k, k = 1, ..., n+1 (V_1 \cdot V_2 \cdots V_{n+1} = E)$, образующих группу монодромии. Покажем, как построить матрицы V_k через элементы матриц $U_1, ..., U_{n+1}$ в явном виде, не прибегая к рядам из гиперлогарифмов [1].

Обозначим через D произвольную матрицу, приводящую матрицу U_{k+1} к жордановой форме, т.е. $D^{-1}U_{n+1}D = \begin{pmatrix} -\rho_{n+1} & 0 \\ 0 & -\sigma_{n+1} \end{pmatrix}$. Умножая обе части системы (1) слева на матрицу D, приходим к системе уравнений $\frac{dY^*}{dz} = Y^* \sum_{k=1}^{n} \frac{U_k^*}{z-a_k}$, где $Y^* = YD, U_k^* = D^{-1}U_kD, U_1^* + ... + U_n^* = \begin{pmatrix} -\rho_{n+1} & 0 \\ 0 & -\sigma_{n+1} \end{pmatrix}$. Воспользовавшись представлением матриц U_1^*, U_2^* при $n = 2$[2], получен следующий результат.

Теорема. *При $n = 2$ матрицы группы монодромии системы (1) находятся по формулам $V_1 = D^{-1}V_1^*D, V_2 = D^{-1}V_2^*D, V_3 = (V_1V_2)^{-1}$, где D - любая матрица, приводящая матрицу $U_1 - U_2$ к жордановой форме,*

$$V_1^* = \frac{1}{\alpha_3 - \beta_3} \begin{pmatrix} \alpha_3(\alpha_1 + \beta_1) - \alpha_1\beta_1(\alpha_2 + \beta_2) & \alpha_1(\alpha_3 + \beta_3 - \alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2) \\ \beta_1(\alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2 - \alpha_3 - \beta_3) & \alpha_1\beta_1(\alpha_2 + \beta_2) - \beta_3(\alpha_1 + \beta_1) \end{pmatrix},$$

$$V_2^* = \frac{1}{\alpha_3 - \beta_3} \begin{pmatrix} \alpha_3(\alpha_2 + \beta_2) - \alpha_2\beta_2(\alpha_1 + \beta_1) & \alpha_1(\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 - \alpha_3 - \beta_3) \\ \beta_1(\alpha_3 + \beta_3 - \alpha_1\beta_2 - \beta_2\alpha_2) & \alpha_2\beta_2(\alpha_1 + \beta_1) - \beta_3(\alpha_2 + \beta_2) \end{pmatrix}.$$

Аналогично при $n = 3$ матрицы V_1, V_2, V_3, строятся аналогично. Кроме чисел $\alpha_k, \beta_k (k = 1, ..., 4)$ в эти матрицы входят экспоненты характеристических чисел матриц $U_1 + U_2$ и $U_2 + U_3$.

Литература

1. Еругин Н.П. *Проблема Римана.* Мн.:Наука и техника, 1982.-336 с.

2. Хвощинская Л.А. *Об одном методе построения дифференциальных матриц проблемы Римана* Матер. междунар. 17 науч. конф. им. акад. М. Кравчука, 19-20 мая 2016, Киев:Т.1.-Киев:НТУУ "КПИ", 2016. - С. 263-266.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ДВУХ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В. В. Цегельник (Минск, Беларусь)

Доклад посвящен изложению результатов исследования аналитических свойств решений системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = ax(y - z - 1) + b, \;\; \dot{y} = c - y - yx, \;\; \dot{z} = dk - dz - dlxz \qquad (1)$$

с произвольными фиксированными параметрами a, b, c, d, k, l и системы

$$\dot{x} = y^2 + \varepsilon z^2, \;\; \dot{y} = x, \;\; \dot{z} = y, \;\; \varepsilon^2 = 1. \qquad (2)$$

Система (1) описывает [1] кинетику генерации лазера с просветляющимся фильтром при наличии внешней подсветки. В зависимости от значений параметров решения системы (1) проявляют различные качественные свойства. В частности, при определенных значениях параметров система (1) имеет хаотическое поведение.

Система (2) при $\varepsilon = 1$ принадлежит к семейству [2] консервативных систем без хаотического поведения.

Полагая независимую переменную t комплексной, доказаны

Теорема 1. *Система (1) при значениях параметров*

а) *либо* $a = 0$,

б) *либо* $k = c = 0$, $d = l = 1$,

c) либо $k = c = 0$, $d = -l = -1$,
не имеет хаотического поведения.

Теорема 2. *Система (1) в случае* $a = d = 1$, $l = \sigma$, $\sigma^2 = 1$ *имеет первый интеграл* $x + y - \sigma z = Me^{-t} + b + c - \sigma x$, *где* M *— произвольная постоянная. Система (2) инвариантна относительно преобразований* $t \to -t$, $x \to -x$, $y \to y$, $z \to -z$. *Система* $\dot{x} = y^2 - z^2$, $\dot{y} = x$, $\dot{z} = y$ *преобразованием* $t \to it$, $x \to ix$, $y \to -y$, $z \to -iz$ *сводится к системе (2) в случае* $\varepsilon = 1$.

Литература

1. Ранцевич В. А., Самсон А. М. *О предельных циклах динамической системы, моделирующей работу лазера* // Дифференц. уравнения. 1989. Т. 25, №4. С. 48–53.

2. Heidel J., Zhang Fu. *Nonchaotic behaviour in three-dimensional quadratic systems II. The conservative case* // Nonlinearity. 1999. Vol. 12. P. 617–633.