ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И СПЕЦИАЛЬНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

О.Н. Малышева (Минск, Беларусь)

К линейным неоднородным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами $y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + a_2y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}y' + a_ny = f(x), a_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1,n}$, и специальной правой частью $f(x) = e^{\alpha x}[P_n(x)cos\beta x + Q_m(x)sin\beta x]$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ – многочлены степени n и m сответственно с постоянными действительными коэффициентами приводят различные задачи физики [1] и теории электрических цепей [2], что обуславливает неоспоримую важность их изучения студентами технических вузов.

Автор предлагает применять комбинированный подход для построения общего решения ЛНДУ с применением компьютерного пакета Mathematica [3].

В соответствии с методом Эйлера фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + a_2y^{(n-2)} + ... + a_{n-1}y' + a_ny = 0$ может быть построена, если найдены корни характеристического уравнения $\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + ... + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$. После составления студентом характеристического уравнения его решение (в случае, когда порядок уравнения $n > 2$) проводится в пакете Mathematica с помощью функции Solve. Далее студент строит фундаментальную систему решений и выписывает общее решение ЛОДУ в виде линейной комбинации функций, составляющих ФСР.

Следует отметить, что особую трудность у студентов вызывает нахождение частного решения $y^* = x^k e^{\alpha x}[M_l(x)cos\beta x + N_l(x)sin\beta x]$ ЛНДУ со специальной правой частью. Здесь остановимся на следующем приеме, основанном на наблюдении за живой природой. Иногда в муравейнике начинает жить паук и для того, чтобы не быть обнаруженным, пару своих передних лапок он поднимает вверх, имитируя усики муравья. После такого уподобления он остается днем незамеченным и ночью спокойно поедает муравьев. Таким образом, правая часть уравнения (функция $f(x)$) – "муравей", а частное решение ЛНДУ – "паук". По приметам "муравья": α, β, n, m выписываем контрольное число $\alpha + i\beta$, сравниваем его с корнями характеристического уравнения (для определения числа k), далее находим число $l = max\{n, m\}$. Тогда "паук"(частное решение ЛНДУ с неопределенными коэффициентами) будет иметь вид $y^* = x^k e^{\alpha x}[M_l(x)cos\beta x + N_l(x)sin\beta x]$, где $M_l(x)$, $N_l(x)$ – многочлены степени l с неопределенными коэффициентами. Поскольку процесс нахождения неопределенных коэффициентов достаточно трудоемок (дифференцирование и решение системы линейных алгебраических уравнений), студенту предлагается выполнить его в пакете Mathematica, использовав функцию DSolve.

Кроме того, в процессе изучения курса дифференциальных уравнений автор знакомит студентов с возможностями прикладного пакета Mathematica для аналитического, численного и графического решения дифференциальных уравнений и систем.

Задача Коши нахождения решения ЛНДУ с постоянными коэффициентами и специальной правой частью в курсе высшей математики технического вуза осуществляется также методами операционного исчисления, что позволяет продемонстрировать принципиально другой подход ее решения.

По мнению автора активное использование компьютерных пакетов для решения многочисленных задач высшей математики позволит будущим специалистам быстро и качественно осуществлять свою профессиональную деятельность.

Литература

1. Пономарев К. К. *Составление дифференциальных уравнений,* Мн.: Выш. шк., 1973. – 560 с.

2. *Курс дифференциальных уравнений: Учеб. пособие для мат. и физ. специальностей высш. учеб. заведений* / Ю.С. Богданов, С.А. Мазаник, Ю.Б. Сыроид. – Мн.: Універсітэцкае, 1996. – 287 с.

3. Дьяконов В. *Mathtematica 4: учебный курс,* СПб: Питер, 2001. – 656 с.