Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

А. П. Курулёв

Теория электрических цепей. Справочник

В 3-х частях

Часть 2

Классический и операторный методы анализа переходных процессов в линейных электрических цепях

Рекомендовано УМО по образованию в области информатики и радиоэлектроники в качестве учебно-методического пособия для специальностей, закрепленных за УМО

Минск БГУИР 2012

УДК 621.3.011.7(035)(076)
ББК 31.211я2
К93

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра электротехники учреждения образования
«Военная академия Республики Беларусь»
(протокол №7 от 19 марта 2012 г.);

доцент кафедры автоматизации технологических процессов и электроники
учреждения образования «Белорусский
государственный технологический университет»,
кандидат технических наук, доцент И. Ф. Кузьмицкий

Курулёв, А. П.

К 93 Теория электрических цепей. Справочник : учеб.-метод. пособие. В 3-х ч. Ч. 2 : Классический и операторный методы анализа переходных процессов в линейных электрических цепях / А. П. Курулёв. − Минск : БГУИР, 2012. − 52 с.

ISBN 978-985-488-906-1 (ч. 2).

В учебно-методическом пособии представлен справочный материал по двум темам теории электрических цепей: классический (временной) метод анализа переходных процессов в линейных электрических цепях первого и второго порядка при подключении к источникам постоянного и синусоидального напряжения и операторный метод, в основе которого лежат преобразования Лапласа.

Предназначено для студентов специальностей вузов, закреплённых за УМО по образованию в области информатики и радиоэлектроники, и преподавателей вузов читающих лекции и ведущих практические и лабораторные занятия по теории электрических цепей.

УДК 621.3.011.7(035)(076)
ББК 31.211я2

Часть 1 «Электрические цепи постоянного и переменного тока» издана в БГУИР в 2012 г.

ISBN 978-985-488-906-1 (ч.2)
ISBN 978-985-488-820-0

Предисловие

Учебно-методическое пособие представляет собой краткую, без математических выводов и теоретических обоснований, систематизированную презентацию двух тем теории электрических цепей.

Первая тема посвящена классическому (временному) методу анализа переходных процессов в линейных электрических цепях первого и второго порядка при подключении к источникам постоянного и синусоидального напряжения. Подробно рассмотрено применение типовых функций воздействия и временных характеристик (переходной и импульсной) для нахождения отклика линейной электрической цепи на входные сигналы произвольной формы. Презентация второй темы «Операторный метод анализа переходных процессов в линейных электрических цепях» содержит базовые для этого метода свойства и теоремы преобразований Лапласа, связь между операторной передаточной функцией цепи и ее переходной и импульсной характеристиками, примеры использования метода для цепей первого порядка.

Новизна и ценность справочника состоят в том, что в настоящее время в Республике Беларусь нет издания подобного рода, содержащего в презентационном виде основные понятия теории электрических цепей в полном соответствии с типовой программой курса.

При написании пособия автор руководствовался 35-летним опытом преподавания курсов «Теории электрорадиотехники», «Электротехники», «Теории электрических цепей» в Военной академии Республики Беларусь и в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники.

Для работы со справочником пользователю необходимо знать высшую математику, физику и электротехнику в объёме вуза. Условные обозначения, принятые в справочнике, полностью соответствуют учебнику «Теория электрических цепей» авторов М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулёв (издания «Высшая школа» 2004 и 2007 г.).

Автор благодарен заведующему кафедрой электротехники учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь», кандидату технических наук, доценту А. Н. Малашину, доценту кафедры автоматизации технологических процессов и электроники учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидату технических наук, доценту И. Ф. Кузьмицкому, а также заведующему кафедрой

теоретических основ электротехники учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидату технических наук, доценту И. Л. Свито, а также доцентам кафедры, кандидатам технических наук, доцентам И. И. Петровскому и Е. В. Заедюрину за ряд ценных замечаний, учет которых позволил улучшить качество пособия.

Пожелания и замечания просьба направлять по адресу: 2200013, Минск, ул. П. Бровки 6, БГУИР.

1. Классический (временной) метод анализа переходных процессов в линейных электрических цепях

1.1. Общие сведения о переходных процессах в линейных электрических цепях

Различают установившийся и неустановившийся режимы работы электрической цепи.

Установившимся (стационарным) называют такой режим, при котором токи и напряжения в электрической цепи являются постоянными или периодическими функциями времени.

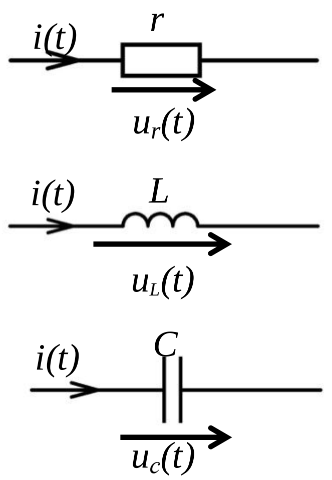
Неустановившимся (нестационарным или переходным) режимом называют электромагнитный процесс, возникающий в электрической цепи с накопительными (энергоемкими) элементами (индуктивными или емкостными) при переходе от одного установившегося режима к другому в результате коммутации.

Переходные процессы в электрических цепях возникают в результате скачкообразной коммутации: подключения или отключения источников ЭДС и тока, аварийного или принудительного изменения схемы электрической цепи либо параметров входящих в неё элементов.

Целью анализа переходных процессов в электрических цепях классическим (временным) методом является нахождение закона изменения токов в ветвях и напряжений на элементах цепи (как функции времени) в результате коммутации.

В основе анализа переходных процессов лежат уравнения состояния, составленные для мгновенных значений токов и напряжений по методам уравнений Кирхгофа, контурных токов либо других.

Для переходных процессов в электрических цепях эти уравнения являются интегро-дифференциальными, поскольку соотношения токов и напряжений на элементах R, L и C соответствующие.

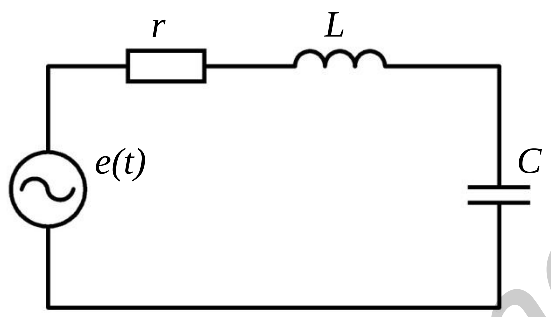


$$u_r(t) = r \cdot i(t); \qquad i(t) = \frac{u_r(t)}{r}$$

$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}; \qquad i(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt; \quad i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

Для одноконтурной цепи при подключении к ней источника ЭДС *e(t)* интегро-дифференциальное уравнение состояния (или переходного процесса) составляется по второму закону Кирхгофа.

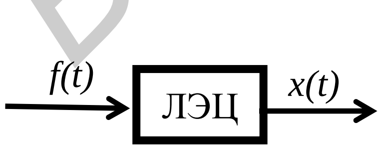


$$e(t) = u_r(t) + u_C(t) + u_L(t) =$$
$$= r \cdot i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt + L\frac{di(t)}{dt}$$

Для получения дифференциального уравнения обе части интегро-дифференциального уравнения дифференцируют по времени.

Порядок цепи определяется порядком дифференциального уравнения.

В общем случае для описания переходных процессов в линейных электрических цепях составляется линейное неоднородное дифференциальное уравнение *n*-порядка с постоянными коэффициентами.



$$a_n\frac{d^n}{dt^n}x(t) + a_{n-1}\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}x(t) + \dots$$
$$\dots + a_1\frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = \qquad (1.1)$$
$$= b_n\frac{d^n}{dt^n}f(t) + b_{n-1}\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}f(t) + \dots$$
$$\dots + b_1\frac{df(t)}{dt} + b_0 f(t).$$

В формуле 1.1:

f(t) – входное воздействие (ток или напряжение источника сигнала);

x(t) – реакция (или отклик) цепи на входное воздействие *f(t)* в виде токов в ветвях или напряжений на элементах цепи;

a_i ,b_i – положительные вещественные коэффициенты, определяемые схемой цепи и параметрами её элементов (*r, L, C*).

Порядок составления дифференциального уравнения, описывающего состояние электрической цепи в переходном режиме

$\Downarrow$

1) дифференциальное уравнение составляется для цепи после коммутации;

2) в одноконтурной цепи дифференциальное уравнение составляется по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений;

3) в многоконтурной цепи на основании первого и второго законов Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений составляется система уравнений, которая затем сводится к одному дифференциальному уравнению.

Решение уравнения (1.1) содержит свободную и принужденную составляющие.

Решение:

а) общее решение однородного дифференциального уравнения без правой части:

$X_{\text{св}}(t) \longrightarrow$ свободная составляющая

$$a_n \frac{d^n}{dt^n} \cdot x(t) + \ldots + a_0 \cdot x(t) = 0;$$

б) частное решение неоднородного дифференциального уравнения с правой частью:

$X_{\text{пр}}(t) \longrightarrow$ принужденная составляющая

Тогда $x(t) = x_{\text{св}}(t) + x_{\text{пр}}(t)$

$$x_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots$$

$$\ldots + A_n e^{p_n t} = \sum_{\kappa=1}^{n} A_k e^{p_k t},$$

A_k – постоянная интегрирования,

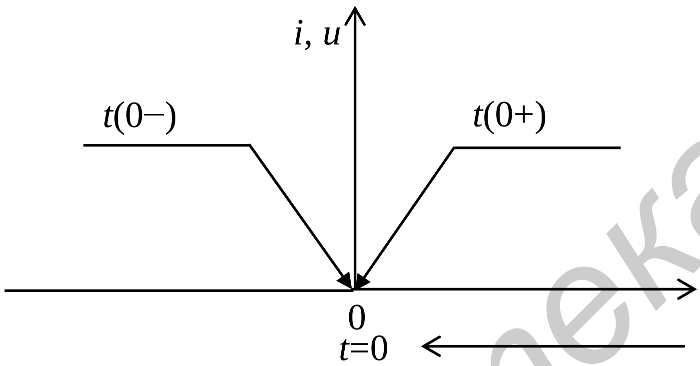
p_k – корни характеристического уравнения:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots$$

$$\ldots + a_1 p + a_0 = 0.$$

Таким образом $\lim\limits_{t \to \infty} x_{\text{св}}(t) = 0,$ $\quad x(t) = \underbrace{\sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}}_{x_{\text{св}}(t)} + x_{\text{пр}}(t)$

Законы коммутации



момент коммутации

1-й закон:

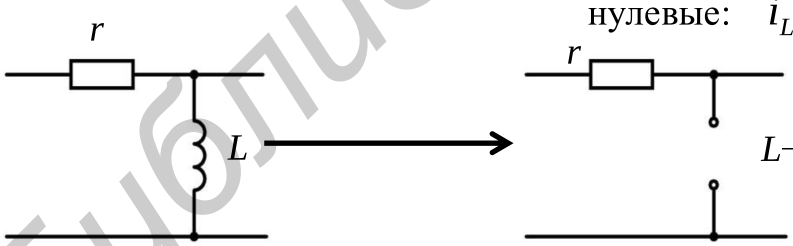
$$i_L(0+) = i_L(0-)$$

2-й закон:

$$u_C(0+) = u_C(0-)$$

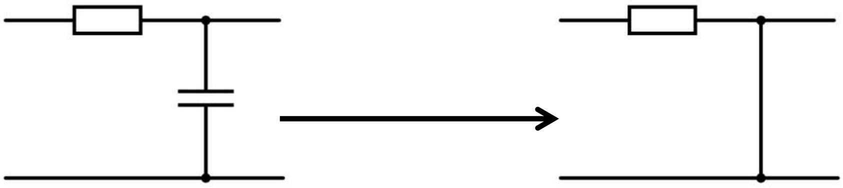
Начальные условия:

нулевые: $i_L(0+) = 0$



L–разрыв (или холостой ход)

$$u_C(0+) = 0$$

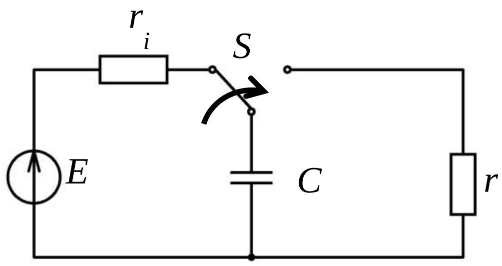


C–идеальный проводник (или короткое замыкание)

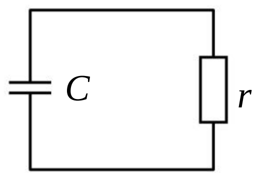
1.2. Переходные процессы в электрических цепях первого порядка

1.2.1. Свободные процессы в цепях первого порядка при подключении к источнику постоянного напряжения

Свободные процессы в rC-цепи



до коммутации

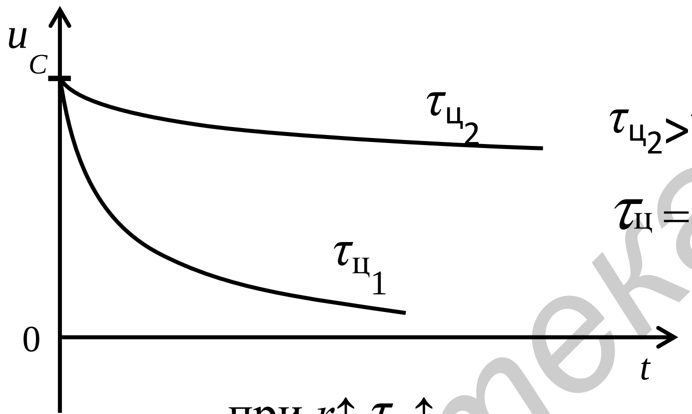


после коммутации

$$u_C + u_r = 0$$

$$u_C(0+) \neq 0$$

$$u_C + rC\frac{du_C}{dt} = 0$$



$\tau_{ц_2} > \tau_{ц_1}$

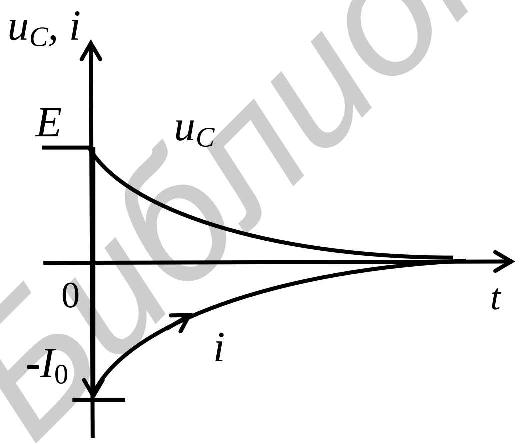
$\tau_ц = rC$

при $r\uparrow$ $\tau_ц\uparrow$

$$rC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$rCp_1 + 1 = 0$$

$$p_1 = -\frac{1}{rC} = -\frac{1}{\tau_ц}$$



$$u_{C\ св}(t) = A_1 e^{p_1 t}$$

$$u_C(0-) = u_C(0+) = E$$

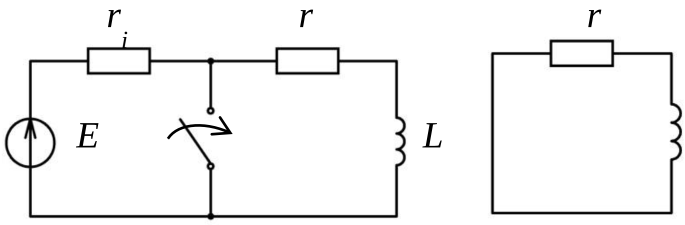
$$E = A_1 \cdot e^0 \quad u_{C\ св}(t)$$

$$т.е.\ A_1 = E$$

$$u_{C\ св}(t) = E \cdot e^{-t/\tau_ц}$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = C \cdot E\left(-\frac{1}{\tau_ц}\right) \cdot e^{-t/\tau_ц} =$$

$$= -\frac{E}{r} \cdot e^{-t/\tau_ц} = -I_0 \cdot e^{-t/\tau_ц}$$



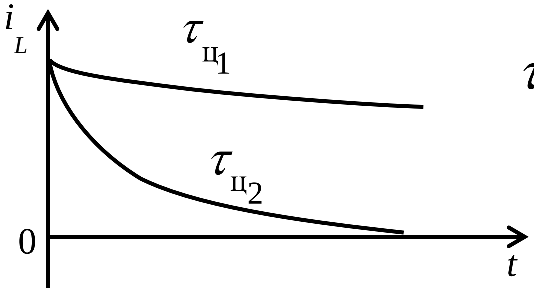
до коммутации — после коммутации

$$u_L + u_r = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + r\cdot i = 0$$

$$Lp_1 + r = 0$$

$$p_1 = -\frac{r}{L} = -\frac{1}{L/r} = -\frac{1}{\tau_{ц}}$$



$$\tau_{ц1} > \tau_{ц2}$$

$$r\uparrow \quad \tau_{ц}\downarrow$$

$$\tau_{ц} = \frac{L}{r}$$

$$i_{L\,СВ}(t) = A_1 e^{p_1 t}$$

$$i_L(0-) = i_L(0+) = \frac{E}{r_i + r}$$

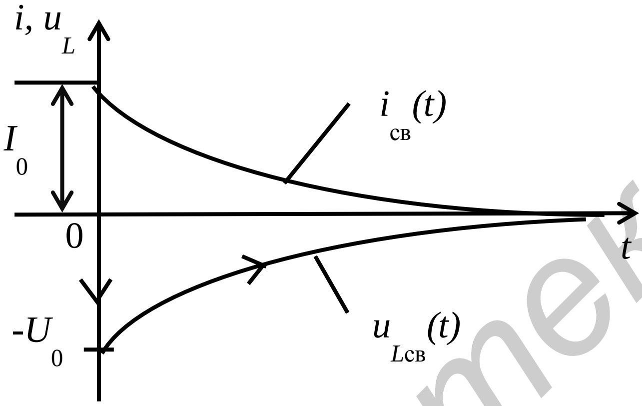
$$i_{L\,СВ}(0) = A_1 e^0$$

$$\uparrow$$

$$i_L(0+)$$

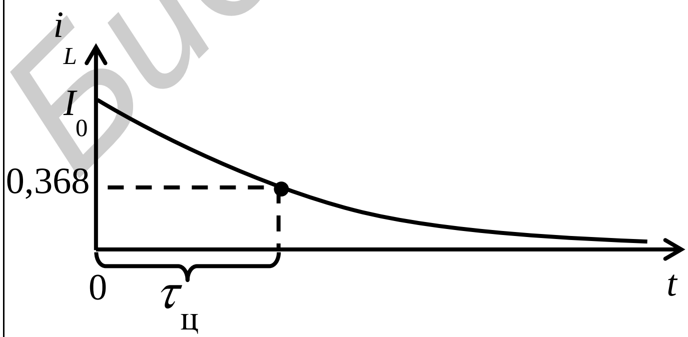
$$A_1 = \frac{E}{r_i + r}$$

$$i_{L\,СВ}(t) = \frac{E}{(r_i + r)} e^{-t/\tau_{ц}}$$



$$U_{L\,СВ}(t) = L\frac{di}{dt} = \underbrace{\frac{E}{r_i + r}}_{I_0}\cdot \underbrace{L\left(-\frac{1}{\tau_{ц}}\right)}_{U_0}\cdot e^{-t/\tau_{ц}} = -I_0\cdot r\cdot e^{-t/\tau_{ц}} = -U_0\cdot e^{-t/\tau_{ц}}$$

Постоянная времени цепи первого порядка

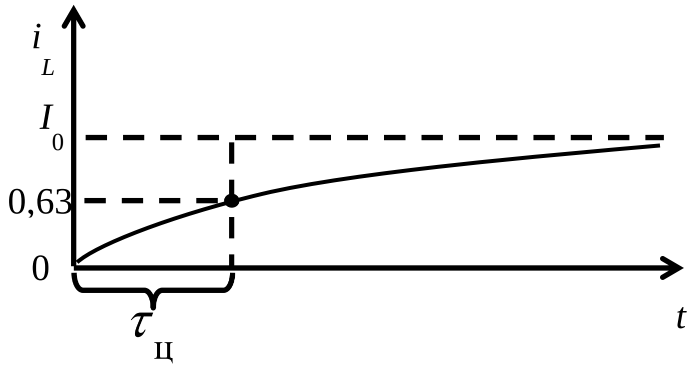


$$i_L(t) = I_0\cdot e^{-t/\tau_{ц}}$$

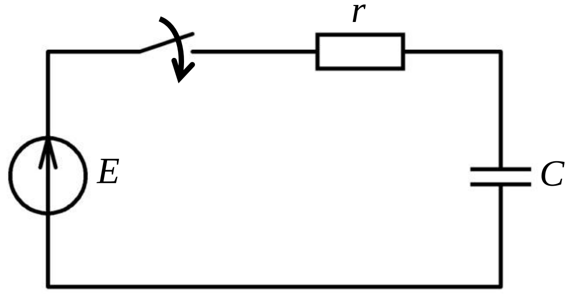
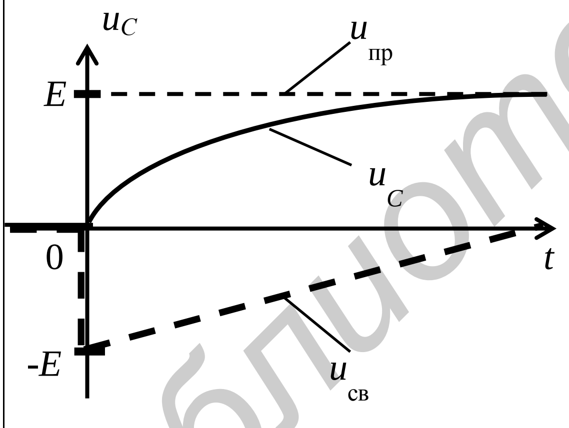
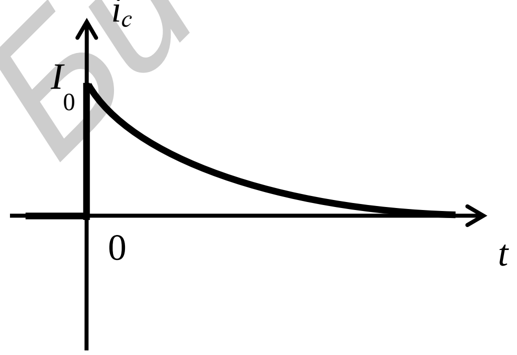
при $t = \tau_{ц}$

$$i_L(t) = I_0\cdot e^{-1} = \frac{I_0}{e} \approx 0{,}368 I_0$$

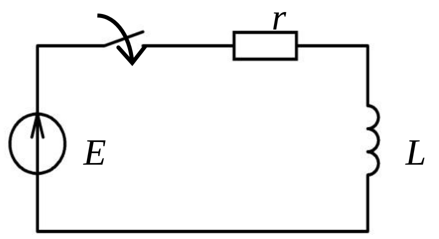
2,72

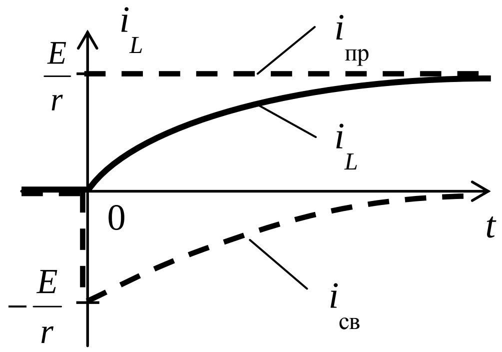
 	$i_L(t) = I_0(1-e^{-t/\tau_{\text{ц}}}) =$ $= I_0(1-0{,}368) \approx$ $\approx 0{,}63\ I_0.$ $t_{\text{уст}} \approx (3 \div 5)\tau_{\text{ц}}$

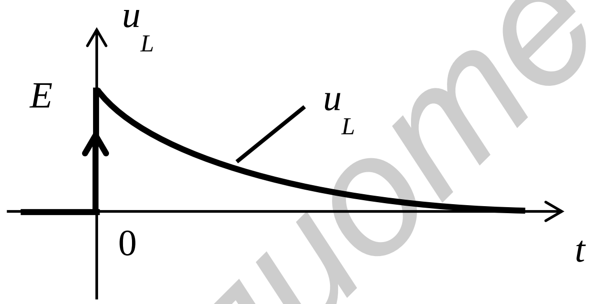
1.2.2. Переходные процессы в цепях первого порядка при подключении к источнику постоянного напряжения

Переходные процессы в *rC*-цепи	
   	Решение: $u_r + u_C = E$ $i \cdot r + u_C = E$ $rC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ $u_C = u_{\text{св}} + u_{\text{пр}}$ $u_{\text{пр}}\big\|_{t\to\infty} = E$ $u_{\text{св}} = A_1 \cdot e^{p_1 t}$ $u_C(0+) = u_C(0-) = 0$ $\underset{A_1 \cdot e^0}{u_{\text{св}}(0)} + \underset{E}{u_{\text{пр}}} = 0$ $A_1 + E = 0$ $A_1 = -E$ $u_C = E - E \cdot e^{-t/\tau_{\text{ц}}},$ $u_C = E(1 - e^{-t/\tau_{\text{ц}}}).$ $i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = CE\frac{d(1-e^{-t/\tau_{\text{Ц}}})}{dt} =$ $= -EC\left(-\frac{1}{\underset{rC}{\tau_{\text{Ц}}}}\right) \cdot e^{-t/\tau_{\text{Ц}}} = \underset{I_0}{\frac{E}{r}} e^{-t/\tau_{\text{Ц}}}$ $i_c(t) = I_0 e^{-t/\tau_{\text{ц}}}$

Переходные процессы в rL–цепях







$$u_L + u_r = E$$

$$L\frac{di}{dt} + r \cdot i = E$$

Решение: $i(t) = i_{св}(t) + i_{пр}(t)$

$$i_{пр}(t)\Big|_{t\to\infty} = \frac{E}{r}$$

$$i_{св}(t) = A_1 \cdot e^{-t/\tau_Ц}$$

$$\underbrace{i_L(0+)}_{i_{св}(0)+i_{пр}} = i_L(0-) = 0$$

$$A_1 \cdot e^0 + \frac{E}{r} = 0$$

$$A_1 = -E/r$$

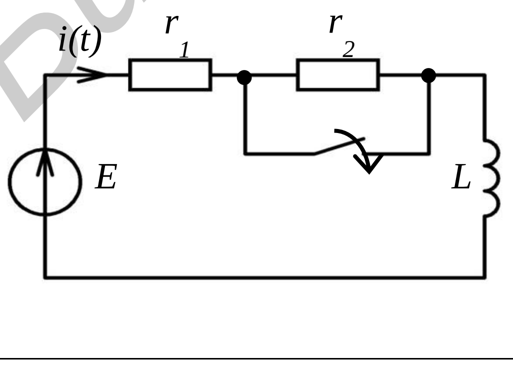
$$i_L(t) = \frac{E}{r} - \frac{E}{r}e^{-t/\tau_Ц} =$$

$$= \frac{E}{r}(1 - e^{-t/\tau_Ц}).$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = -L \cdot \frac{E}{r}\left(-\frac{1}{\tau_Ц}\right)e^{-t/\tau_Ц} =$$

$$= E \cdot e^{-t/\tau_Ц}$$

1.2.3. Переходные процессы при скачкообразном изменении схемы цепи с источником постоянного напряжения

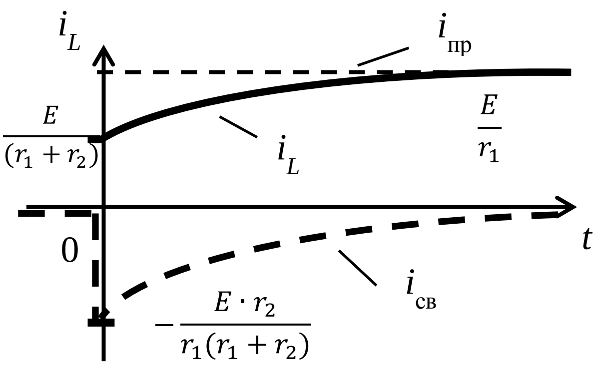


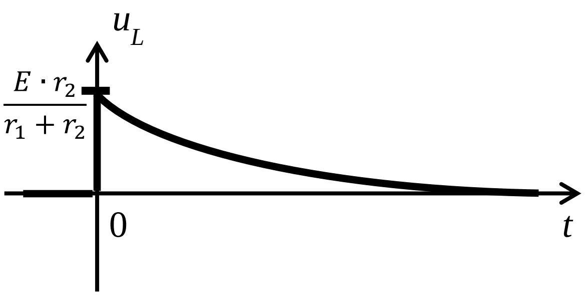
$$i|_{t(0-)} = \frac{E}{r_1 + r_2}$$

$$i|_{t(0+)} = \frac{E}{r_1} = i_{пр}$$

$$u_{r_1} + u_L = E$$

$$r_1 \cdot i + L\frac{di}{dt} = E$$





<u>Решение:</u> $i(t) = i_{св}(t) + i_{пр}$

$$i_{св}(t) = A_1 e^{-t/\tau_ц}$$

$$\tau_ц = \frac{L}{r_1}$$

$$i(t) = A_1 e^{-t/\tau_ц} + \frac{E}{r_1}$$

$$\begin{cases} i(0-) = \dfrac{E}{r_1+r_2} \\ i(0+) = A_1\cdot e^0 + \dfrac{E}{r_1} \end{cases}$$

$$i(0-) = i(0+)$$

$$\frac{E}{r_1+r_2} = A_1 + \frac{E}{r_1}$$

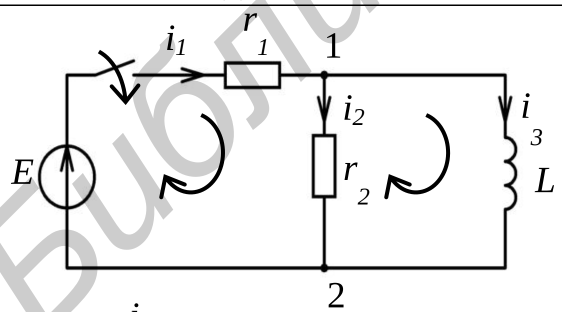
$$A_1 = -E\cdot\frac{r_2}{r_1(r_1+r_2)}$$

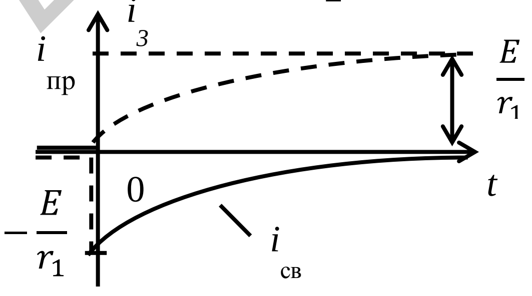
$$i = i_{св} + i_{пр}$$

$$i(t) = -\frac{E\cdot r_2}{r_1(r_1+r_2)}\cdot e^{-t/\tau_ц} + \frac{E}{r_1} = \\ = \frac{E}{r_1}\left(1 - \frac{r_2}{r_1+r_2}\cdot e^{-t/\tau_ц}\right).$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = E\cdot\frac{L\cdot r_2}{r_1(r_1+r_2)}\cdot\frac{r_1}{L}\cdot e^{-t/\tau_ц} = \\ = E\cdot\frac{r_2}{r_1+r_2}\cdot e^{-t/\tau_ц}.$$

1.2.4 Переходные процессы в разветвленных цепях первого порядка при подключении к источнику постоянного напряжения



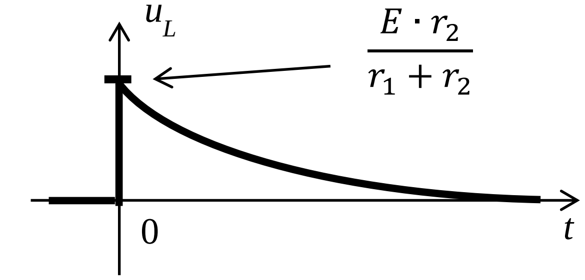


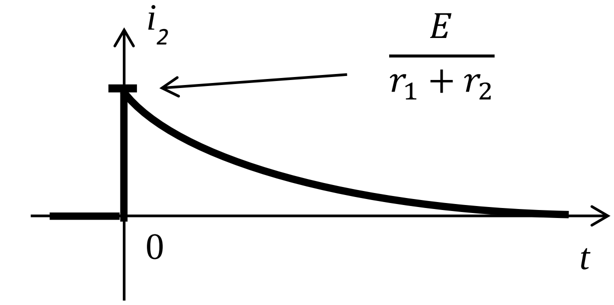
$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0; \\ r_1 i_1 + r_2 i_2 = E; \\ L\dfrac{di_3}{dt} - r_2 i_2 = 0. \end{cases}$$

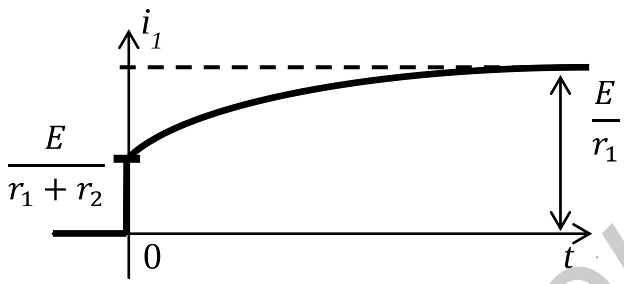
$$L\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)\frac{di_3}{dt} + r_1 i_3 = E$$

<u>Решение:</u> $i_3 = i_{3св} + i_{3пр}$

$$i_{3пр}\Bigg|_{\substack{t\to\infty \\ L\to КЗ}} = \frac{E}{r_1}$$







$$i_{3\text{св}} = A_1 \cdot e^{-t/\tau_\text{ц}}$$

$$i_3(0-) = i_3(0+) = 0$$

$$\tau_\text{ц} = \frac{L}{\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}}; \qquad \frac{E}{r_1} + A_1 \cdot e^0 = 0$$

$$\frac{E}{r_1} + A_1 = 0, A_1 = -\frac{E}{r_1}$$

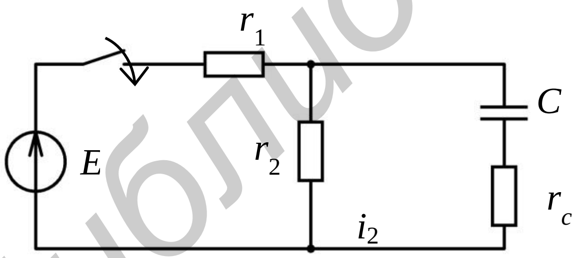
$$i_3(t) = \frac{E}{r_1} - \frac{E}{r_1} \cdot e^{-t/\tau_\text{ц}}$$

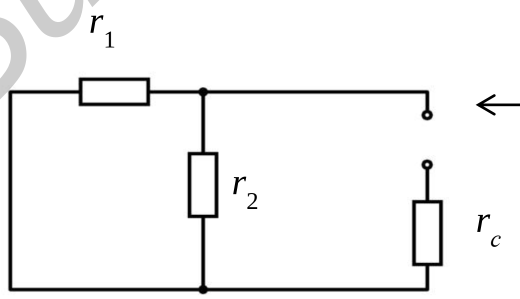
$$i_2 = \frac{u_L}{r_2} = \frac{E}{r_1+r_2} \cdot e^{-t/\tau_\text{ц}}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{E}{r_1}\left(1 - \frac{r_2}{r_1+r_2} \cdot e^{-t/\tau_\text{ц}}\right)$$

$$u_L = L\frac{di_3}{dt} = E \cdot \frac{r_2}{r_1+r_2} \cdot e^{-t/\tau_\text{ц}}$$

1.2.5. Анализ переходных процессов в разветвленных цепях первого порядка с источником постоянного напряжения без составления дифференциального уравнения





Пример 1. $u_C = ?$

Решение: $u_C = u_{C_\text{СВ}} + u_{C_\text{ПР}}$

$$u_{C_\text{ПР}} = \frac{E}{r_1+r_2} \cdot r_2$$

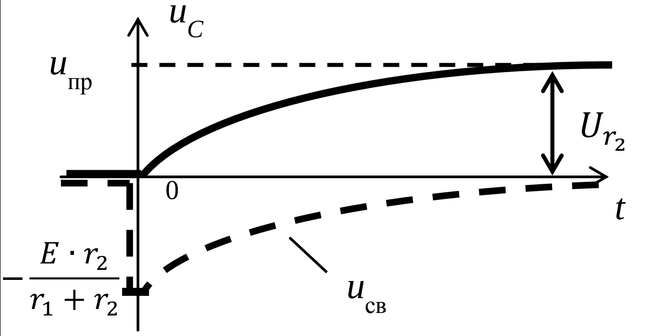
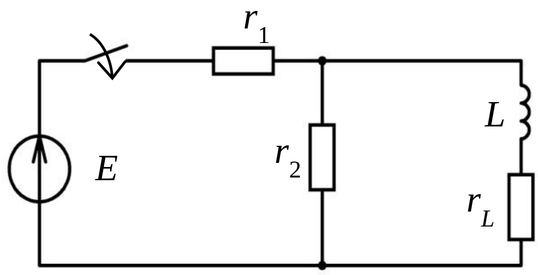
($C \to$ холостой ход)

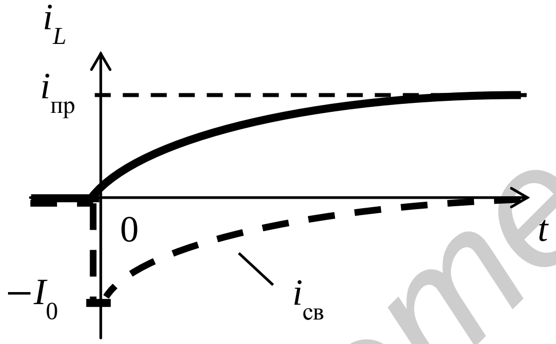
$$u_{C\,\text{св}} = A_1 \cdot e^{-t/\tau_\text{ц}} \qquad \tau_\text{ц} = r_\text{экв} \cdot C$$

$$r_\text{ЭКВ} = r_C + \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1+r_2}$$

$$u(0-) = u(0+) = 0$$

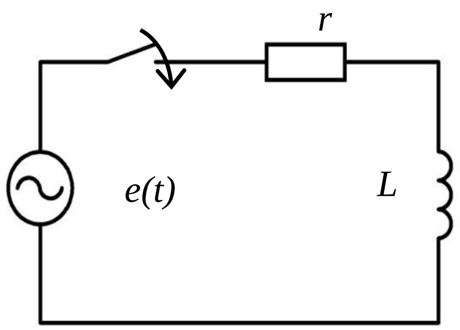
$$A_1 \cdot e^0 + \frac{E \cdot r_2}{r_1+r_2} = 0 \qquad A_1 = -\frac{Er_2}{r_1+r_2}$$

<table>
<tr><td>
</td><td>$$u_C = \frac{Er_2}{r_1 + r_2}\left(1 - e^{-t/\tau_ц}\right)$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">rL- цепь</td></tr>
<tr><td>


</td><td>Пример 2. i_L -?
Решение: $i = i_{св} + i_{пр}$
$$i_{пр}\Big|_{t \to \infty} = i_1 \frac{r_2}{r_2 + r_L}$$
($L \to$ короткое замыкание)
$$i_1 = \frac{E}{r_1 + \frac{r_2 \, r_L}{r_2 +. r_L}}$$
$$i_{св} = A_1 e^{-t/\tau_ц} \qquad \tau_ц = \frac{L}{r_{экв}}$$
$$r_{экв} = r_L + \frac{r_1 + r_2}{r_1 + r_2}$$
$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0$$
$$i_{пр} + A_1 \cdot e^0 = 0 \qquad A_1 = -i_{пр}$$
$$i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau_ц}\right)$$
$$i_{пр} = \frac{Er_2}{r_1 r_2 + r_L(r_1 + r_2)}$$</td></tr>
</table>

1.2.6. Переходные процессы в цепях первого порядка при подключении к источнику синусоидального напряжения

Переходные процессы в rL–цепи



$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

$$u_L + u_r = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

$$L\frac{di}{dt} + r \cdot i = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

<u>Решение:</u> $i = i_{св} + i_{пр}$

$$i_{пр} = \underbrace{\frac{E_m}{\sqrt{r_2 + (\omega L)^2}}}_{I_m} \cdot \sin(\omega t + \psi_e - \varphi)$$

$$\psi_i = \psi_u - \pi/2$$

$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0;$$

$$A_1 e^0 + I_m \sin(\psi_e - \varphi) = 0;$$

$$A_1 = -I_m \sin(\psi_e - \varphi);$$

$$i(t) = i_{св} + i_{пр} =$$

$$= -I_m \sin(\psi_e - \varphi) e^{-t/\tau_ц} +$$

$$+ I_m \sin(\omega t + \psi_e - \varphi) =$$

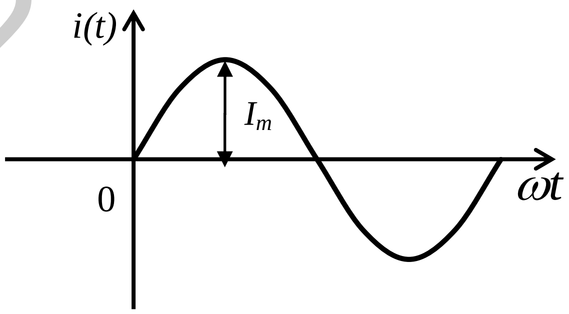
$$= I_m \left[\sin(\omega t + \psi_e - \varphi) - \sin(\psi_e - \varphi) e^{-t/\tau_ц} \right].$$

<u>3 случая:</u> 1) $\psi_e - \varphi = 0$ 2) $\psi_e - \varphi = \pi/2$ 3) $\psi_e - \varphi = -\pi/2$

1) $\psi_e - \varphi = 0$

$$i = \underbrace{i_{св}}_{0} + i_{пр} = I_m \sin \omega t$$

$$\psi_e - \varphi = 0$$



2) $\psi_e - \varphi = \pi/2$

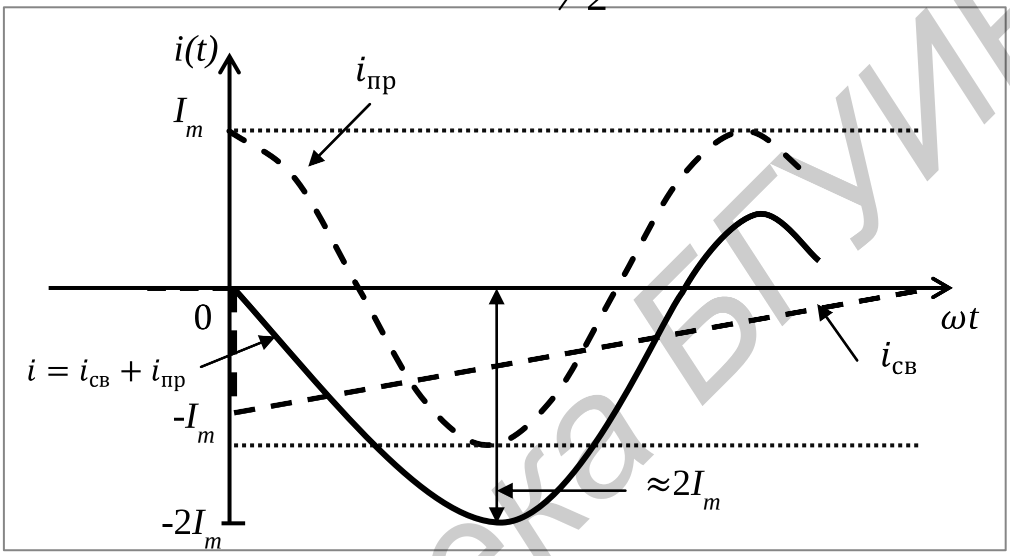
$$i = i_{\text{св}} + i_{\text{пр}}$$

$$i_{\text{св}} = -I_m \sin\frac{\pi}{2} \cdot e^{-t/\tau_{\text{Ц}}} = -I_m \cdot e^{-t/\tau_{\text{Ц}}}$$

$$i_{\text{пр}} = I_m \sin(\omega t + \pi/2) = I_m \cos\omega t$$

$$i(t) = I_m \cos\omega t - I_m \cdot e^{-t/\tau_{\text{Ц}}}$$

$$\psi_e - \varphi = \pi/2$$



При $t = T/2$ $\quad i(t) = Im\left[\underbrace{\cos\left(\overbrace{\frac{2\pi}{\cancel{T}}\cdot\frac{\cancel{T}}{\cancel{2}}}^{\pi}\right)}_{-1} - \underbrace{e^{-t/\tau_{\text{ц}}}}_{\approx 1}\right] \approx -2I_m$

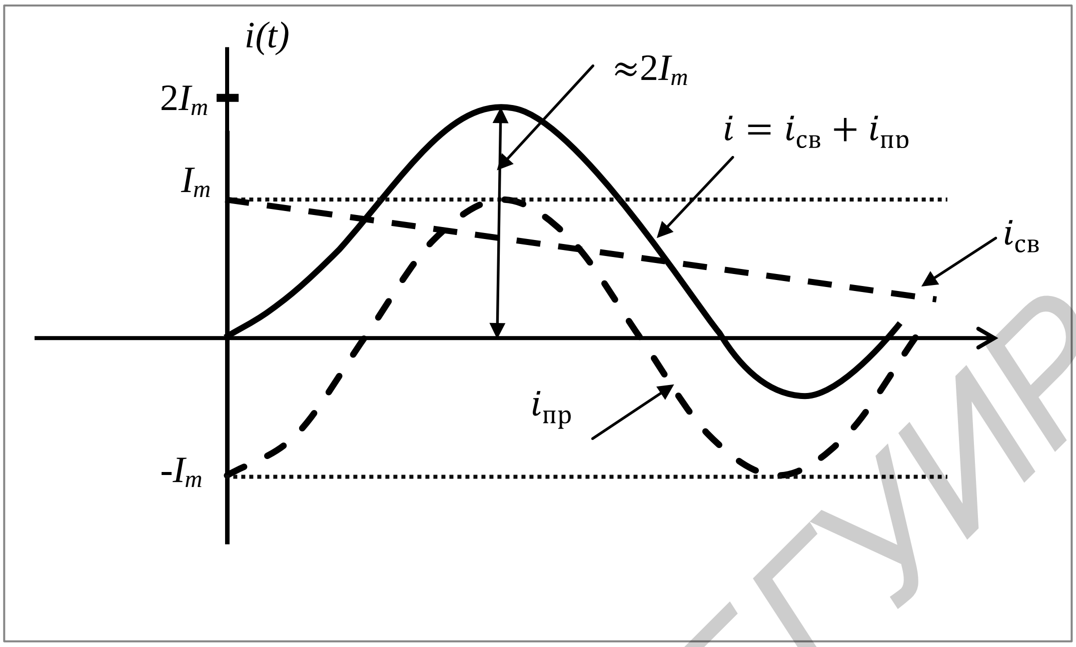
при $t = T/2$
и $\tau_{\text{ц}} \gg T$

3) $\psi_e - \varphi = -\pi/2$

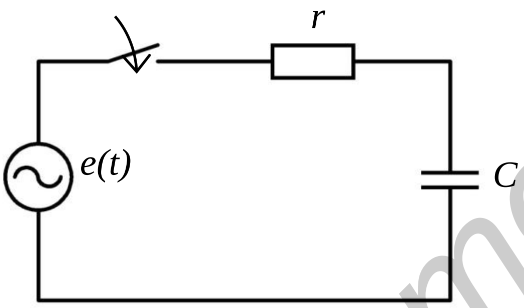
$$i = i_{\text{св}} + i_{\text{пр}} = \quad I_m\left[\underbrace{\sin\left(\omega t - \pi/2\right)}_{-\cos\omega t} - \underbrace{\sin\left(-\pi/2\right)}_{-1} \cdot e^{-t/\tau_{\text{ц}}}\right] =$$

$$= -I_m\cos\omega t + I_m \cdot e^{-t/\tau_{\text{ц}}}$$

$$\psi_e - \varphi = -\pi/2$$



Переходные процессы в rC–цепи



$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

$$u_r + u_c = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

$$rC\frac{du_c}{dt} + u_c = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

Решение:

$$u = u_{\text{св}} + u_{\text{пр}}$$

$$u_{\text{пр}} = U_m \sin\left[\omega t + \psi_e - (\varphi + \pi/2)\right]$$

$$U_m = \frac{E_m}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega C} \qquad \psi_u = \psi_i - \pi/2$$

$$u_c(0-) = u_c(0+) = 0$$

$$A_1 \cdot e^0 + U_m \sin\left[\psi_e - \varphi - \pi/2\right] = 0$$

$$A_1 = -U_m \sin\left[\psi_e - \varphi - \pi/2\right]$$

$$u(t) = \underbrace{U_m \sin\left[\omega t + \psi_e - \varphi - \pi/2\right]}_{u_{\text{пр}}} - \underbrace{U_m \sin\left[\psi_e - \varphi - \pi/2\right] \cdot e^{-t/\tau_{\text{ц}}}}_{u_{\text{св}}}$$

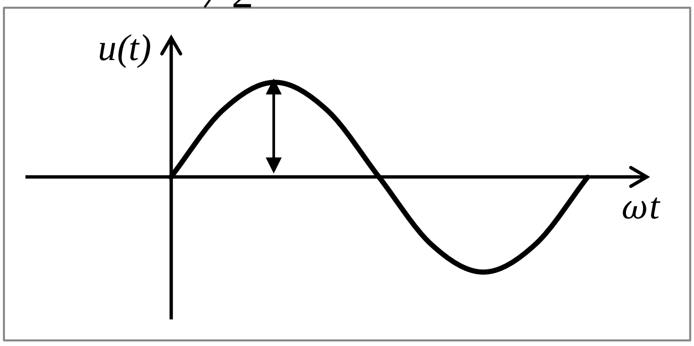
3 случая:

$$1)\ \psi_e - \varphi = \pi/2$$

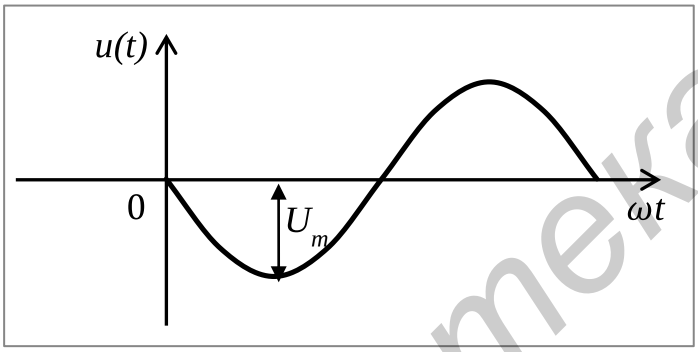
$$2)\ \psi_e - \varphi = -\pi/2$$

$$3)\ \psi_e - \varphi = 0$$

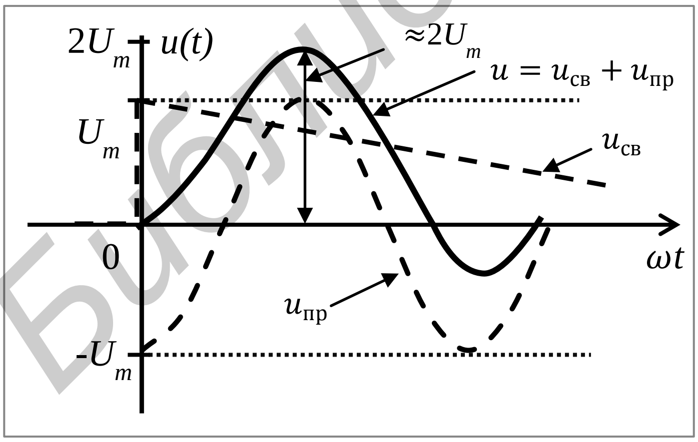
$$1)\ \psi_e - \varphi = \pi/2$$



$$2)\ \psi_e - \varphi = -\pi/2$$



$$3)\ \psi_e - \varphi = 0$$



$$1)\ \psi_e - \varphi = \pi/2$$

$$u = \underset{\searrow 0}{u_{св}} + u_{пр} = U_m \sin \omega t$$

$$\psi_e - \varphi = \pi/2$$

$$2)\ \psi_e - \varphi = -\pi/2$$

$$u = \underset{\searrow 0}{u_{св}} + u_{пр} = -U_m \sin \omega t$$

$$3)\ \psi_e - \varphi = 0$$

$$u(t) = u_{пр} + u_{св} =$$

$$= U_m \sin\left[\omega t - \pi/2\right] -$$

$$-U_m \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) \cdot e^{-t/\tau_{ц}} =$$

$$= -U_m \cos \omega t + U_m \cdot e^{-t/\tau_{ц}}.$$

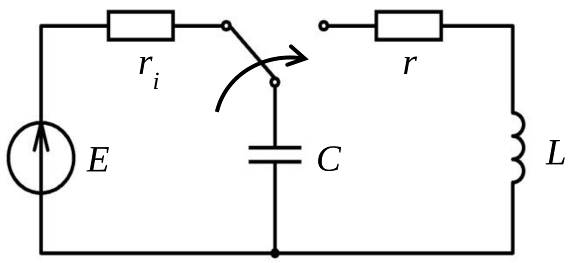
1.3. Переходные процессы в цепях второго порядка

1.3.1. Свободные процессы в цепях второго порядка

$$X_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$X_{\text{св}}(0+) = A_1 + A_2$$

$$X'_{\text{св}}(0+) = A_1 p_1 + A_2 p_2$$



Найти: p_1 и p_2, A_1 и A_2

Решение:

$$u_L + u_r + u_C = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + i \cdot r + u_C = 0$$

$$LC\frac{d^2 u_C}{dt^2} + rC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

Разделим на LC:

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \underbrace{\frac{r}{L}}_{2\delta}\frac{du_C}{dt} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}u_C = 0$$

т. к. $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 2\delta\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0$$

Найдем p_1 и p_2 из характеристического уравнения:

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

$$p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0$$

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

1) $|p_2| > |p_1|$

2) $p_1 \cdot p_2 = (-\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})(-\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) = \omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$

3)Если $\delta > \omega$, то :

$\dfrac{r}{2L} > \dfrac{1}{\sqrt{LC}}; r > \dfrac{2L}{\sqrt{LC}}; r > 2\sqrt{\dfrac{L}{C}},$ т.к. $\rho = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$, то $r > 2\rho$

3 случая :

1) $\delta > \omega_0$ *или* $r > 2\rho$

(корни вещественные, отрицательные, разные)

2) $\delta = \omega_0$ *или* $r = 2\rho$

(корни вещественные, отрицательные и равные $p_1 = p_2 = -\delta$)

3) $\delta < \omega_0$ *или* $r < 2\rho$

(корни комплексно-сопряженные)

$$p_1 = -\delta + \mathrm{j}\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$p_2 = -\delta - \mathrm{j}\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Найдем A_1 и A_2: $X_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

$$u(0+) = u(0-) = E$$

Тогда $u(0+) = A_1 e^0 + A_2 e^0 = E$

$A_1 + A_2 = E \longrightarrow$ 1-е уравнение

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C(\underbrace{p_1 A_1 + p_2 A_2}_{=0}) = 0$$

$C \neq 0$

$p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0 \longrightarrow$ 2-е уравнение

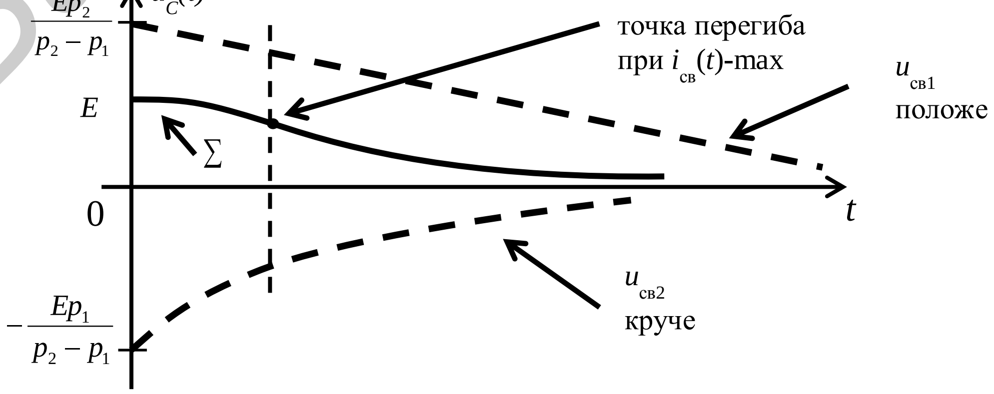
Система:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = E \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0 \end{cases}$$

Решение: $A_1 = \dfrac{p_2 E}{p_2 - p_1}, \quad A_2 = -\dfrac{p_1 E}{p_2 - p_1}$

Тогда: $u_{C\ \text{св}}(t) = \underbrace{\dfrac{p_2 E}{p_2 - p_1} e^{p_1 t}}_{u_{C\,\text{св}1}} - \underbrace{\dfrac{p_1 E}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}}_{u_{C\,\text{св}2}}$

1) Корни p_1 и p_2 – вещественные, отрицательные, разные:



$$i_{св}(t) = C\frac{du_C}{dt} =$$

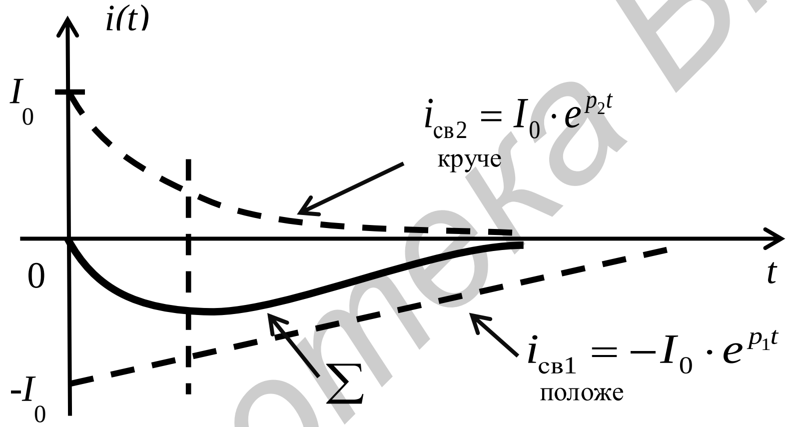
$$= C\frac{E}{p_2 - p_1}(p_1 p_2 e^{p_1 t} - p_1 p_2 e^{p_2 t}) =$$

$$= C\frac{E p_1 p_2}{p_2 - p_1}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}),$$

но $\quad p_1 \cdot p_2 = \omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$

тогда $\quad i_{св}(t) = \underbrace{\dfrac{E}{L(p_2 - p_1)}}_{I_0} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$

$$i_{св}(t) = \underbrace{I_0 e^{p_1 t}}_{-i_{св1}} - \underbrace{I_0 e^{p_2 t}}_{i_{св2}}$$

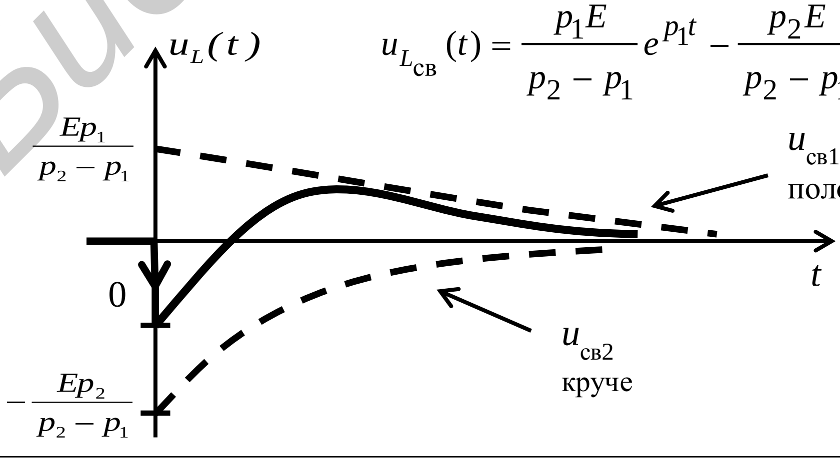


$|p_2| > |p_1|$

$$u_{L_{св}}(t) = L\frac{di}{dt} =$$

$$= \frac{E}{p_2 - p_1}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$$

$$u_{L_{св}}(t) = \frac{p_1 E}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} - \frac{p_2 E}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}$$



$|p_2| > |p_1|$

2) Корни p_1 и p_2 комплексно-сопряженные:

т. е. $\delta < \omega_0$ или $r < 2\rho$

$$p_1 = -\delta + j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$p_2 = -\delta - j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{св}$$

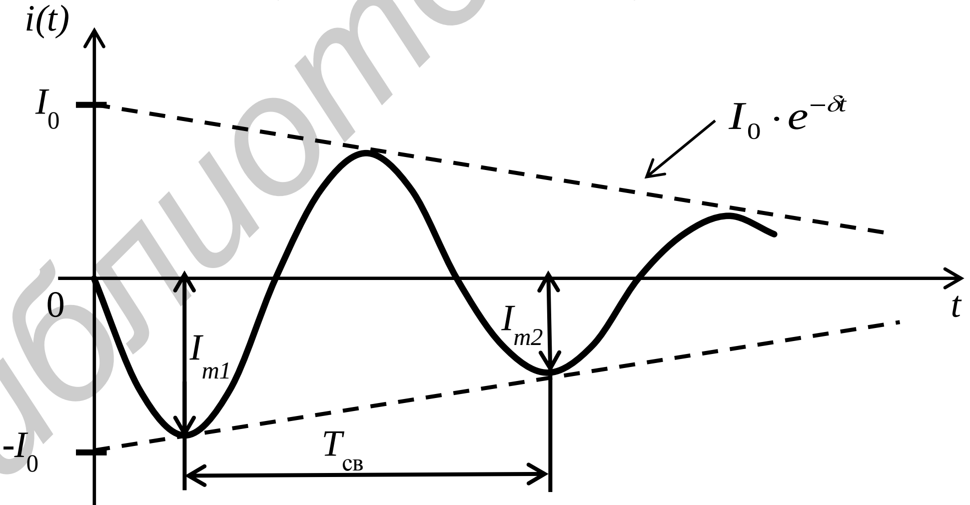
$$i_{св} = \frac{E}{L\cdot(p_2 - p_1)}\left(e^{p_1 t} - e^{-p_2 t}\right) = \frac{-E\cdot e^{-\delta\cdot t}}{L\cdot\omega_{св}\cdot 2j}\left(e^{j\omega_{св}t} - e^{-j\omega_{св}t}\right)$$

$$= \frac{-E\cdot e^{-\delta\cdot t}}{\omega_{св}\cdot L}\cdot\frac{e^{j\omega_{св}t} - e^{-j\omega_{св}t}}{2j}.$$

$$\frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j} = \sin\alpha$$

$$i_{св}(t) = \underbrace{-\frac{E}{\omega_{св}\cdot L}}_{-I_0}\cdot e^{-\delta t}\cdot\sin\omega_{св}t$$

$$i_{св}(t) = -I_0\cdot e^{-\delta t}\cdot\sin\omega_{св}t$$



$$\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} =$$

$$= \omega_0\sqrt{1 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}.$$

$$\Delta = \frac{I_{m_1}}{I_{m_2}} = \frac{I_0 e^{-\delta \cdot t_1}}{I_0 e^{-\delta(t_1 + T_{\text{св}})}}$$

$$\Delta = e^{\delta T_{\text{СВ}}} \quad , \ln \Delta = \delta T_{\text{СВ}} \quad , \upsilon = \delta T_{\text{СВ}}$$

Так как $I_m(t) = I_0 e^{-\delta t}$,

то $\tau_{\text{ц}} = \dfrac{1}{\delta} = \dfrac{2L}{r}$

$$t_{\text{уст св}} = k \cdot \frac{1}{\delta} = k \cdot \tau_{\text{ц}}$$

$$u_L(t) = -\frac{\omega_0}{\omega_{\text{св}}} \cdot E \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_{\text{св}} t - \theta)$$

$$\theta = arctg \frac{\delta}{\omega_{\text{св}}} \qquad u_C(t) = \frac{\omega_0}{\omega_{\text{св}}} \cdot E \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_{\text{св}} t - \theta)$$

3) Корни p_1 и p_2 вещественные, равные:

т. е. $\delta = \omega_0$ или $r = 2\rho$

$$p_1 = p_2 = -\delta$$

$$\omega_{\text{СВ}} = \sqrt{{\omega_0}^2 - {\delta_0}^2} = 0$$

$$i_{\text{св}} = \frac{E}{\cancel{\omega_{\text{св}}} \cdot L} \cdot e^{-\delta t} \cdot \underbrace{\sin \omega_{\text{св}} t}_{\cancel{\omega_{\text{св}}}} = $$

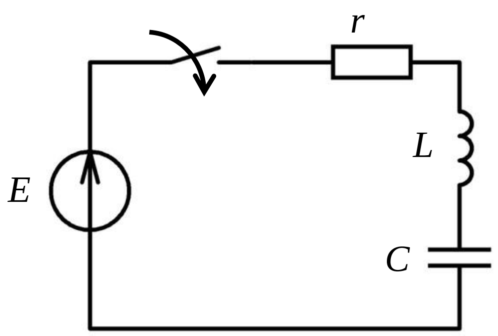
$$= -\frac{E}{L} \cdot e^{-\delta t} t$$

$$u_{L_{\text{св}}} = L \frac{di}{dt} = L \frac{d\left[-\frac{E}{L} \cdot e^{-\delta t} \cdot t\right]}{dt} = E\left(\delta \cdot e^{-\delta t} \cdot t - e^{-\delta t}\right) = E \cdot e^{-\delta t}(\delta t - 1)$$

$$u_r + u_L + u_C = 0 \qquad\qquad \delta = r / (2L)$$

$$u_{C\ \text{св}} = -u_r - u_L = -i \cdot r - E \cdot e^{-\delta t}(\delta t - 1) = E \cdot e^{-\delta t}(1 + \delta t)$$

1.3.2. Свободная и принужденная составляющие в цепях второго порядка с источником постоянного и синусоидального напряжения



$$u_L + u_r + u_C = E$$

$$L\frac{di}{dt} + i \cdot r + u_C = E$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + rL\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2\delta\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E$$

$$u_C(t) = u_{C\,\text{св}} + u_{C\,\text{пр}}$$

$$u_{C\,\text{св}} = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}$$

$$u_C = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + E$$

$$u_C(0-) = u_C(0+)$$

$$0 = A_1 \cdot e^0 + A_2 \cdot e^0 + E$$

$$A_1 + A_2 = -E$$

$$i(0) = 0$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d\left[A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}\right]}{dt};$$

$$C\underbrace{\left[A_1 p_1 + A_2 p_2\right]}_{=0} = 0$$

$$C \neq 0$$

$$p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0$$

$$\left.\begin{aligned} A_1 + A_2 &= -E \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad A_1 = -\frac{p_2 E}{p_2 - p_1} \qquad A_2 = \frac{p_1 E}{p_2 - p_1}$$

$$u_C(t) = E\left(1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} \cdot e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} \cdot e^{p_2 t}\right)$$

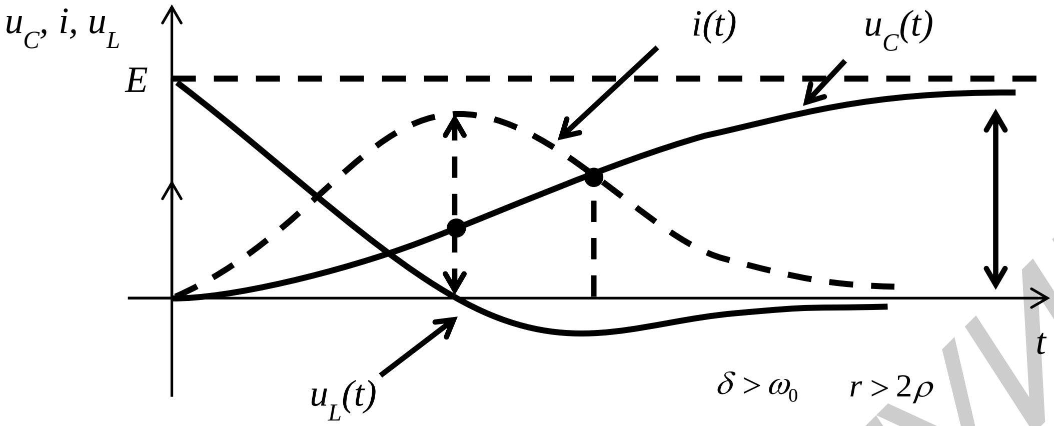
$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{L(p_2 - p_1)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = -\frac{E}{p_2 - p_1}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$$

3 случая.

1) Корни p_1 и p_2 – вещественные, отрицательные, разные,

т. е. $\delta > \omega_0$ или $r > 2\rho$



2) Корни p_1 и p_2 – вещественные, равные,

т. е. $\delta = \omega_0$ $r = 2\rho$

$$u_C(t) = E\left[1 - e^{-\delta \cdot t}(1 + \delta \cdot t)\right]$$

$$u_L(t) = E\left[1 + e^{-\delta \cdot t}(1 + \delta \cdot t)\right]$$

$$i(t) = \frac{E}{L} \cdot t \cdot e^{-\delta \cdot t}$$

3) Корни p_1 и p_2 – комплексно-сопряженные,

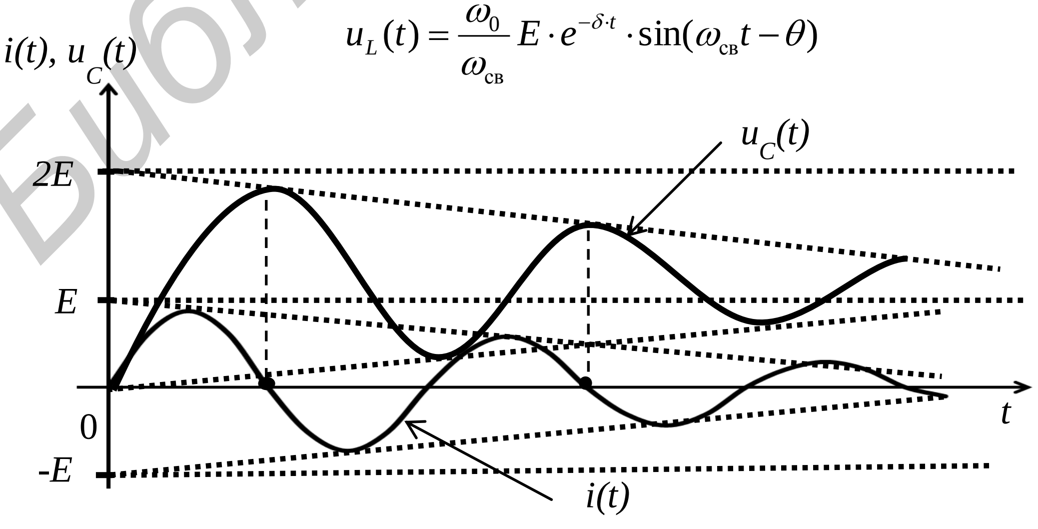
т. е. $\delta < \omega_0$ или $r < 2\rho$

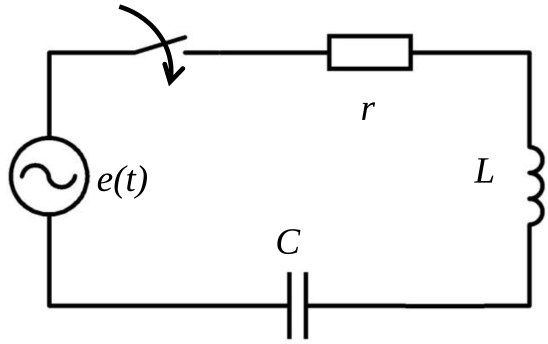
$$u_C(t) = E\left[1 - \frac{\omega_0}{\omega_{\text{св}}} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_{\text{св}} t - \theta)\right]$$

$$\omega_{\text{св}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \qquad \cos\theta = \frac{\omega_{\text{св}}}{\omega_0}$$

$$i(t) = \frac{E}{\omega_{\text{св}} L} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \omega_{\text{св}} t$$

$$u_L(t) = \frac{\omega_0}{\omega_{\text{св}}} E \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{\text{св}} t - \theta)$$





$$u_L + u_r + u_C = e(t)$$
$$u_L + u_r + u_C = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2\delta \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C =$$
$$= \omega_0^2 E_m \sin(\omega t + \psi_e).$$

<u>Решение:</u> $u_c(t) = u_{c\,\text{св}}(t) + u_{c\,\text{пр}}(t)$

Корни p_1 и p_2 – комплексно-сопряженные:

$\delta < \omega_0 \qquad r < 2\rho$

$$u_c(t) = u_{c\,\text{св}}(t) + u_{c\,\text{пр}}(t)$$

$$u_C(t) = u_{C\ \text{св}}(t) + u_{C\ \text{пр}}(t) = u_{mC}\sin(\omega t + \psi_C) + A\cdot e^{-\delta\cdot t}\sin(\omega_{\text{св}}t + \theta)$$

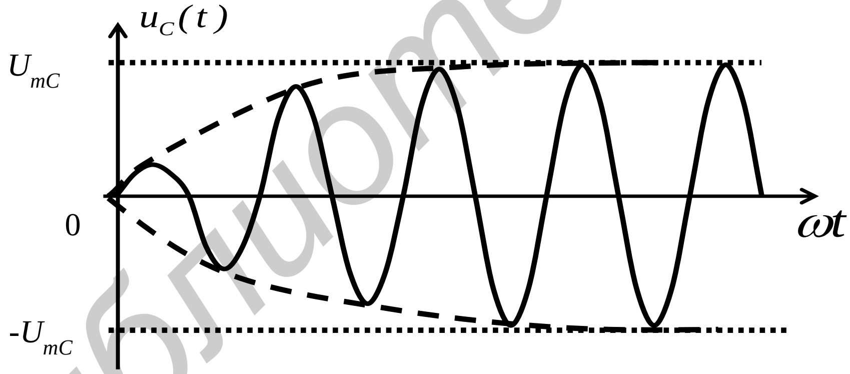
$$\psi_C = \psi_e - \psi - \frac{\pi}{2}$$

При $\omega \approx \omega_{\text{св}} \approx \omega_0 \quad \delta \ll \omega_0$

При нулевых начальных условиях $A = -U_{m_C} \qquad \psi_C = \theta$

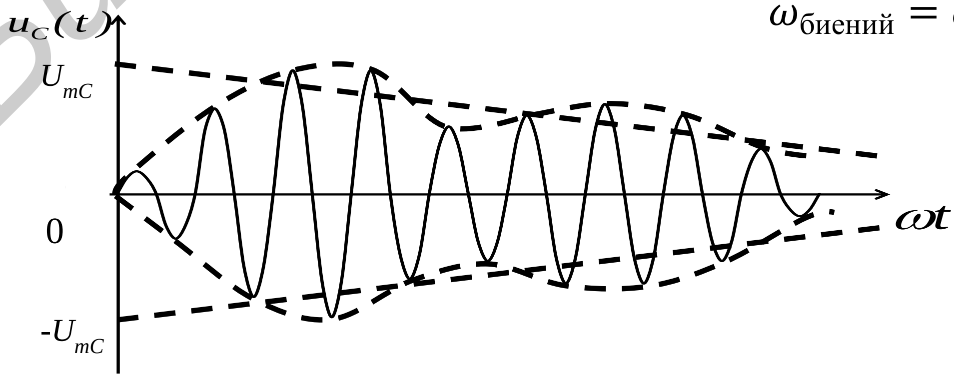
$$u_C(t) = u_{m_C}(1 - e^{-\delta t})\cdot\sin(\omega t + \psi_C)$$

А) ИЗОХРОНИЗМ при $\omega = \omega_{\text{св}} = \omega_0$



Б) БИЕНИЯ (при $\omega \neq \omega_{\text{св}}$) $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, при малом $\Delta\omega$

$\omega_{\text{биений}} = \omega - \omega_{\text{св}}$



$$\delta = \frac{r}{2L} = \frac{r}{2L}\cdot\frac{\omega_0}{\omega_0} = \frac{r\cdot\omega_0}{2\rho} = \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$\rho \qquad\qquad \frac{1}{Q}$$

$$Q\uparrow \quad \delta\downarrow$$

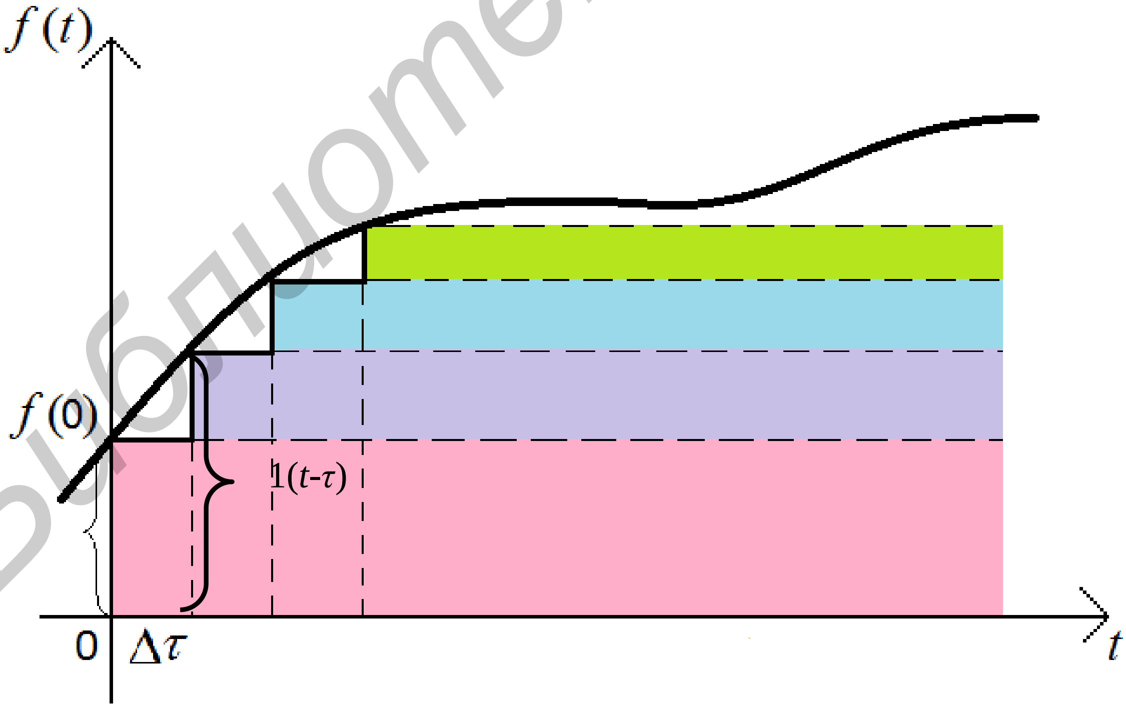
$$\Pi = \frac{\omega_0}{Q}$$

1.4. Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях методом наложения

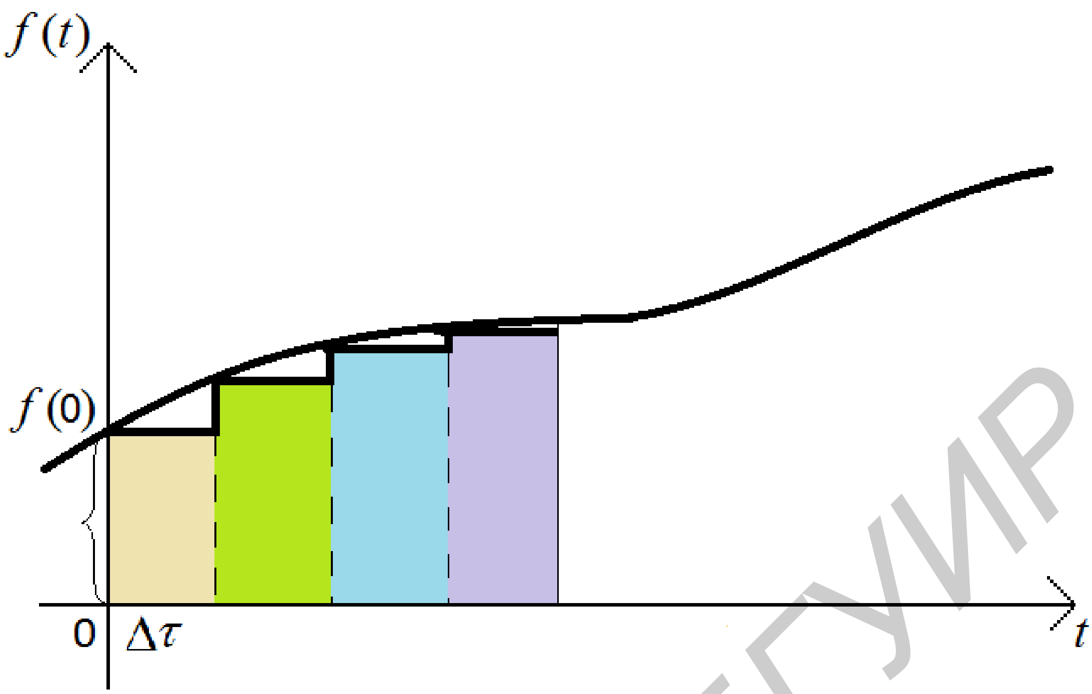
1.4.1. Типовые функции воздействия

Принцип наложения: реакция линейной цепи на сумму входных воздействий равна сумме её реакций на каждое из воздействий в отдельности.

Входное воздействие $f(t)$ можно представить совокупностью стандартных типовых сигналов, например единичных ступенчатых функций $1(t)$ или дельта-функций $\delta(t)$.

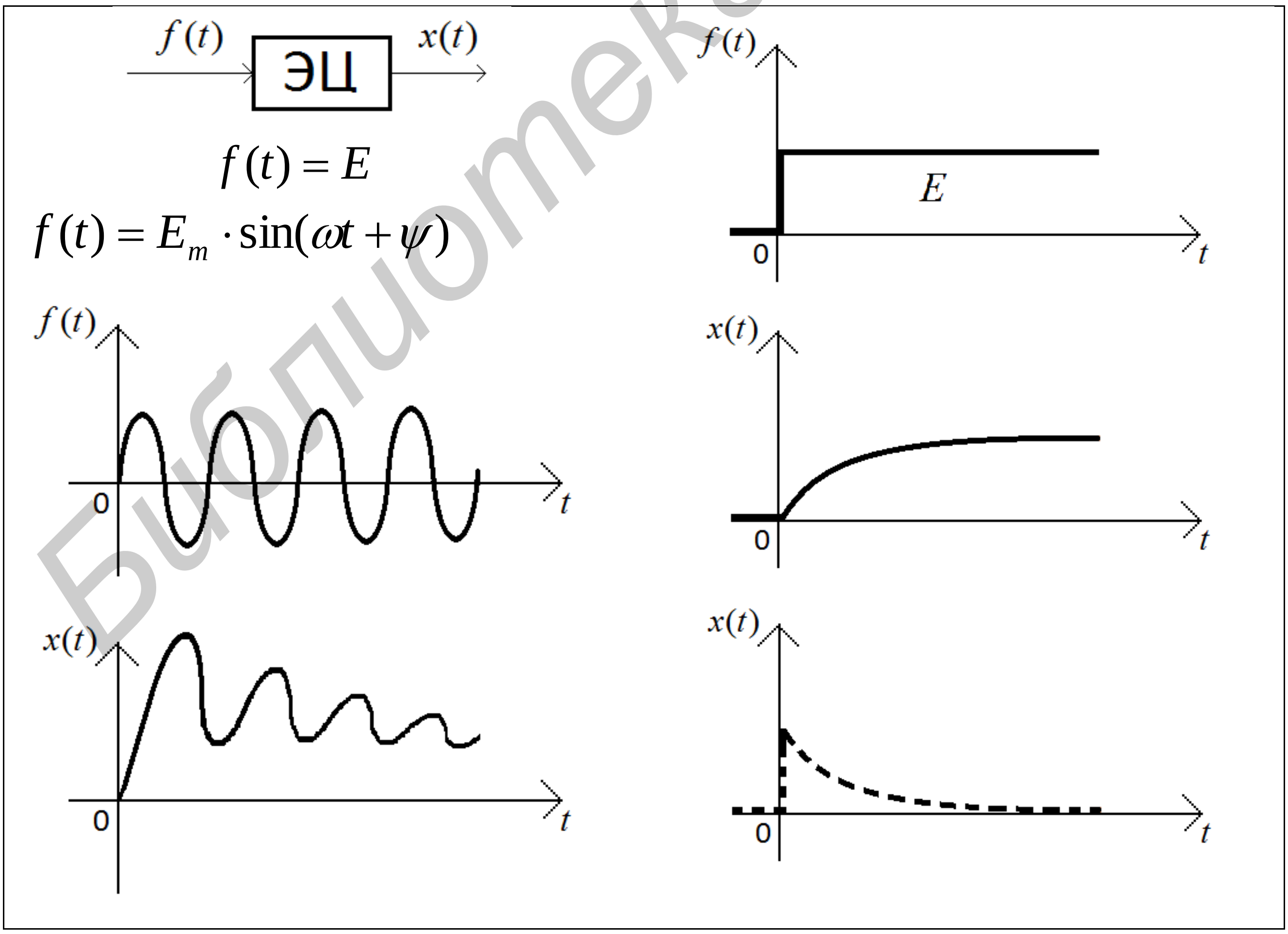


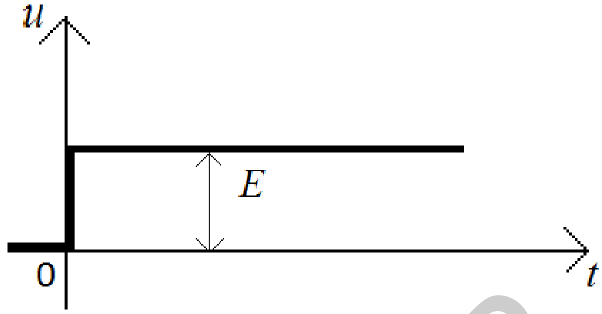
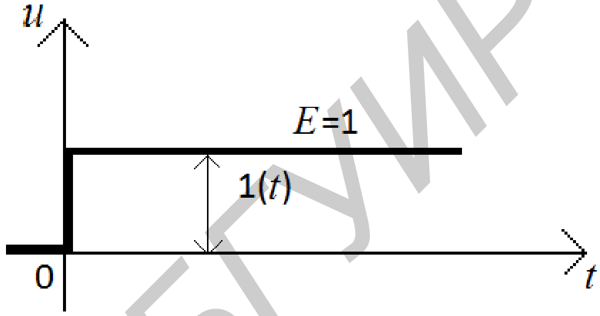
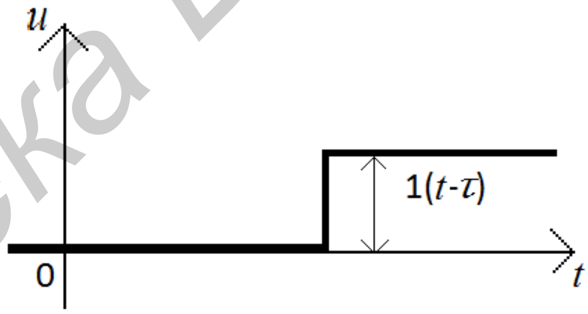
$1(t\text{-}\tau)$ – единичная функция включения

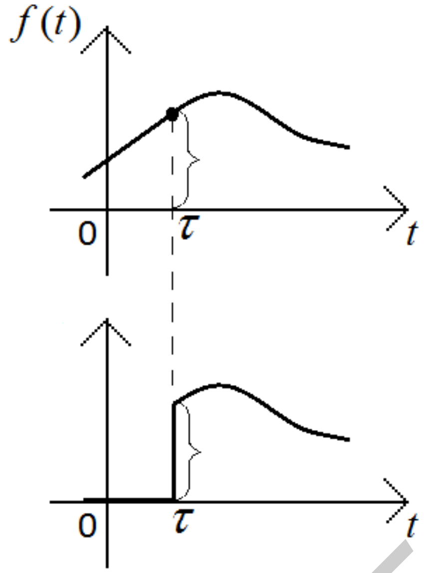


$\delta(t)$-функция или функция Дирака

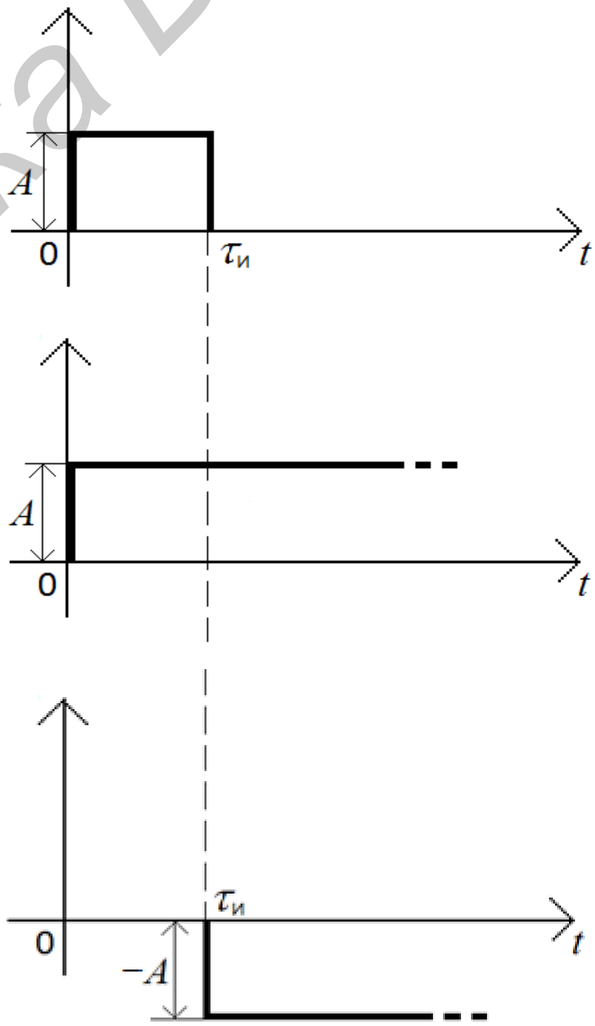
Вид реакции цепи $x(t)$ как сумма (наложение) реакций цепи на каждое типовое воздействие зависит от схемы цепи и её параметров и представляется в виде временных характеристик (переходных $h(t)$ или импульсных $k(t)$).

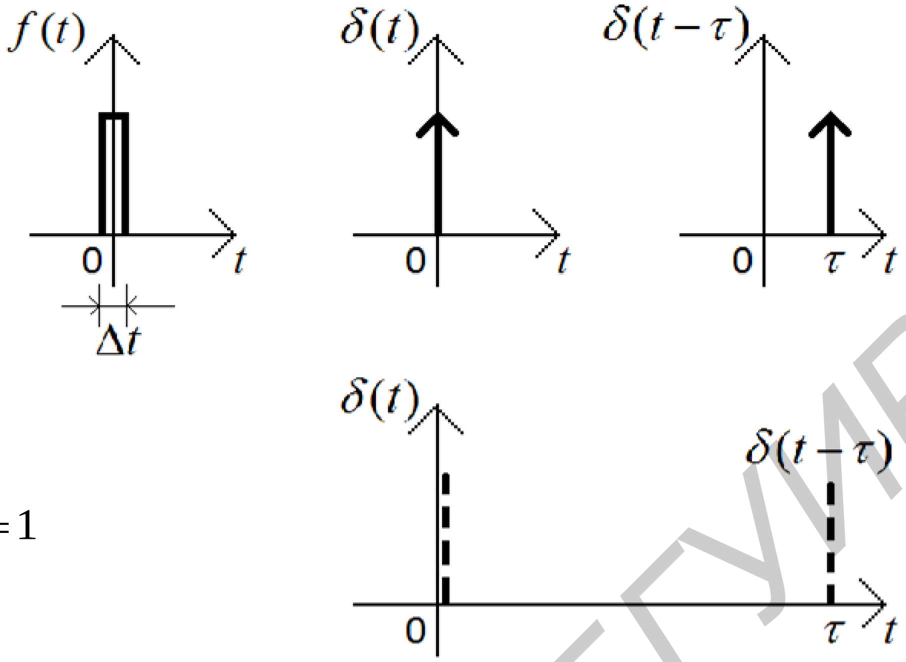
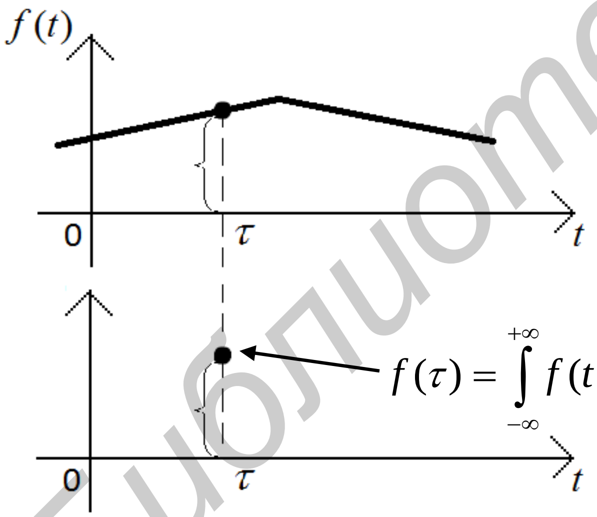


Единичная функция воздействия (функция Хевисайда)	
$u(t)=\begin{cases}0, t<0\\ E, t\geq 0\end{cases}$	
$1(t)=\begin{cases}0, t<0\\ 1, t\geq 0\end{cases}$	
$1(t-\tau)=\begin{cases}0, t<\tau\\ 1, t\geq \tau\end{cases}$	

<table>
<tr><td colspan="2">Свойство единичной функции</td></tr>
<tr><td colspan="2">Формирующее свойство единичной функции: при умножении непрерывной функции на единичную результирующая функция будет разрывной.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Представление прямоугольного импульса с помощью единичной функции</td></tr>
<tr><td>$f(t) = f_1 \cdot 1(t) + f_2 \cdot 1(t-\tau)$

$f_1(t) \cdot 1(t) = A \cdot 1(t)$

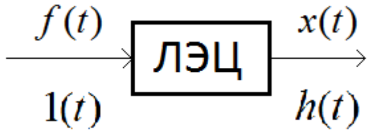
$f_2(t) \cdot 1(t-\tau) = -A \cdot 1(t-\tau)$</td><td>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Дельта-функция (функция Дирака)</td></tr>
<tr><td colspan="2">$S = U_m \cdot \Delta t = 1$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Свойства дельта-функции</td></tr>
<tr><td>Дельта-функция есть первая производная от единичной функции при нулевых начальных условиях</td><td>$\delta(t) = 1'(t)$
$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$, $\int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt = 1(t)$</td></tr>
<tr><td>

$f(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \delta(t-\tau) d\tau$</td><td>Дельта-функция выделяет (отфильтровывает) значение функции в заданный момент времени</td></tr>
</table>

1.4.2. Временные характеристики электрических цепей

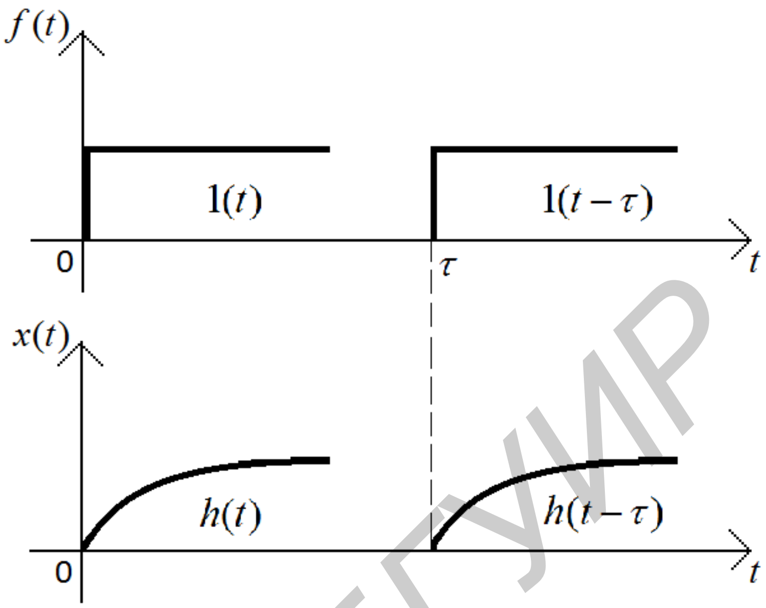
Переходная характеристика



Переходная характеристика электрической цепи – это отклик (реакция) цепи на единичную функцию при нулевых начальных условиях

$$x(t) = h(t) \cdot 1(t)$$

$$x(t-\tau) = h(t-\tau) \cdot 1(t-\tau)$$

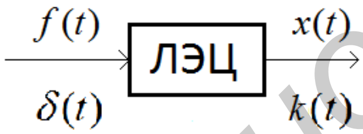


Физический смысл переходной характеристики

$$\text{Если } f(t) = u(t), \text{ то } x(t) = \begin{cases} u, K_u(t); \\ i, Y(t). \end{cases}$$

$$\text{Если } f(t) = i(t), \text{ то } x(t) = \begin{cases} i, K_i(t); \\ u, Z(t). \end{cases}$$

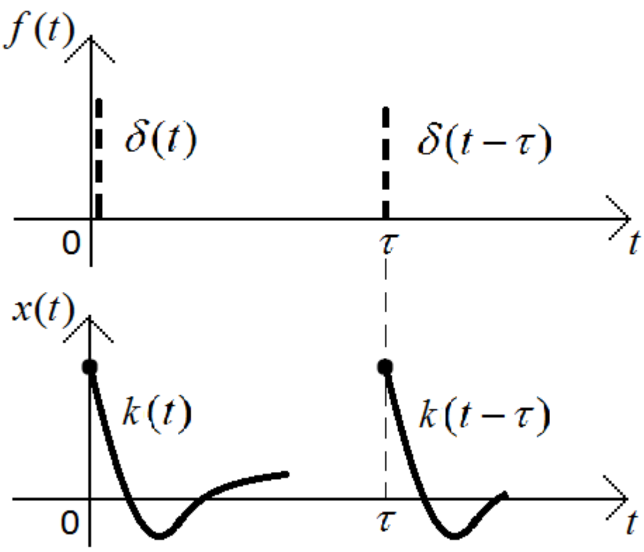
Импульсная характеристика

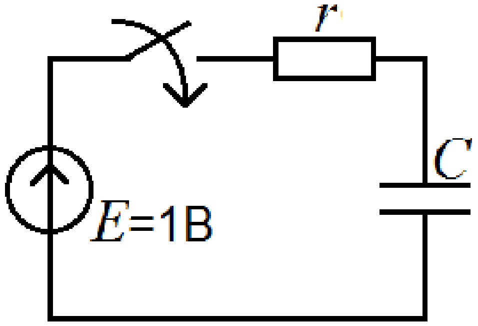
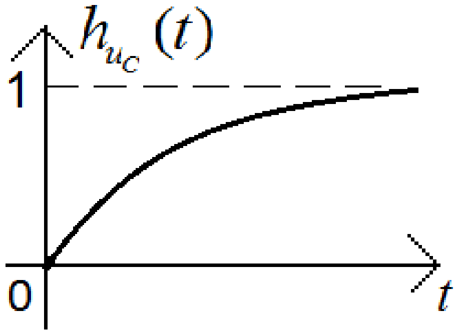
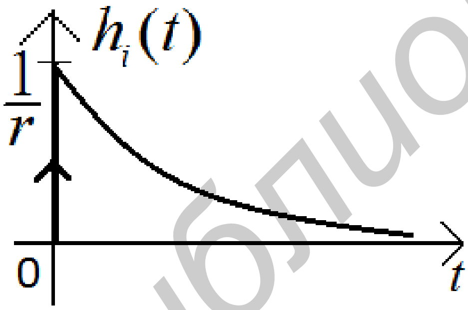
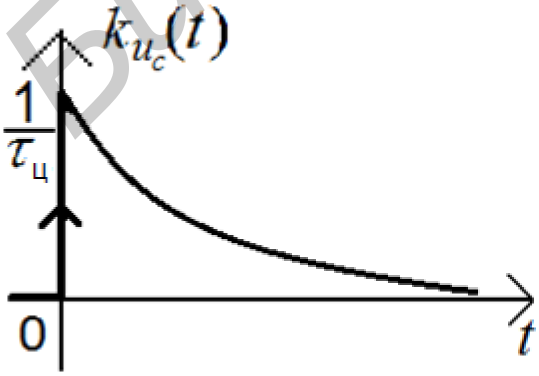


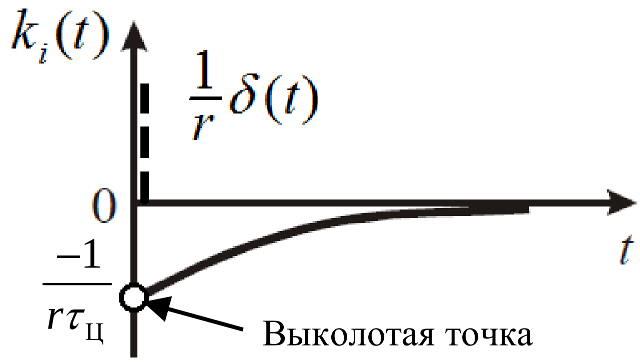
Импульсная характеристика – это отклик (реакция) цепи на дельта-функцию при нулевых начальных условиях

$$x(t) = k(t) \cdot 1(t)$$

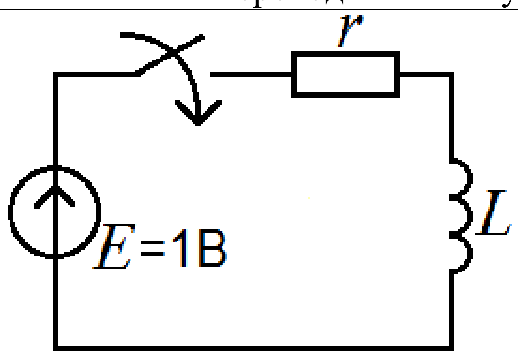
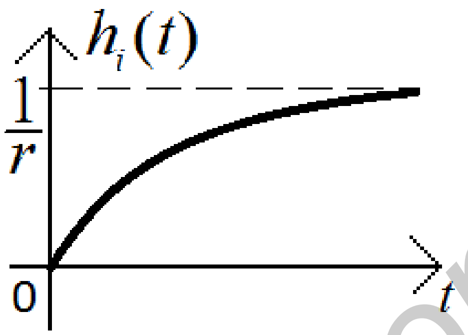
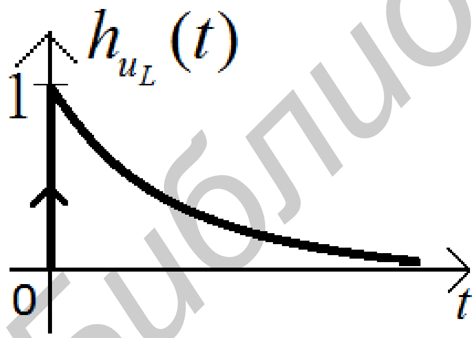
$$x(t-\tau) = k(t-\tau) \cdot 1(t-\tau)$$

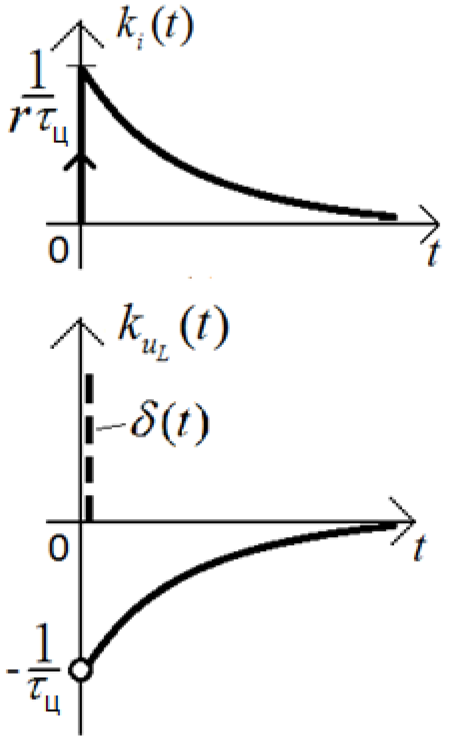


Связь между переходной и импульсной характеристиками	
Т. к. $\delta(t)=1'(t)$, то $k(t)=\dfrac{dx(t)}{dt}=\dfrac{d}{dt}[h(t)\cdot 1(t)]=h'(t)\cdot 1(t)+h(t)\cdot 1'(t)=h'(t)\cdot 1(t)+$ $+h(t)\cdot\delta(t)$. Если $\delta(t)\neq 0$ при $t=0$, то $k(t)=h'(t)+h(0)\cdot\delta(t)$. Размерность $k(t)\rightarrow\dfrac{h(t)}{сек}$	
Переходная и импульсная характеристики *rC*-цепи	
	$u_r+u_C=E$ $rC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=E$ $u_c(t)=E(1-e^{-t/\tau_Ц})$ $i(t)=\dfrac{E}{r}e^{-t/\tau_Ц}$
	При E=1(t) $h_u(t)=\dfrac{u_C(t)}{E}$ $h_{u_C}(t)=1-e^{-t/\tau_Ц}$
	$h_i(t)=\dfrac{i(t)}{E}=\dfrac{1}{r}e^{-t/\tau_Ц}$ $k(t)=h'(t)+h(0)\cdot\delta(t)$
	$k_{u_C}(t)=\dfrac{d}{dt}(1-e^{-t/\tau_Ц})+(1-e^{0})\cdot\delta(t)=$ $=\dfrac{1}{\tau_Ц}e^{-t/\tau_Ц}$

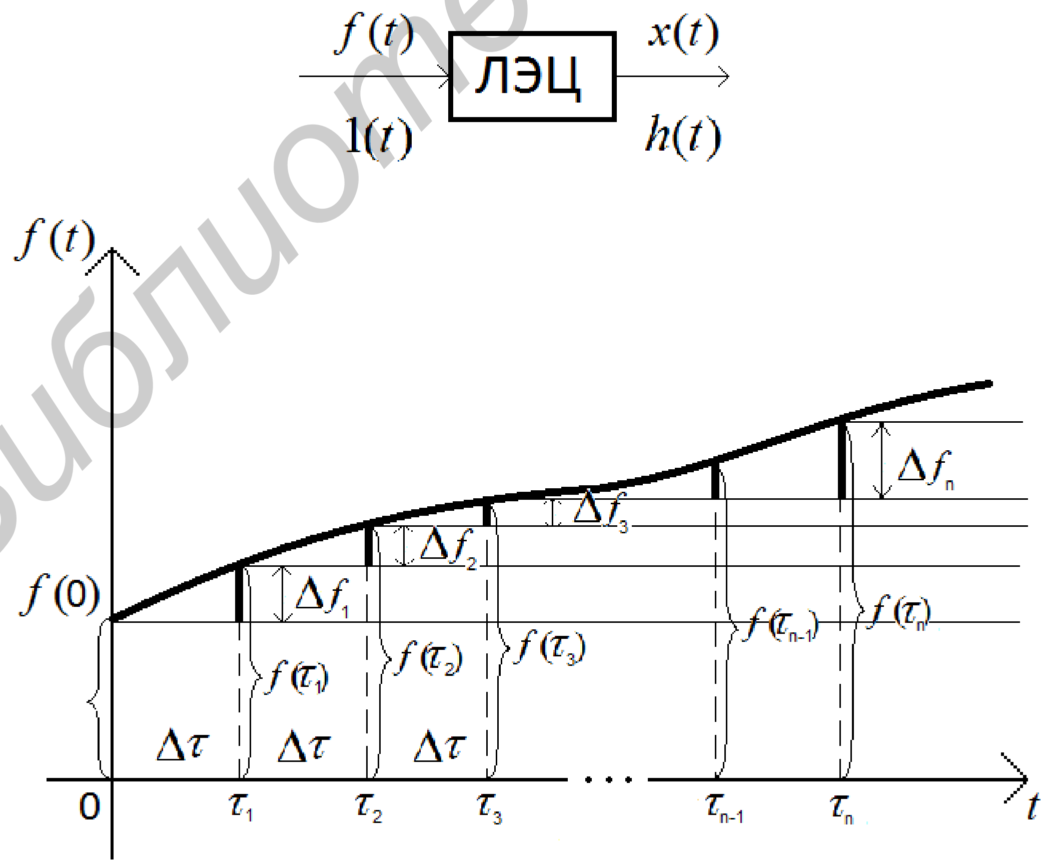
	$$k_i(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}e^{-t/\tau_{Ц}}\right)+\frac{1}{r}\cdot e^{0}\cdot\delta(t)=$$ $$=-\frac{1}{r\cdot\tau_{Ц}}e^{-t/\tau_{Ц}}+\frac{1}{r}\delta(t)$$

Переходная и импульсные характеристики в rL– цепи

	$$u_L+u_r=E$$ $$L\frac{di}{dt}+r\cdot i=E$$
 	$$i(t)=\frac{E}{r}(1-e^{-t/\tau_{Ц}})$$ $$u_L(t)=E\cdot e^{-t/\tau_{Ц}}$$ $$h_i(t)=\frac{i(t)}{E}=\frac{1}{r}(1-e^{-t/\tau_{Ц}})$$ $$h_{u_L}(t)=\frac{u_L(t)}{E}=e^{-t/\tau_{Ц}}$$

	$k_i(t)=\dfrac{1}{r\cdot\tau_{\text{ц}}}\cdot e^{-t/\tau_{\text{ц}}}+0\cdot\delta(t)$ $k_{u_L}(t)=-\dfrac{1}{\tau_{\text{ц}}}\cdot e^{-t/\tau_{\text{ц}}}+\delta(t)$

1.4.3. Определение реакции цепи на воздействие произвольной формы с помощью временных характеристик

Определение реакции цепи на воздействие произвольной формы с помощью переходной характеристики


Входное воздействие и реакция цепи на *k*-ю единичную функцию

$$f(t) \approx f(0)\cdot 1(t) + \Delta f_1 \cdot 1(t-\tau_1) + \ldots + \Delta f_n \cdot 1(t-\tau_n) \approx f(0)\cdot 1(t) + \sum_{k=1}^{n} \Delta f_k \cdot 1(t-\tau_k)$$

Реакция цепи на *k*-ю единичную функцию $1(t-\tau)$:

$$\Delta x_k(t) = \Delta f_k \cdot h(t-\tau_k)$$

Реакция цепи на входные воздействия

$$x(t) \approx f(0)\cdot h(t) + \sum_{k=1}^{n} \Delta f_k \cdot h(t-\tau_k)\cdot \frac{\Delta\tau_k}{\Delta\tau_k} \text{ при } \Delta\tau_k \to 0.$$

$$x(t) = \lim_{\Delta\tau_k \to 0}\left[f(0)\cdot h(t) + \sum \frac{\Delta f_k}{\Delta\tau_k}\cdot h(t-\tau_k)\cdot\Delta\tau_k \right] =$$

$$= f(0)\cdot h(t) + \int_0^t f'(t)\cdot h(t-\tau)d\tau \quad (1.1)$$

Первая форма интеграла Дюамеля

Для любых двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ существует интеграл свёртки: $\int_0^t f_1(t-\tau)\cdot f_2(\tau)d\tau = \int_0^t f_1(\tau)\cdot f_2(t-\tau)d\tau$, который легко проверяется путём замены переменных интегрирования. Используя свойство коммутативности такой свёртки, получим вторую форму интеграла Дюамеля:

$$x(t) = f(0)\cdot h(t) + \int_0^t f'(t-\tau)\cdot h(\tau)d\tau \quad (1.2)$$

Интегрирование (1.1) по частям даёт 3-ю форму:

$$x(t) = f(t)\cdot h(0) + \int_0^t f(\tau)\cdot h'(t-\tau)d\tau \quad (1.3)$$

Согласно свойству коммутативности свёртки, выражение (1.3) записывается так:

$$x(t) = f(\tau)\cdot h(0) + \int_0^t f(t-\tau)\cdot h'(\tau)d\tau \quad (1.4)$$

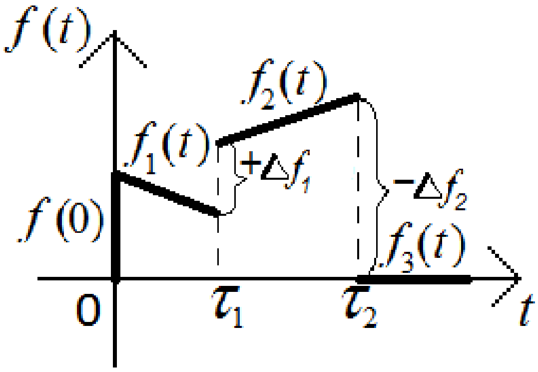
Уравнение (1.4) есть 4-я форма интеграла Дюамеля.

5-я и 6-я формы интеграла Дюамеля имеют вид:

$$x(t) = \frac{d}{dt}\left[\int_0^t f(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau\right] \quad (1.5)$$

$$x(t) = \frac{d}{dt}\left[\int_0^t f(t-\tau)\cdot h(\tau)d\tau\right] \quad (1.6)$$

Пример определения реакции цепи с помощью переходной характеристики



На интервале $[0,\tau_1]$:

$$x(t) = f(0)\cdot h(t) + \int f_1'(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau$$

На интервале $[\tau_1, \tau_2]$:

$$x(t) = f(0)\cdot h(t) - \int_0^{\tau_1} f_1'(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau +$$

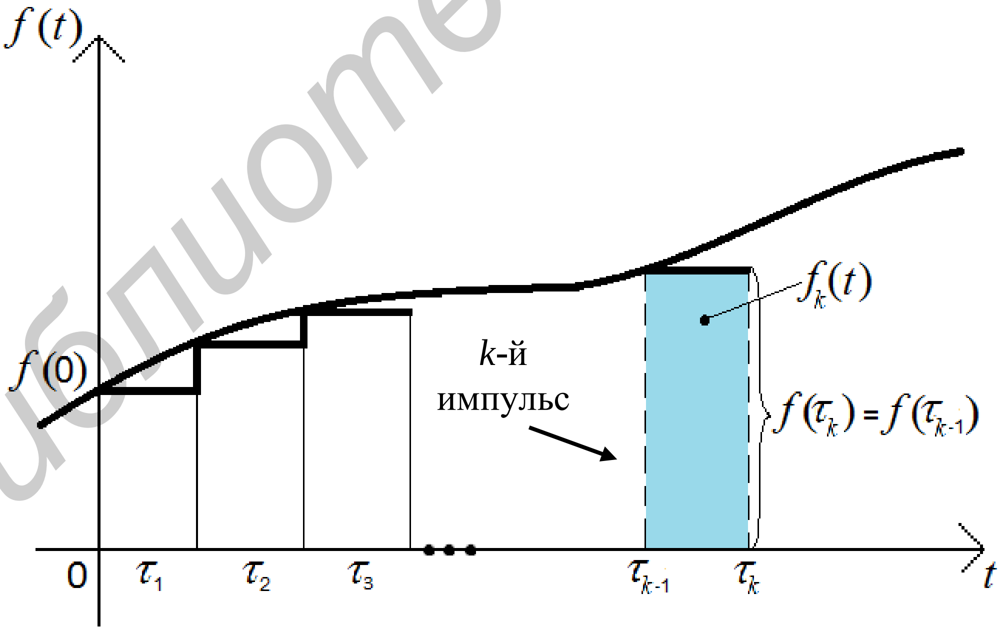
$$+\Delta f_1\cdot h(t-\tau_1) + \int_{\tau_1}^{t} f_2'(t-\tau)d\tau$$

На интервале $[\tau_2,\infty]$:

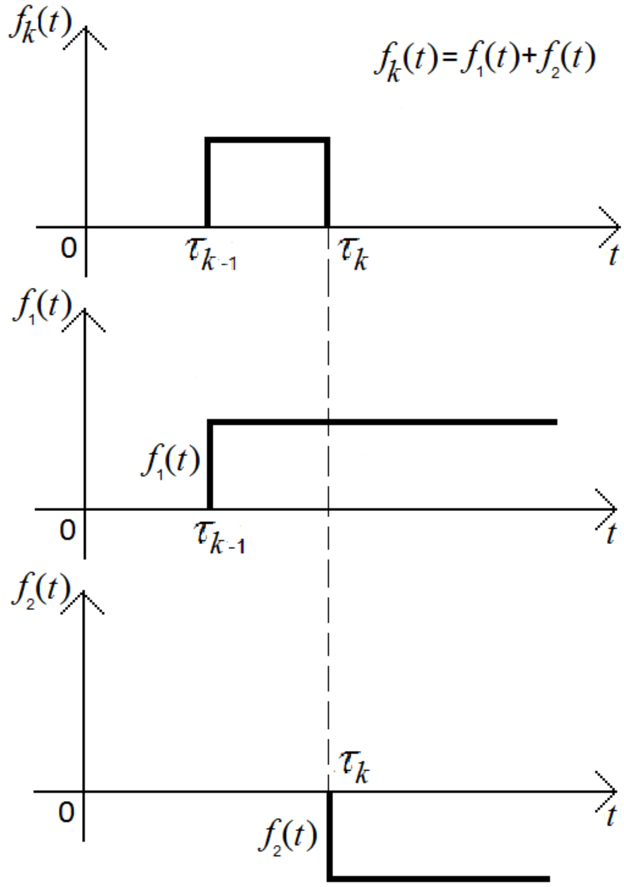
$$x(t) = f(0)\cdot h(t) + \int_0^{\tau_1} f_1'(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau + \Delta f_1\cdot h(t-\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} f_2'(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau +$$

$$+\Delta f_2\cdot h(t-\tau_2) + \int_{\tau_2}^{t} f_3'(\tau)\cdot h(t-\tau)d\tau$$

Определение реакции цепи на воздействие произвольной формы с помощью импульсной характеристики



Представление *k*-го импульса как суммы двух функций



$$f_1(t) = f(\tau_{k-1})\cdot 1(t-\tau_{k-1})$$

$$f_2(t) = -f(\tau_{k-1})\cdot 1(t-\tau_k)$$

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = f(\tau_{k-1})\cdot[1(t-\tau_{k-1}) - 1(t-\tau_k)]$$

Реакция цепи на входное воздействие

Реакция ЛЭЦ на *k*-й импульс:

$$\Delta x_k(t) = f(\tau_{k-1})\cdot[h(t-\tau_{k-1}) - h(t-\tau_k)]$$

Реакция ЛЭЦ на полное входное воздействие:

$$x(t) \approx \sum_{k=1}^{n} f(\tau_{k-1})\cdot[h(t-\tau_{k-1}) - h(t-\tau_k)] \approx \sum_{k=1}^{n} f(\tau_{k-1})\cdot \Delta h(t-\tau_{k-1})$$

$$x(t) = \lim_{\Delta\tau_{k-1}\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(\tau_{k-1})\cdot \underbrace{\frac{\Delta h(t-\tau_{k-1})}{\Delta\tau_{k-1}}}_{\longrightarrow h'(t-\tau) = k(t-\tau)} \cdot \Delta\tau_{k-1}$$

Интегралы свертки:

$$x(t) = \int_0^t f(\tau)\cdot k(t-\tau)\,d\tau$$

$$x(t) = \rightarrow \int_0^t f(t-\tau)\cdot k(\tau)\,d\tau$$

2. Операторный метод анализа переходных процессов в линейных электрических цепях

2.1. Свойства и теоремы преобразований Лапласа

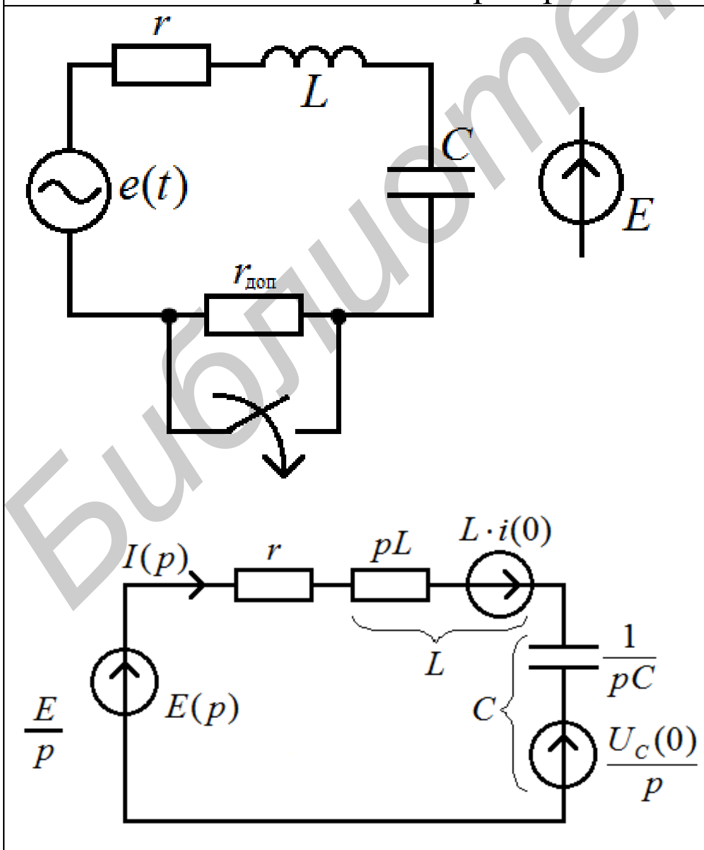
Суть операторного метода заключается в том, что функция действительной переменной t преобразуется по Лапласу в функцию комплексной переменной $p=\delta\pm j\omega$ таким образом, чтобы вместо интегро-дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы, получить алгебраические уравнения. После решения этих алгебраических уравнений выполняется обратный переход к функции действительной переменной t. Это упрощает решение интегро-дифференциальных уравнений.

Замена $t\to p=\delta\pm j\omega$ $f(t)\to$оригинал $F(p)\to$изображение оригинала по Лапласу	
Условия перехода [от $f(t)$ к $F(p)$]:	
1) $f(t)$ должна удовлетворять условиям Дирихле: − ограничена на интервале; − имеет конечное число максимумов и минимумов и точек разрыва 1 рода; 2) $f(t)=0$ при $t=0$; 3) не требуется абсолютной интегрируемости функции $f(t)$. $f(t)\doteqdot F(p)$, т. е. оригинал $f(t)$ имеет изображение $F(p)$	
Преобразования Лапласа	
Прямое преобразование Лапласа	$F(p)=\int\limits_{0}^{\infty} f(t)\cdot e^{-pt}dt$
Обратное преобразование Лапласа	$f(t)=\dfrac{1}{2\pi j}\int\limits_{\delta-j\omega}^{\delta+j\omega} F(p)\cdot e^{pt}dp$
Свойства преобразований Лапласа	
Единственность	Если $f(t)\doteqdot F(p)$, то $F(p)\doteqdot f(t)$.
Линейность	Если $f(t)=\sum\limits_{k=1}^{n} f_k(t)$, то $F(p)=\sum\limits_{k=1}^{n} F_k(p)$.
Теоремы преобразований Лапласа. Если $f(t)\doteqdot F(p)$, то:	
1. Дифференцирование оригинала	$f'(t)\doteqdot p\cdot F(p)$ $f''(t)\doteqdot p^2\cdot F(p)$ $f^{(n)}(t)\doteqdot p^n\cdot F(p)$ (при нулевых начальных условиях) $f'(t)\doteqdot p\cdot F(p)-f(0)$ (при ненулевых начальных условиях)

2. Интегрирование оригинала	$\int_0^t f(t)dt \risingdotseq \frac{F(p)}{p}$
3. Запаздывание оригинала	$F(t-\tau) \risingdotseq e^{-p\tau} \cdot F(p)$
4. Смещение изображения	$F(p \pm \delta) \risingdotseq e^{\mp p\delta} \cdot f(t)$
5. Теорема свертывания оригиналов (или умножения изображений)	$F_1(p) \cdot F_2(p) \risingdotseq \int_0^t f_1(t-\tau) \cdot f_2(\tau)d\tau$ или $F_1(p) \cdot F_2(p) \risingdotseq \int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau)d\tau$
Следствие:	
$p \cdot F_1(p) \cdot F_2(p) \risingdotseq \frac{d}{dt}\int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau)dt$ или $p \cdot F_1(p) \cdot F_2(p) \risingdotseq \frac{d}{dt}\int_0^t f_2(\tau) \cdot f_1(t-\tau)dt$	
6. Предельные теоремы	$f(0) = \lim_{p\to\infty} p \cdot F(p),\ f(\infty) = \lim_{p\to 0} p \cdot F(p)$
7. Теорема разложения	Если $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} =$ $= \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots a_1 p + a_0}$, то возможны 3 случая: а) p_k – различные (из $F_2(p)=0$), тогда $f(t) \risingdotseq \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k t}$; б) один из корней равен 0, т. е. $F_2(p) = pF_3(p)$, тогда $f(t) \risingdotseq \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3'(p_k)} \cdot e^{p_k t}$ в) корни кратные, тогда $f(t) \risingdotseq \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(m_k-1)!} \times$ $\times \left[\frac{d^{m_k-1}}{dp^{m_k-1}} \cdot \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cdot (p-p_k)^{m_k} \cdot e^{p_k} \right].$

Таблица преобразований Лапласа	
Оригинал $f(t)$	Изображение $F(p)$
$A\cdot\delta(t)$	A
A	$\dfrac{A}{p}$
$A\cdot t$	$\dfrac{A}{p^2}$
$A\cdot e^{-\alpha t}$	$\dfrac{A}{p+\alpha}$
$A[\delta(t)-\alpha\cdot e^{-\alpha t}]$	$\dfrac{A\cdot p}{p+\alpha}$
$\dfrac{A}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})$	$\dfrac{A\cdot p}{p(p+\alpha)}$

2.2. Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Схема замещения

Операторная схема замещения	
	$E\rightarrow\dfrac{E}{p}$, $L\rightarrow pL$, $C\rightarrow\dfrac{1}{pC}$, $e(t)\rightarrow E(p)$. При ненулевых начальных условиях: $L\cdot i(0)$, $\dfrac{U_c(0)}{p}$

Закон Ома

$$e(t) = r\cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + U_c(0)$$

$E(p)$ $\quad I(p)$ $\quad \frac{U_c(0)}{p}$

$$E(p) = r\cdot I(p) + pL\cdot I(p) - L\cdot i(0) + \frac{1}{pC}\cdot I(p) + \frac{U_c(0)}{p},$$

$$\underbrace{E(p) + L\cdot i(0) - \frac{U_c(0)}{p}}_{\varepsilon(p)} = \underbrace{(r + pL + \frac{1}{pC})}_{Z(p)}I(p)$$

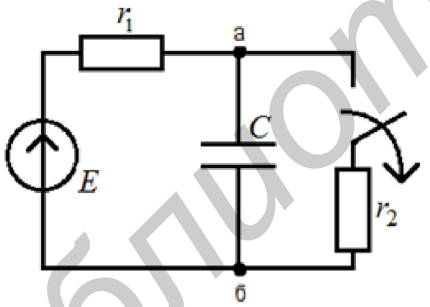
$$I(p) = \frac{\varepsilon(p)}{Z(p)}$$ – закон Ома

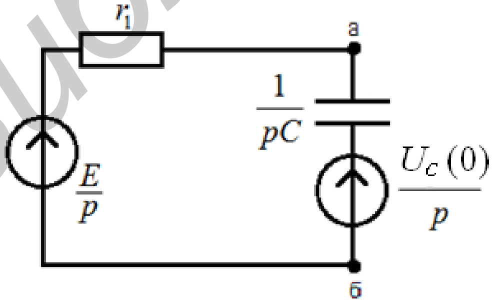
1-й закон Кирхгофа

Если $\sum i_k(t) = 0$, то согласно свойству линейности

$$\sum I_k(p) = 0$$

Пример 2.1. Определение тока и напряжения в емкости





$$I_c(p) = \frac{\frac{E}{p} - \frac{U_c(0)}{p}}{r_1 + \frac{1}{pC}} = \frac{E - U_c(0)}{p\left(r_1 + \frac{1}{pC}\right)} =$$

$$= \frac{C}{r_1C}\cdot\frac{E - U_c(0)}{\left(p + \frac{1}{r_1C}\right)} = \frac{\frac{E - U_c(0)}{r_1}}{p + \alpha} =$$

$$= \frac{A}{p+\alpha} \fallingdotseq A\cdot e^{-\alpha t}$$

$$U_c(0) = U_{r_2} = \frac{E}{r_1 + r_2}\cdot r_2$$

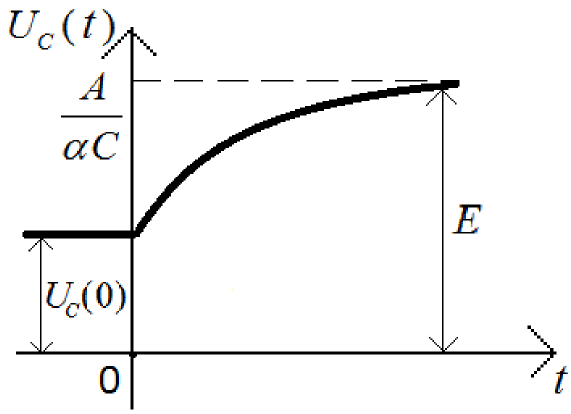
$$U_C(p)=\varphi_a-\varphi_б$$

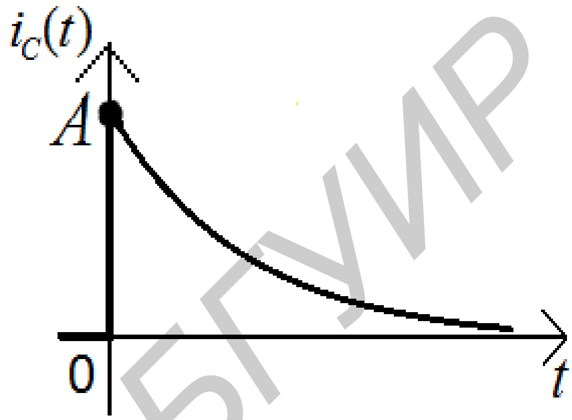
$$\varphi_б=\varphi_a-I(p)\cdot\frac{1}{pC}-\frac{U_C(0)}{p}$$

$$U_C(p)=\frac{U_C(0)}{p}+I(p)\cdot\frac{1}{pC}=\frac{U_C(0)}{p}+$$

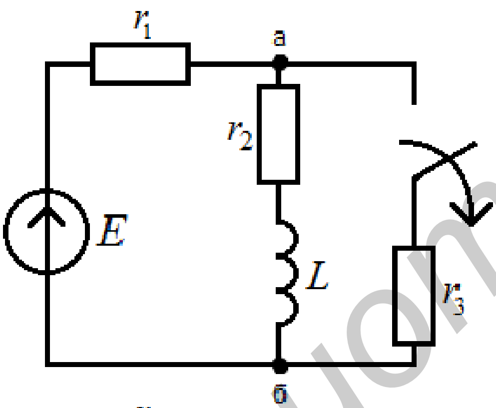
$$+\frac{A}{p+\alpha}\cdot\frac{1}{pC}=\frac{U_C(0)}{p}+\frac{A/C}{p(p+\alpha)}\risingdotseq$$

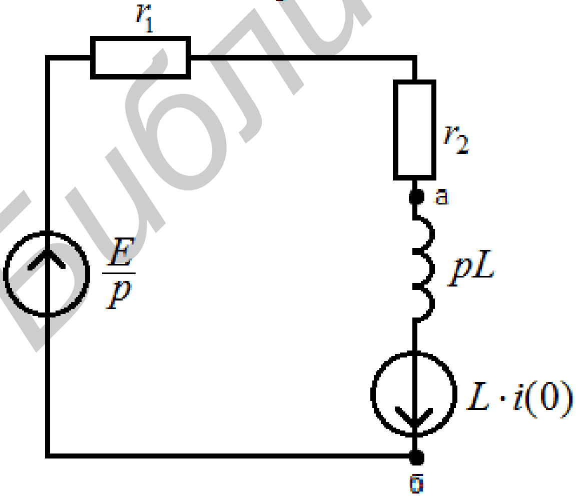
$$\risingdotseq U_C(0)+\frac{A}{\alpha C}(1-e^{-\alpha t})$$





Пример 2.2. Определение тока и напряжения в индуктивности



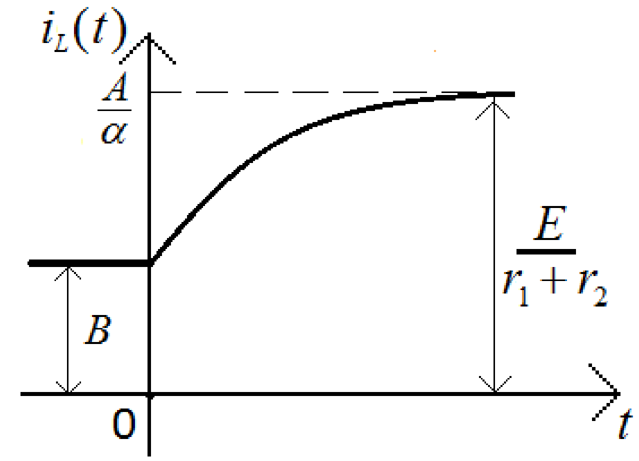


$$I_L(p)=\frac{\frac{E}{p}+L\cdot i(0)}{r_1+r_2+pL}=\frac{E}{pL\left(p+\frac{r_1+r_2}{L}\right)}+$$

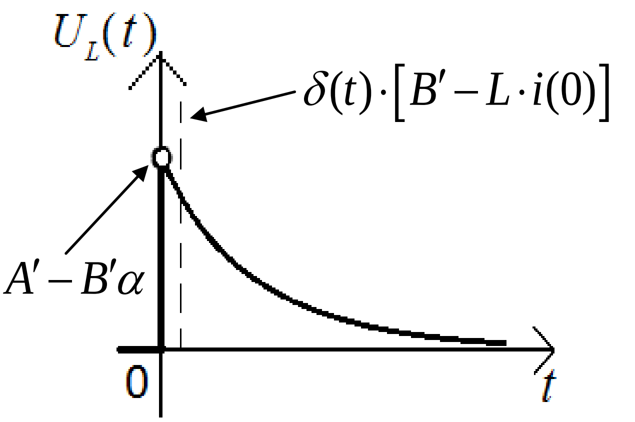
$$+\frac{L\cdot i(0)}{r_1+r_2+pL}=\frac{E/L}{p\left(p+\frac{r_1+r_2}{L}\right)}+$$

$$+\frac{i(0)}{p+\frac{r_1+r_2}{L}}=\frac{A}{p(p+\alpha)}+\frac{B}{p+\alpha}\risingdotseq$$

$$\risingdotseq\frac{A}{\alpha}(1-e^{-\alpha\cdot t})+B\cdot e^{-\alpha\cdot t}$$



$$i(0)=\frac{E}{r_1+\frac{r_2\cdot r_3}{r_2+r_3}}\cdot\frac{r_3}{r_2+r_3}$$



$$U_L(p)=\varphi_a-\varphi_б$$

$$\varphi_б=\varphi_a-I(p)\cdot pL+L\cdot i(0)$$

$$U_L(p)=I(p)\cdot pL-L\cdot i_L(0)=\frac{ApL}{p(p+\alpha)}+$$

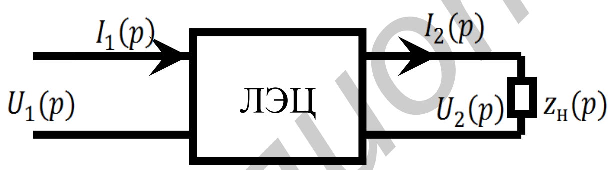
$$+\frac{BpL}{p+\alpha}-L\cdot i(0)=\frac{A'}{p+\alpha}+\frac{B'\cdot p}{p+\alpha}-L\cdot i(0)\risingdotseq$$

$$\risingdotseq A'e^{-\alpha t}+B'\left[\delta(t)-\alpha e^{-\alpha t}\right]-L\cdot i(0)\cdot\delta(t)=$$

$$=(A'-B'\alpha)\cdot e^{-\alpha t}+\left[B'-L\cdot i(0)\right]\cdot\delta(t)$$

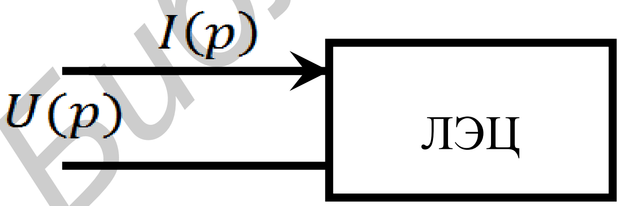
2.3. Связь операторных передаточных функций электрических цепей с временными характеристиками

Виды операторных функций



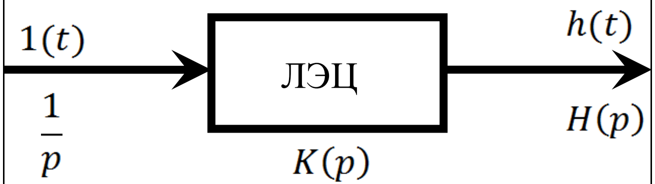
$$K_U(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)},\ K_I(p)=\frac{I_2(p)}{I_1(p)},$$

$$Z_{21}(p)=\frac{U_2(p)}{I_1(p)},\ Y_{21}(p)=\frac{I_2(p)}{U_1(p)}$$

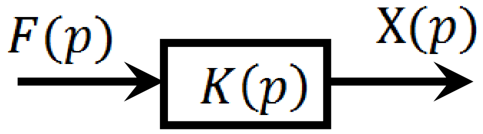
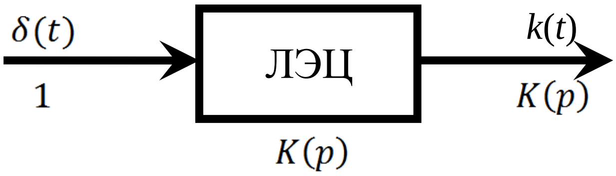
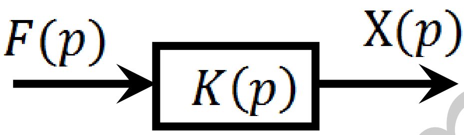


$$Z(p)=\frac{U(p)}{I(p)},\ Y(p)=\frac{1}{Z(p)}$$

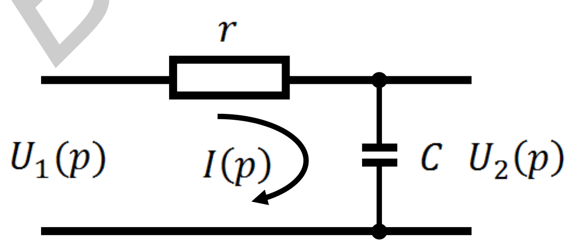
Связь $K(p)$ и $h(t)$

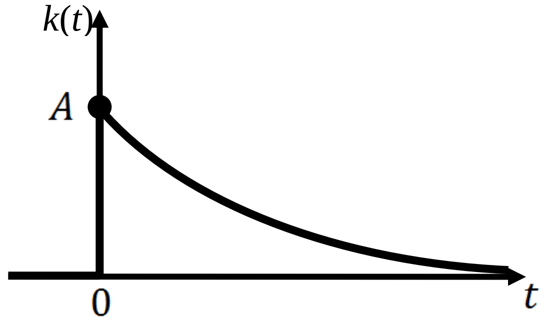


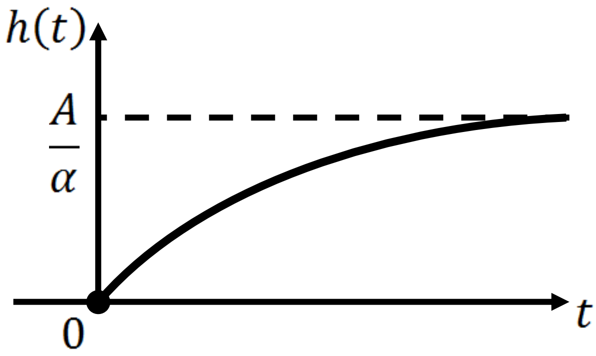
$$1(t)\risingdotseq\frac{1}{p}$$

Связь $K(p)$ и $h(t)$	
	$K(p)=\dfrac{X(p)}{F(p)}$ $\begin{array}{ccc} X(p) = & K(p)\cdot & F(p) \\ \downarrow & & \downarrow \\ H(p) & & \dfrac{1}{p} \end{array}$ $H(p)=\dfrac{K(p)}{p},\ H(p)\risingdotseq h(t)$ $h(t)=\dfrac{1}{2\pi j}\displaystyle\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}\frac{K(p)}{p}\cdot e^{pt}dp$
Связь $K(p)$ и $k(t)$	
	$\delta(t)\risingdotseq 1$ $K(p)=\dfrac{X(p)}{F(p)}$ $\begin{array}{ccc} X(p) = & K(p)\cdot & F(p) \\ \downarrow & & \downarrow \\ k(t) & & 1 \end{array}$ $k(t)\risingdotseq K(p)$, т. е. $K(p)=\displaystyle\int_{0}^{\infty}k(t)e^{-pt}dt$ $k(t)=\dfrac{1}{2\pi j}\displaystyle\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}K(p)e^{pt}dp$

2.4. Примеры определения временных характеристик электрических цепей операторным методом

Пример 2.3. Определение $k(t)$ и $h(t)$ в rC – цепи	
	$K(p)=\dfrac{U_2(p)}{U_1(p)}=\dfrac{\cancel{I(p)}\cdot\dfrac{1}{pC}}{\cancel{I(p)}\cdot\left[r+\dfrac{1}{pC}\right]}=$ $=\dfrac{1}{1+prC}=\dfrac{1}{rC\cdot\left(\dfrac{1}{rC}+p\right)}=\dfrac{A}{p+\alpha}$





$$k(t) \fallingdotseq K(p)$$
$$k(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$

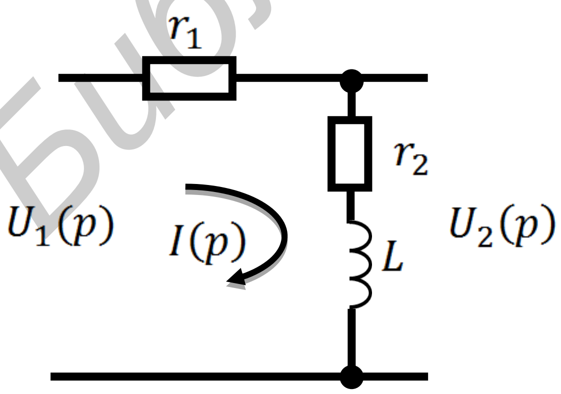
$$H(p) = \frac{K(p)}{p} = \frac{A}{p(p+\alpha)}$$
$$h(t) = \frac{A}{\alpha}(1 - e^{-\alpha \cdot t})$$

Проверка решения предельными теоремами

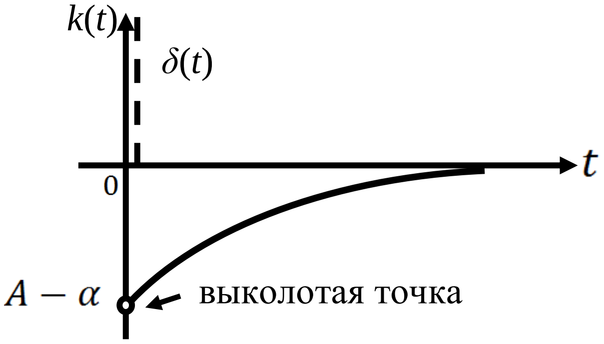
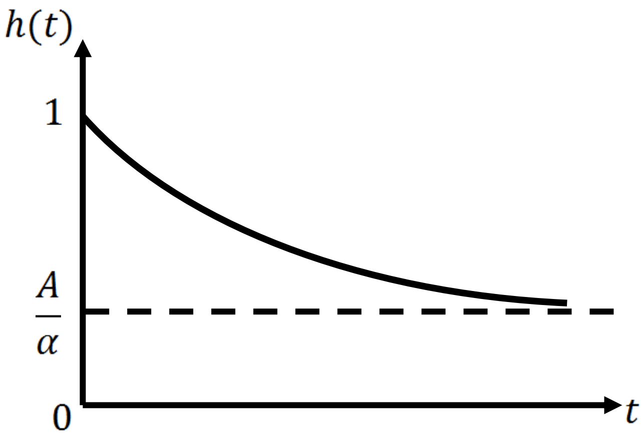
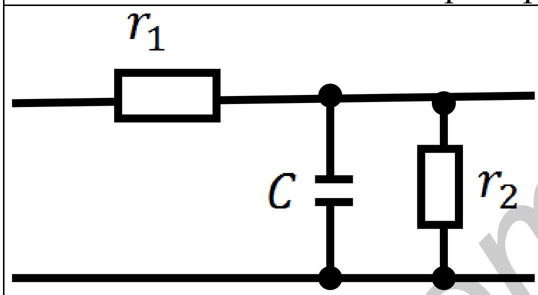
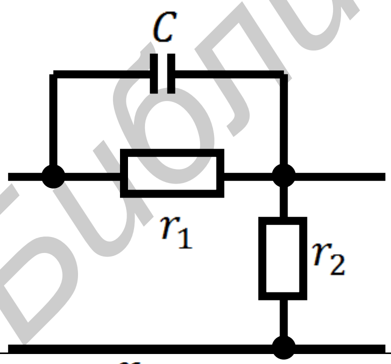
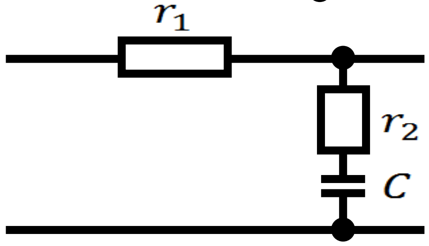
$$k(t)\begin{cases} K(0) = \lim\limits_{p\to\infty} p \cdot K(p) = \lim\limits_{p\to\infty} p \cdot \dfrac{A}{p+\alpha} = \lim\limits_{p\to\infty} \dfrac{A}{1+\dfrac{\alpha}{p}} = A \\[2ex] K(\infty) = \lim\limits_{p\to 0} p \cdot K(p) = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{p \cdot A}{p+\alpha} = 0 \end{cases}$$

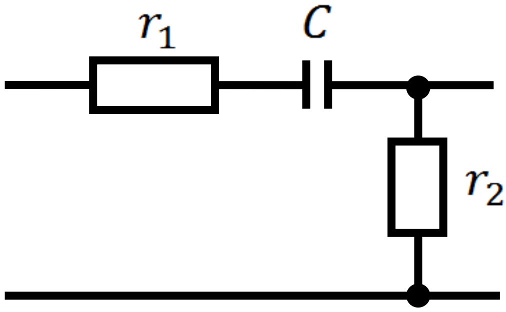
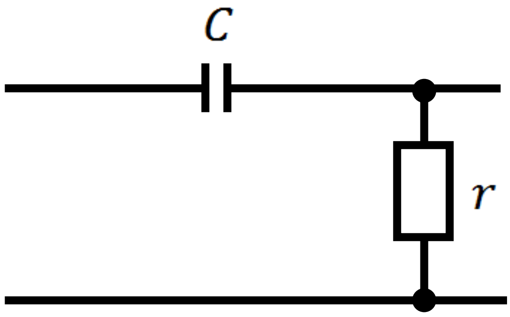
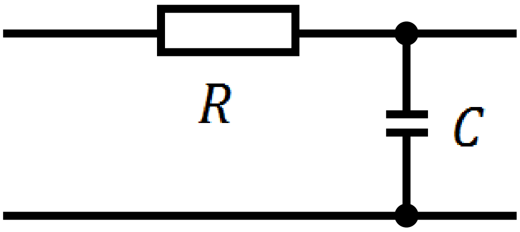
$$h(t)\begin{cases} h(0) = \lim\limits_{p\to\infty} p \cdot H(p) = \lim\limits_{p\to\infty} \dfrac{p \cdot A}{p(p+\alpha)} = 0 \\[2ex] h(\infty) = \lim\limits_{p\to 0} p \cdot H(p) = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{p \cdot A}{p(p+\alpha)} = \dfrac{A}{\alpha} \end{cases}$$

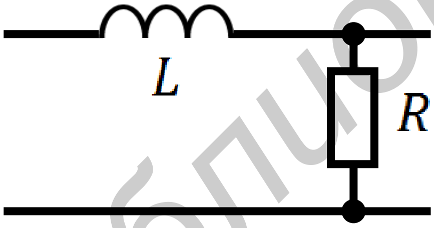
Пример 2.4. Определение $k(t)$ и $h(t)$ в $rL-$ цепи



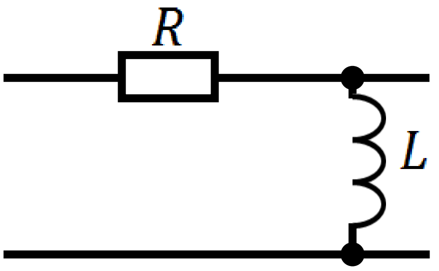
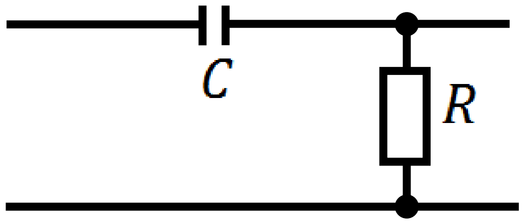
$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{I(p)[r_2 + pL]}{I(p)[r_1 + r_2 + pL]} =$$
$$= \frac{r_2}{r_1 + r_2 + pL} + \frac{pL}{r_1 + r_2 + pL} =$$
$$= \frac{A}{p+\alpha} + \frac{p}{p+\alpha}$$

	$$k(t)=A\cdot e^{-\alpha\cdot t}+\delta(t)-\alpha\cdot e^{-\alpha\cdot t}=$$ $$=(A-\alpha)e^{-\alpha\cdot t}+\delta(t)$$
	$$H(p)=\frac{K(p)}{p}=\frac{A}{p(p+\alpha)}+\frac{p\cdot 1}{p(p+\alpha)}$$ $$h(t)=\frac{A}{\alpha}(1-e^{-\alpha\cdot t})+e^{-\alpha\cdot t}$$
Пример 2.5. Определение $K(p)$	
	$$K(p)=\frac{\dfrac{r_2\cdot\dfrac{1}{pC}}{r_2+\dfrac{1}{pC}}}{r_1+\dfrac{r_2\cdot\dfrac{1}{pC}}{r_2+\dfrac{1}{pC}}}=\frac{r_2\cdot A}{r_1r_2C\left(p+\dfrac{r_1+r_2}{r_1r_2C}\right)}=\frac{A}{p+\alpha}$$
	$$K(p)=\frac{r_2}{\dfrac{r_1\cdot\dfrac{1}{pC}}{r_1+\dfrac{1}{pC}}+r_2}=\frac{p}{p+\alpha}+\frac{A}{p+\alpha}$$
	$$K(p)=\frac{r_2+\dfrac{1}{pC}}{r_1+r_2+\dfrac{1}{pC}}=\frac{A\cdot p}{p+\alpha}+\frac{A'}{p+\alpha}$$

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$$K(p) = \frac{r_2}{r_1 + \dfrac{1}{pC} + r_2} = \frac{A \cdot p}{p + \alpha}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>$$K(p) = \frac{r}{r + \dfrac{1}{pC}} = \frac{p}{p + \alpha}$$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Пример 2.6. Дуальные цепи (RC и LR)</td>
</tr>
<tr>
<td>

$$\tau_{Ц} = RC$$


$$\tau_{Ц} = \frac{L}{R}$$</td>
<td>Дано: $h(t) = 1 - e^{-t/\tau_{Ц}}$, $k(t) = e^{-\alpha \cdot t}$
Найти схему.
$$H(p) = \frac{1}{p(p + \alpha)}$$
$$K(p) = p \cdot H(p) = \frac{p}{p(p + \alpha)} = \frac{1}{p + \alpha}$$
$$\alpha = \frac{1}{\tau_{Ц}}$$</td>
</tr>
</table>

Пример 2.7. Дуальные цепи (*RC* и *LR*)	
 $\tau_{\text{ц}} = \dfrac{L}{R}$  $\tau_{\text{ц}} = RC$	Дано: $h(t) = e^{-t/\tau_{\text{ц}}}$ Найти схему. $H(p) = \dfrac{1}{p+\alpha}$ $K(p) = p \cdot H(p) = \dfrac{p}{p+\alpha}$ $k(t) = \delta(t) - \alpha e^{-\alpha \cdot t}$ $\alpha = \dfrac{1}{\tau_{\text{ц}}}$

Литература

1. Атабеков, Г. И. Основы теории цепей / Г. И. Атабеков. – СПб., 2006.
2. Батура, М. П. Теория электрических цепей: Учебник / М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулев; под общ. ред. А. П. Курулева.−2-е изд., испр. – Минск, 2007.
3. Курулёв, А. П. Теория электрических цепей : Неустановившиеся процессы в электрорадиотехнических цепях : Учеб. пособие / А. П. Курулёв, М. П. Батура, А. П. Кузнецов; под общ. ред. А. П. Курулёва. – Минск, 2003.
4. Теоретические основы электротехники. В 2-х т. Т.1 / К. С. Демирчан [и др.] . − 5-е изд.−СПб., 2009.
5. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей / А. Ф. Белецкий. – М., 1986.
6. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М., 2006.
7. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – М., 1989.
8. Основы теории цепей. В 2-х т. / А. И. Астайкин [и др.]. – М., 2009.
9. Мурзен, Ю. М. Электротехника / Ю. М. Мурзен, Ю. И. Волков. – СПб., 2007.
10. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – М., 1985.
11. Теоретические основы электротехники. В 3 т. Т 2 / К. С. Демирчан [и др.]. – СПб., 2006.
12. Шебес, М. Р. Задачник по теории электрических цепей / М. Р. Шебес, Н. В. Каблукова. – М., 1991.
13. Электротехника / Н. В. Бараш [и др.]; под общ. ред. И. А. Федоровой. – Минск, 1990.

Содержание

Предисловие……………………………………………………………………….3
1. Классический (временной метод) анализа переходных процессов в линейных электрических цепях…………..……….……………………………….5
1.1. Общие сведения о переходных процессах в электрических цепях……5
1.2. Переходные процессы в цепях первого порядка………………………..9
1.2.1. Свободные процессы в цепях первого порядка при подключении к источнику постоянного напряжения……..………………..9
1.2.2. Переходные процессы в цепях первого порядка при подключении к источнику постоянного напряжения…..……..………....11
1.2.3. Переходные процессы при скачкообразном изменении схемы цепи с источником постоянного напряжения…………………..……….....12
1.2.4. Переходные процессы в разветвленных цепях первого порядка при подключении к источнику постоянного напряжения………..…………...13
1.2.5. Анализ переходных процессов в разветвленных цепях первого порядка с источником постоянного напряжения без составления дифференциального уравнения…………………………………………………14
1.2.6. Переходные процессы в цепях первого порядка при подключении к источнику синусоидального напряжения……………....16
1.3. Переходные процессы в цепях второго порядка…………………………………………………………………..…20
1.3.1. Свободные процессы в цепях второго порядка с источником постоянного напряжения……………………..……………….....20
1.3.2. Свободная и принужденная составляющая в цепях второго порядка с источником постоянного и синусоидального напряжения………..25
1.4. Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях методом наложения………………..…………………………………28
1.4.1. Типовые функции воздействия……………………...…………….. 28
1.4.2. Временные характеристики электрических цепей……………….33
1.4.3. Определенные реакции цепи на воздействие произвольной формы с помощью временных характеристик………...……………………....36
2. Операторный метод анализа переходных процессов в линейных электрических цепях……………………………………………......40
2.1. Свойства и теоремы преобразований Лапласа……………………….40
2.2. Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Схема замещения……………………………………………………………………...42
2.3. Связь операторных передаточных функций электрической цепи с временными характеристиками……………………………………...45
2.4. Примеры определения временных характеристик электрических цепей операторным методом…………………………………46
Литература………………………………………………………………………51

Учебное издание

Курулёв Александр Петрович

Теория электрических цепей.

Справочник

Учебно-методическое пособие

В 3-х частях

Часть 2

Классический и операторный методы анализа переходных процессов в линейных электрических цепях

Редактор *И. П. Острикова, Е. С. Чайковская*

Компьютерная верстка *В.М.Задоля*

Подписано в печать 00.00.0000.Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура <<Таймс>>. Отпечатано на