

Овсийук Е.М. , Веко О.В. , Войнова Я.А. , Кисель В.В. , Редьков В.М.

Об отражении частиц спина $\frac{1}{2}$ «геометрической средой» пространства Лобачевского,
учет внешнего электрического поля

Ранее было показано, что геометрия пространства Лобачевского может рассматриваться в электродинамическом контексте как основа для моделирования эффективной среды, действующей как распределенное в пространстве и ориентированное перпендикулярно оси z идеальное зеркало. В настоящей работе аналог этого эффекта исследован для поля со спином $1/2$. В явном виде построены решения уравнения Дирака, описывающие ситуацию, когда поле отражается от (геометрического) эффективного потенциального барьера, не проникая за него. Глубина проникновения в такую «среду» определяется характеристиками квантовых состояний фермиона и радиусом кривизны пространства Лобачевского; для решений с $k_1 = 0, k_2 = 0$ эффективный отражающий барьер исчезает. Проведен учет внешнего ориентированного вдоль оси z электрического поля. Задача приводится к дифференциальному уравнению второго порядка с четырьмя особыми точками, причем одна особая точка на бесконечности – нерегулярная ранга 3. При устранении электрического поля выведенное уравнение упрощается до вырожденного уравнения Гойна, при этом появляется возможность построить его решения в терминах вырожденных гипергеометрических функций.

Ключевые слова: электрон, уравнение Дирака, пространство Лобачевского, точные решения

Ovsiyuk E.M., Veko O.V., Voynova Y.A., Kisel V.V., Red'kov V.M.

On Reflecting Spin $\frac{1}{2}$ Particles by the «Geometric Medium» of the Lobachevsky Space,
Taking into Account the External Electric Field

Previously it was shown that in electrodynamic context the Lobachevsky geometry can simulate an effective medium acting as an ideal mirror, oriented perpendicularly to the axes z . In the present paper, an analogue of that effect is investigated for spin $1/2$ field. In explicit form, solutions of the Dirac equation are constructed which describe waves in space reflected from effective potential barrier without penetrating it. The depth of penetration into the medium is determined by characteristics of the quantum states and by the curvature radius of the Lobachevsky space; for waves with $k_1 = 0, k_2 = 0$ the effective reflecting barrier vanishes. When taking into account an external electric field, we reduce the problem to a second order differential equation with four singular points; the singularity at infinity is irregular and of the rank 3. In absence of the electric field, the derived equation become simpler, being the confluent Heun equation, its solutions can be presented in terms of confluent hypergeometric functions.

Keywords: electron, Dirac equation, Lobachevsky space, exact solutions.