

УДК 621.396.96

## АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ ОЦЕНОК ЧАСТОТЫ ДОППЛЕРА ДЛЯ ФИЛЬТРАЦИИ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ И СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ РЛС РАЗНЫХ ДЛИН ВОЛН

С.А. ГОРШКОВ, В.Н. ЗАВИЖЕНЕЦ

*Военная академия Республики Беларусь  
Минск, 220057, Беларусь*

*Поступила в редакцию 9 ноября 2012*

Применительно к РЛС обзора рассмотрены особенности использования частоты Допплера в задаче фильтрации декартовых координат и полного вектора скорости наблюдаемых объектов. Проведен сопоставительный анализ результатов фильтрации рассматриваемых параметров для РЛС обзора, работающих в различных диапазонах длин волн.

*Ключевые слова:* фильтрация по конечной выборке, метод наименьших квадратов, радиальная скорость, полная скорость, оценка прямоугольных координат, РЛС обзора.

### Введение

В работе [1] рассматривались возможности обзорных РЛС по фильтрации полярных координат и параметров движения целей. Данная работа опирается на выводы, приведенные в [1] и развивает полученные результаты применительно к фильтрам Калмана в прямоугольной системе координат. При этом рассмотрение только прямолинейной траектории движения требует использования дискретных фильтров не выше 1-го порядка. Основной задачей настоящей работы является анализ влияния прямых оценок радиальной скорости на корреляционную матрицу ошибок измерения прямоугольных координат. Анализ проводится методом сопоставительного моделирования результатов фильтрации векторов наблюдения. При этом вектор наблюдаемых параметров  $\hat{\Theta}$  включает в себя либо последовательность разовых оценок радиальной дальности ( $r$ ) и азимута ( $\beta$ ), либо радиальной дальности, радиальной скорости ( $V_r$ ) и азимута:  $\hat{\Theta}_{r\beta} = \left\| \hat{r}_{1f} \dots \hat{r}_{kf} \quad \hat{\beta}_{1f} \dots \hat{\beta}_{kf} \right\|^T$  или  $\hat{\Theta}_{rV\beta} = \left\| \hat{r}_{1f} \dots \hat{r}_{kf} \quad \hat{V}_{r1f} \dots \hat{V}_{rkf} \quad \hat{\beta}_{1f} \dots \hat{\beta}_{kf} \right\|^T$  соответственно. Ошибки разового оценивания имеют нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_r^2$ ,  $\sigma_{V_r}^2$ , и  $\sigma_\beta^2$  для  $r$ ,  $V_r$  и  $\beta$ .

Вектор состояния  $\mathbf{a}_{xz}$  задается из условия синтеза фильтра 1-го порядка в декартовой системе координат. Он включает плоскостные прямоугольные координаты  $x$  (север),  $z$  (восток) и скорости их изменения  $V_x, V_z$ :  $\mathbf{a}_{xz} = \left\| x \quad V_x \quad z \quad V_z \right\|^T$ . Рассматривается также вектор состояния, включающий лишь полную скорость сопровождаемого объекта  $\mathbf{a}_V = V$ .

Предполагается, что сопровождаемые цели находятся на дальностях, превышающих несколько десятков километров. Это обстоятельство позволяет ограничиваться учетом только первых производных при задании моделей прямолинейного движения объектов в полярной системе координат. Данное предположение позволяет для получения корреляционных матриц ошибок фильтрации прямоугольных координат использовать корреляционные матрицы ошибок фильтрации сферических координат с применением известной методики пересчета ошибок [2].

## Пересчет ошибок измерения полярных координат в ошибки измерения прямоугольных координат

Для пояснения пересчета из полярных координат рассмотрим рис. 1. Вектор наблюдаемых параметров включает в себя разовые оценки дальности  $\hat{r}_f$  и азимута  $\hat{\beta}_f$ , полученные за два обзора (контакта с целью)  $\hat{\Theta}_{рб} = \left\| \hat{r}_{f1} \quad \hat{r}_{f2} \quad \hat{\beta}_{1f} \quad \hat{\beta}_{2f} \right\|^T$ . Для определения вектора состояния  $\mathbf{a} = \left\| x_1, x_2, z_1, z_2 \right\|^T$  необходимо пересчитать в прямоугольную систему в соответствии с известными, носящими нелинейный характер, выражениями  $x = r \cos \beta$ ,  $z = r \sin \beta$  (рис. 1).

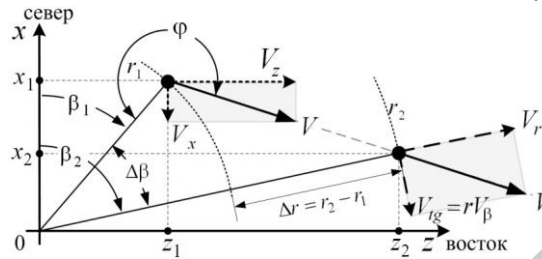


Рис. 1. Фильтруемые элементы в декартовой системе координат

Полный вектор скорости  $V$  представлен на рис. 1 в виде ортогональных составляющих в полярной системе  $V_r, V_{tg}$  и в прямоугольной системе координат  $V_x, V_z$ . Приращение дальности и азимута за интервал обращения к цели ( $T_{обз}$ ) составляет  $\Delta r$  и  $\Delta \beta$  соответственно.

Для пересчета элементов корреляционной матрицы ошибок фильтрации из полярной в прямоугольную систему координат вводится линеаризованный матричный оператор  $\mathbf{H}_{xz}$  (выражение (3) из [1]). Для данного случая матричная функция  $h(\Theta)$ , задающая взаимосвязь векторов  $\mathbf{a}$  и  $\hat{\Theta}$ , равна:

$$h(\theta) = \begin{pmatrix} x \\ V_x \\ z \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos \beta \\ V_r \cos \beta - r V_\beta \sin \beta \\ r \sin \beta \\ V_r \sin \beta + r V_\beta \cos \beta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $V_\beta = \frac{\Delta \beta}{T_{обз}}$  – скорость изменения азимута;  $V_r = \frac{\Delta r}{T_{обз}}$  – радиальная скорость.

Значения элементов матрицы  $\mathbf{H}_{xz}$  определяются частным дифференцированием элементов функциональной зависимости по каждому из элементов вектора состояния:

$$\mathbf{H}_{xzk} = \begin{pmatrix} \cos \beta_k & 0 & -r_k \sin \beta_k & 0 \\ -V_{\beta k} \sin \beta_k & \cos \beta_k & -V_{rk} \sin \beta_k - r_k V_{\beta k} \cos \beta_k & -r_k \sin \beta_k \\ \sin \beta_k & 0 & r_k \cos \beta_k & 0 \\ V_{\beta k} \cos \beta_k & \sin \beta_k & V_{rk} \cos \beta_k - r_k V_{\beta k} \sin \beta_k & r_k \cos \beta_k \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Матрица ошибок оценки прямоугольных координат и составляющих вектора скорости в общем виде определяется выражением

$$\mathbf{R}_{xzk} = \mathbf{H}_{xzk} \mathbf{R}_{r\beta k} \mathbf{H}_{xzk}^T = \mathbf{H}_{xzk} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{rk} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{\beta k} \end{pmatrix} \mathbf{H}_{xzk}^T; \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_{xzVrk} = \mathbf{H}_{xzk} \mathbf{R}_{rVrk} \mathbf{H}_{xzk}^T = \mathbf{H}_{xzk} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{rVrk} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{\beta k} \end{pmatrix} \mathbf{H}_{xzk}^T. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{R}_{r\beta_k}$  – блочно-диагональная матрица ошибок фильтрации полярных координат при наличии оценок дальности и азимута;  $\mathbf{R}_{rV_r\beta_k}$  – блочно-диагональная матрица ошибок фильтрации полярных координат при наличии оценок дальности, радиальной скорости и азимута;  $\mathbf{R}_{rk}$  – корреляционная матрица ошибок фильтрации дальности по конечной выборке оценок дальности (выражение (6) из [1], выражение (6.3.30) из [3]);  $\mathbf{R}_{rV_rk}$  – корреляционная матрица ошибок фильтрации дальности по конечной выборке оценок дальности и радиальной скорости (выражение (9) из [1]);  $\mathbf{R}_{\beta_k}$  – корреляционная матрица ошибок фильтрации азимута по конечной выборке оценок азимута рассчитанная по выражению (6) из [1] применительно к азимуту.

Введенный в [3, с.228] и используемый в [1] при определении корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_{rV_rk}$ , безразмерный коэффициент  $C_\Theta = \sigma_r^2 / (T_{\text{обз}}^2 \sigma_{V_r}^2)$  принимает только положительные значения. Величина его пропорциональна отношению дисперсии ошибки оценивания дальности к квадрату ее приращения за  $T_{\text{обз}}$  вследствие ошибочного оценивания радиальной скорости. При  $C_\Theta = 0$  выражение (4) переходит в выражение (3). Результаты расчета СКО ошибок фильтрации координат  $x$  и  $z$  представлены на рисунке.

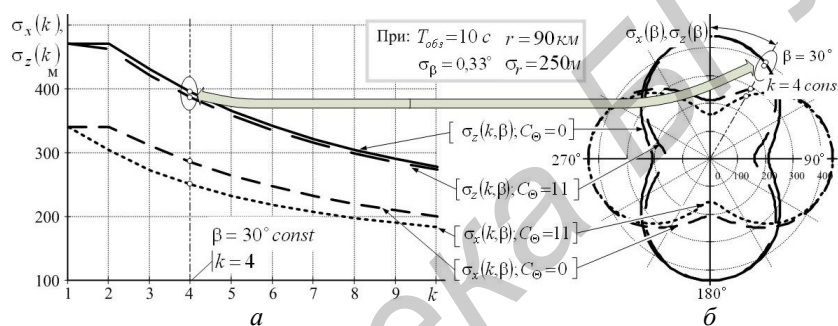


Рис. 2. Зависимость СКО ошибок фильтрации декартовых координат от длины выборки и азимута цели

Как видно из графиков (рис. 2, а), значения СКО ошибок фильтрации зависят как от длины фиксированной выборки (номера шага)  $k$ , так и от значения коэффициента  $C_\Theta$ . При более точных оценках радиальной скорости функция убывает быстрее. Отличие начальных значений для координат  $x$  и  $z$  зависит от азимута сопровождаемого объекта.

На рис. 2, б представлена совокупность зависимостей СКО ошибок фильтрации по координатам  $x$  и  $z$  ( $\sigma_x, \sigma_z$ ) от азимута  $\beta$  при фиксированной дальности ( $r = 90$  км) и фиксированной длине конечной выборки ( $k = 4$ ) для  $C_\Theta = 0$  и  $C_\Theta = 11$ . Из рис. 2, б видно, что зависимость СКО ошибки фильтрации  $\sigma_x(\beta)$  от азимута совпадает с графиком  $\sigma_z(\beta)$  при  $r = \text{const}$  с учетом сдвига на 90 градусов:  $\sigma_x(\beta) = \sigma_z(\beta + 90^\circ)$ . Вдоль соответствующей оси ( $\sigma_x^2$  вдоль  $x$ ,  $\sigma_z^2$  вдоль  $z$ ) ошибка обусловлена лишь ошибкой фильтрации дальности. Вдоль ортогональной оси ошибка обусловлена ошибкой оценки азимута, умноженной на дальность.

Полученные результаты наглядно демонстрируют уменьшение ошибки фильтрации в прямоугольной системе координат, особенно при длине выборки  $k = 2 \dots 10$  и на азимутах близких к  $0^\circ$  или  $180^\circ$  (для координаты  $x$ ) и на азимутах в районе  $90^\circ$  или  $270^\circ$  для координаты  $z$ .

### Корреляционная матрица ошибок фильтрации полной скорости

Для решения задачи селекции скоростных целей на фоне малоскоростных по значению полной скорости необходима оценка  $V$  [4]. Кроме того, полная скорость напрямую взаимосвязана с составляющими вектора скорости  $V_x, V_z$  (рис. 1), используемых при траекторном сопровождении целей следующим выражением:

$$V = \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = \sqrt{V_r^2 + V_{\beta}^2 r^2} \cong \sqrt{V_x^2 + V_z^2}. \quad (5)$$

Матрица ошибок оценки полной скорости при оценке дальности и азимута и при расширенном векторе состояния определяется соответственно следующими выражениями:

$$\mathbf{R}_{V_k} = \mathbf{H}_{V_k} \mathbf{R}_{r_{\beta k}} \mathbf{H}_{V_k}^T. \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_{VV,k} = \mathbf{H}_{V_k} \mathbf{R}_{r_{V,\beta k}} \mathbf{H}_{V_k}^T. \quad (7)$$

Матрица пересчета  $\mathbf{H}_{V_k}$  есть результат частного дифференцирования векторной функции (5).

$$\mathbf{H}_V = \left\| \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})}{\partial r} \quad \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})}{\partial V_r} \quad \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta} \quad \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})}{\partial V_{\beta}} \right\| = \frac{1}{\sqrt{V_r^2 + V_{\beta}^2 r^2}} \left\| V_{\beta}^2 \cdot r_k \quad V_r \quad 0 \quad V_{\beta k} \cdot r_k^2 \right\|. \quad (8)$$

На рис. 3 представлена зависимость СКО ошибки фильтрации полной скорости от длины выборки первичных оценок для разных значений коэффициентов  $C_{\ominus}$ , а ракурсные зависимости СКО ошибки фильтрации полной скорости, для трех вариантов дальности – на рис. 4.

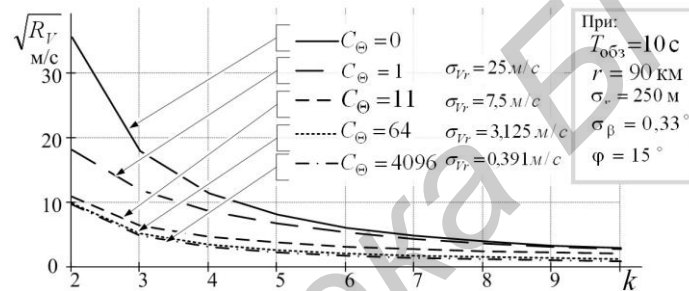


Рис. 3. Зависимость СКО ошибки фильтрации скорости от размера конечной выборки

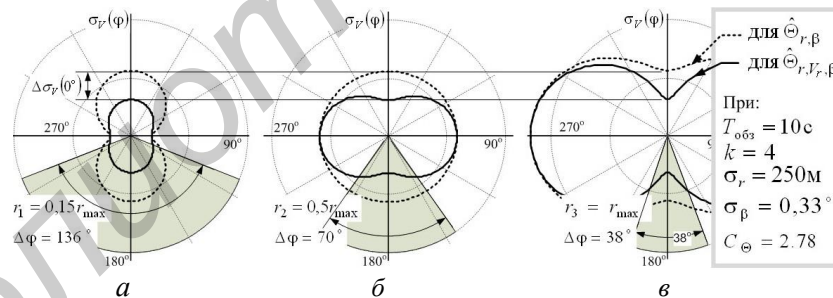


Рис. 4. Зависимость СКО ошибки фильтрации полной скорости от ракурса и дальности объекта

Значение СКО ошибки фильтрации зависит от ракурса  $\varphi$  (угол между вектором скорости и линией визирования РЛС-цель см. рис. 1). На рисунках штриховыми линиями показаны ракурсные зависимости  $\sigma_V(\varphi)$  для некогерентных РЛС, а сплошным – для когерентных с оценкой радиальной скорости цели. На рис. 4, а рассмотрен случай, когда цель находится на дальности, соответствующей 15% от максимальной дальности действия РЛС ( $r_{\max}$ ). На рис. 4, б и 4, в показаны те же зависимости, при  $r_{\text{ц}}$ , равной 50% и 100% от  $r_{\max}$ . Параметры РЛС соответствуют приведенным на рис. 3. Если считать эффективным снижение ошибок фильтрации полной скорости не менее чем на 25%, то на рис. 4 серым цветом выделены сектора ракурсов  $\Delta\varphi$ , в которых использование оценок частоты Доплера эффективно. Ширина такого сектора (при движении на РЛС и от РЛС) уменьшается с ростом дальности до цели от  $136^\circ$  (при  $r_{\text{ц}} = 0,15 \cdot r_{\max}$ ) до  $38^\circ$  (при  $r_{\text{ц}} = r_{\max}$ ). Таким образом, если РЛС имеет параметры, приведенные

на рис. 3 и минимальная ширина сектора, в котором эффективно использование оценок  $V_r$ , ограничено значением  $30^\circ$ , то для данной РЛС использование оценок частоты Допплера эффективно на всех дальностях.

### Сопоставление качества фильтрации для типовых РЛС обзора

Сопоставительный анализ показателей качества фильтрации проводился для пяти гипотетических РЛС разных частотных диапазонов: метрового (МВ), дециметрового (ДМВ) и сантиметрового (СМВ). Значения данных ТТХ выбирались с учетом их физической реализуемости, а их значения сведены в таблицу.

Значения показателей ТТХ гипотетических РЛС

	РЛС 1	РЛС 2/3	РЛС 4/5
Диапазон несущей частоты	<b>МВ</b>	<b>ДМВ</b>	<b>СМВ</b>
СКО оценки дальности $\sigma_r$ , м	25	250	50
СКО оценки азимута $\sigma_\beta$ , гр	$0,83^\circ$	$0,33^\circ$	$0,45^\circ$
СКО оценки радиальной скорости $\sigma_{V_r}$ , м/с	5	15	1
Период обзора, $T_{\text{обз}}$ , с	10	10 / 5	10 / 5
Значение коэффициента $C_\Theta$	0,25	2,78 / 11,01	25 / 100
Максимальная дальность обнаружения $r_{\text{max}}$ , (км)	350	360 / 90	50

РЛС 2 и 3 отличаются темпом обзора и максимальной дальностью обнаружения, РЛС 4 и 5 имеют отличия лишь в значении периода обзора.

*Ошибки фильтрации дальности.* Для анализа относительного снижения ошибок фильтрации дальности за счет использования оценок частоты Допплера, введем коэффициент эффективности фильтрации  $K_{\Delta_r}(k)$ :

$$K_{\Delta_r}(k) = \frac{\sqrt{R_{r\beta_{11}}(k)} - \sqrt{R_{rV_r\beta_{11}}(k)}}{\sqrt{R_{r\beta_{11}}(k)}} \cdot 100\% . \quad (9)$$

где  $\sqrt{R_{r\beta_{11}}(k)}$  – СКО ошибки фильтрации дальности при оценке  $\hat{r}$  и  $\hat{\beta}$  (3);

$\sqrt{R_{rV_r\beta_{11}}(k)}$  – СКО ошибки фильтрации дальности при оценке  $\hat{r}$ ,  $\hat{V}_r$  и  $\hat{\beta}$  (4).

Если провести расчет в соответствии с выражением (9) для каждой РЛС и результат представить в виде графиков, то увидим, что наибольшая динамика роста наблюдается при появлении второй оценки координат. Зависимость  $K_{\Delta_r}(k)$  для каждого типа РЛС имеет точку экстремума, положение которой может быть при  $k=2$  «РЛС 1» или же в районе  $k=7..8$  для «РЛС 5». Наилучшая эффективность проявляется для «РЛС 5». Данный факт объясняется большой ошибкой разового оценивания дальности. Для станций метрового диапазона (РЛС 1) незначительная эффективность поясняется, в частности, и за счет достаточно высокой точности оценивания дальности.

*Ошибка фильтрации декартовых координат.* Влияние дополнительного параметра на результат показано на примере СКО ошибки фильтрации координаты  $x$  ( $\sigma_x = \sqrt{R_{xz k11}}$ ). В качестве показателя эффективности введен коэффициент  $K_{\Delta_x}(k, \beta)$ :

$$K_{\Delta_x}(k, \beta) = \frac{\sqrt{R_{xz11}(k, \beta)} - \sqrt{R_{xzV_r11}(k, \beta)}}{\sqrt{R_{xz11}(k, \beta)}} \cdot 100\% \quad (10)$$

где  $\sqrt{R_{xz11}(k, \beta)}$  – СКО ошибки фильтрации координаты  $x$  при оценке  $\hat{r}$  и  $\hat{\beta}$  (3);

$\sqrt{R_{xzV_r11}}(k, \beta)$  – СКО ошибки фильтрации координаты  $x$  при оценке  $\hat{r}$ ,  $\hat{V}_r$  и  $\hat{\beta}$  (4).

На рис. 5 приведены зависимость коэффициента  $K_{\Delta_x}$  от азимута для 15%, 50% и 100% от максимальной дальности обнаружения каждой из РЛС. Из зависимостей  $K_{\Delta_x}(\beta)$  на рис. 5 можно определить ширину азимутального сектора, в пределах которого использование оценок радиальной скорости эффективно при сопровождении воздушных целей для каждой РЛС при трех вариантах дальности. Эффективной будем считать оценку, точность которой улучшается на 25% и более. Зависимости для РЛС 1, 2 не приведены, поскольку либо не был превышен 25%-й порог (РЛС 1), либо максимальный размер сектора составил всего лишь единицы градусов (РЛС 2).

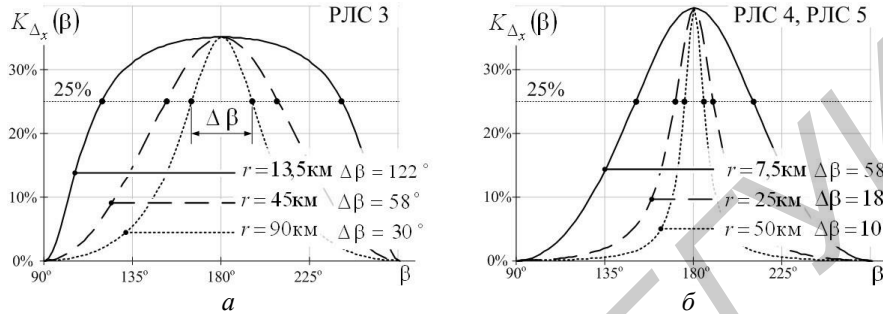


Рис. 5. Зависимость  $K_{\Delta_x}(\beta)$  от азимута цели при фиксированной длине выборки

Из рис. 5 можно сделать вывод, что использование оценки  $\hat{V}_r$  во всем диапазоне дальностей актуально лишь для РЛС 3 (дециметрового диапазона средней дальности). Для маловысотных РЛС использование оценки  $\hat{V}_r$  целесообразно только на малых дальностях.

*Ошибки фильтрации полной скорости.* Результат фильтрации полного вектора скорости является функцией от нескольких переменных, поскольку он зависит от результатов оценки всех первичных данных. Оценка доплеровской частоты уменьшает ошибку фильтрации полного вектора скорости. Для оценки предлагается использование коэффициента  $K_{\Delta_V}$ :

$$K_{\Delta_V}(k, \varphi) = \frac{\sqrt{R_V(k, \varphi)} - \sqrt{R_{VV_r}(k, \varphi)}}{\sqrt{R_V(k, \varphi)}} \cdot 100\% , \quad (11)$$

где  $\sqrt{R_{V_k}}$  – СКО ошибки фильтрации скорости по оценкам  $\hat{r}$  и  $\hat{\beta}$  (6);  $\sqrt{R_{VV_r k}}$  – СКО ошибки фильтрации скорости по оценкам  $\hat{r}$ ,  $\hat{V}_r$  и  $\hat{\beta}$  (7). Зависимость  $K_{\Delta_V}(k, \varphi)$  при  $k=4$  от ракурса приведена на рисунке.

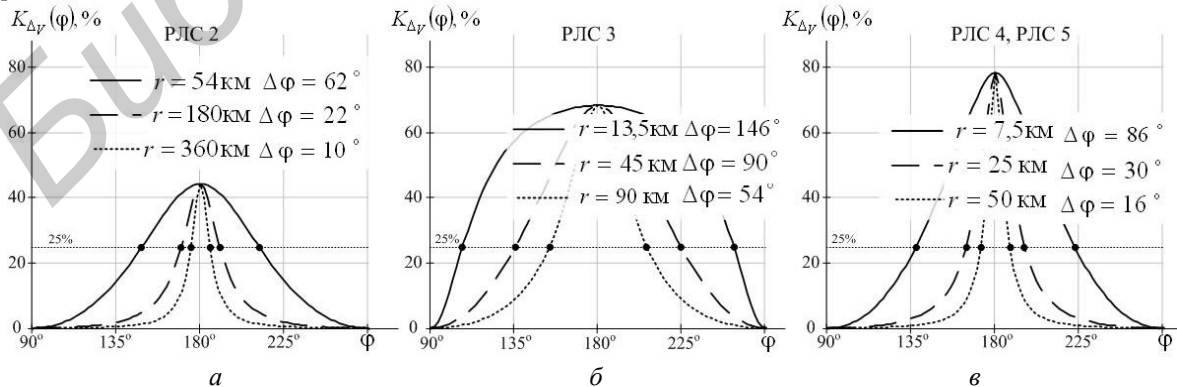


Рис. 6. Зависимость  $K_{\Delta_V}$  от ракурса цели и дальности для каждого типа РЛС при  $k=4$

Из рис. 6 следует, что эффективность проявляется с уменьшением длины волны и увеличением периода обзора. Наибольшие сектора ракурсов, в которых коэффициент  $K_{\Delta v}$  превышает 25% (т.е. наибольший эффект от оценки радиальной скорости), достигаются при значениях ракурсов близких к  $0^\circ$  и  $180^\circ$ . При движении цели на ракурсах близких к  $90^\circ$  к  $270^\circ$  использование дополнительного параметра не улучшает точность фильтрации, а ошибка фильтрации при этом максимальна. Анализируя результаты расчетов  $K_{\Delta v}(k, \varphi)$  при фиксированном значении ракурса, дальности и азимута цели можно сказать, что использование оценок частоты Допплера цели для определения полной скорости эффективно лишь при больших ошибках измерения дальности (сотни метров). Кроме того, наибольшая эффективность наблюдается на втором обзоре. При дальнейшем накоплении измерений она снижается.

### Заключение

Рассмотрено влияние оценок частоты Допплера на показатели качества фильтрации линейных траекторий в РЛС обзора. В первую очередь стоит отметить, что использование частоты Допплера для фильтрации радиальной дальности, прямоугольных координат и полной скорости цели имеет смысл для расстояний не превышающих 100–150 км. При больших удалениях воздушного объекта эффективность падает за счет быстрого роста произведения  $\sigma_{\beta} r$  (ошибки измерения поперечной координаты).

С увеличением длины волны ошибка измерения радиальной скорости растет. Поэтому для РЛС МВ, обладающих высокой точностью измерения дальности, использование оценок частоты Допплера с точки зрения повышения эффективности оценивания каких-либо координат не имеет смысла. Чего нельзя сказать про РЛС СВ, обладающие ошибкой оценивания дальности в сотни метров и более. Повышение темпа обзора в большинстве случаев приводит к увеличению эффективности использования оценок частоты Допплера.

Необходимо обратить внимание, что приведенные результаты касаются лишь показателей качества фильтрации параметров линейных траекторий воздушных объектов. Результаты данной статьи не затрагивают возможности селекции движущихся целей на фоне пассивных помех, а также вопросы захвата на сопровождение траекторий движущихся целей. Не анализировалось и влияние оценок радиальной скорости на результаты отождествления воздушных объектов, а также системные показатели качества вторичной обработки РЛИ (коэффициент ложных трасс, вероятность захвата на сопровождение и др.). Совокупность данных вопросов может являться предметом дальнейших исследований.

## THE APPLICABILITY ESTIMATES FOR DOPPLER FREQUENCY FILTERING IN CARTESIAN COORDINATES AND COMPARE THE RADAR FILTERING FOR DIFFERENT WAVELENGTHS

S.A. GORSHKOV, V.N. ZAVIZHENETS

### Abstract

The Doppler frequency features in the filtration problem of Cartesian coordinates and total velocity vector of observed objects for radar survey are considered. Comparative analysis of filtration parameters under the radar survey for different wavelengths, are held.

### Список литературы

1. Горшков С.А., Завиженец В.Н. // Докл. БГУИР. 2013. № 1 (71). С. 78–83.
2. Худсон Д. Статистика для физиков. Лекции по теории вероятностей и элементарной статистике. М., 1970.
3. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. М., 1974.
4. Горшков С.А., Завиженец В.Н., Солонар А.С. и др. / Сб. тез. докл. 10-й Юбилейной межд. науч. конф. «Теория и техника передачи, приема и обработки информации». Часть 1. Украина, Харьков–Туапсе, 28 сентября–1 октября 2004 г. С. 193–194.