

УДК 621.391

СХЕМЫ НЕРАВНОМЕРНОГО КОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ ДВУМЕРНЫМИ КОДАМИ

САЛАС ВАЛОР НЕСТОР АЛФРЕДО, В.К. КОНОПЕЛЬКО, А.И. КОРОЛЕВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 29 марта 2012

Проведен анализ схем неравномерного кодирования данных, основанных на организации информации в двумерной таблице с кодированием данных по строкам одним кодом и столбцам разными кодами. Данные способы позволяют эффективно выбирать параметры кодов и уменьшать избыточность кодовой информации по сравнению с существующим методом неравномерного совместного кодирования информации.

Ключевые слова: двумерный код, кодовое расстояние, кратность ошибок.

Введение

В настоящее время одним из способов избежать так называемой «проблемы селектора ошибок», возникающей при коррекции многократных ошибок с помощью одномерных кодов, является организация (формирование) информационных таблиц и их кодирование двумерным кодом, при котором информация кодируется по строкам одним кодом (C_1), а по столбцам другим кодом (C_2). При этом корректирующие свойства кодов могут быть как равными, так и разными, т.е. $d_1 \neq d_2$, а общее кодовое расстояние определяется произведением кодовых расстояний исходных кодов, т.е. $d_{\Sigma} = d_1 \cdot d_2$. Установлено, что по сравнению с известным одномерным методом кодирования информации кодовые расстояния исходных кодов меньше, чем кода, используемого при одномерном кодировании, а общее кодовое расстояние d_{Σ} может быть как равным, так и больше, чем кодовое расстояние одномерного кода [1, 2].

Идея двумерного кодирования информации может быть использована для организации неравной защиты данных от ошибок: информационные символы, имеющие более высокий уровень значимости при приеме, имеют более высокую степень защиты от ошибок.

Анализ способа неравномерного совместного кодирования информации

В [2] был предложен метод неравномерного кодирования данных, названный «неравномерным совместным кодированием». Суть данного метода заключается в том, что информация, представленная в виде таблицы, кодируется двумя кодами – C_1 и C_2 , где код C_1 кодирует всю информацию по строкам, а код C_2 кодирует информацию по некоторой части столбцов таблицы. Таким образом, формируется схема кодирования, состоящая из трех зон с неравной защитой информационных символов (рис. 1).

Более значимые информационные символы (зона 1) кодируются двумя кодами C_1 и C_2 , а менее значимые (зоны 2 и 3) кодируются либо кодом C_1 (зона 2), либо кодом C_2 (зона 3).

Для вышеописанного метода неравномерного совместного кодирования информации определен способ декодирования, основанный на использовании образов ошибок [3, 4]. Однако, данный метод кодирования требует применения кодов с высокой избыточностью, что дела-

ет его мало приемлемым для практического использования в системах передачи информации. Этот факт может быть проиллюстрирован следующим примером.

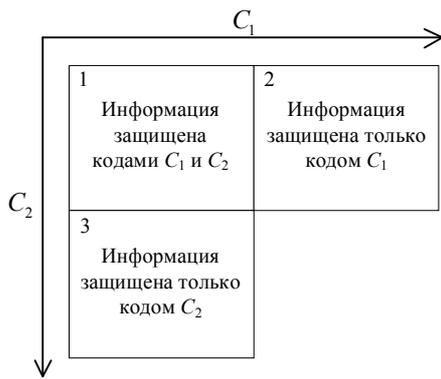


Рис. 1. Защита информации при неравномерном совместном кодировании

Из рис. 1 видно, что единственной зоной, защищенной кодами произведения (итеративным кодом) является первая зона, а вторая и третья зоны только кодируются кодами по строкам и столбцам соответственно. Таким образом, процесс идентификации и коррекции ошибок в зонах 2 и 3 существенно усложняется. Покажем это. Пусть необходимо сформировать схему неравномерного кодирования информационных символов, обеспечивающую коррекцию ошибок по зонам: 5 ошибок в зоне 1, 3 ошибки в зоне 2 и 2 ошибки в зоне 3. Данное условие кодирования и коррекции ошибок запишем в виде $t_{\{1;2;3\}} = \{5; 3; 2\}$. В зоне 2 необходимо исправить

3 ошибки, т.е. минимальное кодовое расстояние кода C_1 должно удовлетворять условию $d_1 \geq 2 \cdot t_{\text{исп}2} + 1 \geq 7$, и аналогичным образом можно вычислить минимальное кодовое расстояние кода C_2 : $d_2 \geq 2 \cdot t_{\text{исп}3} + 1 \geq 5$. По данным кодовых расстояний кодов C_1 и C_2 следует, что суммарное кодовое расстояние кода произведения в зоне 1 $d_{\Sigma} = d_1 \cdot d_2 = 35$, т.е. в 3 раза больше, чем необходимо для исправления $t_1 = 5$ ошибок в данной зоне.

Однако главным недостатком способа неравномерного совместного кодирования информации является сложность выбора совместных кодов (C_1 и C_2), удовлетворяющих условиям «оптимизации», т.е. выбора минимального кодового расстояния этих кодов так, чтобы общая избыточность кодека была наименьшей. Этот факт доказывается следующим примером. Пусть необходимо построить схему кодирования, обеспечивающую корректирующую способность $t_1 = 3$ более значимых ошибочных информационных символов, и $t_2 = 2$; $t_3 = 1$ менее значимых ошибочных информационных символов соответствующих зон кодирования. Таким образом, задача заключается в выборе параметров кодов C_1 и C_2 , обеспечивающих коррекцию ошибок в каждой из зон 1, 2 и 3. Для этого определяем кодовое расстояние d_1 по требуемой кратности $t_2 = 2$ исправления ошибок в зоне 2: $d_1 = 2 \cdot t_2 + 1 = 5$.

Кодовое расстояние кода C_2 может выбираться, исходя из кратности исправления ошибок кодом произведения в зоне 1. Так как d_1 уже определено в предыдущем этапе, осталось вычислить кодовое расстояние d_2 исходя из достаточного суммарного кодового расстояния

$$d_{\Sigma} : d_2 = \left\lceil \frac{d_{\Sigma}}{d_1} \right\rceil = \left\lceil \frac{2 \cdot t_1 + 1}{5} \right\rceil = \left\lceil \frac{7}{5} \right\rceil = 2, \lceil \cdot \rceil - \text{округление в большую сторону. Таким образом, дан-}$$

ное кодовое расстояние в зоне 1 $d_{\Sigma} = 5 \cdot 2 = 10$, что позволяет исправить 4 ошибки. Это превосходит нужную корректирующую способность кодов, что приводит к увеличению избыточности информации этой зоны. Очевидно, что поскольку для зоны 3 число корректируемых ошибок должно равняться $t_3 = 1$ и эта зона защищена только кодом C_2 с кодовым расстоянием $d_1 = 2$, то данный код не позволяет исправить эту одиночную ошибку. Единственный выход заключается в увеличении кодового расстояния кода C_2 до $d_2 = 3$, что увеличивает суммарное кодовое расстояние в зоне 1 ($d_{\Sigma 1} = d_1 \cdot d_2 = 5 \cdot 3 = 15$), а это еще больше увеличивает избыточность схемы кодирования. Эти факторы приводят к затруднению выбора параметров кодов, способов кодирования и алгоритмов декодирования информации, а также не позволяют проводить их оптимизацию.

В табл. 1 приведены параметры кодов C_1 и C_2 при различных значениях кратности ошибок в трех зонах защиты данных.

Из табл. 1 видно, что параметры кодов C_1 и C_2 , обеспечивающие коррекцию ошибок заданной кратности по зонам имеют высокую избыточность информации (большое минимальное кодовое расстояние), вытекающую из необходимости коррекции многократных ошибок в зоне 1 таблицы кодирования.

Таблица 1. Параметры кодов C_1 и C_2 при разных значениях кратности ошибок в зонах таблицы кодирования

Кратность ошибок по зонам $t_{\{1,2,3\}}$			Кодовое расстояние кодов C_1 и C_2		Расчетная кратность корректируемых ошибок по зонам		
t_1	t_2	t_3	d_1	d_2	t'_1	t'_2	t'_3
3	2	1	5	3	7	2	1
4	3	1	7	3	10	3	1
4	3	2	7	5	17	3	2
5	3	1	7	3	10	3	1
5	3	2	7	5	17	3	2

В [4] для декодирования неравномерных двумерных кодов было предложено использовать библиотеку образов ошибок для определения (идентификации) видов ошибок в сжатой форме. На основании данной библиотеки определяются идентификационные параметры каждого образа ошибок и правила их декодирования. При формировании библиотеки образов ошибок рассматриваются все возможные размещения общего количества ошибок во всех трех зонах, что приводит к значительному увеличению числа образов ошибок. Например, при кратности ошибок $t = 4$ возможно их расположение в одной зоне (формируются три образа): по четыре ошибки в каждой зоне. Так как зоны 2 и 3 по определению неравномерного кодирования должны иметь меньшую корректирующую способность, чем зона 1, то второй и третий пункты вышеописанного размещения ошибок не могут быть скорректированы неравномерным совместным кодом и, следовательно, не должны рассматриваться при построении библиотек образов ошибок.

Кроме того, способ неравномерного совместного кодирования не позволяет расширять число зон защиты информации, так что количество зон постоянно и равно 3-м, что делает его трудно выполнимым на практике.

Независимое неравномерное двумерное кодирование информации

Независимое неравномерное двумерное кодирование состоит в разбиении таблицы кодирования данных на несколько частей по значимости данных и в последующем в кодировании информации каждой части разными кодами: как по столбцам, так и по строкам. Таким образом, таблица кодирования информации разделяется на несколько зон, например на три зоны. Далее эти зоны кодируются по строкам одинаковыми кодами C_1^i , с кодовыми расстояниями $d_1^1 = d_1^2 = d_1^3$, а по столбам кодами с разными d_2 ($d_2^1 \neq d_2^2 \neq d_2^3$). На рис. 2 представлена схема независимого неравномерного двумерного кодирования информации.

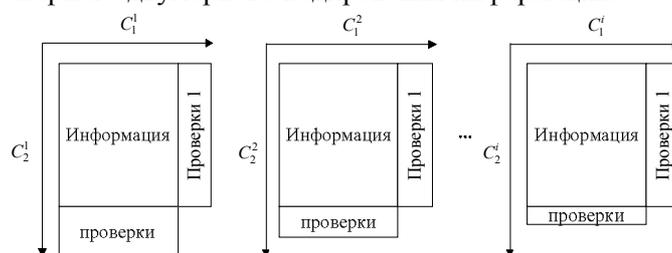


Рис. 2. Независимое двумерное неравномерное кодирование информации

Каждая зона таблицы разбиения информации определяется отдельным двумерным кодом, что позволяет эффективно определять параметры кодов, участвующих в каждой зоне защиты информации. Например, при кодировании информации с вышеприведенными параметрами $t_{\{1,2,3\}} = \{3, 2, 1\}$ выбор параметров кодов может осуществляться следующим образом: пер-

воначально устанавливается (рассчитывается) кодовое расстояние кода C_1 , который будет кодировать информацию по строкам во всех трех зонах таблицы кодирования. Из табл. 1 следует, что кодовое расстояние кода C_1 целесообразно выбирать небольшим: например, $d_1^1 = 2$; затем вычисляются кодовые расстояния кодов по столбцам с учетом суммарного кодового расстояния в каждой зоне. Тогда зона 1 с $d_{1\Sigma} \geq 7$, и $d_1^1 = 2$, кодовое расстояние кода C_2^1 $d_2^1 \geq \lceil d_{1\Sigma}/d_1 \rceil \geq \lceil 7/2 \rceil = 4$. Кодовые расстояния кодов C_2^2 и C_2^3 выбираются аналогичным образом. В общем случае, для выбора параметров кодов C_2^i можно воспользоваться выражением

$$d_2^i \geq \left\lceil \frac{d_{i\Sigma}}{d_1} \right\rceil \geq \left\lceil \frac{2t_i + 1}{d_1} \right\rceil, \quad (1)$$

где d_2^i – кодовое расстояние кода, кодирующего информацию по столбцам в i -ой зоне; $d_{i\Sigma}$ – суммарное кодовое расстояние в i -ой зоне; t_i – кратность ошибок в i -ой зоне кодирования информации.

В табл. 2 приведены кодовые расстояния кодов C_1 и C_2^i при независимом кодировании информации разной кратности ошибок в трех зонах. Из табл. 2 видно, что полученные корректирующие способности кодов C_1 и C_2^i в каждой зоне по значениям суммарного кодового расстояния кодов, используемых в каждой зоне, обеспечивают коррекцию ошибок при значительно меньших значениях d_{Σ} , чем коды, приведенные в табл. 1 и требуют примерно на половину меньшей избыточности кодов.

Таблица 2. Кодовые расстояния кодов C_1 и C_2 и кратность ошибок t_i в зонах таблицы кодирования

№	Кратность ошибок по зонам $t_{\{1,2,3\}}$			Кодовые расстояния d_1, d_2^1, d_2^2 и d_2^3 кодов C_1, C_2^1, C_2^2 и C_2^3				Расчетная кратность коррекции ошибок по зонам $\{1;2;3\}$		
	t_1	t_2	t_3	d_1	d_2^1	d_2^2	d_2^3	t'_1	t'_2	t'_3
1	3	2	1	2	4	3	2	3	2	1
2	4	3	1	2	5	4	2	4	3	1
3	4	3	2	2	5	4	3	4	3	2
				3	3	3	2	4	4	2
4	5	3	1	2	6	4	2	5	3	1
5	5	3	2	2	6	4	3	5	3	2
				3	4	3	2	5	4	2

Вычисляем избыточность первого случая табл. 2 на конкретном примере. Пусть имеется таблица кодирования информации, состоящая, например, из трех зон с $k_1^i = k_2^i = 11$, информационными символами в каждой строке и каждом столбце по зонам соответственно.

1. В зоне 1 все строки кодируются кодом C_1 с параметрами $(n; k; d_0) = (12; 11; 2)$, а столбцы кодом C_2^1 с параметрами $(n; k; d_0) = (16; 11; 4)$ согласно первой строке табл. 2.

2. Зона 2 состоит из 11 столбцов, все строки кодируются кодом C_1 с параметрами $(n; k; d_0) = (12; 11; 2)$, а столбцы кодом C_2^2 с параметрами $(n; k; d_0) = (15; 11; 3)$.

3. В зоне 3 находятся последние 11 столбцов таблицы кодирования, в этой зоне информация по строкам (11 строк) кодируется кодом C_1 с параметрами $(n; k; d_0) = (12; 11; 2)$, а по столбцам кодом C_2^3 с параметрами $(n; k; d_0) = (12; 11; 2)$ согласно первой строке табл. 2.

Таким образом, общее число информационных символов схемы кодирования составляет $k_{\Sigma} = k_1 + k_2 + k_3 = 3 \cdot 11 \cdot 11 = 363$ битов, а количество проверочных символов $r_{\Sigma} = r_1 + r_2 + r_3 = 11 \cdot 3 + 5 \cdot 11 + 4 \cdot 11 = 132$. Общее количество кодовых символов

лов $n = k_{\Sigma} + r_{\Sigma} = 363 + 132 = 495$, и избыточность схемы кодирования составляет $l = (1 - R) \cdot 100 = \left(1 - \frac{k_{\Sigma}}{n_{\Sigma}}\right) \cdot 100 = 1 - \frac{363}{495} = 26,6\%$.

Для второй строки третьего случая табл. 2 параметры кодов в каждой зоне будут: $C_1 - (n; k; d_0) = (15; 11; 3)$, $C_2^1 - (n; k; d_0) = (15; 11; 3)$, $C_2^2 - (n; k; d_0) = (15; 11; 3)$, $C_2^3 - (n; k; d_0) = (12; 11; 2)$. Для данного случая избыточность равняется $l = 1 - \frac{363}{572} = 36\%$.

Таким образом, независимое неравномерное кодирование позволяет:

- расширить количество зон защиты информации в зависимости от потребности применения;
- при кодировании и декодировании информации каждой зоны могут быть применены известные алгоритмы нормального декодирования с использованием библиотек образов ошибок, что дает возможность уменьшить аппаратные и временные затраты на реализацию кодера [2, 3];
- уменьшить общее количество кодеров, особенно при увеличении числа зон защиты информации за счет использования одних и тех же кодов C_1 , при кодировании по одной координате.

Однако, хотя используется один общий код для кодирования информации по одной координате, данная схема кодирования требует достаточно большой избыточности из-за необходимости отдельного кодирования каждой зоны этими кодами, что при использовании кодов с $d_1 \geq 3$ значительно увеличивает числа проверочных символов.

Неравномерное двумерное кодирование информации на основе одного кода для защиты всех зон

Данное неравномерное двумерное кодирование состоит в использовании одного кода, например C_1 , для защиты всех зон по одной координате, и разных кодов C_2^i по второй координате. Таким образом, информация кодируется по строкам одним кодом, а кодирование по столбцам выполняется кодами с разной корректирующей способностью в зависимости от значимости информации каждой зоны ($d_2^1 > d_2^2 > d_2^3$). На рис. 3 представлена схема предлагаемого неравномерного кодирования для трех зон значимости.

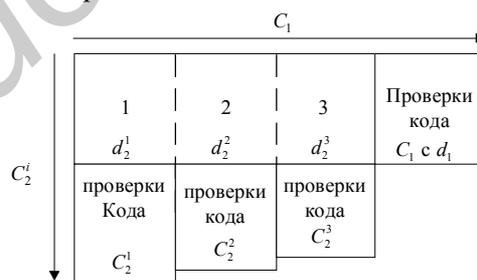


Рис. 3. Двумерное неравномерное кодирование с одним кодом для защиты всех зон

При данном способе неравномерного двумерного кодирования информации эффективный выбор кодов, удовлетворяющих требуемой достоверности информационных символов каждой зоны, достаточно прост, так как для каждой зоны защита данных зависит только от параметров кода произведения $C_1 \cdot C_2^i$. Рассмотрим следующий пример. Пусть необходимо сформировать таблицу неравномерного двумерного кодирования информации, состоящую из трех зон защиты, каждая с разным уровнем защиты информационных символов. Пусть кратность исправления ошибок в зонах $\{1; 2; 3\}$ составляет соответственно $t = \{5; 2; 1\}$ (рис. 4).



Рис. 4. Схема неравномерного кодирования с коррекцией ошибок в зонах $\{t_1; t_2; t_3\} = \{5; 2; 1\}$

Из рис. 4 следует, что зона 3 может кодироваться только кодом C_1 с кодовым расстоянием $d_3 = 3$ при требуемом количестве ошибок $t_3 = 1$. Отсюда следует, что поскольку в зонах 1 и 2 требуемое число корректируемых ошибок $t = \{5; 2\}$ соответственно, то кодовое расстояние кодов C_1^1 и C_2^2 должно быть $d_2^1 \geq 4$ и $d_2^2 \geq 2$ с учетом d_2^i и $d_1^3 = 3$.

В общем случае выбор параметров кодов при неравномерном двумерном кодировании информации с одним и тем же кодом C_1 для

всех зон включает следующие этапы.

1. Выбор числа зон $i, (i \geq 2)$ защиты информации в зависимости от требований к кодирующей таблице.
2. Определение требуемой кратности исправления ошибок в каждой зоне защиты информации по данным значимости информационных символов и статистике помех в канале связи.
3. Вычисление кодового расстояния d_1 кода C_1 по данным кратности ошибок в последней зоне защиты таблицы кодирования информации в соответствии с требуемой t_i .
4. Вычисление кодового расстояния кодов C_2^i с учетом d_i и кратности ошибок t_i в этих зонах таблицы кодирования.

В случае если в последней защищенной зоне $t_i > 1$, то можно кодировать информацию в этой зоне двумя кодами C_1^i и C_2^i , оптимизируя выбор кодового расстояния кода C_2^i от значения которого зависят d_2^i предыдущих зон. Например, при необходимости исправления двукратных ошибок ($t_i = 2$) в последней зоне можно выбирать кодовое расстояние кодов C_1^i и C_2^i , равное $d_1^i = 3$ и $d_2^i = 2$ соответственно.

В табл. 3 представлены кодовые расстояния и кратность ошибок при корректируемых ошибках разной кратности в трех зонах защиты информации.

Таблица 3. Кодовые расстояния кодов C_1, C_2^1, C_2^2 и C_2^3 и кратность ошибок t_i в трех зонах таблицы кодирования информации

№	Кратность ошибок $t_{\{1,2,3\}}$ по зонам			Кодовые расстояния d_1, d_2^1, d_2^2 и d_2^3 кодов C_1, C_2^1, C_2^2 и C_2^3				Расчетная кратность корректируемых ошибок по зонам		
	t_1	t_2	t_3	d_1	d_2^1	d_2^2	d_2^3	t'_1	t'_2	t'_3
1	3	2	1	3	3	2	–	4	2	1
2	4	3	1	3	3	3	–	4	4	1
3	4	3	2	5	2	2	–	4	4	2
				3	3	3	2	4	4	2
4	5	3	1	3	4	3	–	5	4	1
5	5	3	2	5	3	2	–	7	4	2
				3	4	3	2	5	4	2

Из табл. 3 видно, что расчетная кратность корректируемых ошибок по зонам относительно данных кодовых расстояний кодов C_1, C_2^1 и C_2^2 достаточно близко совпадает с предположенными кратностями ошибок $t_{\{1,2,3\}}$. Однако в случае, когда кратность ошибок в зоне 3 $t_3 \geq 2$, видно, что t'_1 в некоторых случаях увеличивается, что приведет к увеличению избыточности в данной зоне. Устранение данной проблемы достигается при использовании еще одного кода C_2^3 для кодирования по столбцам в зоне 3.

Схема неравномерного кодирования информации, использованная для формирования данных, представленных в табл. 3, состоит только из трех кодов, что уменьшает на единицу общее число кодов, участвующих в процессе кодирования и декодирования информации, и следовательно, позволяет уменьшить общую избыточность по сравнению с методом независимого неравномерного кодирования, представленного в табл. 2.

Далее, как и для примера, рассмотренного в предыдущем разделе, вычислим избыточность схемы кодирования для первой строки (первого случая) табл. 3. Таблица информации кодируется кодами C_2^1 с параметрами $(n; k; d_0) = (15; 11; 3)$, C_2^2 с параметрами $(n; k; d_0) = (12; 11; 2)$ по столбцам, и кодом C_1 с параметрами $(n; k; d_0) = (39; 33; 3)$ по строкам. Таким образом, общее число информационных символов схемы кодирования составляет $k_{\Sigma} = 363$ битов, и количество проверочных символов $r_{\Sigma} = 121$. Общее количество кодовых символов $n = 363 + 121 = 484$, и избыточность схемы кодирования составляет $l = 1 - \frac{363}{484} = 25\%$.

Для второй строки третьего случая табл. 2 параметры кодов в каждой зоне будут: $C_1 - (n; k; d_0) = (39; 33; 3)$, $C_2^1 - (n; k; d_0) = (15; 11; 3)$, $C_2^2 - (n; k; d_0) = (15; 11; 3)$, $C_2^3 - (n; k; d_0) = (12; 11; 2)$. Для данного случая избыточность равняется $l = 1 - \frac{363}{529} = 31\%$.

Таким образом, по сравнению с независимым неравномерным двумерным кодированием данный способ позволяет использовать коды с меньшим кодовым расстоянием и уменьшать избыточность передаваемой информации примерно на 1–5% из рассмотренных примеров.

Выводы

Предложены две схемы неравномерного двумерного кодирования информации, основанные на разбиении таблицы кодирования на зоны и кодировании данных в них по строкам с одинаковыми кодами и по столбцам кодами с разной корректирующей способностью. Это позволяет выбирать произвольное число зон примерно в два раза меньшей избыточности по сравнению с известным методом неравномерного совместного кодирования информации.

UNEQUAL ERROR PROTECTION CODING SCHEMES OF INFORMATION BY TWO-DIMENSIONAL CODES

NESTOR ALFREDO SALAS VALOR, V.K. KONOPELKO, A.E. KOROLEV

Abstract

Unequal error corrections coding schemes based on the organization of information in two-dimensional table, with coding data in rows by one code and in columns by different codes are analyzed. These methods allow effectively choose code's parameters in order to reduce the redundancy of codes in comparison with existing method of unequal join coding of information.

Список литературы

1. Justesen J., Forchhammer S. // Two-dimensional information theory and coding. Cambridge, 2010.
2. Фам Хак Хоан, Смолякова О.Г. // Докл. БГУИР. 2008. №1(31). С. 70–75.
3. Смолякова О.Г. // Докл. БГУИР. 2006. №5(51). С. 54–59.
4. Конопелько В.К., Аль-алем Ахмед Саид, Королев А.И. и др. // Тезисы междунар. научн.-техн. конф., Харьков 30 марта – 1 апреля 2009 года. 2009. С. 134.