Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра радиоэлектронных средств

С.М. Боровиков

Прикладная математика

Методическое пособие
для студентов специальностей «Техническое обеспечение безопасности» и «Моделирование и компьютерное проектирование РЭС» заочной формы обучения

Минск 2005

УДК 51(075.8) + 621.396.6 (075.8)
ББК 32.844 – 02 я73 + 22.1 я 73
Б 83

Р е ц е н з е н т:
профессор кафедры электронно-вычислительных средств БГУИР,
кандидат технических наук И.М. Русак

Боровиков С.М.

Б 83 Прикладная математика: Метод. пособие для студ. спец. «Техническое обеспечение безопасности» и «Моделирование и компьютерное проектирование РЭС» заоч. формы обуч. / С.М. Боровиков. - Мн.: БГУИР, 2005. – 28 с.: ил.

ISBN 985 – 444 – 751 – 0

Приводится содержание дисциплины «Прикладная математика» с методическими указаниями к изучению каждого раздела и перечень контрольных вопросов.

Для студентов специальности «Техническое обеспечение безопасности» приводятся требования и методические указания к выполнению курсовой работы, для студентов специальности «Моделирование и компьютерное проектирование РЭС» - задания и методические указания к выполнению домашней контрольной работы.

УДК 51(075.8) + 621.396.6 (075.8)
ББК 32.844 – 02 я73 + 22.1 я 73

ISBN 985 – 444 – 751 – 0

ВВЕДЕНИЕ

Учебная дисциплина «Прикладная математика» предусматривает изучение основ теории вероятностей, математической статистики и некоторых прикладных математических методов, используемых студентами в общенаучных и специальных учебных дисциплинах.

В результате изучения дисциплины студенты должны знать:

- основные теоремы и формулы теории вероятностей;
- математическое описание случайных величин;
- суть статистических методов в применении к получению вероятностного описания параметров;
- основы теории, методы планирования и обработки результатов пассивного и активного факторных экспериментов с применением ЭВМ;
- способы вероятностного описания точности и стабильности параметров элементов, радиоэлектронных устройств (РЭУ), технологических процессов (только для специальности «Техническое обеспечение безопасности»).

Пройдя подготовку по дисциплине, студент должен уметь:

- выполнять вероятностный анализ случайных событий;
- применять законы распределения случайных параметров для решения прикладных задач;
- получать вероятностное описание параметров с помощью статистических методов;
- строить математические модели устройств и технологических процессов РЭУ, используя результаты факторных экспериментов;
- принимать решения о степени рассеивания (разброса) параметров элементов, РЭУ и технологических процессов по значениям характеристик вероятностного описания их точности и стабильности (только для специальности «Техническое обеспечение безопасности»).

Учебная дисциплина «Прикладная математика» базируется на знаниях высшей математики, физики, программирования на ЭВМ, основ радиоэлектроники.

Данная дисциплина изучается в пятом семестре. Учебным планом специальности **«Техническое обеспечение безопасности»** всего предусмотрено 68 ч, в том числе аудиторные занятия в виде лекций (установочные лекции 2 ч, обзорные лекции 4 ч), лабораторных работ (8 ч), практических занятий (6 ч), а также выполнение курсовой работы. Объём самостоятельной работы студента рассчитан на 48 ч. Форма отчётности по учебной дисциплине – экзамен.

Для специальности **«Моделирование и компьютерное проектирование РЭС»** учебным планом предусмотрено 51 ч, в том числе аудиторные занятия в виде лекций (установочные лекции 2 ч, обзорные лекции 4 ч), лабораторных работ (8 ч), практических занятий (6 ч), а также выполнение домашней контрольной работы. Объём самостоятельной работы студента рассчитан на 31 ч. Форма отчётности по учебной дисциплине – зачёт.

1. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная дисциплина включает следующие разделы:

- Основы теории вероятностей.
- Математическое описание случайных величин.
- Вероятностное описание параметров в радиоэлектронике, конструировании и технологии РЭУ.
- Математическая статистика в применении к определению вероятностного описания параметров.
- Математические модели РЭУ (процессов) и способы их получения.
- Вероятностно-статистические методы анализа точности и стабильности выходных параметров РЭУ и технологических процессов (этот раздел – только для специальности «Техническое обеспечение безопасности»).

С подробным содержанием тем и вопросов, рассматриваемых в каждом разделе, можно ознакомиться в рабочей программе учебной дисциплины, помещенной на сайте университета (www.bsuir.unibel.by) в рубрике «Образование», «Факультеты», «Факультет заочного, вечернего и дистанционного обучения».

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Из-за сложности восприятия, для первых двух разделов учебной дисциплины кроме контрольных вопросов (**жирный шрифт**) приводятся краткие ответы. Учебный материал этих разделов рассмотрен подробно в [1].

Для последующих разделов в основном формулируются контрольные вопросы и даются ссылки на подразделы, пункты, страницы учебника [2]. Также указываются номера рисунков, математических выражений, таблиц и примеров, с которыми нужно разобраться в первую очередь, изучая конкретный вопрос.

Раздел 1. Основы теории вероятностей

1. Случайные события и их виды

Событием называют всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти. ***Событие***, исход которого заранее не определён, называют ***случайным***. ***Достоверное событие*** – такое событие, которое в результате опыта обязательно произойдёт. ***Невозможное событие*** – такое событие, которое в данном опыте произойти не может.

Несовместными считают события, которые не могут одновременно произойти в одном опыте. В противном случае события считают совместными. Например, несовместными являются такие события, как безотказная работа и отказ РЭУ в течение заданного времени. Совместными событиями являются безотказная работа в течение заданного времени t двух РЭУ.

Независимыми являются такие события, для которых появление одного из них никак не связано с появлением другого. Два события считают независимыми, если вероятность одного из них не зависит от появления или непоявления другого.

Под полной группой несовместных событий понимают такую группу событий, в которой одно из событий обязательно появится в опыте. Например, безотказная работа полупроводникового диода, его отказ типа «обрыв» и отказ типа «короткое замыкание» составляют полную группу несовместных событий (в предположении, что отказы диодов проявляются только в виде обрыва или короткого замыкания).

Противоположными событиями называют два несовместных события, образующих полную группу событий. Событие, противоположное событию *A*, принято обозначать $\overline{A}$. Примеры противоположных событий: безотказная работа и отказ РЭУ, отказ диода по типу «короткое замыкание» и неотказ по типу «короткое замыкание» (т.е. что-то отличное от отказа типа «короткое замыкание», в частности – безотказная работа или отказ по типу «обрыв» в случае, если безотказная работа, отказ типа «обрыв» и отказ типа «короткое замыкание» составляют полную группу несовместных событий). Следует помнить, что с понятием «противоположные события» во всех случаях связано только два события.

2. Понятие вероятности события

Под вероятностью события ***понимают число, принимающее значения в диапазоне 0…1 и характеризующее возможность осуществления события***, причём для достоверного события вероятность считают равной единице, а для невозможного – нулю. Обозначается вероятность как *P(A)*, где *A* – рассматриваемое событие.

3. Оценка вероятности события по результатам опыта.

Вероятность события *A* ***оценивается по относительной доле благоприятных случае***в как

$$P(A) = \frac{m}{n}, \tag{2.1}$$

где *n* – общее число исходов эксперимента (случаев);

m – число исходов, благоприятствующих событию *A*.

Эта формула пригодна тогда, когда опыт сводится к схеме случаев, т.е. когда исходы опыта являются равновозможными.

4. Операции над событиями

Поясним операции над событиями на примере двух событий. ***Суммой двух событий A и B*** называется третье событие *C*, состоящее в появлении хотя бы одного из событий *A* и *B*. Записывают это как

$$C = A + B.$$

Пример суммы двух событий: отказ электрической цепи, состоящей из двух последовательно соединённых элементов.

Произведением событий A и B называется третье событие *C*, состоящее в одновременном появлении событий *A* и *B*. Записывают это как

$$C = A\,B.$$

Пример произведения двух событий: безотказная работа цепи, состоящей из двух последовательно соединённых элементов.

Операции над событиями распространяются на любое число событий.

5. Вероятность суммы событий (теорема сложения вероятностей)

5.1. Вероятность суммы несовместных событий

Вероятность суммы двух несовместных событий A и B выражается формулой

$$P(A+B) = P(A) + P(B). \tag{2.2}$$

Следствие 1. Для событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, образующих полную группу несовместных событий,

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1. \tag{2.3}$$

Следствие 2. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1. \tag{2.4}$$

Следует знать, что теорема сложения вероятностей применима для любого числа несовместных событий. В этом случае её можно записать в виде

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i), \tag{2.5}$$

где n – число рассматриваемых несовместных событий.

5.2. Вероятность суммы совместных событий

Вероятность суммы совместных событий A и B выражается формулой

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB), \tag{2.6}$$

где $P(AB)$ – вероятность произведения событий A и B.

Для трёх и более совместных событий формулы принимают более громоздкий вид. С ними можно ознакомиться в [1, с. 44].

6. Вероятность произведения событий (теорема умножения вероятностей)

Теорема умножения вероятностей выражается формулой

$$P(AB) = P(A)P(B|A), \tag{2.7}$$

где $P(B|A)$ - условная вероятность события B: вероятность события B, найденная при условии, что произошло событие A.

Теорема умножения вероятностей может быть распространена на произвольное число зависимых событий [1, с. 48].

В случае независимых событий теорема упрощается и принимает вид

$$P\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i), \tag{2.8}$$

где n – число рассматриваемых событий.

7. Формула полной вероятности

Применяется для определения вероятности события A, которое может произойти вместе с одним из событий $H_1, H_2, \ldots, H_n$, образующих полную группу несовместных событий, называемых обычно гипотезами. $P(A)$ вычисляется по известным вероятностям гипотез и условным вероятностям вида $P(A|H_i)$:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A|H_i). \qquad (2.9)$$

8. Формула Байеса (теорема гипотез)

Она позволяет определить условные вероятности гипотез (их изменение) после осуществления события A и имеет вид

$$P(H_i\mid A)=\frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A|H_i)}. \qquad (2.10)$$

Примером применения формулы Байеса является определение класса рассматриваемого элемента (с точки зрения его надёжности) после того, как путём измерения установлена область, в которой находится значение информативного параметра у этого элемента (экземпляра).

Для осмысливания теорем сложения и умножения вероятностей, а также формулы полной вероятности рекомендуется разобраться с решением следующей задачи.

Задача. Для защиты конфиденциальной информации фирмы используется РЭУ, имеющее три датчика, которые воспринимают сигнал о несанкционированном проникновении независимо друг от друга. Вероятность пропуска сигнала первым датчиком составляет 0,1, вторым – 0,2, третьим – 0,3. При восприятии сигнала тремя датчиками задача, возлагаемая на РЭУ, решается во всех случаях. Если сигнал воспринят любыми двумя датчиками, то задача решается в 85-ти процентах случаев. При восприятии сигнала любым одним датчиком задача решается в 70-ти процентах случаев. Если сигнал не воспринят всеми тремя датчиками, то задача не может быть решена. Требуется определить вероятность того, что задача, возлагаемая на РЭУ, будет решена.

Решение. Обозначим:

A – событие, состоящее в том, что задача, возлагаемая на РЭУ, будет решена.

Рассмотрим следующие гипотезы (события):

H_0 – сигнал не воспринят ни одним датчиком;
H_1 – сигнал воспринят одним датчиком;
H_2 – сигнал воспринят двумя датчиками;
H_3 – сигнал воспринят тремя датчиками.

Обозначим: B_1 – событие, состоящее в том, что сигнал воспринят первым датчиком;

B_2 - событие, состоящее в том, что сигнал воспринят вторым датчиком;

B_3 - событие, состоящее в том, что сигнал воспринят третьим датчиком.

Следовательно, $\overline{B_1}$ - событие, состоящее в том, что сигнал не воспринят первым датчиком (событие, противоположное событию B_1);

$\overline{B_2}$ - событие, состоящее в том, что сигнал не воспринят вторым датчиком;

$\overline{B_3}$ - событие, состоящее в том, что сигнал не воспринят третьим датчиком.

Событие (гипотеза) H_0 может быть представлено как произведение событий $\overline{B_1}$, $\overline{B_2}$ и $\overline{B_3}$:

$$H_0 = \overline{B_1}\,\overline{B_2}\,\overline{B_3}\,.$$

Событие H_1 и H_2 можно представить в виде суммы несовместных сложных событий (вариантов), представляющих собой произведения элементарных событий:

$$H_1 = B_1\overline{B_2}\,\overline{B_3} + \overline{B_1}\,B_2\overline{B_3} + \overline{B_1}\,\overline{B_2}\,B_3;$$

$$H_2 = B_1B_2\overline{B_3} + B_1\overline{B_2}\,B_3 + \overline{B_1}\,B_2B_3.$$

Для гипотезы H_3 справедлива следующая запись:

$$H_3 = B_1B_2B_3\,.$$

Пользуясь теоремами умножения для независимых событий и сложения для несовместных событий, найдем вероятности гипотез. Но вначале определим вероятности событий B_1, B_2, B_3. По условию задачи имеем:

$$P(\overline{B_1}) = 0{,}1; \quad P(\overline{B_2}) = 0{,}2; \quad P(\overline{B_3}) = 0{,}3.$$

Тогда

$$P(B_1) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9; \quad P(B_2) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8; \quad P(B_3) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7.$$

Следовательно,

$$P(H_0) = P(\overline{B_1}\,\overline{B_2}\,\overline{B_3}) = 0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 0{,}3 = 0{,}006,$$

$$P(H_1) = P(B_1\overline{B_2}\,\overline{B_3}) + P(\overline{B_1}\,B_2\overline{B_3}) + P(\overline{B_1}\,\overline{B_2}\,B_3) = 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 +$$
$$+\, 0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}7 = 0{,}092.$$

Аналогично

$$P(H_2) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}7 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}398;$$

$$P(H_3) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}504.$$

Гипотезы (события) H_0, H_1, H_2 и H_3 образуют полную группу несовместных событий, поэтому должно выполняться условие

$$P(H_0) + P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) = 1,$$

которое можно использовать в качестве критерия правильности определения вероятностей гипотез.

Согласно условию задачи, условные вероятности события A (выполнение задачи, возлагаемой на РЭУ) при рассматриваемых гипотезах равны:

$$P(A \mid H_0) = 0; \quad P(A \mid H_1) = 0{,}7; \quad P(A \mid H_2) = 0{,}85; \quad P(A \mid H_3) = 1{,}0.$$

Применяя формулу полной вероятности (2.9), получим

$$P(A) = P(H_0)\,P(A \mid H_0) + P(H_1)\,P(A \mid H_1) + P(H_2)\,P(A \mid H_2) + P(H_3)\,P(A \mid H_3) =$$
$$= 0{,}006 \cdot 0 + 0{,}092\cdot 0{,}7 + 0{,}398\cdot 0{,}85 + 0{,}504\cdot 1{,}0 \approx 0{,}907.$$

Заметим, что первую гипотезу (H_0) можно было бы не вводить в рассмотрение, так как соответствующий член в формуле полной вероятности обращается в нуль.

1. Понятие случайной величины

Случайной называют величину, которая в результате опыта (наблюдения, измерения) принимает одно возможное, но заранее неизвестное значение. Случайная величина может быть дискретной (иначе прерывной) и непрерывной.

2. Дискретные случайные величины

Дискретная случайная величина может принимать конечное или бесконечное ***счётное число значений***. Примеры дискретных случайных величин: число отказов РЭУ за рассматриваемый календарный период времени, например два года (возможные значения 0, 1, 2, 3, 4, …); частота попадания сопротивления резистора, взятого из партии с сопротивлением $R = 1$ кОм ± 10%, в диапазон (950…1000 Ом) при десяти наблюдениях (возможные значения 0, 1/10, 2/10, 3/10, …, 9/10, 1).

3. Непрерывные случайные величины

Непрерывной называют случайную величину, которая может принять ***любое значение*** из некоторого конечного или бесконечного промежутка числовой оси. Примеры непрерывной случайной величины: сопротивление резистора (экземпляра) из партии со значением $R = 1$ кОм ± 10%; коэффициент усиления β транзистора (экземпляра), для которого по техническим условиям $\beta \geq 20$.

4. Закон распределения дискретной случайной величины

Под законом распределения дискретной случайной величины понимают любое соответствие между её возможными значениями и вероятностями этих значений. Закон может быть задан аналитически (формула), таблично (ряд распределения), графически (многоугольник распределения и др.).

5. Ряд распределения

Под рядом распределения ***понимают таблицу вида***, показанного на рис. 2.1. Здесь случайная величина n – число отказов РЭУ за два года эксплуатации; $p(n)$ – вероятность значения n.

n	0	1	2	3	4	…
$p(n)$	0,1	0,25	0,3	0,15	0,1	…

Рис. 2.1. Ряд распределения

6. Многоугольник распределения

Под многоугольником распределения ***понимают фигуру***, изображённую на рис. 2.2 (для случайной величины n, рассмотренной в предыдущем вопросе).

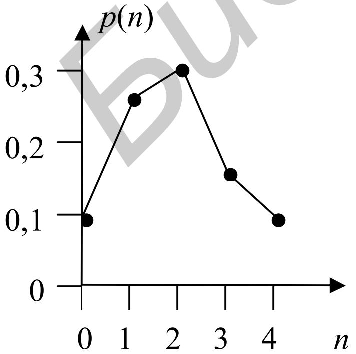

Рис. 2.2. Многоугольник распределения

7. Функция распределения

Функция распределения является универсальной характеристикой описания случайных величин. Она существует для всех случайных величин: как дискретных, так и непрерывных. Под ***функцией распределения*** случайной величины X для текущего значения x понимают вероятность не события $X=x$, а вероятность события $X<x$. Обозначают это как

$$F(x) = P(X<x). \tag{2.11}$$

Функцию $F(x)$ называют интегральной функцией распределения, или интегральным законом распределения. Свойства функции $F(x)$:

1. $F(x)$ – неубывающая функция, т.е. $F(x_2) \geq F(x_1)$ при $x_2 > x_1$.
2. $F(x = -\infty) = 0$.
3. $F(x = +\infty) = 1$.

Для дискретных случайных величин $F(x)$ всегда есть ***ступенчатая функция***, скачки которой происходят в точках, соответствующих возможным значениям случайной величины, и равны вероятностям этих значений. Сумма всех скачков функции $F(x)$ равна единице.

8. Плотность распределения случайной величины:

$$w(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x). \tag{2.12}$$

Функция $w(x)$ ***существует только для непрерывных случайных величин***, её называют плотностью распределения (иначе – «плотностью вероятности») случайной величины. Эту функцию называют также «дифференциальной функцией распределения», или «дифференциальным законом распределения» случайной величины. График функции $w(x)$ даёт наглядное представление о том, как плотно группируются значения случайной величины в той или иной области диапазона её возможных значений (рис. 2.3).

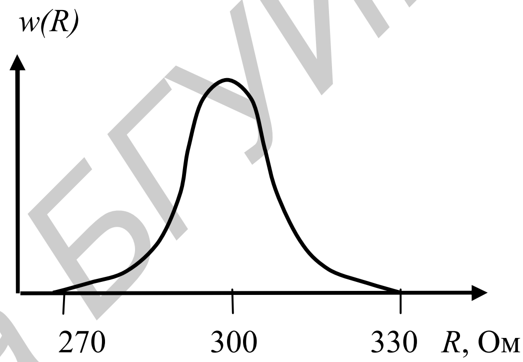

Рис. 2.3. Плотность распределения параметра R = 300 Ом ±10%

Основные свойства плотности распределения:

1. $w(x) \geq 0$.
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} w(x)dx = 1$,

т. е. полная площадь, ограниченная линией графика распределения и осью абсцисс, равна единице.

Зная $w(x)$, $F(x)$ для любого интересующего значения $x=a$ определяют как

$$F(a) = \int_{-\infty}^{a} w(x)\ dx\ . \tag{2.13}$$

9. Закон распределения непрерывной случайной величины

Собирательный термин, используемый для обозначения способов математического описания непрерывной случайной величины. Закон распределения может быть задан функцией распределения $F(x)$ как универсальной характеристикой описания любых случайных величин и (или) плотностью распределения $w(x)$, которая существует только для непрерывных случайных величин. Функции $F(x)$ и $w(x)$ несут о непрерывной случайной величине одну и ту же информацию, но в разной форме.

10. Основные числовые характеристики случайной величины

Для решения многих практических задач нет необходимости характеризовать случайную величину полностью, исчерпывающим образом. В ряде случаев достаточно использовать ***числовые характеристики случайной величины***, т.е. такие характеристики, назначение которых – выразить в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения. Их называют числовыми характеристиками случайной величины.

11. Характеристики положения случайной величины

Они характеризуют основные особенности положения случайной величины на числовой оси. Такими характеристиками являются ***математическое ожидание*** (M_x), ***мода*** (**М**) и ***медиана*** (***Me***).

12. Математическое ожидание

Для определённости случайная величина далее обозначена как X. Из характеристик положения X важнейшую роль играет математическое ожидание случайной величины M_x, просто называемое иногда ***средним значением*** случайной величины. Для дискретной случайной величины M_x определяют как

$$M(X) = M_x = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \,, \tag{2.14}$$

где n – число возможных значений случайной величины.

Для непрерывных случайных величин M_x определяют не суммой, а интегралом:

$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\ w(x)\ dx \ . \tag{2.15}$$

13.Мода

Для дискретной случайной величины модой (**М**) называют ***наиболее вероятное*** значение. Для случайной величины n (см. рис. 2.2) **М** = 2.

Для непрерывной случайной величины модой является то значение, в котором плотность распределения максимальна (рис. 2.4).

Если многоугольник распределения или кривая плотности распределения имеет более одного максимума, распределение называется «многомодальным» или «полимодальным» (рис. 2.5).

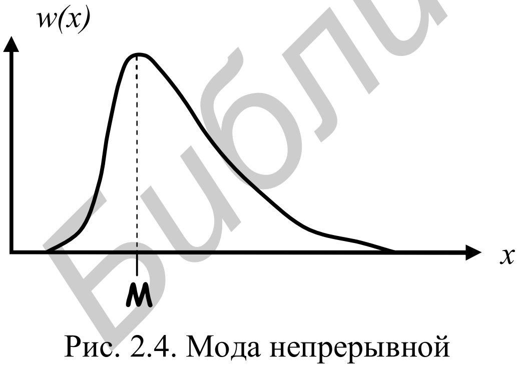

Рис. 2.4. Мода непрерывной случайной величины

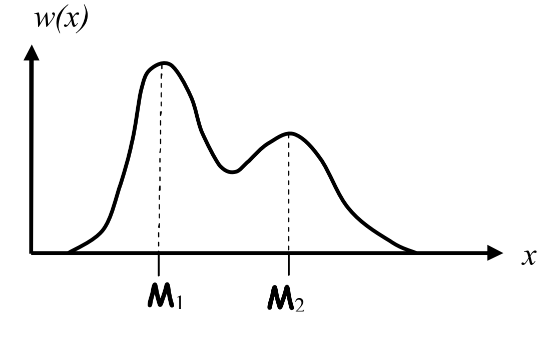

Рис. 2.5. Полимодальное распределение

Если распределение имеет посередине не максимум, а минимум, то его называют «антимодальным» (рис. 2.6).

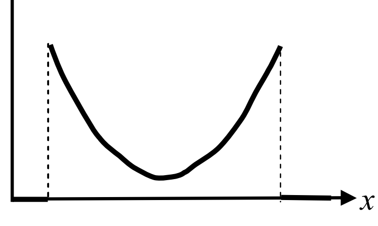

Рис. 2.6. Антимодальное распределение

14. Медиана

Этой характеристикой пользуются обычно для непрерывных случайных величин. ***Медианой слу-***

чайной величины X называют такое значение ***Me***, для которого

$$P(X < Me) = P(X > Me),$$

т.е. одинаково вероятно, окажется ли случайная величина меньше или больше значения ***Me*** (рис. 2.7).

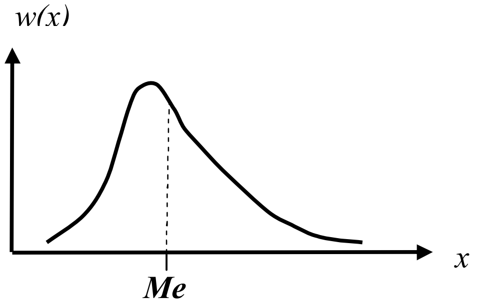

Рис. 2.7. Медиана непрерывной случайной величины

15. Характеристики разброса случайной величины

В качестве таких характеристик используют дисперсию и среднее квадратическое отклонение (иначе – «стандартное отклонение»). Они ***показывают степень разброса случайной величины относительно математического ожидания*** M_x. ***Дисперсию*** случайной величины X определяют как

$$D(X) = D_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M_x)^2 p_i\ , \qquad (2.16)$$

$$D(X) = D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_x)^2 w(x) dx \qquad (2.17)$$

– соответственно для дискретных и непрерывных величин.

Среднее квадратическое отклонение (СКО) определяют выражением

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}\ . \qquad (2.18)$$

16. Коэффициент асимметрии

Его используют для характеристики асимметрии (или «скошенности») распределения и определяют как

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}\ ,$$

где μ_3 – третий центральный момент случайной величины, определяемый выражением

$$\mu_3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M_x)^3 p_i\ ,$$

$$\mu_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M_x)^3 w(x) dx$$

– соответственно для дискретных и непрерывных величин.

На рис. 2.8 распределение 1 имеет положительную асимметрию ($Sk > 0$), а распределение 2 – отрицательную ($Sk < 0$).

17. Эксцесс

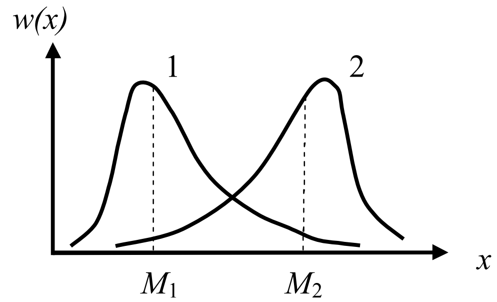

Рис. 2.8. Асимметричные распределения

Используется для описания островершинности или плосковершинности распределения. Его определяют как

$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3,$$

где μ_4 - центральный четвёртый момент случайной величины; находится по аналогии с определением третьего центрального момента.

Для островершинных распределений $Ex > 0$, для плосковершинных – $Ex < 0$. Для широко распространённого в технике нормального распределения [2, с. 20)] $Ex = 0$.

Раздел 3. Вероятностное описание параметров в радиоэлектронике, конструировании и технологии РЭУ

1. Понятие параметров. Выходные и первичные параметры [2, подразд. 1.1, с. 7].
2. Внутренние и внешние параметры [2, подразд. 1.1, с. 8].
3. Случайный характер параметров в радиоэлектронике, конструировании и технологии РЭУ [2, подразд. 2.1, с. 18, рис. 2.1].
4. Понятие вероятностного описания случайных параметров [2, подразд. 2.1, с. 18].
5. Определение вероятности попадания параметра в заданный диапазон [2, подразд. 2.1, с. 19, формулы (2.2) и (2.3), рис. 2.3].
6. Законы распределения, используемые для описания случайных параметров в радиоэлектронике, конструировании и технологии РЭУ [2, п. 2.2.1, с. 19].
7. Общая характеристика нормального закона распределения параметров [2, п. 2.2.2, с. 20-22].
8. Определение вероятности попадания в заданный диапазон параметра, имеющего нормальный закон распределения [2, п. 2.2.2, с. 20, выражение (2.7), прил. 1, табл. П1.1, с. 296-299].
9. «Правило трёх сигм» и его использование на практике [2, п. 2.2.2, с. 21-22, рис. 2.5, табл. 2.1, выражение (2.9)].
10. Усечённый нормальный закон распределения параметров [2, п. 2.2.3, с. 22-23, рис. 2.6].
11. Логарифмически нормальный закон распределения параметров [2, п. 2.2.4, с. 23-24].
12. Равномерный закон распределения параметров [2, п. 2.2.5, с. 24-25, рис. 2.8 – 2.10, выражение (2.13)].
13. Использование значений параметра в своей размерности или относительных отклонений параметра (выражаемых обычно в процентах) для вероятностного описания параметров [2, п. 2.2.5, с. 25-26, рис. 2.11].

14. Зависимые и независимые параметры

Рассматриваемые параметры X и Y являются независимыми, если значение одного из них совершенно не зависит от того, какое значение принял другой параметр. В противном случае параметры являются зависимыми, причём необязательно функционально, в технике во многих случаях – не функционально.

Условие независимости параметров может быть записано в виде

$$w(y|x) = w(y) \tag{2.19}$$

при любых текущих значениях y и x, взятых из диапазона возможных значений параметров X и Y. В выражении (2.19) $w(y|x)$ - плотность распределения параметра Y при условии, что параметр X принял текущее значение x. Функцию $w(y|x)$ называют условной плотностью распределения (в данном случае параметра Y).

Для зависимых параметров

$$w(y|x) \neq w(y).$$

15. Понятие корреляции параметров [2, подразд. 2.4, с. 27-28, рис. 2.14].
16. Положительная и отрицательная корреляция [2, подразд. 2.4, с. 28, рис. 2.16].
17. Коэффициент линейной корреляции [2, подразд. 2.4, с. 28-29, формула (2.15), рис. 2.15, 2.18].
18. Вероятностное описание зависимых параметров [2, подразд. 2.5, с. 29].
19. Корреляционная матрица [2, подразд. 2.5, с. 30, табл. 2.2].

Для изучения этого раздела дополнительно рекомендуются [1, 4, 7].

Раздел 4. Математическая статистика в применении к определению вероятностного описания параметров

1. Суть статистических методов

Суть этих методов состоит в наблюдении значений рассматриваемого параметра и выполнении математической обработки результатов наблюдений с целью получения интересующих характеристик параметра. Причём с каждым новым наблюдением параметра «связан» новый экземпляр объекта (элемента, устройства) или новая реализация технологической операции, процесса.

2. Основные задачи математической статистики [2, п. 2.6.1, с. 31].

3. Понятие выборочных характеристик [2, п. 2.6.1, с. 31]

В отношении числовых характеристик параметров, полученных на основе ограниченного количества наблюдений, во многих случаях употребляют термины «выборочное среднее», «выборочный коэффициент корреляции» и т.п. Использование термина «выборочный» объясняется тем, что выполненные n наблюдений (опытов) можно мысленно рассматривать как выборку из некоторой чисто условной «генеральной совокупности», состоящей из бесконечного числа возможных или мысленных опытов, которые можно было бы провести над интересующим параметром.

4. Понятие оценок параметра (числовой характеристики параметра) и основные требования, предъявляемые к оценкам [2, п. 2.6.2, с. 31-32].

5. Точечные и интервальные оценки [2, п. 2.6.2, с. 32].

6. Определение точечных оценок математических ожиданий и средних квадратических отклонений [2, п. 2.6.3, с. 32, формулы (2.16) и (2.17)].

7. Определение интервальной оценки математического ожидания параметра [2, п. 2.6.4, с. 33-36, рис. 2.20, выражение (2.24), пример 2.2].

8. Определение требуемого числа наблюдений параметра для получения точечной оценки его математического ожидания (планирование наблюдений) [2, п. 2.6.5, с. 36-37, выражение (2.25)].

9. Получение оценок коэффициентов парной корреляции [2, п. 2.6.6, с. 37-38].

10. Проверка статистической значимости коэффициентов корреляции при большом числе наблюдений, n > 50 [2, п. 2.6.6, с. 38-39, выражения (2.27) и (2.28), пример 2.4].

11. Проверка статистической значимости коэффициентов корреляции при малом числе наблюдений (n < 50) и в случаях, когда $|r| \to 1$ [2, п. 2.6.6, с. 39-41, выражения (2.29) - (2.31), пример 2.5, рис. 2.22].

12. Определение законов распределения параметров по опытным данным.

12.1. Получение статистического ряда [2, п. 2.6.7, с. 41-42, выражение (2.32), табл. 2.5].

12.2. Построение гистограммы распределения параметра [2, п. 2.6.7, с. 42, рис. 2.23].

12.3. Построение статистической функции распределения параметра [2, п. 2.6.7, с. 43, система равенств (2.34), рис. 2.24].

12.4. Проверка соответствия между статистическим и теоретическим (гипотетическим) распределениями с помощью статистических критериев согласия [2, п. 2.6.7, с. 44-45].

При проработке вопросов 12.1 – 12.4 рекомендуется разобраться с примером 2.6 [2, с. 45-46].

13. Применение вероятностных сеток (бумаги) для проверки гипотез о законах распределения параметров [2, п. 2.6.8, с. 47-48, рис. 2.26].

14. Применение вероятностного описания параметров для решения инженерных задач (рекомендации по использованию законов распределения параметров) [2, подразд. 2.7, с. 50 - 53].

Для изучения этого раздела дополнительно рекомендуются [1, 4, 7].

Раздел 5. Математические модели РЭУ (технологических процессов) и способы их получения

1. Графические, физические и математические модели в радиоэлектронике, конструировании и технологии [2, п. 3.1.1, с. 56 - 57].

2. Регрессионные модели устройств и процессов [2, п. 3.1.2, с. 57, рис. 3.2].

3. Уравнение множественной линейной регрессии [2, п. 3.1.2, с. 57 – 58, выражение (3.1), рис. 3.3].

4. Метод наименьших квадратов [2, подразд. 3.2, с. 58 – 60, рис. 3.4, выражение (3.6)].

5. Нахождение приближающей математической модели в виде линейной функции [2, подразд. 3.3.1, с. 61 – 62, выражения (3.8) и (3.9)].

6. Нахождение приближающих математических моделей в виде элементарных функций, отличных от линейной [2, п. 3.3.2 – 3.3.7, с. 62 - 64].

7. Способы получения математических моделей РЭУ и технологических процессов [2, подразд. 3.4, с. 64 - 65].

8. Пассивные и активные факторные эксперименты [2, подразд. 3.4, с. 65].

9. Получение математических моделей с помощью пассивных факторных экспериментов [2, подразд. 3.5, с. 65 - 66].

10. Проверка статистической значимости коэффициентов модели [2, подразд. 3.5, с. 67, рис. 3.7].

11. Проверка адекватности математической модели [2, подразд. 3.5, с. 68].

12. Принципы получения математических моделей с помощью активных факторных экспериментов [2, п. 3.6.2, с. 69 - 70, выражение (3.25), рис. 3.8].

13. Полный факторный эксперимент (ПФЭ) [2, п. 3.6.3, с. 70 - 71, табл. 3.3, выражения (3.27) – (3.29)].

14. Планирование ПФЭ и выполнение его опытов [2, подразд. 3.7, с. 72 – 74, табл. 3.4].

15. Статистическая обработка результатов ПФЭ [2, подразд. 3.8, с. 75 – 78, выражения (3.38) и (3.39), пример 3.5, с. 78 - 80].

16. Сущность и назначение дробных факторных экспериментов (ДФЭ) [2, подразд. 3.9, с. 81 – 82, табл. 3.8].

17. Планирование ДФЭ [2, подразд. 3.10, с. 82 – 85, пример 3.6].

18. Выполнение ДФЭ и обработка его опытов [2, подразд. 3.11, с. 86].

Для изучения раздела дополнительно рекомендуются [4, 7].

Раздел 6. Вероятностно-статистические методы анализа точности и стабильности выходных параметров РЭУ и технологических процессов

(только для специальности «Техническое обеспечение безопасности»)

1. Виды допусков, устанавливаемых на параметры [2, подразд. 4.2, с. 88 - 89].

2. Характеристики, используемые для задания допусков на параметры в радиоэлектронике, конструировании и технологии РЭУ [2, подразд. 4.2, с. 89 – 90, табл. 4.1].

3. Точность параметров (первичных, выходных) [2, п. 4.3.1, с. 91].

4. Стабильность параметров (первичных, выходных) [2, п. 4.3.2, с. 91 – 92, рис. 4.4].

5. Описание точности и стабильности параметров элементов [2, п. 4.3.3, с. 92 – 94, рис. 4.5].

6. Описание точности и стабильности выходных параметров РЭУ и технологических процессов [2, п. 4.4.2, с. 95 – 96].

7. Методы определения производственных допусков на выходные параметры [2, п. 4.4.2, с. 96].

8. Принципы анализа точности выходных параметров [2, п. 4.4.1, с. 94 – 95, выражения (4.7), (4.8)].

9. Определение производственного допуска методом «min-max» [2, подразд. 4.5, с. 96 – 97].

10. Определение производственного допуска вероятностным методом [2, подразд. 4.6, с. 99 – 102, выражения (4.10), (4.12) и (4.13)].

11. Анализ точности выходных параметров методом Монте-Карло [2, п. 4.7.1 – 4.7.3, с. 105 - 108, рис. 4.9].

12. Принцип оценки стабильности выходных параметров [2, п. 4.8.1, с. 110 - 111, выражение (4.18)].

13. Определение температурных допусков и допусков старения [2, п. 4.8.2, с. 111 - 114, выражения (4.23) – (4.26)].

14. Определение эксплуатационных допусков [2, подразд. 4.9, с. 117 – 119, выражение (4.32)].

15. Коэффициенты влияния первичных параметров [2, п. 4.4.1, с. 95, выражение (4.9)].

16. Аналитические способы определения коэффициентов влияния первичных параметров [2, п. 4.11.1, с. 126 – 129].

17. Определение коэффициентов влияния методом приращений [2, п. 4.11.1, с. 129, выражение (4.38)].

18. Экспериментально-расчётный способ определения коэффициентов влияния [2, п. 4.11.2, с. 129 – 130].

Для изучения этого раздела дополнительно рекомендуются [4, 7 - 9].

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ

В качестве контрольной работы студентам предлагается построить математические модели РЭУ (или технологического процесса), используя результаты опытов следующих экспериментов:

- пассивного однофакторного: выходной параметр y зависит от одного первичного параметра x;
- пассивного многофакторного: выходной параметр y зависит от совокупности первичных параметров x_j, j=1, 2, …, k.

Задание 1. Однофакторный эксперимент

Исходные данные

Исходными данными являются результаты опытов пассивного однофакторного эксперимента в виде табл. 3.1.

Таблица 3.1

Форма задания исходных данных

Номер опыта	Первичный параметр (фактор), x	Выходной (зависимый) параметр, y
1	…	…
…	…	…
n	…	…

Число опытов n выбирается равным 36. Конкретные исходные данные, т.е. значения параметров

$$x_i,\ y_i;\ i = 1, \dots, n$$

студентом получаются с помощью учебной программы для ЭВМ (имя программы ***pm_z1*** в папке ***ПМ***) путём ввода с клавиатуры календарного года, номера группы и последних двух цифр зачётной книжки. Папка ***ПМ*** находится в электронной памяти ПЭВМ, размещённых в лаборатории математических методов проектирования РЭУ кафедры радиоэлектронных средств (ауд. 405 – 1-й учебный корпус).

Задание на расчётную часть

1. Используя результаты эксперимента (см. табл. 3.1), подобрать математическую модель в виде элементарной функции

$$y = \varphi\ (x, a, b), \tag{3.1}$$

где a, b – коэффициенты модели (функции).

Причём функция (3.1) должна быть лучшей с точки зрения метода наименьших квадратов [2, с. 58 – 60]. При подборе лучшей функции необходимо апробировать три, предположительно наиболее удачные из числа описанных в [2, подразд. 3.3, с. 61 - 64] и других двухпараметрических функций (неизвестны два коэффициента: a, b) по усмотрению студента.

2. Проверить значимость коэффициентов a, b выбранной модели. Значение доверительной вероятности γ выбрать равным 0,95.

3. С помощью критерия Фишера выяснить пригодность выбранной модели для практики ($\gamma = 0{,}95$).

Методические указания по выполнению задания

При выборе математической модели в виде выражения (3.1) лучшей, согласно методу наименьших квадратов, является такая функция, для которой [2]

$$S = \sum_{i=1}^{n}[y_i - \varphi(x_i, a, b)]^2 = \sum_{i=1}^{n}(\Delta y_i)^2 \to \min. \tag{3.2}$$

В выражении (3.2) величина $\varphi(x_i, a, b)$ является как бы теоретическим значением y для i-й экспериментальной точки (опыта).

Используя приёмы математического анализа функции S на минимум, путём решения с использованием формул Крамера системы двух уравнений с двумя неизвестными (коэффициенты a, b) для линейной модели вида

$$y = ax + b \tag{3.3}$$

могут быть получены формулы [2, с. 62]:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n}x_i y_i - \sum_{i=1}^{n}x_i \sum_{i=1}^{n}y_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}; \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 \sum_{i=1}^{n}y_i - \sum_{i=1}^{n}x_i y_i \sum_{i=1}^{n}x_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}. \tag{3.4}$$

Имея формулы (3.4), задача студента сводится к тому, чтобы правильно подставить в них координаты экспериментальных точек. В этом случае коэффициенты a и b линейной функции вида (3.3) будут получены сразу.

При апробировании других элементарных функций их вначале путём преобразований приводят к линейному виду и, пользуясь формулами (3.4), находят коэффициенты этой линейной функции. При этом в зависимости от вида исходной функции в формулы (3.4) в качестве координат x_i и y_i могут подставляться новые значения, полученные с учётом характера сделанных преобразований. Затем с учётом выполненных ранее преобразований осуществляют переход к коэффициентам a и b исходной нелинейной модели. С методами получения коэффициентов *a*, *b* некоторых нелинейных элементарных функций можно ознакомиться в [2, пп. 3.3.2 – 3.3.7, с. 62 - 64].

Для ответа на вопрос о статистической значимости коэффициентов математической модели можно пользоваться любым из двух равноценных способов: построением доверительного интервала или проверкой по *t*-критерию Стьюдента. При использовании первого способа для рассматриваемого коэффициента (обобщенно обозначим как коэффициент *c*) необходимо получить интервальную оценку в виде доверительного интервала $I_\gamma^{(c)}$, соответствующего доверительной вероятности γ (в технике обычно $\gamma = 0{,}95$):

$$I_\gamma^{(c)} = \left\{c^* - \Delta c;\ c^* + \Delta c\right\}, \tag{3.5}$$

где c^* - оценка коэффициента, найденная с использованием формул (3.4);

Δc - возможная ошибка, возникающая от замены истинного значения коэффициента его оценкой c^*.

Ошибку Δc можно принять одинаковой для обоих коэффициентов:

$$\Delta c = t_\gamma \sqrt{\frac{D^*(y)}{n}} = t_\gamma \frac{\sigma^*(y)}{\sqrt{n}}, \tag{3.6}$$

где t_γ - табличное значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности γ и числе степеней свободы $f = n - 1$, с которым определялась оценка дисперсии $D^*(y)$ и среднего квадратического отклонения $\sigma^*(y)$; значения t_γ можно найти в [2, 5 –7, 10].

Значение $\sigma^*(y)$ рассчитывается по классической формуле определения несмещённой оценки среднего квадратического отклонения [2, с. 32, формула (2.17)], используя экспериментальные значения *y* (см. табл. 3.1).

Если в построенный доверительный интервал $I_\gamma^{(c)}$ попадает точка со значением $c = 0$, то коэффициент c^* (его точечная оценка) признаётся статистически незначимым и, следовательно, слагаемое с этим коэффициентом из математической модели должно быть исключено.

При использовании второго способа вначале определяется расчётное значение *t*-критерия Стьюдента

$$t_{\gamma\ \text{расч}}^{(c)} = \frac{\left|c^*\right|}{\sigma(c)} = \frac{\left|c^*\right|}{\sigma^*(y)/\sqrt{n}},$$

где $\sigma(c)$ - среднее квадратическое отклонение коэффициента *c*.

Оценка c^* признаётся статистически значимой, если выполняется условие

$$t_{\gamma\ \text{расч}}^{(c)} > t_{\gamma\ \text{кр}},$$

где $t_{\gamma\ \text{кр}}$ - критическое (табличное) значение критерия Стьюдента, соответствующее доверительной вероятности γ при числе степеней свободы $f = n$-1, с которым определялась оценка $\sigma^*(y)$.

Проверка адекватности построенной модели результатам опытов выполняется с использованием критерия Фишера. Для этого вначале подсчитывается дисперсия адекватности по формуле

$$D_{\text{ад}}(y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_{\text{расч}\ i} - y_i\right)^2}{n-d}, \tag{3.7}$$

где $y_{\text{расч}\ i}$ – значение y, полученное для i-й точки (опыта) по построенной математической модели;

d – число значимых коэффициентов математической модели.

Затем определяется расчетное значение критерия Фишера:

$$F_{\text{расч}} = \frac{D_{\text{ад}}(y)}{D^*(y)}. \tag{3.8}$$

С критерием $F_{\text{расч}}$ связаны степени свободы: для числителя $f_1 = n - d$, для знаменателя – $f_2 = n - 1$.

Проверяется условие

$$F_{\text{расч}} < F_{\text{кр}}, \tag{3.9}$$

где $F_{\text{кр}}$ – критическое (табличное) значение критерия Фишера, соответствующее числу степеней свободы f_1 и f_2 и доверительной вероятности γ.

Если условие (3.9) выполняется, то построенная математическая модель адекватна результатам опытов. В противном случае модель неадекватна, пользоваться ею на практике нельзя.

Оформление выполненного задания

Задание рекомендуется выполнять на листах формата *А*4 с использованием текстовых редакторов и принтера. Выполненное задание должно быть описано техническим языком. Аргументация должна быть краткой, но достаточной для понимания принимаемых решений. Исходные данные и результаты расчётов необходимо стремиться сводить в таблицы, чтобы была обеспечена наглядность результатов апробирования различных моделей с целью их сравнения.

Значения $y_{\text{расч}\ i}$, подсчитанные для i-го опыта по построенной математической модели (лучшей из числа апробированных), следует поместить в таблицу с результатами эксперимента (табл. 3.2). В этой же таблице необходимо привести значения величин

$$\Delta y_i = y_i - y_{\text{расч}\ i}.$$

Таблица 3.2

Экспериментальные и расчётные данные о параметре y

Номер опыта	Значение x_i	Значение y		Разность Δy_i
		в эксперименте, y_i	подсчитанное по модели, $y_{\text{расч}\ i}$	
1 … n				

Информация об апробированных моделях должна быть систематизирована и представлена в виде табл . 3.3.

Таблица 3.3

Модель	Коэффициент		$S = \sum_{i=1}^{n} (\Delta y_i)^2$	Критерий Фишера	
	a	b		$F_{\text{расч}}$	$F_{\text{кр}}$
1 … 2 … 3 …					

Задание 2. Многофакторный эксперимент

Исходные данные

Исходными данными являются результаты пассивного многофакторного эксперимента в виде данных, приведённых в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Форма задания исходных данных

Номер опыта	Первичный параметр (фактор), x_j				Выходной (зависимый) параметр, y
	x_1	x_2	…	x_5	
1 … n					… … …

Число опытов n =36. Число факторов k=5. Конкретные исходные данные, т.е. значения параметров x_j (j=1, …, 5) и y, в каждом опыте студент получает с помощью учебной программы для ЭВМ (имя программы ***pm_z2*** в папке ***ПМ***) путём ввода с клавиатуры календарного года, номера группы и последних двух цифр зачётной книжки.

Задание на расчётную часть

1. Используя результаты эксперимента (см. табл. 3.4), получить точечные оценки коэффициентов a_0, a_1, …, a_k уравнения множественной линейной регрессии вида

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k . \qquad (3.10)$$

2. Проверить значимость рассчитанных коэффициентов a_0, a_1, …, a_k с помощью критерия Стьюдента и сформировать конечный вид уравнения регрессии. Значение доверительной вероятности γ выбрать равным 0,95.

3. С помощью критерия Фишера выяснить пригодность построенной модели для практики (γ = 0,95).

Методические указания по выполнению задания

Коэффициенты a_0, a_1, …, a_k уравнения (3.10) должны быть получены с помощью прикладных математических пакетов (библиотечных программ) для ПЭВМ, таких, как ***MATHCAD, MATHLAB, EXCEL, ORIGIN6*** и др. Указанные программы, как правило, выполняют расчёт t-критерия Стьюдента для каждого коэффициента уравнения регрессии.

Оформление выполненного задания

При оформлении этого задания следует соблюдать те же указания, что и для задания 1. Необходимо обязательно привести информацию об экспериментальных и расчётных данных по аналогии с табл. 3.2 задания 1 и результаты проверки статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии по типу табл. 3.5.

Таблица 3.5

Проверка статистической значимости коэффициентов

Коэффициент модели	Точечная оценка коэффициента	Критерий Стьюдента		Решение о статистической значимости коэффициента
		расчётное значение, $t_{расч}$	критическое (табличное) значение, $t_{кр}$	
a_0 a_1 … a_5				

4. КУРСОВАЯ РАБОТА

(для специальности «Техническое обеспечение безопасности»)

Студенту может быть предложена одна из следующих тем:

1. Построение на ЭВМ математической модели РЭУ с использованием результатов пассивного многофакторного эксперимента.
2. Оценка точности выходного параметра конструкции РЭУ (или технологического процесса) методом Монте-Карло с использованием математического моделирования.
3. Сравнительная оценка точности выходного параметра, рассчитанной вероятностным методом и полученной методом Монте-Карло с использованием математического моделирования.
4. Сравнительная оценка температурной стабильности выходного параметра РЭУ, рассчитанной с учётом вероятностного рассеивания температурных изменений первичных параметров и полученной методом Монте-Карло с использованием математического моделирования.
5. Сравнительная оценка временной стабильности выходного параметра РЭУ, рассчитанной с учётом вероятностного рассеивания временных изменений первичных параметров и полученной методом Монте-Карло с использованием математического моделирования.
6. Установление эксплуатационного допуска на выходной параметр конструкции РЭУ (технологического процесса) с использованием математического моделирования на ЭВМ точности и стабильности параметров элементов (технологических операций).

В перечень вопросов, подлежащих проработке, необходимо включить следующие:

- постановка задачи, решаемой в курсовой работе;
- обзор методов, с помощью которых можно решить поставленную задачу, и обоснование выбранного метода;

- решение сформулированной задачи на ЭВМ, при этом допускается расчёты выполнять обычными ручными приёмами;
- анализ результатов решения;
- выводы.

В качестве разрабатываемого графического материала указывают:

- электрическую (принципиальную или функциональную) схему рассматриваемого функционального узла РЭУ или же аналог этой схемы в зависимости от темы курсовой работы (структурную схему технологического процесса, если в курсовой работе рассматривается технологический процесс);
- структурную схему алгоритма решения задачи на ЭВМ;
- схему, показывающую место используемого метода среди других методов, с помощью которых также можно решить поставленную задачу.

Основные требования к пояснительной записке и графическому материалу

Отчётные документы по курсовой работе (пояснительная записка и графический материал) должны в целом **отвечать требованиям, указанным в [3], и обязательно содержать следующее:**

- информацию о получении дополнительных исходных данных, которые нужны для выполнения моделирования и расчётов, но не указаны в задании на проектирование, с аргументацией их получения: анализ, ссылки на справочники, поверочные расчёты и т.п.;
- запись и пояснение формул, математических и (или) логических выражений, используемых для выполнения расчётов, имитационного моделирования на ЭВМ, определения интересующих показателей и характеристик с использованием результатов моделирования: средних значений выходных параметров, допусков и т. д. (лучше свести в таблицу);
- пояснение назначения функциональных частей (блоков) структурной схемы алгоритма моделирования на ЭВМ точности и (или) стабильности выходных параметров РЭУ;
- полный список идентификаторов, использованных в программе для ЭВМ; если какой-то идентификатор выполняет вспомогательную функцию, то это тоже надо указать; рекомендуемая форма списка идентификаторов должна **соответствовать табл. 3.2 работы [3]**;

- вывод на печать полной информации о 3-5 реализациях РЭУ, например, в случае моделирования температурной стабильности РЭУ для каждой из этих реализаций необходимо вывести следующую информацию:
  – начальные значения первичных параметров,
  – температурные коэффициенты, полученные отдельно для положительной и отрицательной областей температур,
  – значения первичных параметров, полученные с учётом как производственного (начального) разброса, так и температурных изменений для положительной и отрицательной областей температур,
  – значения выходного параметра, соответствующие положительной и отрицательной областям температур;

- обоснование требуемого числа реализаций РЭУ с указанием выбранного числа реализаций;
- запись полученных результатов решения задачи (а не ссылку на протокол работы программы для ЭВМ, помещенный в приложении) и их физическую трактовку: анализ и выводы о том, реальны ли эти результаты, отвечает ли это современному развитию техники, предложения по усовершенствованию исследуемых РЭУ, процессов;
- перечень элементов электрической принципиальной схемы, оформленный в соответствии с требованиями стандартов; для этого студенту следует выбрать типы и типоразмеры элементов, а при необходимости – номинальные значения, допуски параметров элементов и другую необходимую информацию;
- структурную схему, из которой чётко видно место выбранного метода среди других методов, с помощью которых также можно решить поставленную задачу.

Методические указания по выполнению курсовой работы

При выполнении курсовой работы следует руководствоваться указаниями и рекомендациями, **приведёнными в [3]**, которых достаточно для выполнения и правильного оформления курсовой работы.

Для получения справочных данных об интегральных микросхемах и полупроводниковых приборах можно использовать источники [13 - 17]. Справочная информация о других элементах может быть получена из нормативно-технической документации (НТД), хранящейся в кабинете стандартизации университета, или с помощью учебной литературы, имеющейся в библиотеке.

Табличные значения коэффициентов Стьюдента t_γ и критериев Фишера $F_{кр}$ можно найти в [2, 5-7, 10].

Примерная структура пояснительной записки для тем 2 - 6:

Введение.

1. Постановка задачи. Здесь следует обязательно привести дополнительные исходные данные, которые нужны для выполнения курсовой работы, но не заданы в задании на проектирование, и аргументацию их получения: анализ, ссылки на справочники, поверочные расчёты и т.п. Информацию обо всех исходных данных (указанных в задании и полученных студентом, в том числе и из справочников) **необходимо свести в таблицу.** Необходимо также указать количественные характеристики, которые будут определяться в курсовой работе.

2. Метод решения задачи. В этом разделе нужно привести краткий обзор методов, с помощью которых можно решить поставленную задачу, и дать пояснение выбранного расчётного метода и метода, использующего моделирование РЭУ на ЭВМ. Формулы, используемые для определения интересующих характеристик расчётным методом, должны быть сведены в таблицу. В отдельные таблицы нужно свести также математические выражения, используемые для моделирования параметров элементов, температурных коэффициентов, коэффициентов старения, а также используемые для обработки результатов моделирования и определения интересующих характеристик.

3. Определение характеристик … (точности, температурной стабильности и т.п.) расчётным методом. Эта часть работы может выполняться без использования ЭВМ. В этом разделе необходимо обязательно свести в таблицу значения полученных коэффициентов влияния первичных параметров и на примере одной из характеристик показать, как получена её количественная оценка.

4. Определение характеристик … (точности, температурной стабильности и т.п.) моделированием параметров на ЭВМ. Здесь надо обязательно пояснить структурную схему алгоритма моделирования точности и (или) стабильности РЭУ и определения интересующих характеристик, используя результаты моделирования, привести и пояснить список идентификаторов программы для ЭВМ, кратко пояснить программу для ЭВМ. Текст программы на языке программирования необходимо поместить в приложение. Кроме того, отдельным подразделом следует осветить вопрос обоснования числа реализаций РЭУ при моделировании. Далее следует привести полную информацию о трёх-пяти реализациях РЭУ. Интересующие характеристики РЭУ, полученные путём обработки результатов моделирования, желательно свести в таблицу. На примере одной из характеристик показать, как она найдена с использованием результатов моделирования.

5. Сравнительная оценка результатов. В этом разделе следует привести в таблице значения характеристик, полученных расчётным методом и методом моделирования, сравнить эти характеристики и попытаться объяснить расхождение результатов.

Заключение. Здесь необходимо подвести итог работы: отразить степень соответствия полученных характеристик целям практики, **сформулировать конкретные рекомендации** по повышению точности и стабильности выходного параметра рассматриваемого РЭУ.

Список использованных источников. Приводятся только те источники, которые действительно использованы при выполнении курсовой работы.

Приложение. Должно, как минимум, включать текст программы для ЭВМ.

Оформление пояснительной записки и графического материала

При написании пояснительной записки рекомендуется пользоваться правилами, **изложенными в работе [3]** в систематизированной форме с учётом требований стандартов. Можно также непосредственно руководствоваться указаниями ГОСТ [11].

При выполнении **электрической принципиальной схемы** и составлении перечня элементов следует руководствоваться требованиями соответствующих ГОСТов ЕСКД.

Структурная схема алгоритма решения поставленной задачи на ЭВМ должна отвечать требованиям ГОСТ [12] и **обязательно иметь основную надпись.**

Структурная схема, показывающая место использованного метода среди других методов, должна быть выполнена с учётом правил оформления структурных схем и также **обязательно иметь основную надпись.**

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1973. –576 с.

2. Боровиков С.М. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности: Учеб. для студ. инж.-техн. спец. вузов. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 336 с.

3. Теоретические основы конструирования, технологии и надёжности: Учеб.-метод. пособие к курсовому проектированию для студ. спец. «Моделирование и компьютерное проектирование РЭС» и «Проектирование и производство РЭС» всех форм обуч. /С.М. Боровиков, В.С. Колбун, Т.В. Малышева; Под ред. С.М. Боровикова. - Мн.: БГУИР, 2004. – 55 с.

4. Кофанов Ю. Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности радиоэлектронных средств: Учеб. для вузов. – М.: Радио и связь, 1991. – 359 с.

5. Зажигаев Л.С., Кишьян А.А., Романиков Ю.И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.

6. Львович Я. Е., Фролов В.Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь,1986. – 192 с.

7. Яншин А. А. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности ЭВА: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1983. – 312 с.

8. Соболь И. М. Метод Монте-Карло. – 4-е изд., доп. - М.: Наука, 1985. – 78 с.

9. Фомин А. В., Борисов В. Ф., Чермошенский В. В. Допуски в радиоэлектронной аппаратуре. – М.: Сов. радио, 1973. – 129 с.

10.Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

11.Межгосударственный стандарт ЕСКД. Общие требования к текстовым документам. ГОСТ 2.105-95. – Мн.: Изд-во стандартов, 1996. – 35 с.

12.Единая система программной документации. Схемы алгоритмов, программы данных и систем. Условные обозначения и правила выполнения. ГОСТ 19.701-90. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – 26 с.

13.Нестеренко Б.К. Интегральные операционные усилители: Справ. пособие по применению. – М.: Энергоиздат, 1982. – 128 с.

14.Цифровые и аналоговые микросхемы: Справочник / С.В. Якубовский, Л.И. Ниссельсон, В.И. Кулешова и др.; Под ред. С.В. Якубовского.– М.: Радио и связь,1989.– 496 с.

15.Интегральные микросхемы: Справочник / Б.В. Тарабрин, Л.Ф. Лунин, Ю.С. Смирнов и др.; Под ред. Б.В.Тарабрина. – М.: Радио и связь, 1983. – 528 с.

16.Полупроводниковые приборы. Транзисторы малой мощности: Справочник / А.А. Зайцев, А.И. Миркин, В.В. Мокряков и др.; Под ред. А.В. Голомедова. – М.: Радио и связь, 1989. - 384 с.

17.Мощные полупроводниковые приборы. Транзисторы: Справочник / Б.А. Бородин, В.М. Ломакин, В.В. Мокряков и др.; Под ред. А.В. Голомедова. – М.: Радио и связь, 1985. – 560 с.

Св. план 2005, поз. 9

Учебное издание

Боровиков Сергей Максимович

Прикладная математика

Методическое пособие
для студентов специальностей «Техническое обеспечение безопасности» и «Моделирование и компьютерное проектирование РЭС»
заочной формы обучения

Редактор Т.Н. Крюкова
Корректор Е.Н. Батурчик

Подписано в печать 04.05.2005.	Формат 60x84 1/16.	Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».	Печать ризографическая.	Усл. печ. л. 1,86.
Уч.-изд. л. 1,7.	Тираж 125 экз.	Заказ 65.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
Лицензия на осуществление издательской деятельности №02330/0056964 от 01.04.2004.
Лицензия на осуществление полиграфической деятельности №02330/0133108 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6