

УДК 681.3;007.003;007.008;65.0

## МЕТОДИКА АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

В.С. СМОРОДИН

*Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины  
ул. Советская 104, Гомель, 246028, Беларусь*

*Поступила в редакцию 02 мая 2012*

Предложена методика анализа надежности функционирования вероятностных производственных систем, позволяющая определить параметры выполнения технологических операций, обеспечивающие заданный уровень надежности функционирования технологического цикла. Практическая значимость состоит в реализации процедуры оценки вероятностных значений параметров надежности функционирования компонентов производственной системы, обеспечивающей оптимальные варианты организации структуры технологического цикла в рамках заданного критерия качества его выполнения.

*Ключевые слова:* анализ надежности, пространство состояний, оценка значений параметров, структура технологического цикла.

### Введение

Анализ функционирования технологических процессов при наличии элементов потенциальной опасности обладает рядом особенностей и связан с необходимостью учета вероятности сбоев, отказов и аварий оборудования. Наиболее сложными объектами для исследования являются технологические системы, в ходе реализации которых могут изменяться вероятностные параметры их функционирования.

При этом под вероятностными параметрами могут пониматься параметры выполнения технологических операций, обеспечивающих заданный уровень надежности функционирования технологического цикла производства, а также надежностные характеристики оборудования, используемого при реализации технологических операций процесса производства.

Новизна класса формализуемых объектов вероятностных технологических процессов [1] при наличии элементов потенциальной опасности состоит в том, что в процессе функционирования технологического цикла могут произойти изменения в его структуре в результате воздействий аппаратуры управления или оператора, управляющего технологическим циклом, а также при необходимости упреждения выхода бракованной продукции. В данной работе предлагается новый подход, связанный с погружением моделей технологических объектов, имеющих графовую структуру, в пространство возможных состояний объекта исследования при наличии функциональных зависимостей между операциями для реализации сквозной технологии объектно-ориентированного программирования контура управления технологическим циклом производства.

Следует отметить, что единственной технологией, обладающей возможностью структурной реконфигурации технологического процесса, остается технология имитационного моделирования, применяемая ко всему спектру задач синтеза оптимальной структуры вероятностных технологических систем в рамках предложенного нами подхода.

## Методика анализа интегральной статистики и принятия проектных решений

Отличительной особенностью векторной (многокритериальной) оптимизации является наличие множества недоминирующих решений, каждое из которых может быть выбрано исследователем в качестве оптимального. Как известно, в общем виде задачи векторной оптимизации могут быть сформулированы следующим образом:

$$f_i(x) \rightarrow \max, i = \overline{1, k}, f_j(x) \rightarrow \min, j = \overline{k+1, m}, x \in G. \quad (1)$$

Понятие оптимального решения для таких задач заменяется понятием эффективного решения. В агрегатной системе имитации [2] процедура *PR.USTUPK* подсистемы *PS.RESHEN* реализует наиболее часто применяемые методы многокритериальной оптимизации, при этом выделяется главный критерий ( $f_1(x) \rightarrow \max$ ). В этом случае задача векторной оптимизации имеет вид:

$$f_1(x) \rightarrow \max; f_i(x) \geq f_i^3, i = \overline{1, k}; f_j(x) \leq f_j^3, j = \overline{k+1, m}, \quad (2)$$

где  $f_i^3$  и  $f_j^3$  – множество экспертных оценок для неглавных критериев оптимизации. Подобная процедура реализует метод последовательных уступок, согласно которому все критерии эффективности располагаются в порядке уменьшения степени их важности ( $f_{i1}(x), f_{i2}(x), \dots, f_{in}(x)$ ).

Процедура *PR.SOSTKP* подсистемы *PS.RESHEN* реализует метод составного критерия. Исследователь определяет важность  $\gamma_i$ , где  $\gamma_i \geq 0$ ,  $i$ -го критерия (например, дисперсия  $f_i(x)$  может быть «весом» критерия). Составной критерий имеет вид:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n \gamma_i f_i(x) \rightarrow \max. \quad (3)$$

В более общем случае используется процедура *PR.BEZRA* подсистемы *PS.RESHEN*, реализующая общий случай нормативных методов векторной оптимизации. Все нормативные методы предполагают возможность предварительного получения нормативов  $\lambda_{f_i}$ ,  $i = \overline{1, m}$  на основе приближенного решения многоцелевой задачи и приближения к этим нормативам по заданной метрике  $\rho(f(x), \lambda_{f_i}) \rightarrow \min$ , которая может вычисляться одним из следующих способов:

$$\rho_1(f(x), \lambda_{f_i}) = \sum_{i=1}^m [f_i(x) - \lambda_{f_i}]^2 \quad (4)$$

$$\rho_2(f(x), \lambda_{f_i}) = \sum_{i=1}^m |f_i(x) - \lambda_{f_i}| \quad (5)$$

$$\rho_3(f(x), \lambda_{f_i}) = \max_i |f_i(x) - \lambda_{f_i}| \quad (6)$$

В ряде случаев в качестве критериев выступают булевы переменные и функции их использующие. Для таких случаев в *PS.RESHEN* имеется процедура *PR.GLKP*, которая реализует метод логического объединения критерия и используется, когда  $f_i(x)$ , при  $i = \overline{1, m}$ , могут принимать значения только 1 ( $i$ -я цель достигнута) или 0 (в противном случае).

Для выбора рационального варианта используется процедура *PR.CRIT* подсистемы *PS.RESHEN*, которая выбирает рациональный вариант, согласно одной из стратегий выбора:

1) усредненные значения критериев

$$u_1 = \max_s (f_{is} = \frac{1}{2} (\max_i f_{is} + \min_i f_{is})), i = \overline{1, s}; \quad (7)$$

2) оптимистическое значение оценки принятия решений

$$u_2 = \max_s (f_{ir} = \max_i f_{is}), i = \overline{1, s}; \quad (8)$$

3) пессимистическая оценка

$$u_3 = \max_s (f_{ir} = \min_i f_{is}), i = \overline{1, s}; \quad (9)$$

4) нейтралитета

$$u_4 = \max_s \left( \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s f_{ir} \right), i = \overline{1, s}; \quad (10)$$

5) Севиджа

$$u_5 = \min_s (f_{ir} = \max_i (\max_s f_{is} - l_{is})), i = \overline{1, s}; \quad (11)$$

Отметим, что все отклики  $f_{ir}$  и  $f_{is}$  являются скалярами. Набор классических критериев (7)–(11) позволяет принимать эффективные решения в условиях неопределенности и риска. Отметим, что эти критерии вычисляются при условии постоянства значений множеств  $\{G\}$  и  $\{Z\}$  в ходе выбора оптимального варианта решения.

Если же  $\{G\}$  и  $\{Z\}$  таковыми не являются, то составляется матрица принятия решений  $\|f_{ir}\|$ , в которой строками  $r$  являются варианты структуры технологического цикла, а столбцами – вероятности нахождения множеств  $\{G\}$  и  $\{Z\}$  в различных состояниях. В этом случае используется методика выбора варианта рациональной организации структуры по матрице принятия решения.

#### Оценка ошибок имитации при оптимизации структуры технологического цикла

Для автоматизации постановки серий имитационных экспериментов на модели использовалась агрегатная система имитации [2], в библиотеке которой (*LIB.PROC*) реализованы соответствующие реентерабельные программы. С помощью подсистемы формирования имитационной модели (*PS.FORMPR*) на основании исходной информации происходит компоновка структуры программы модели.

В результате создается вариант программы имитационной модели, для которого параметры состава ресурсов и надежность характеристики функционирования оборудования технологического цикла находятся в «серединной» точке пространства параметров состояний модели. Вариант имитационной модели, для которого параметры находятся в серединной точке пространства, в дальнейшем будем называть «базовой моделью». Таким образом, универсальная имитационная модель из библиотеки *LIB.PROC* системы автоматизации моделирования превращается в модель, соответствующую конкретной структуре тестового варианта объекта исследования.

На данном этапе требуется определение достаточного числа реализаций процедуры Монте-Карло при постановке серий имитационных экспериментов, оценка погрешности имитации, анализ «чувствительности» откликов модели к вариациям параметров моделирования в диапазоне их изменения.

На первом шаге этапа с помощью универсальной процедуры *PRTOCHN* определялась точность имитации. Число «прогонов» модели в имитационном эксперименте было установлено равным тридцати ( $N_1 = 30$ ). Каждый «прогон» предполагает запись интегральной статистики имитации в базу данных имитационной модели. Процедура *PRTOCHN* по выборке объема  $N_1 = 30$  для каждого  $l$ -го «прогона» ( $l = \overline{1, N_1}$ ) определяет оценку математического ожидания и дисперсии  $n$ -го отклика ( $\bar{Y}_n$  и  $D_n$ ). Точность оценивается по формуле:

$$\varepsilon_n \% = \frac{0,75L}{\bar{Y}_n} \sqrt{\frac{D_n}{N_1 - 1}} \cdot 100\%. \quad (12)$$

Оценка общей ошибки имитации при этом равна  $\varepsilon = \max_n \varepsilon_n \%$ . При каждом «прогоне» начальные значения базовых генераторов равномерно распределенных величин  $\xi_0$  определялись путем совмещения значений двух конгруэнтных генераторов псевдослучайных величин  $\xi_0$ . После проведения тридцати имитационных экспериментов для имитационной модели с помощью процедуры *PR.TOCHN* была определена точность имитации ( $\varepsilon_n = 10\%$ ). Для иллюстрации реализации предложенной методики исследования точность в 10%, с нашей точки зрения, достаточна. В том случае, когда подобная точность имитации мала, необходимо увеличить число реализаций процедуры Монте-Карло до величины  $N_2$ , большей  $N_1$  но для этого необходимы дополнительные расходы ресурсов машинного времени.

На втором шаге этапа с помощью процедуры *PR.CHUVS* подсистемы *PS.ISPITAN* оценивается «чувствительность» откликов имитационной модели к изменению параметров имитации при числе реализаций  $N_1 = 30$  (использовалась известная методика [3]). Процедура *PR.CHUVS* позволила вычислить коэффициент чувствительности откликов к вариациям параметров по формуле:

$$\delta Y_n = \frac{|Y_h^+ - Y_h^-| \cdot 2}{(Y_h^+ + Y_h^-)} \cdot 100\%, \quad (13)$$

где  $Y_h^+$  и  $Y_h^-$  – значения откликов при значениях параметров имитационной модели соответственно из  $X_q^+$  и  $X_q^-$  (здесь диапазон изменения  $q$ -го параметра равен  $(X_q^+, X_q^-)$ ). Результаты расчетов коэффициентов с помощью процедуры *PR.CHUVS* показывают, что для всех откликов коэффициент чувствительности  $\delta Y_n$  изменяется от 20% до 30%. Поскольку  $\delta Y_n > \varepsilon_n$  для всех параметров, то в дальнейших имитационных экспериментах нельзя уменьшать состав параметров и откликов имитационной модели.

На третьем шаге этапа определялось число реализаций  $N$  процедуры Монте-Карло в имитационной модели с помощью расчетной формулы:

$$N > \frac{S_n}{d^2(1-\alpha)}; \quad (14)$$

где  $\alpha = 0,05$  – коэффициент значимости,  $d = S_n / 4$  – точность имитации. Расчеты по формуле (14) определили необходимость задания числа реализаций  $N_1 \geq 100$  экспериментов.

### **Апробация методики анализа надежности функционирования вероятностных производственных систем**

Анализ надежности функционирования вероятностных производственных систем осуществлялся на имитационной модели в рабочей точке пространства параметров надежности  $\{GH\}$  на основании матрицы надежностных характеристик оборудования технологического цикла. В ходе перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$  процесс *PR.UZEL* определял времена и стоимости нахождения технологического цикла в состояниях  $ij$ . Каждый  $j$ -й процесс *PR.SOST<sub>ij</sub>* заказывал ресурсы в состояниях  $ij$   $l$ -й реализации ( $l \leq 100$ ). Процедура Монте-Карло активизировала *PR.UZEL* с начального состояния  $i_n = 1$ . При выполнении алгоритмов *PR.SOST<sub>ij</sub>* для тех случаев, когда использовалось оборудование, проверялась ситуация возникновения отказов. В  $l$ -й реализации для каждого устройства оборудования с номером  $k$  определялись конкретные значения характеристик надежности оборудования ( $\tau_{\text{ВОК}}$ ,  $\tau_{\text{ВОК}}$ ,  $C_{\text{ВОК}}$ ,  $\tau_{\text{АВ1к}}$ ,  $C_{\text{АВ1к}}$ ,  $\tau_{\text{АВ2к}}$ ,  $C_{\text{АВ2к}}$ ). Эти характеристики оставались неизменными до возникновения очередного отказа оборудования номера  $k$ . При очередной активизации процессу *PR.SOST<sub>ij</sub>*

процессом *PR.UZEL* передаются номера предыдущего и последующего  $i$  и  $j$  состояний. В момент активизации  $PR.SOST_{ij}$  по матрице условных распределений определяет время нахождения технологического цикла в состоянии  $ij$   $\tau_{ijkl}$  и стоимость реализации состояния  $ij$   $C_{ijkl}$ . При использовании оборудования номера  $k$  проверяется условие возникновения отказа из-за превышения граничного времени наработки устройства  $Q_{fkl} \leq Q_{nark}$ , где  $Q_{fkl}$  – накопленное значение времени наработки  $k$ -го устройства в  $l$ -й реализации;  $Q_{nark}$  – граничное значение времени наработки  $k$ -го устройства в  $l$ -й реализации имитационной модели. После накопления статистик имитации процесс  $PR.SOST_{ij}$  активизирует процесс *PR.UZEL* вместе с указанием признаков ( $UKAZ$  и  $\pi_{av}$ ) на основе которых процесс выбирает номер активизируемого процесса  $PR.SOST_{ij}$ . Процесс  $PR.SOST_{ij}$  в  $j$ -м состоянии формирует очередную точку временной диаграммы использования ресурсов при переходе ВТП1 из состояния  $i$  в состояние  $j$ , состоящих из последовательностей статистик имитации.

В результате завершения имитационного эксперимента в файле статистики находится множество временных диаграмм реализации процесса в виде записи ( $\{ST1_{jhl}\}; j=\overline{1,10}, h=\overline{1,100}, l=\overline{1,100}$ ) и множество интегральных статистик ( $\{STIN_{jl}\}; j=\overline{1,10}, l=\overline{1,100}$ ). По окончании  $N_1=100$  реализаций исследования варианта структуры в серединной точке параметров надежности  $\{GH\}$  в файле статистик имитации имеется  $N_1$  записей первого и второго типа. Этот файл статистики был обработан *PS.OBRABOT*. Обработка статистики имитации состояла в усреднении статистик имитации  $\{STIN_{jl}\}$  и нахождения средних значений по  $N_1$  реализациям интегральных откликов нахождения ВТП1 в  $j$ -х состояниях и определении векторов откликов  $\{S\tau_j\}, \{SC_j\}, \{Sko_j\}, \{Smt_j\}; j=\overline{1,10}$  – среднее значение статистик соответственно времени нахождения, стоимости реализации, расхода комплектующих и материалов  $PR.SOST_{ij}$  в  $j$ -х состояниях. При этом вычислялись дисперсии статистик расхода ресурсов  $\{D\tau_j\}, \{DC_j\}, \{Dko_j\}, \{Dmt_j\}; j=\overline{1,10}$ . Состояния технологического процесса можно разделить на 3 группы по суммарно используемым ресурсам ( $SC_j, Sko_j, Smt_j$ ) и суммарному времени нахождения в состояниях ( $S\tau_j$ ). Анализ динамики реализации запросов ресурсов при наличии отказов оборудования в ходе серий экспериментов на модели позволил установить значение следующих статистик имитации:

– коэффициент превышения фактического времени  $\tau_{fij}$  выполнения  $PR.SOST_{ij}$  на значениях контрольного примера составляет  $k\tau_z=0,69$ , а растяжение времени выполнения  $PR.SOST_{ij}$  из-за отказов оборудования составляет  $\gamma_R=1,44$ ;

– вероятности использования ресурсов и оборудования составляют соответственно  $P_{ispR}=0,76$  и  $P_{ispO}=0,77$ .

При этом более  $2/3$  состояний технологического цикла используют ресурсы и оборудование. Из-за отказов оборудования и появления аварий время нахождения в состояниях увеличивается в среднем в 1,4 раза. При 100 сменах состояний оборудование отказывало в 7 случаях. Поэтому можно считать, что интегральная вероятность отказа оборудования в среднем составляет  $P_{OT}=7/100=0,07$ .

На основании полученных результатов можно сделать заключение, что основная доля времени и стоимости выполнения технологического цикла приходится на состояние третьей группы ( $i=4$  и  $i=6$ ) и равна соответственно 0,535 и 0,477. Удельный вес нестандартных состояний по времени и стоимости нахождения в этих состояниях равен соответственно 0,257 и 0,22.

Таким образом, решающую роль в структурной реконфигурации технологического цикла играют надежные характеристики функционирования оборудования, а предложенный подход позволяет оценить параметры выполнения технологических операций, обеспечивающие заданный уровень надежности функционирования технологического цикла.

### **Обсуждение результатов**

Новизна предложенной методики определяется введением пространства состояний параметров надежности технологического цикла, основанного на определении вероятностей надежности технологических операций, и введением пространства функций, позволяющих отобразить отношения и связи между технологическими операциями. Практическая значимость данного подхода состоит в реализации процедуры оценки вероятностных значений параметров надежности функционирования компонентов производственной системы, обеспечивающей оптимальные варианты реализации структуры технологического цикла в рамках многофункционального критерия качества его выполнения.

### **Заключение**

Разработана методика анализа надежности функционирования вероятностных производственных систем, позволяющая определить параметры выполнения технологических операций, обеспечивающие заданный уровень надежности функционирования технологического цикла. Методика реализует процедуру комплексной оценки вероятностных характеристик выполнения технологических операций с использованием аппарата имитационного моделирования. В основу структурной реконфигурации технологического процесса производства положена технология имитационного моделирования, применяемая ко всему спектру задач синтеза оптимальной структуры вероятностных технологических систем с использованием агрегатной системы автоматизации моделирования [2], которая опирается на построение динамических имитационных моделей объекта исследования.

## **RELIABILITY ANALYSIS METHOD OF PROBABILISTIC PRODUCTION SYSTEMS**

V.S. SMORODIN

### **Abstract**

The technique analysis of reliability of probabilistic production systems, allowing to define the parameters of the technological operations, providing a level of reliability of technological cycle is proposed. Practical significance consists in the implementation of the procedure for the assessment of probability values reliability of parameters of components production system ensuring optimum variants of organization structure of the technological cycle within specified quality criteria for its implementation.

### **Список литературы**

1. *Сморodin В.С.* // Математичні машини і системи (Mathematical Machines and Systems). 2012, № 2. С. 96–101.
2. *Сморodin В.С.* // Математичні машини і системи (Mathematical Machines and Systems). 2007, № 1. С. 105–110.
3. *Лоу А., Кельтон В.* Имитационное моделирование. Классика CS – 3-е изд. СПб., 2004.