

УДК 621.396.96

СИНТЕЗ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ МІМО РЛС ПО ЗАДАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ НАПРАВЛЕННОСТИ АФАР НА ПЕРЕДАЧУ

С. А. ГОРШКОВ, П. И. ОРГИШ

Военная академия Республики Беларусь
Минск–57, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 22 апреля 2011

Представлен новый подход к решению задачи синтеза системы сигналов МІМО (Multiple Input Multiple Output) РЛС по заданной диаграмме направленности, основанный на решении системы линейных уравнений способом QR-разложения. Проведен обзор подходов к решению данной задачи, также сравнительный анализ с имеющимися алгоритмами.

Ключевые слова: МІМО (Multiple Input Multiple Output) радиолокационные системы, ортогональные сигналы, синтез диаграммы направленности.

Введение

В настоящее время актуально использование в создаваемых РЛС активных многолучевых адаптивных антенных решеток (АР). Преимущества такой технологии: большая надежность, снижение требований к системе охлаждения, отсутствие необходимости в системе поддержания повышенного давления волноводного тракта, значительно большая гибкость режимов работы. Недостатки – высокая стоимость, которая прямо пропорциональна числу используемых приемно-передающих элементов (модулей). Для снижения количества активных модулей антенны, соответственно и стоимости АР, при сохранении числа каналов приема, возможен переход к МІМО (Multiple Input Multiple Output) РЛС. В таких РЛС M различных групп передающих элементов антенны излучают M ортогональных сигналов, а N групп приемных элементов обеспечивают одновременный прием этих сигналов.

Тематике МІМО РЛС посвящено большое количество работ [1–6]. В работе [3] проведен сравнительный анализ преимуществ и недостатков МІМО РЛС в сравнении с РЛС с ФАР. Одним из преимуществ МІМО РЛС является возможность адаптивно изменять форму передающей диаграммы направленности (ДН). Данное преимущество, например, применяется для уменьшения воздействия постановщиков активных помех по главному лепестку, либо для отстройки от паразитных отражений (пассивных помех) [4].

Известно два подхода к решению задачи синтеза ДН на передачу.

1-ый подход. Для взаимно-ортогональных сигналов нормированная корреляционная матрица \mathbf{R} – единичная (имеет полный ранг), при этом ДН максимально широкая и равна ДН одного излучателя. Матрица \mathbf{R} для когерентных сигналов (как для обычной ФАР) состоит только из 1-ц (ранг 1), что соответствует узкой ДН. В промежуточных случаях, путем выбора соответствующей корреляционной матрицы \mathbf{R} (т.е. допуская частичную взаимную корреляцию шумовых сигналов), можно синтезировать желательную ДН передающей антенной решетки [5],[6].

2-ой подход. В данном варианте используются только взаимно-ортогональные сигналы. При зондировании излучается M ортогональных сигналов через M элементов антенны. M отраженных сигналов принимаются каждым из M элементов. Сигналы поступают на лучеобразую-

щие схемы, которые формируют виртуальную ДН путем умножения на M^2 комплексных коэффициентов [7].

Первый подход обладает большей функциональностью, так как дает возможность манипулировать числом лепестков, направлением и шириной ДН. Но при этом вносится корреляция между ортогональными сигналами, что является недостатком. Второй подход менее функционален, так как позволяет манипулировать только направлением и числом лепестков ДН, но при этом не нарушается ортогональность сигналов.

В данной работе будет рассмотрен первый подход к решению проблемы адаптивного изменения формы ДН на передачу.

Синтез алгоритма

Рассмотрим эквидистантную линейную M -элементную передающую решетку. Каждый m -ый элемент излучает m -ый, в общем случае шумовой (для максимально широкой ДН), вид сигнала. Для такого сигнала:

$$\frac{1}{T_0} \int s_m(t) \cdot s_n^*(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{при } n = m \\ 0 & \text{при } n \neq m \end{cases}$$

где $s_m(t)$ и $s_n(t)$ – временная структура m -ого и n -ого сигналов.

На рис. 1 представлен пример временной структуры последовательности шумовых зондирующих сигналов (ШЗС).

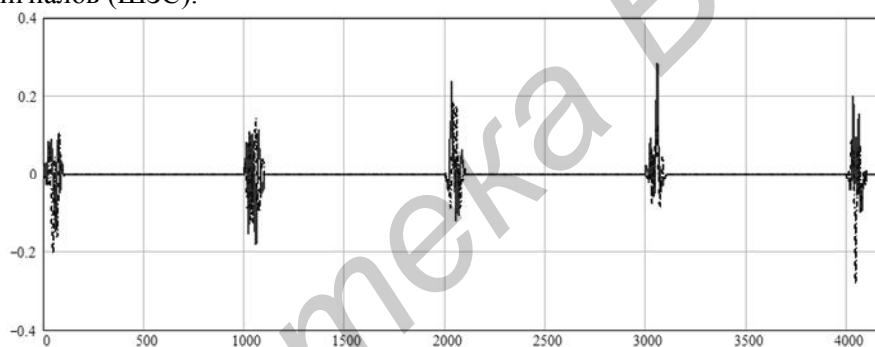


Рис. 1. Выборка квадратурных составляющих последовательности ШЗС

Суммарный узкополосный зондирующий сигнал на цели представим в виде [5]:

$$S(t, \theta) = \sum_{m=1}^M b_m \cdot s_m(t) \cdot e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} x_m \sin \theta} \quad (1)$$

где b_m и $s_m(t)$ – эффективное значение амплитуды и нормированная комплексная огибающая сигнала от m -го элемента передающей антенны, λ – длина волны, x_m – координата m -го элемента передающей антенны (начало координат может быть выбрано произвольно), θ – угловая координата цели.

Тогда нормированная средняя мощность сигнала на цели:

$$P = \frac{1}{T_0} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \int s_m(t) \cdot s_n^*(t) dt \cdot e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (x_m - x_n) \sin \theta}, \quad (2)$$

где $\overline{(\cdot)}$ – означает статистическое усреднение по времени.

Обозначим вектор, определяющий направление излучения передающей антенны

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} x_1 \sin \theta} & \dots & e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} x_M \sin \theta} \end{bmatrix}^T, \text{ и учтем, что } \frac{1}{T_0} \int s_m(t) \cdot s_n^*(t) dt = R_{mn} \text{ – элемент нормиро-}$$

ванной корреляционной матрицы \mathbf{R} излучаемых сигналов. Тогда (1) можно представить в виде

$$P = \mathbf{a}^{*T} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{a}. \quad (3)$$

Формула (3) дает общее выражение для ДН по мощности передающей антенны. Из (3) видно, что для синтеза ДН требуемой формы, при заданном расположении элементов антенной решетки (значение вектора \mathbf{a}), необходимо найти нормированную корреляционную матрицу излучаемых сигналов \mathbf{R} . В работе [6] данная проблема формулируется следующим образом:

$$\min_{p, \mathbf{R}} -p \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a}(\theta_0)^{*T} \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta_0) - \mathbf{a}(\mu_l)^{*T} \mathbf{R} \mathbf{a}(\mu_l) \geq p, \mu_l \in \Omega \\ \mathbf{a}(\theta_1)^{*T} \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta_1) = k \mathbf{a}(\theta_0)^{*T} \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta_0) \\ \mathbf{a}(\theta_2)^{*T} \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta_2) = k \mathbf{a}(\theta_0)^{*T} \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta_0) \\ \mathbf{R} \geq 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

где θ_0 – угловое направление максимума; θ_1 и θ_2 определяют ширину лепестка ДН; k – уровень боковых лепестков; Ω – область боковых лепестков; $\mu_l = l \cdot \Delta\theta$ – угловое направление в области боковых лепестков, $\Delta\theta$ – шаг построения ДН, $l = 0, 1, \dots, \frac{180}{\Delta\theta}$.

Задача (4) решается методом квадратичного программирования [6], [8]. Решением (4) данным методом является нормированная корреляционная матрица излучаемых сигналов, которая даст требуемую форму ДН.

Рассмотрим другой алгоритм синтеза ДН, отличный от метода квадратичного программирования (4), который позволит получить более точные решения.

Пусть дана линейная эквидистантная решетка с расстоянием между элементами $0,5\lambda$. Задав шаг построения ДН $\Delta\theta$, мы можем представить (3) в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\theta_1} = \mathbf{a}^{*T}(\theta_1) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{a}(\theta_1), \\ P_{\theta_2} = \mathbf{a}^{*T}(\theta_2) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{a}(\theta_2), \\ \dots \\ P_{\theta_N} = \mathbf{a}^{*T}(\theta_N) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{a}(\theta_N), \end{array} \right. \quad (5)$$

где $\theta_i = i \cdot \Delta\theta$ ($i = 0, 1, \dots, N-1$); N – число точек ДН.

Размерность вектор-столбца \mathbf{a} равна M , где M – число передающих антенных элементов (число зондирующих сигналов). Соответственно, размерность нормированной корреляционной матрицы \mathbf{R} равна $M \times M$. Обозначим $\mathbf{a}^{*T} = \mathbf{a}^+$. Используя свойства матриц, можно показать, что:

$$\mathbf{a}^+ \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{a} = a_1^+ a_1 R_{11} + a_2^+ a_2 R_{12} + \dots + a_i^+ a_j R_{ij} + \dots + a_M^+ a_M R_{MM} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_i^+ a_j R_{ij}.$$

Тогда (4) примет вид системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\theta_1} = a_1^+(\theta_1) a_1(\theta_1) R_{11} + \dots + a_i^+(\theta_1) a_j(\theta_1) R_{ij} + \dots + a_M^+(\theta_1) a_M(\theta_1) R_{MM}, \\ P_{\theta_2} = a_1^+(\theta_2) a_1(\theta_2) R_{11} + \dots + a_i^+(\theta_2) a_j(\theta_2) R_{ij} + \dots + a_M^+(\theta_2) a_M(\theta_2) R_{MM}, \\ \dots \\ P_{\theta_N} = a_1^+(\theta_N) a_1(\theta_N) R_{11} + \dots + a_i^+(\theta_N) a_j(\theta_N) R_{ij} + \dots + a_M^+(\theta_N) a_M(\theta_N) R_{MM}. \end{array} \right. \quad (6)$$

Известно, что корреляционная матрица сигналов должна быть эрмитовой, т.е. $R_{ij} = R_{ji}^*$, а на главной диагонали должны быть вещественные числа. Данное условие необходимо учесть в (6). Можно показать, что:

$$a_i^+ a_j R_{ij} + a_j^+ a_i R_{ji} = a_i^+ a_j R_{ij} + a_j^+ a_i R_{ij}^* = \text{Re}(R_{ij}) \cdot (a_i^+ a_j + a_j^+ a_i) + \text{Im}(R_{ij}) \cdot \left(\left[\text{Im}(a_j^+ a_i) - \text{Im}(a_i^+ a_j) \right] + j \left[\text{Re}(a_i^+ a_j) - \text{Re}(a_j^+ a_i) \right] \right) \quad (7)$$

Для сокращения записи, обозначим $\text{sopr}(a_i^+ a_j, a_j^+ a_i) = \left(\left[\text{Im}(a_j^+ a_i) - \text{Im}(a_i^+ a_j) \right] + j \left[\text{Re}(a_i^+ a_j) - \text{Re}(a_j^+ a_i) \right] \right)$. Тогда, с учетом (7), система уравнений (6) примет вид:

$$\begin{cases} P_{\theta_1} = a_1^+(\theta_1) a_1(\theta_1) R_{11} + \dots + \left[a_i^+(\theta_1) a_j(\theta_1) + a_j^+(\theta_1) a_i(\theta_1) \right] \text{Re}(R_{ij}) + \\ \quad + \text{sopr} \left[a_i^+(\theta_1) a_j(\theta_1), a_j^+(\theta_1) a_i(\theta_1) \right] \text{Im}(R_{ij}) + \dots + a_i^+(\theta_1) a_i(\theta_1) R_{ii} + \dots, \\ P_{\theta_2} = a_1^+(\theta_2) a_1(\theta_2) R_{11} + \dots + \left[a_i^+(\theta_2) a_j(\theta_2) + a_j^+(\theta_2) a_i(\theta_2) \right] \text{Re}(R_{ij}) + \\ \quad + \text{sopr} \left[a_i^+(\theta_2) a_j(\theta_2), a_j^+(\theta_2) a_i(\theta_2) \right] \text{Im}(R_{ij}) + \dots + a_i^+(\theta_2) a_i(\theta_2) R_{ii} + \dots, \\ \quad \dots \\ P_{\theta_N} = a_1^+(\theta_N) a_1(\theta_N) R_{11} + \dots + \left[a_i^+(\theta_N) a_j(\theta_N) + a_j^+(\theta_N) a_i(\theta_N) \right] \text{Re}(R_{ij}) + \\ \quad + \text{sopr} \left[a_i^+(\theta_N) a_j(\theta_N), a_j^+(\theta_N) a_i(\theta_N) \right] \text{Im}(R_{ij}) + \dots + a_i^+(\theta_N) a_i(\theta_N) R_{ii} + \dots \end{cases} \quad (8)$$

СЛАУ (8) имеет N уравнений с $M \times M$ неизвестными. Данную систему можно записать в матричной форме:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}, \quad (9)$$

где \mathbf{A} – матрица коэффициентов размерностью $N \times M^2$, которая определяется геометрическим расположением элементов антенны; \mathbf{X} – вектор-столбец неизвестных элементов нормированной корреляционной матрицы размерностью $M^2 \times 1$; \mathbf{B} – вектор-столбец свободных членов размерностью $N \times 1$, который задается в виде требуемой ДН.

Матрица \mathbf{A} является вырожденной, с рангом меньшим M^2 . Из всех известных методов решения СЛАУ [9–11], был выбран метод QR разложения, так как он является универсальным.

Таким образом, в результате работы алгоритма, мы находим значения элементов нормированной корреляционной матрицы излучаемых сигналов \mathbf{R} . После определения нормированной корреляционной матрицы зондирующих сигналов \mathbf{R} , можно найти временную структуру самих сигналов [6]:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{w}(t), \quad (10)$$

где $\mathbf{s}(t) = \|s_1(t) \dots s_M(t)\|^T$ – векторная функция M синтезированных взаимно-коррелированных узкополосных шумовых ЗС; $\mathbf{w}(t) = \|w_1(t) \dots w_M(t)\|^T$ – векторная функция M опорных взаимно-ортогональных узкополосных шумовых сигналов; $\mathbf{H} = \mathbf{R}^{1/2}$ – Эрмитов квадратный корень из матрицы \mathbf{R} .

На рис. 2 представлена схема, реализующая разработанный алгоритм.

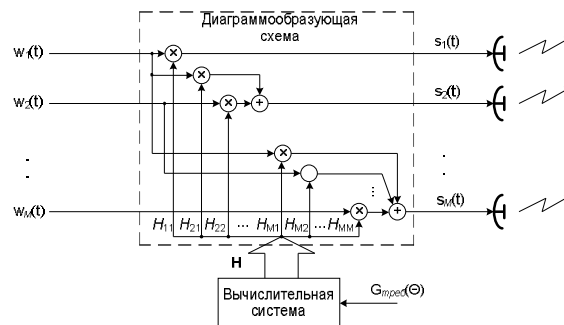


Рис. 2. Схема, реализующая адаптивное изменение формы ДН на передачу

На вход вычислительной системы (ВС) поступает форма требуемой ДН ($G_{\text{треб}}(\Theta)$). ВС решает систему (9) и находит Эрмитов квадратный корень матрицы \mathbf{R} . Диаграммообразующая схема (ДОС) реализует операцию (10).

Результаты моделирования

Результаты синтеза ДН можно получить аналитически (подставив матрицу \mathbf{R} в (3)), либо при помощи имитационного моделирования (подставив синтезированные сигналы $s(t)$ в (2)).

На рис. 3 представлен результат моделирования ДН для условий: расстояние между элементами $0,5\lambda$, число элементов $M=10$, шаг построения $\Delta\theta=1^\circ$, направление главного лепестка -0° , ширина лепестка -6° . Штриховой линией показана усредненная ДН по мощности полученная аналитически, сплошной – имитационным моделированием, штрихпунктирной – требуемая.

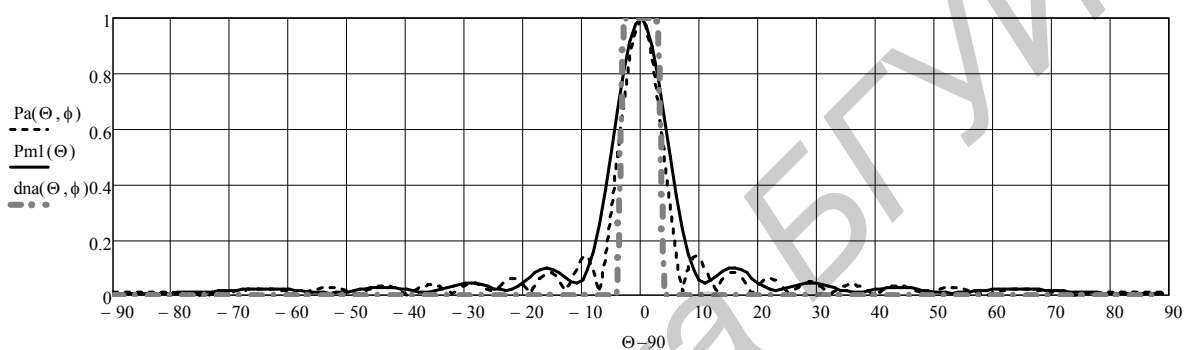


Рис. 3. Результат моделирования ДН

Как видно из рис. 3, аналитический результат практически совпадает с результатом имитационного моделирования. На рис. 4 представлены мгновенные значения ДН для четырех различных моментов времени, полученные путем подстановки $s(t)$ в (1).

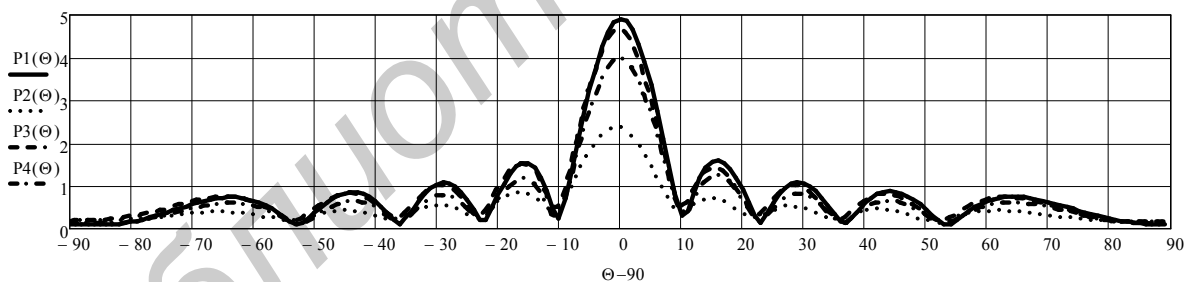


Рис. 4. Мгновенные значения ДН для четырех различных моментов времени

Проведем сравнительный анализ результатов синтеза ДН при помощи разработанного алгоритма, основанного на решении СЛАУ (7), и алгоритма (3) посредством математического моделирования. На рис. 5, 6 и 7 представлены сравнительные результаты моделирования разработанного алгоритма и алгоритма, предлагаемого в работе [6].

Общие условия моделирования: длина волны $\lambda=3$ см, расстояние между элементами антенной решетки $0,5\lambda$, число элементов $M=10$, шаг построения ДН для метода решения СЛАУ $\Delta\theta=1^\circ$, для метода квадратичного программирования $\Delta\theta=0,01^\circ$.

Разработанный алгоритм позволяет задавать требуемые значения ДН в каждом угловом направлении отдельно.

На рис. 8 представлен результат синтеза ДН при задании требуемой ДН по точкам.

На примере рис. 7 и 8 можно увидеть, что точность алгоритма, основанного на решении СЛАУ значительно выше при синтезе нескольких лучей с разными параметрами, чем у алгоритма (3). Еще одним преимуществом разработанного алгоритма является возможность более точно задавать форму требуемой ДН, что, в свою очередь, еще более повышает точность ре-

зультата. Нельзя забывать, что точность результатов разработанного алгоритма выше при меньшем шаге построения ($\Delta\theta=1^\circ$, кагда у алгоритма (3) шаг построения $\Delta\theta=0,01^\circ$).

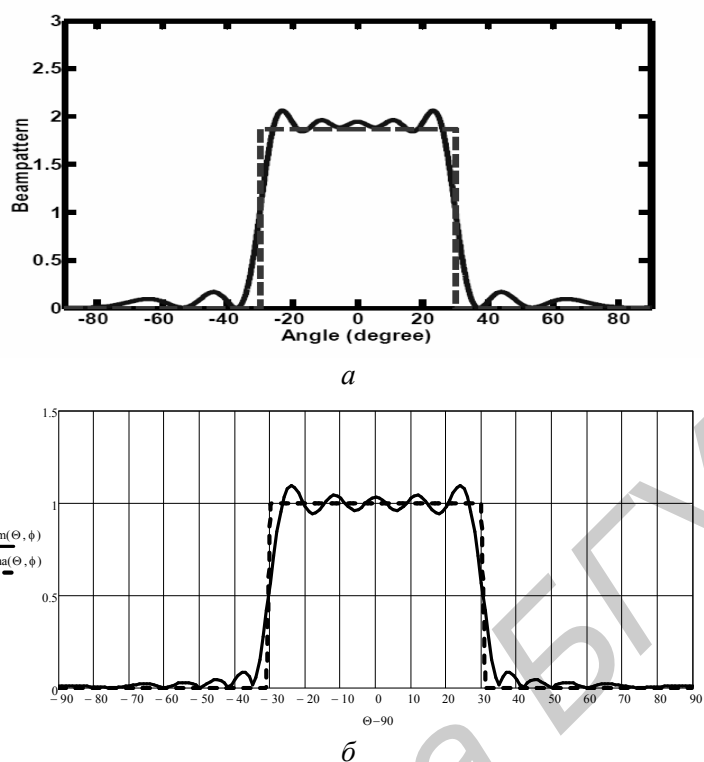


Рис. 5. Сравнительные результаты моделирования. Условия моделирования: ширина лепестка 60° , направление 0° : а) – метод квадратичного программирования, б) – метод решения СЛАУ

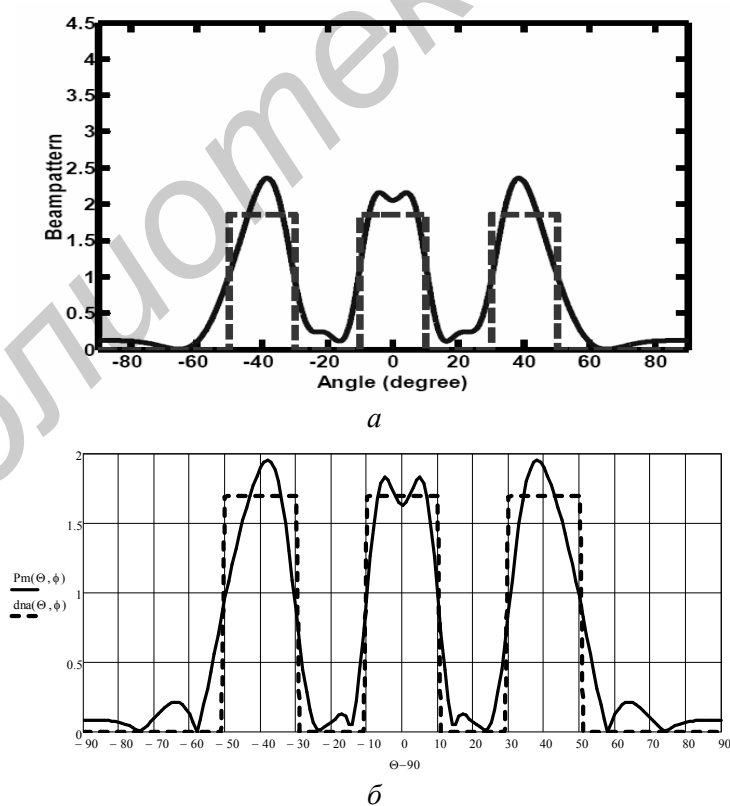
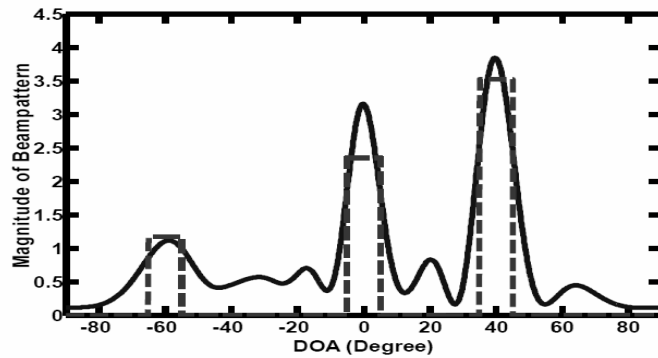
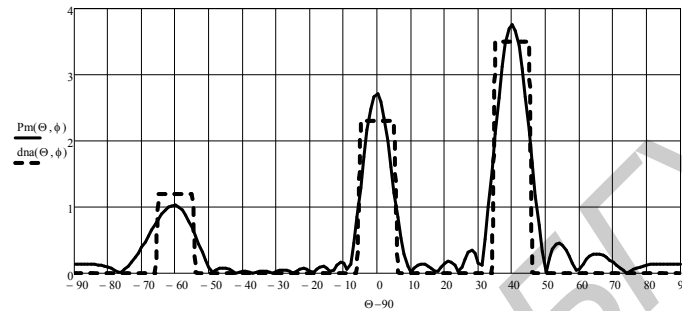


Рис. 6. Сравнительные результаты моделирования. Условия прежние, за исключением: число максимумов 3, направления максимумов -40° , 0° , 40° , ширина лепестков 20° : а) – метод квадратичного программирования, б) – метод решения СЛАУ



a



б

Рис. 7. Сравнительные результаты моделирования. Условия прежние, за исключением: число максимумов 3, направления максимумов -60° , 0° , 40° , ширина лепестков 10° : *a*) – метод квадратичного программирования, *б*) – метод решения СЛАУ

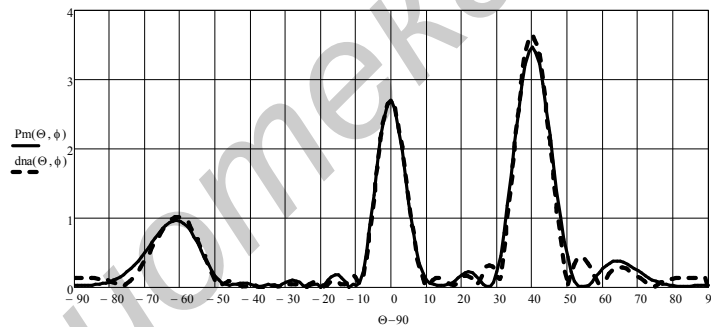


Рис. 8. Результат моделирования, при задании требуемой ДН с точность до шага построения: сплошная линия – рассчитанная ДН, штриховая – требуемая

Реализация разработанного алгоритма позволяет получить выигрыш в вычислительных затратах. Основную часть вычислительных затрат занимает QR разложение, которое зависит от числа элементов решетки и шага построения. Для конкретного типа антенной решетки QR разложение выполняется один раз на этапе проектирования и зашивается в память. В процессе функционирования изменяется только форма требуемой ДН (вектор столбец \mathbf{V} в выражении (9)). Алгоритм (4) зависит от шага построения, числа элементов антенной решетки и числа лепестков ДН. Соответственно, при изменении числа лепестков, будет изменяться число условий в (4) и будут изменяться вычислительные затраты. При этом чем больше лепестков, тем больше вычислительные затраты.

Заключение и выводы

В качестве резюме, можно сказать следующее:

1. При использовании систем, в которых излучаются узкополосные шумовые сигналы, управляя взаимной корреляцией этих сигналов, можно создавать ДН требуемой формы;

2. Разработанный алгоритм синтеза ДН, основанный на решении системы линейных алгебраических уравнений, позволяет рассчитать нормированную корреляционную матрицу зондирующих сигналов, таких, чтобы ДН приняла необходимую форму;

3. Разработанный алгоритм синтеза ДН имеет ряд преимуществ в сравнении с алгоритмом, основанным на методе квадратичного программирования: возможность задавать требуемую форму ДН с точностью до выбранного шага построения ДН; более высокая точность при синтезе ДН с несколькими лучами. При этом разработанный алгоритм позволяет достичь большей точности при меньшем шаге построения ДН;

4. Еще одним немаловажным преимуществом разработанного алгоритма являются меньшие вычислительные затраты. Из (4) видно, что при увеличении числа лепестков ДН возрастет число условий, а соответственно и вычислительные затраты. Таким образом, вычислительные затраты зависят от числа точек ДН, числа элементов антенны и числа лучей ДН. У разработанного метода основную часть вычислительных затрат занимает QR разложение матрицы \mathbf{A} , которое зависит от числа элементов антенны и числа точек ДН. Соответственно, QR разложение для заданной антенной решетки выполняется один раз;

5. Чтобы управлять формой ДН необходимо иметь набор матриц \mathbf{R} , записанных в память, либо постоянно ее рассчитывать при помощи вычислительной системы.

SYNTHESIS OF TIME STRUCTURE OF SYSTEM OF NOISE SIGNALS MIMO RADAR UNDER THE SET TRANSMITTING ANTENNA BEAMS OF ACTIVE ANTENNA ARRAY

S.A. GORSHKOV, P.I. ORGISH

Abstract

The new approach to the decision of a problem of synthesis of system of signals MIMO (Multiple Input Multiple Output) radar under the set transmitting antenna beams, based on the decision of system of the linear equations, is presented by way of QR-decomposition. The review of approaches to the decision of the given problem, also the comparative analysis with available algorithms is spent.

Литература

1. *J. Li and P. Stoica*. MIMO Radar: Diversity Means Superiority.
2. *E. Fishier, A. Haimovich, et al.* IEEE Transactions on Signal Processing. 2006.
3. *Fred Daum, Jim Huang*. IEEE A&E Systems Magazine. 2009.
4. *Frazer G.J., Abramovich Y.I., Johnson B.A et al.* Proc. IEEE Radar Conf. Rome, Italy. P. 789–794.
5. *Черняк В.С.* Прикладная радиоэлектроника. М., 2009.
6. *Jiane Li, Petre Stoica*. MIMO radar signal processing, 2009.
7. *Hai Deng, Braham Himed*. // IEEE transactions on antennas and propagation. 2009. Vol. 57, №2.
8. *Хедли Дж.* Нелинейное и динамическое программирование. М., 1967.
9. *Богачев К.Ю.* Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений. М., 1998.
10. *Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.* Матрицы и вычисления. М., 1984.
11. *Воеводин В.В.* Численные методы алгебры. Теория и алгоритмы. М., 1966.