

УДК 621.373

## АНАЛОГО-ЦИФРОВАЯ СИСТЕМА ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

С.А. ГАНКЕВИЧ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 19 апреля 2012

Рассматривается цифровая система фазовой синхронизации с синтезатором частоты (генератором опорного сигнала), реализуемым на основе аналоговой схемы фазовой автоподстройки. При формировании опорного сигнала в синтезаторе частоты используется метод нониуса, что позволяет уменьшить дискрет подстройки фазы без увеличения частот задающего генератора и управляемого напряжением генератора и существенно расширить частотный диапазон функционирования системы. Приведены результаты анализа квазинепрерывной модели по основным показателям качества и результаты математического моделирования. Определены требования к параметрам контуров слежения с целью обеспечения заданных показателей качества.

*Ключевые слова:* фазовая синхронизация, метод нониуса, квазинепрерывная модель, эквивалентная шумовая полоса, установившаяся ошибка.

### Введение

В основу построения цифровых систем фазовой синхронизации (ЦСФС) положен принцип дискретной коррекции фазы (частоты) опорного сигнала (ОС). При этом для обеспечения высокой точности синхронизации, зависящей от величины дискрета подстройки, частота задающего генератора в системе должна быть существенно выше частоты формируемого ОС, что ведет к ограничению частотного диапазона функционирования системы. Аналоговая и аналого-цифровая системы с использованием управляемого напряжением генератора (ГУН) не имеют отмеченного недостатка, но ГУН не обеспечивает высокой стабильности частоты при требуемом, достаточно широком диапазоне перестройки.

В [1] рассматривается схема ЦСФС с коммутируемыми генераторами ударного возбуждения и коррекцией фазы методом нониуса. Однако работа генераторов в режиме свободных колебаний на интервале, равном периоду регулирования, требует обеспечения относительно высокой стабильности. В работе [2] предложена схема ЦСФС с синтезатором частоты (генератором опорного сигнала), выполненным на основе аналоговой системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), включенной в основной контур ЦСФС, позволяющая снизить требования к стабильности опорного генератора. Настоящая работа посвящена анализу системы.

### Функциональная схема. Математическое описание

Функциональная схема системы приведена на рис. 1.

Эталонный сигнал для синтезатора частоты формируется высокостабильным задающим генератором (ЗГ). При формировании эталонного и опорного сигналов в синтезаторе частоты, состоящем из фазового дискриминатора (ФД 2), ФНЧ и ГУН, используется метод временной трансформации (метод нониуса). Это позволяет уменьшить дискрет подстройки фазы без увеличения частот ЗГ и ГУН и существенно расширить частотный диапазон функционирования системы. Метод временной трансформации реализуется следующим образом.

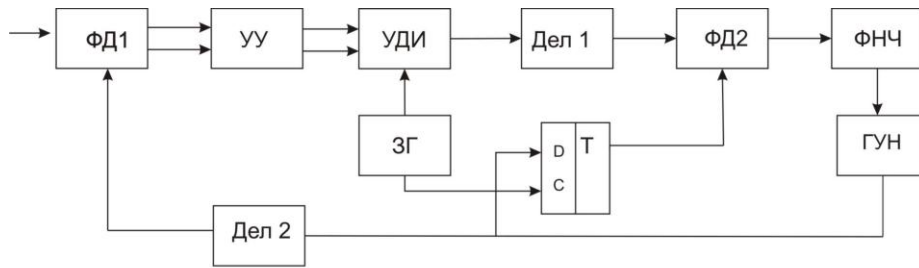


Рис. 1. Функциональная схема:

ФД – фазовый дискриминатор; УУ – усредняющее устройство; УДИ – устройство добавления-исключения импульсов; Дел – делитель; ЗГ – задающий генератор; ГУН – генератор, управляемый напряжением; ФНЧ – фильтр нижних частот

Частоты сигналов задающего генератора (ЗГ)  $f_{зг}$  и генератора опорного сигнала (ОГ)  $f_{ог}$  определяются одним из возможных соотношений:

$$f_{зг} = \frac{m}{m+1} f_{ог}, \quad (1)$$

где  $f_{ог} = n f_0$ ;  $f_0$  – частота опорного сигнала на входе дискриминатора системы;  $m$  – число, определяющее величину дискрета подстройки фазы эталонного сигнала в контуре цифровой ФАПЧ ( $\Delta\varphi = 2\pi / mn$ ).

Из высокостабильного сигнала ЗГ делением его частоты на величину  $m$  с помощью делителя Дел 1 формируется эталонный сигнал для аналоговой ФАПЧ. Фаза эталонного сигнала корректируется с помощью УДИ. При этом период эталонного сигнала в отсутствие коррекции равен

$$T_{эс} = m t_{зг} = (m+1) t_{ог}, \quad (2)$$

а частота  $F_{эс} = f_{зг} / m$ , где  $t_{зг} = 1 / f_{зг}$  – период сигнала ЗГ;  $t_{ог} = 1 / f_{ог}$  – период сигнала ГУН.

Коррекция фазы эталонного сигнала на величину дискрета приведет к изменению его периода на величину  $\pm t_{зг}$ :  $T_{эс} = (m \pm 1) t_{зг} = (m+1) t_{ог} \pm \left(1 + \frac{1}{m}\right) t_{зг}$ .

Формирование опорного сигнала для аналоговой ФАПЧ производится с помощью D-триггера, на информационный вход D которого подается сигнал ГУН, а на синхровход – сигнал ЗГ. В результате этого на выходе триггера формируется сигнал разностной частоты с периодом, равным  $(m+1) t_{ог}$ , что эквивалентно делению частоты последнего на  $(m+1)$ .

$$F_{иэ} = f_{иэ} - f_{зг} = f_{иэ} \left(1 - \frac{m}{m+1}\right) = \frac{f_{иэ}}{m+1}.$$

Таким образом, при выполнении соотношений (1), (2) в отсутствие импульсов коррекции период эталонного сигнала равен целому числу ( $m$ ) периодов сигнала ЗГ и целому числу  $(m+1)$  периодов ОГ, т.е. частоты опорного и эталонного сигналов равны. Коррекция фазы опорного сигнала относительно фазы эталонного сигнала производится на счет кольца аналоговой ФАПЧ. Добавление с помощью УДИ импульса коррекции в последовательность, формируемую ЗГ, или его исключение приведет к изменению периода опорного сигнала  $T_{эс}$  на величину  $t_{зг}$ , что соответствует сдвигу фазы эталонного сигнала частоты  $F_{эс}$  относительно фазы

$$\text{опорного на величину } \Delta\varphi = \pm \left( \frac{2\pi}{m+1} + \frac{2\pi}{m(m+1)} \right).$$

Эффект нониуса компенсирует возникшее фазовое рассогласование между эталонным и опорным сигналами частотой  $F_{эс}$  коррекцией фазы опорного сигнала частотой  $f_{ог}$  на величину

ну дискрета  $\Delta\varphi = \pm 2\pi/m$  по цепи обратной связи. Дополнительное уменьшение дискрета подстройки фазы производится за счет делителя Дел 2.

При технической реализации системы необходимо обеспечить фильтрацию помех и требуемую точность за счет основного узкополосного контура цифровой системы. Широкополосный синтезатор частоты, формирующий опорный сигнал, должен обладать высоким быстродействием, не ухудшая параметры системы. При этом при дискретном исполнении в качестве аналоговой ФАПЧ возможно применение простой схемы, например, интегральной микросхемы.

Для формирования квазилинейной модели системы [3] введем следующие обозначения.  $k_{д1}$  – крутизна характеристики дискриминатора основного контура;  $W_1(s)$  – передаточная функция цифровой части, включая усредняющее устройство, задающий генератор и дискретный фазовращатель (УДИ, Дел 1);  $K_2 = k_{д2} k_2$  – коэффициент усиления аналоговой ФАПЧ в разомкнутом состоянии;  $k_{д2}$  – крутизна дискриминационной характеристики;  $k_2$  – коэффициент передачи генератора (крутизна преобразования);  $W_\phi(s)$  – передаточная функция ФНЧ в контуре аналоговой ФАПЧ;  $\omega_0 = \omega_{ог} / n_d$  – частота опорного сигнала на входе дискриминатора ФД 1;  $n_d$  – коэффициент деления делителя Дел 1.

Значение крутизны дискриминационной характеристики, определяемой типом дискриминатора, можно найти в [3]. В частности, для дискриминатора релейного типа при малых отношениях сигнал/помеха  $k_{д1} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} s$ , где  $s = U_c / \sigma_{ш}$  – отношение сигнал/шум по напряжению.

Следуя методике [3], определим передаточную функцию  $W_1(s)$ . Сдвиг фазы эталонного сигнала частотой  $F_{3c}$  относительно опорного частоты  $F_{oc}$  за  $r$  периодов опорного сигнала на входе дискриминатора равен  $\varphi[r] = \frac{2\pi f_0}{n_y m} \sum_{j=1}^r z_d[j]$ , где  $z_d[j]$  – цифровой сигнал ошибки, равный числу импульсов на выходе дискриминатора за один период опорного сигнала частотой  $f_0$ .

При переходе к непрерывной модели суммирование заменяется интегрированием с умножением на частоту суммирования. Заменяв сумму интегралом и перейдя к изображениям по Лапласу, получим  $W_1(s) = \frac{\varphi(s)}{z_d(s)} = \frac{2\pi f_0}{n_y m} \frac{1}{s}$ , где  $n_y$  – коэффициент пересчета усредняющего устройства. Введя обозначение  $k_1 = \frac{2\pi f_0}{n_y}$ , учитывая операторы перехода от частоты к фазе  $1/s$ , модель системы представим в виде структурной схемы (рис. 2).

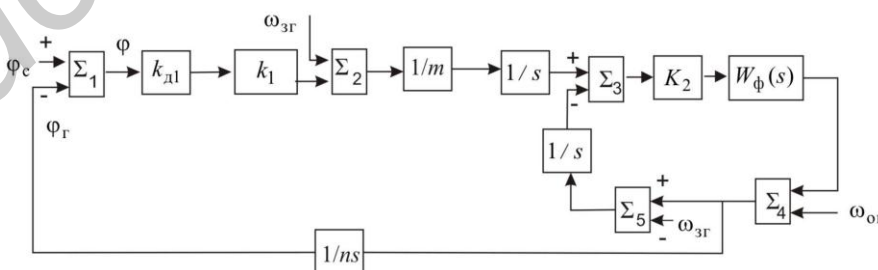


Рис. 2. Структурная схема

Преобразуем схему путем переноса идеального интегратора со входа на выход третьего сумматора  $\Sigma_3$ , пятого сумматора  $\Sigma_5$  – на второй вход третьего сумматора  $\Sigma_3$  делителя  $1/m$  с выхода – на входы второго сумматора  $\Sigma_2$ . Учитывая, что  $\omega_{зг} + \frac{1}{m} \omega_{зг} = \omega_{ог}$ , и введя обозначе-

ние  $k_1 = k_{д1} \frac{2\pi f_0}{n_y m}$ , в конечном итоге получим структурную схему в следующем виде (рис. 3).

Флюктуационная составляющая, приведенная ко входу дискриминатора, на структурных схемах (рис. 2, 3) не обозначена.

Определим передаточные функции. Передаточная функция ФНЧ в виде аperiодического звена первого порядка  $W_\phi(s) = \frac{1}{1 + sT_\phi}$ .

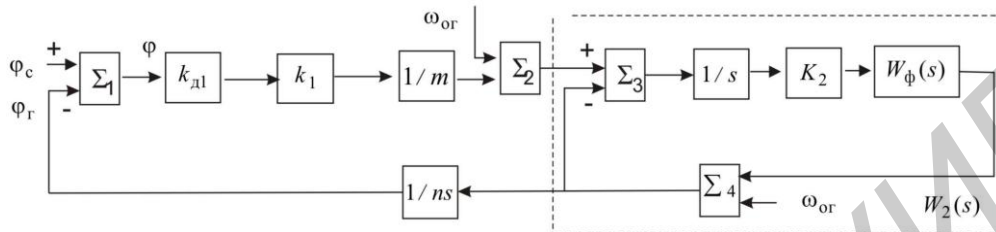


Рис. 3. Структурная схема

Передаточная функция аналоговой ФАПЧ:  $W_2(s) = \frac{K_2}{s(1 + sT_\phi) + K_2}$ .

Передаточная функция замкнутой системы:  $H(s) = \frac{K_1 K_2}{T_\phi s^3 + s^2 + K_2 s + K_1 K_2}$ .

Здесь  $K_1 = k_{д1} k_1 / mn$  – коэффициент усиления цифровой части системы в разомкнутом состоянии.

Передаточная функция ошибки по задающему воздействию:

$$H_\phi(s) = \frac{T_\phi s^3 + s^2 + K_2 s}{T_\phi s^3 + s^2 + K_2 s + K_1 K_2}.$$

Установившуюся ошибку определим по теореме о предельном значении оригинала

$$\varphi_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s H_\phi(s) \varphi(s), \quad s \rightarrow 0,$$

где  $\varphi(s)$  – изображение по Лапласу задающего воздействия.

$$\varphi_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{T_\phi s^3 + s^2 + K_2 s}{T_\phi s^3 + s^2 + K_2 s + K_1 K_2} \frac{\Delta\omega}{s^2} = \frac{\Delta\omega}{K_1}, \quad s \rightarrow 0 \quad (3)$$

где  $\Delta\omega$  – первоначальная частотная расстройка между номинальными значениями входного сигнала и сигнала ЗГ.

Условие устойчивости найдем по критерию Гурвица. Составив матрицу из коэффициентов характеристического уравнения  $T_\phi s^3 + s^2 + K_2 s + K_1 K_2 = 0$ , определим условие устойчивости:  $K_2 - T_\phi K_1 K_2 > 0$ .

Откуда следует, что  $T_\phi < 1/K_1$ .

Найдем величину эквивалентной шумовой полосы системы, используя известное выражение:

$$\Delta F_3 = \frac{1}{2\pi |H(0)|} \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 d\omega; \quad \Delta F_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left| \frac{K_1^2 K_2^2}{T_\phi (j\omega)^3 + (j\omega)^2 + K_2 j\omega + K_1 K_2} \right|^2 d\omega.$$

Определив коэффициенты и используя табулированные значения для вычисления стандартного интеграла Парсеваля, найдем

$$\Delta F_3 = \frac{K_1}{4(1 - T_\phi K_1)}. \quad (4)$$

Известно [4], что противоречивые требования к памяти фильтра с одновременной необходимостью слежения за текущими изменениями фазы в лучшей степени удовлетворяются при использовании в качестве ФНЧ пропорционально-интегрирующего фильтра с передаточной функцией  $W_\phi(s) = \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2}$ . При этом, как следует из [4], при определении соотношения  $l = T_1/T_2$  целесообразно коэффициент демпфирования выбирать близким к единице, что обеспечивает большее быстродействие и запас устойчивости; при этом  $l \approx 2/\sqrt{K_2T_2}$ .

Найдем параметры системы с пропорционально-интегрирующим фильтром.

$$W_2(s) = \frac{K_2(1 + sT_1)}{s(1 + sT_2) + K_2(1 + sT_1)}. \text{ Передаточная функция замкнутой системы:}$$

$$H(s) = \frac{K_1K_2(1 + sT_1)}{T_2s^3 + (1 + K_2T_1)s^2 + K_2(1 + K_1T_1)s + K_1K_2}.$$

Установившаяся ошибка равна  $\Delta\omega/K_1$ . Условие устойчивости:

$$K_2(1 + K_2T_1)(1 + K_1T_1) - K_1K_2T_2 > 0. \text{ Откуда следует, что } T_2 < \frac{(1 + K_2T_1)(1 + K_1T_1)}{K_1}.$$

$$\text{Эквивалентная шумовая полоса системы: } \Delta F_3 = \frac{K_1}{4} \frac{1 + K_2T_1 + K_1K_2T_1^2}{(1 + K_2T_1)(1 + K_1T_1) - K_1T_2}.$$

### Экспериментальная часть

С целью проверки выполнения требований по функциональному назначению системы и оценки показателей качества произведено аналитическое и имитационное моделирование системы в среде Simulink. Аналитическое моделирование выполнено по схеме рис. 3

Параметры аналитической модели: частота входного сигнала – 10 мГц; частота синтезатора 10 МГц ( $n=1, m=32$ ) и 40 мГц ( $n=4, m=8$ ), что обеспечивает дискрет подстройки фазы  $\Delta\phi = 2\pi/32$ . В качестве ФНЧ в контуре аналоговой ФАПЧ использовались два типа фильтров: апериодическое звено первого порядка и пропорционально-интегрирующее звено; в качестве дискриминатора основного контура – дискриминатор релейного типа. Величина коэффициента усиления разомкнутого контура определена с условием обеспечения динамической ошибки, равной 0,2 рад, при относительной частотной расстройке частот ЗГ и входного сигнала величиной  $10^{-4}$ . Результаты моделирования приведены на рис. 5, 6 в виде переходных и логарифмических характеристик. Кривая 1 соответствует частоте синтезатора, равной 10 мГц, в апериодическом звене в контуре, 2 – при пропорционально-интегрирующем звене. Кривая 3 соответствует частоте синтезатора, равной 40 мГц при апериодическом звене в контуре, 4 – при пропорционально-интегрирующем звене.

Имитационное моделирование выполнено на модели, собранной по схеме рис. 1. Проведены измерения полосы захвата синтезатора и системы в целом, установившейся ошибки, времени вхождения в синхронизм при отсутствии и наличии помехи на входе. Полоса удержания ФАПЧ синтезатора с ФНЧ в виде апериодического звена составляет величину порядка  $10^{-3} \cdot f_{ог}$ , с пропорционально-интегрирующим звеном – порядка  $3 \cdot 10^{-2} f_{ог}$ . Полоса удержания системы порядка  $10^{-3} \cdot f_0$ . Переходная характеристика и временные диаграммы импульсов управления на входах УДИ приведены на рис. 6.

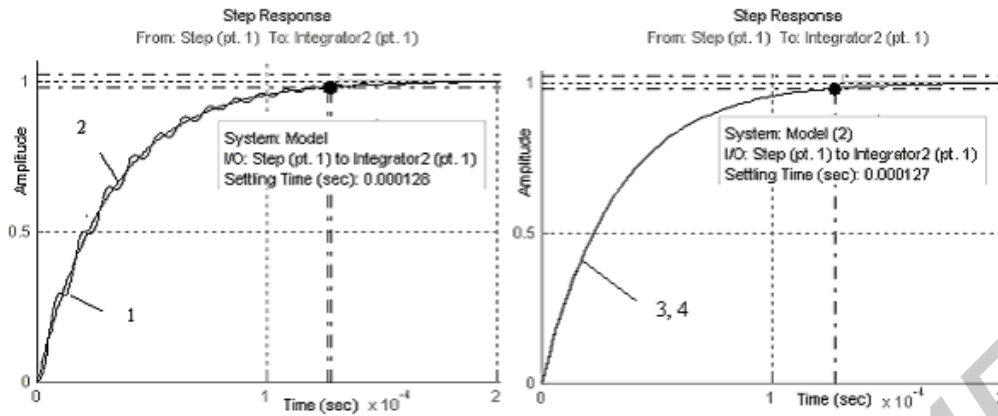


Рис. 4. Переходные характеристики

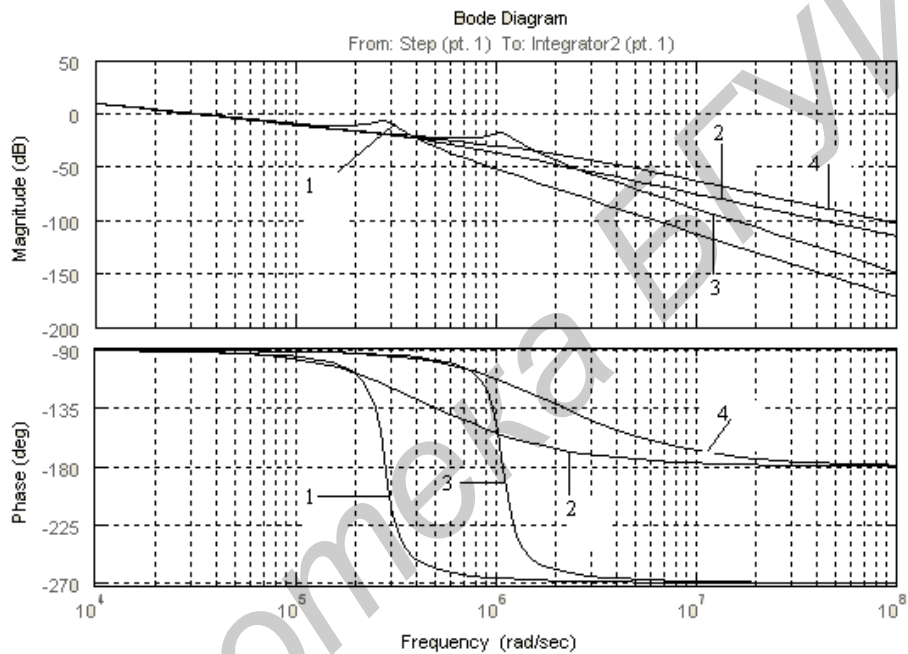


Рис. 5. Логарифмические амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики

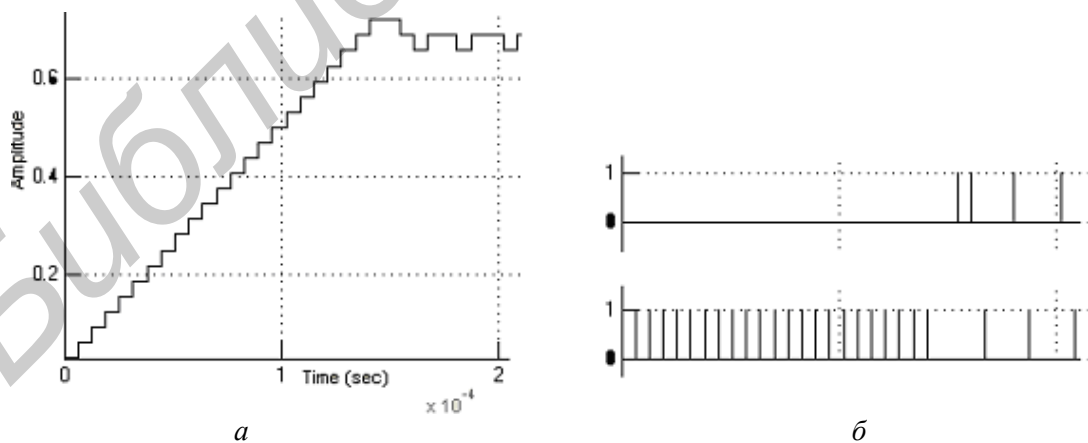


Рис. 6. Переходная характеристика (а) и временные диаграммы (б) импульсов коррекции на входе УДИ.

### Результаты и их обсуждение

Как следует из полученных зависимостей (3), установившаяся ошибка не зависит от параметров синтезатора частоты. Эквивалентная шумовая полоса (4), определяющая величину

флюктуационной ошибки, обратно пропорциональна постоянной времени апериодического звена. При выполнении неравенства  $T_{\phi} K_1 \ll 1$  ее влиянием можно пренебречь. Для пропорционально-интегрирующего звена соответствующее неравенство имеет вид

$$K_1 (T_2 - T_1) \ll 1 + K_2 T_1 + K_1 K_2 T_1^2.$$

Эти условия обеспечиваются расширением полосы пропускания аналоговой ФАПЧ, выполняющей функцию синтезатора. Однако без дополнительного делителя ( $n=1$ ) при частоте ГУН, равной частоте входного сигнала, эта возможность ограничивается частотой  $F_{\text{зс}}$ . Этот же вывод можно сделать и относительно обеспечения запаса устойчивости по амплитуде. Длительность переходного процесса (см. рис. 4) практически не зависит от параметров звеньев синтезатора. Но при увеличении коэффициента усиления основного контура при частоте входного сигнала, равной частоте ГУН, значительно увеличивается перерегулирование и возрастает длительность переходного процесса. Таким образом, для достижения поставленной цели величину дискрета подстройки необходимо обеспечивать путем увеличения частоты ГУН в  $n$  раз с последующим ее делением с помощью делителя Дел 2. При этом, как и в системе [1], сохраняется возможность практически на порядок уменьшить соотношение частот входного сигнала и ЗГ при одновременном снижении требований к стабильности частоты генератора, формирующего опорный сигнал.

### Заключение

Рассмотренная система позволяет существенно уменьшить по сравнению с цифровой системой соотношение частот задающего генератора и входного сигнала при неизменной величине дискрета подстройки фазы, определяющей потенциальную точность, и сравнительно низкой стабильности генератора, формирующего опорный сигнал. При этом незначительное влияние синтезатора на другие показатели качества (эквивалентную шумовую полосу, устойчивость) может быть достигнуто оптимальным выбором параметров его звеньев.

## ANALOG-DIGITAL SYSTEMS OF PHASE-LOCKED LOOP

S.A. GANKEVICH

### Abstract

Considered the system digital phase-locked loop with a frequency synthesizer (the reference signal generator), implemented by analog circuits phase-locked. In forming a reference signal in the frequency synthesizer is used vernier method, which reduces the discrete phase adjustment without increasing the frequency of the master oscillator and voltage controlled oscillator and substantially extend the frequency range of the system. The results of the analysis of quasicontinuous model of the main indicators of quality and results of mathematical modeling. Defined requirements for the parameters of system in order to ensure the specified quality.

### Список литературы

1. Ганкевич С.А., Аль Шариф А.А // Матер. межд. НПК «Актуальные проблемы радиоэлектроники: научные исследования, подготовка кадров». 2005. С.26–30.
2. Ганкевич С.А // Технические средства защиты информации: Матер. IX Бел.-росс. науч.-техн. конф. 2011. С. 26.
3. Жодзишский М.И., Прасолов В.А, Сила-Новицкий С.Ю, и др. Цифровые системы фазовой синхронизации. М., 1980.
4. Первачев С.В., Валуев А.А., Чиликин В.М. Статистическая динамика радиотехнических следящих систем. – М., 1973.