

УДК 004.05(075)

## ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛОЖНЫХ ЛОГИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Е.Н. ЖИВИЦКАЯ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П.Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 1 ноября 2012*

Показано, что множества элементов сложной логистической системы, их параметров, численных значений, свойств и в конечном итоге – структур сложной логистической системы являются топологическими пространствами, между которыми могут существовать свойства гомеоморфизма, что при решении ряда задач позволяет применять математический аппарат теории топологии.

*Ключевые слова:* логистическая система, топологическое пространство, элементы множества, структура.

### Введение

В мировом сообществе в настоящее время наблюдается значительный рост интереса к развитию логистики и информационных систем, обеспечивающих эффективную интеграцию и взаимодействие логистических процессов. Развитие данного направления имеет большую значимость и для Республики Беларусь, осуществляющей поиск новых путей ускоренного развития экономики. Одним из таких путей, как показывает мировой опыт, является использование инструментария логистики и построение логистических систем на микро- и макроэкономическом уровне. Развитие логистических производственных, торговых, транспортных и информационных систем имеет первостепенное значение, так как позволит ускорить интеграцию нашей страны в мировое экономическое и информационное пространство.

Решение логистических задач в современном мире немыслимо без активного использования информационных технологий. Невозможно представить формирование и организацию работы логистической цепи без интенсивного обмена информацией в реальном времени, без возможностей и средств обеспечения быстрого реагирования на динамику потребностей рынка. Практически невозможно в настоящее время обеспечить требуемое потребителями качество товаров и услуг без применения информационных систем и программных комплексов для анализа, планирования и поддержки принятия коммерческих решений в логистической цепи. Более того, именно благодаря развитию информационных систем и технологий, обеспечившему возможность автоматизации типовых технологических операций, логистика стала доминирующей формой организации движения товародвижения на высоко конкурентных рынках экономически развитых стран. И наиболее перспективным направлением является внедрение информационных систем и технологий в логистические интеграционные процессы.

### Модели и объекты логистических систем

Математические модели логистических систем могут иметь различный вид в зависимости от стоящей задачи и методов исследования. К экономико-математическим методам, применяемым в логистике, относятся [1]:

– экономико-статистические методы;

- методы математической экономики и эконометрии;
- методы исследования операций;
- методы экономической кибернетики.

Каждый из методов основан на использовании соответствующего математического аппарата.

В большинстве случаев логистическая система представляет собой совокупность элементов (производители, посредники, потребители), объединенных логистическими потоками [2]. Различают материальные, финансовые, сервисные и сопутствующие им информационные потоки. При этом логистический поток – совокупность объединенных по определенному признаку объектов (множеств), перемещаемая в пространстве и во времени и адаптированная к количественным и качественным преобразованиям в соответствии с воздействием на нее субъекта управления логистической системой [3].

Каждый из логистических потоков характеризуется множеством своих объектов. В материальном потоке в качестве объектов выступают материальные ресурсы (сырье, материалы, изделия и др.), предметы производства и готовая продукция. В финансовом потоке объектами являются финансовые средства в наличной или безналичной форме, обеспечивающие эффективное функционирование логистической системы и ее звеньев в условиях товарно-денежных отношений. В качестве совокупности объектов сервисного потока выступает определенный набор нематериальных благ, получаемый клиентами в соответствии с их потребностями.

Информационные потоки сопровождают все другие виды потоков и представляют собой определенные законченные сообщения в различной (в основном электронной) форме, предназначенные для принятия и реализации управленческих решений. Информационные потоки образуют логистические информационные системы, классифицируемые по масштабу, сфере применения, способу организации [4].

В зависимости от задач и методов исследования могут рассматриваться следующие виды моделей логистических систем [1]:

- модели, охватывающие отдельные логистические операции или функции;
- модели, охватывающие несколько логистических операций или функций;
- модели логистических систем (каналов, сетей).

Как показано в [2] сложную логистическую систему как некое множество взаимосвязанных и взаимодействующих подсистем при математической формализации удобно описывать на основе использования теории графов, что дает графическое представление о составе системы и функциональных связях между ее элементами. При этом проявляются специфические свойства, позволяющие при исследовании технической системы использовать широкие возможности математического аппарата теории множеств и топологии.

Рассмотрим свойства соответствующего сложной логистической системе графа  $G(V, E)$ . Данный граф характеризуется двумя конечными множествами:  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{nv}\}$  – множество вершин,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{ne}\}$  – множество ребер графа,  $nv$ ,  $ne$  – соответственно количество вершин и количество ребер графа системы.

Так как каждое ребро определяется двумя вершинами, то множество ребер  $E$  представляет собой систему (семейство) подмножеств из  $V$ , удовлетворяющее следующим условиям:

- 1) пустое множество  $\emptyset$  и  $V$  принадлежат  $E$ ;
- 2) если множества  $E'$  и  $E''$  принадлежат  $E$ , то и пересечение  $E' \cap E''$  принадлежит  $E$ ;
- 3) объединение любого семейства множеств из  $E$  принадлежит  $E$ .

Следовательно,  $E$  – топология в  $V$  и пара  $(V, E)$  является топологическим пространством [5].

### Топологические свойства логистических потоков

Для реальной логистической системы на элементарном уровне описания множество  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{nv}\}$  представляет собой множество элементов, из которых состоит данная система  $N = \{N_1, N_2, \dots, N_{nv}\}$ . Например, для материальных потоков это могут быть пункты поставки и потребления материалов, продукции, для финансовых потоков – пункты осуществления фи-

нансовых операций. При переходе к более высокому уровню описания (абстракции) систем в качестве элементов множества  $N$  могут представляться целые системы (подсистемы).

Каждому элементу  $N_i \in N$  соответствует некоторый основной материальный или финансовый параметр, его характеризующий. Например, для упоминавшихся выше материальных или финансовых потоков это могут быть различные товары, валюта и т.д. Для систем высокого уровня абстракции в качестве параметров элементов системы (подсистем) принимают совокупность параметров, сводимых к одному обобщающему. Следовательно, множеству элементов системы  $N$  соответствует некое множество параметров  $\theta = \{\theta_1, \theta_2 \dots \theta_{n\theta}\}$  этих элементов. Если каждый элемент системы характеризуется только одним параметром, то  $n\theta = n\theta$ , и множества  $N$  и  $\theta$  являются равномошными.

Каждый параметр  $\theta_i \in \theta$  может принимать различные численные значения  $\varphi_i \in \Phi_i$ , а  $\Phi_i \in \Phi$ , где  $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2 \dots \Phi_{n\Phi}\}$  – множество числовых значений параметров материальных или финансовых потоков.

В свою очередь от числовых значений параметров  $\varphi_i \in \Phi_i$  зависят информационные характеристики  $N_i$ -х элементов, которые представляют множество объектов логистических информационных потоков  $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2 \dots \Pi_{n\Pi}\}$ .

Логистический информационный поток сам по себе является достаточно сложной системой и делится на ряд составляющих: реквизит, показатель, документ и массив [2].

Реквизит – элементарная единица сообщения. Реквизит характеризует количественную или качественную составляющую информационной совокупности. Так, например, реквизиты – наименование организации, наименование товара, цена товара, и т.п. Каждый реквизит может быть представлен совокупностью символов: цифровых, буквенных, специальных.

Документы, используемые в процессе управления, могут включать один или несколько показателей с обязательным удостоверением (подписью или печатью) лица, ответственного за содержащуюся в документах информацию. Поскольку получение исходных данных является сферой деятельности человека, то большинство документов создается на стадии сбора и регистрации данных, хотя немалая доля документов поступает в систему от внешних (вышестоящих и др.) организаций. Например, в бухгалтерском учете показатель, его основание является результатом счета, взвешивания и т.п. Он служит основой получения сводных бухгалтерских и статистических данных, которые, в свою очередь, будут входящей информацией при составлении статистических отчетов в разрезе организации, отрасли, региона и т.д.

Массив представляет собой совокупность однородных данных, имеющих единую технологическую основу и объединенных единым смысловым содержанием. Данные (процессы, явления, факты, и т.п.), представленные в формализованном виде, пригодны для передачи по каналам связи и для обработки на компьютере. Основными элементами массивов, определяющими их содержание, являются записи.

Записи – это элементы массива, которыми оперируют пользователи при обработке информации. Элементами записей, имеющих единое смысловое значение, являются информационные поля.

Данные, принадлежащие к одному массиву, записываются по общим правилам (в соответствии с технологией накопления, хранения и обработки данных, принятой в организации). Тип массива определяется его содержанием (например, массив материальных нормативов, массив поставщиков материалов), функциями в процессе обработки данных (входной, выходной, промежуточный массивы). Информационный массив, снабженный символическим именем, однозначно определяющим его в информационной системе, называется файлом.

Если информационные потоки представляют собой реляционные базы данных типа Microsoft Access, то объектами  $\Pi$  являются таблицы, запросы, формы, отчеты, страницы доступа к данным, макросы, модули. Множества  $\Phi$  и  $\Pi$  не являются равномошными, так как между их элементами нет взаимно-однозначного отображения ( $n_\Phi \neq n_\Pi$ ), т.е. количество их элементов различно.

Между множествами  $N$  и  $\theta$ ,  $\theta$  и  $\Phi$ ,  $\Phi$  и  $\Pi$  существуют связи и зависимости, которые в общем случае определяются бинарными отношениями  $r$ , устанавливающими соответствие между элементами одного и другого множества:

$$N \stackrel{r_1}{\sim} \theta, \theta \stackrel{r_2}{\sim} \Phi, \Phi \stackrel{r_3}{\sim} \Pi.$$

Рассмотрим  $N \times \theta$ -множество упорядоченных пар элементов  $(N_i, \theta_j)$ , из которых  $N_i \in N$ ,  $\theta_j \in \theta$ . Так как бинарное отношение  $r \subset N \times \theta$  всюду определено на  $N$ , то есть его область определения  $dom r$  совпадает с множеством  $N$ , то оно является отображением множества  $N$  в множество  $\theta$  и записывается  $\phi_1 : \theta \rightarrow N$ . Следовательно, множество  $\{N : \exists \theta ((N, \theta) \in r)\}$  – прообраз отношения  $r_1$ , а множество  $\{\theta : \exists N ((N, \theta) \in r)\}$  – образ отношения  $r_1$ . Для любых двух различных элементов  $N_1$  и  $N_2$  из  $N$  их образы  $\theta_1 = \theta(N_1)$  и  $\theta_2 = \theta(N_2)$  также различны. В то же время, являясь образом для  $N$ , множество  $\theta$  является прообразом для множества  $\Phi$ , которое, в свою очередь, является образом для  $\theta$  и прообразом для множества  $\Pi$ , т.е.  $\phi_2 : \theta \rightarrow \Phi$ ,  $\phi_3 : \Phi \rightarrow \Pi$ . На практике, с учетом свойств реальной логистической системы, отображения  $\phi_1$  и  $\phi_3$  являются однозначными, а отношение  $\phi_2$  – многозначным.

Таким образом, множество вершин графа  $V = \{v_1, v_2 \dots v_{nv}\}$  может характеризовать различные физические понятия в зависимости от того, какая задача стоит перед исследователем, а использование гомоморфизма – отображения множества элементов одной модели в множество элементов другой модели системы – позволяет для одной и той же технической системы создавать и исследовать модели различного вида: физические, абстрактные, информационные, концептуальные и прочие.

Множество ребер графа сложной системы  $E = \{e_1, e_2 \dots e_{ne}\}$  характеризует связи между элементами (топологию в  $V$ ). Пара  $(N, E)$  является топологическим пространством элементов системы. При гомоморфизме в другое множество (переходе к другой модели) получают соответствующие связи (топология) между параметрами  $\theta$ , а также их числовыми значениями  $\Phi$  и свойствами  $\Pi$ . Таким образом, осуществляется переход к новым топологическим пространствам:  $(\theta, E)$ ,  $(\Phi, E)$ ,  $(\Pi, E)$ .

Отображение топологического пространства  $(N, E)$  в топологическое пространство  $(\theta, E)$  является непрерывным в каждой точке  $N$ . При этом имеет место взаимное обратное отображение  $\phi_1^{-1} : \theta \rightarrow N$ , следовательно, мы имеем дело с гомеоморфными топологическими пространствами  $(N, E)$  и  $(\theta, E)$ . В общем случае этого нельзя сказать о топологических пространствах  $(\Phi, E)$  и  $(\Pi, E)$ , которые не имеют взаимно-однозначного прямого и обратного отображения. Однако для ряда практических задач при наложении дополнительных ограничений можно достичь гомеоморфизма между всеми приведенными выше топологическими пространствами:  $(N, E)$ ,  $(\theta, E)$ ,  $(\Phi, E)$ ,  $(\Pi, E)$ .

В реальной сложной логистической системе некоторые связи между элементами системы (подсистемами) по различным техническим или субъективным причинам могут обрываться или изменяться в случайные моменты времени. Это означает, что имеет место ослабление топологии – вместо множества  $E$  имеем множество  $E^{(s)} = \{\dots, e_{ns}\}$ ,  $(s = \overline{1, ns})$ . Если кроме изменения связей между подсистемами других внезапных изменений в системе нет, то  $ns$  – количество возможных состояний (структур) системы.  $E^{(s)} \subset E$ , следовательно,  $E^{(s)}$  – более слабая топология по сравнению с  $E$ . Среди всех топологий в  $V$  нулевая  $(V, \emptyset)$  – слабейшая, а так называемая дискретная  $(V, E)$  – сильнейшая, так как она состоит из всех подмножеств (ребер). Обе эти топологии – экстремальные в шкале сравнения топологий.

В общем случае под состоянием (структурой) сложной логистической системы следует подразумевать не только наличие или отсутствие соответствующих связей между подсистемами, но и такое состояние самих подсистем, которое характеризуется существенным отличием их свойств. Совокупность возможных структур с логистической системы представляет собой множество  $S = \{s_1, s_2 \dots s_{ns}\}$ . Это множество зависит от множества свойств системы  $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2 \dots \Pi_{n\Pi}\}$ . Между множествами  $\Pi$  и  $S$  нет взаимно-однозначного соответствия, так как они имеют разную мощность (кардинальное число). Однако вследствие того, что элементы множества  $S$  (структуры подсистем) определяются элементами множества  $\Pi$  (свойствами под-

систем), то для  $i$ -й подсистемы  $s_i$  является образом для  $\Pi_i$ , то есть  $\phi_4 : \Pi_i \rightarrow s_i$ . Следовательно, имеет место отображение  $\phi_5 : \Pi \rightarrow S$ .

Множество  $S$  – конечное и для каждого  $s_i$  имеет место конкретная математическая модель, которая в пространстве состояний характеризуется множеством фазовых координат системы  $X^{(s)} = \{X_1^{(s)}, X_2^{(s)} \dots X_{n_x}^{(s)}\}$ .  $X_i^{(s)}$  – множество фазовых координат  $i$ -й подсистемы – подмножество множества  $X$ ;  $X_i^{(s)} \subset X_i^{(s)}$ .

Множества  $X=X(t)$  и  $S=S(t)$  являются основой для использования математического аппарата теории динамических систем со случайной структурой, а использование при этом методов теории топологии позволяет учесть специфические свойства сложных мультиструктурных систем при их анализе и синтезе.

Таким образом, множества элементов сложной логистической мультиструктурной системы, их параметров, численных значений, свойств и в конечном итоге – структур логистической системы являются топологическими пространствами, между которыми могут существовать свойства гомеоморфизма, что при решении задач управления логистическими системами позволяет применять математический аппарат теории топологии.

Формирование информационных систем невозможно без исследования потоков в разрезе определенных показателей. Например, решить задачу оснащения определенного рабочего места вычислительной техникой невозможно без знания объемов информации, проходящее через это рабочее место, а также без определения необходимой скорости ее обработки.

Оперативно и качественно управлять информационным потоком можно посредством организации информационной системы, выполняющей следующие операции:

- переадресация информационного потока;
- ограничение скорости передачи до соответствующей скорости приема;
- уменьшение или увеличение объема информации на отдельных участках прохождения информации;
- ограничение объема потока до величины пропускной способности отдельного узла или участка пути.

Информационные системы в логистике позволяют осуществлять управление материальными и финансовыми потоками на уровне отдельного предприятия, а могут способствовать организации логистических процессов на территории регионов, стран и даже групп стран.

## TOPOLOGICAL PROPERTIES OF COMPLICATED LOGISTICAL SYSTEMS

H.N. ZHIVITSKAYA

### Abstract

It is shown that sets of elements of complicated logistical system, their parameters, numerical values, properties and, finally – structures of complicated logistical system are topological spaces with homeomorph properties. Mathematical instrument of the theory of topology can be applied for decision making.

### Список литературы

1. Модели и методы теории логистики / Под ред. В.С. Лукинского. СПб, 2007.
2. Шапиро Дж. Моделирование цепи поставок. – СПб, 2006.
3. Аникин Б.А., Тяпухин А.П. Коммерческая логистика. – М, 2006.
4. Избачков Ю.С., Петров В.Н. Информационные системы. СПб, 2005.
5. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М, 1977.