Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Факультет доуниверситетской подготовки и профессиональной ориентации

Р. Н. Левицкая, А. А. Григорьев

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие для иностранных слушателей
подготовительного отделения

В 2-х частях

Часть 1

Минск 2007

УДК 53(075.8)
ББК 22.3 я 73
Л 37

Левицкая, Р. Н.
Л 37 Элементарная физика : учебно-метод. пособие для иностранных слушателей подготовительного отделения. В 2 ч. Ч. 1 / Р. Н. Левицкая, А. А. Григорьев. – Минск : БГУИР, 2007. – 52 с.
ISBN 978-985-488-194-2 (ч.1)

В части I предлагается адаптированный материал по следующим разделам физики: кинематика, динамика, статика, законы сохранения. Приведены задания с вопросами по физике и упражнения по употреблению глаголов.

Предназначено для иностранных слушателей подготовительного отделения для ознакомления с физической лексикой и развития фонетических навыков говорения на русском языке.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3 я 73

ISBN 978-985-488-194-2 (ч.1)
ISBN 978-985-488-193-5
.

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА

§1.1. Равномерное движение

Введение

Физика – наука о природе. Она ставит своей задачей познавать окружающий мир, изучать его законы и применять их для решения практических задач.

В окружающем нас мире все находится в непрерывном движении. Простейшей формой движения является так называемое механическое движение – изменение взаимного расположения тел или частей тела. Установление законов механического движения тел составляет предмет одного из разделов физики – *механики*.

Принято делить механику на кинематику, динамику, статику и законы сохранения. Что изучает каждая из этих частей? *Кинематика* занимается только описанием движения тел. Она вводит в рассмотрение величины, которые характеризуют движение, и устанавливает связь между ними. Причины возникновения движения изучает *динамика*, которая устанавливает законы движения. *Статика* занимается изучением частного случая движения тела – состояния покоя, или равновесия, и условиями его существования. *Законы сохранения* – устанавливают физические величины, которые не изменяются в процессе движения тел.

Задание 1. Ответьте на следующие вопросы:

1. Что изучает физика? 2. Что является простейшей формой движения? 3. Что изучает механика? 4. Что изучает кинематика? 5. Что изучает динамика? 6. Что изучает статика? 7. Что изучают законы сохранения?

Механическое движение

Изучение законов механического движения лучше всего начинать с простого случая, например с исследования законов движения материальной точки. *Материальной точкой* называют тело, размерами которого можно пренебречь в данной задаче, тогда остальные тела будут называться протяженными. Если речь идет о движении Земли вокруг Солнца, то размерами Земли можно пренебречь по сравнению с расстоянием от нее до Солнца. В этом случае Землю можно считать материальной точкой. Если же нас интересует полет самолета, то размерами Земли пренебрегать нельзя, но самолет можно рассматривать как материальную точку, так как его размеры очень малы по сравнению с размерами Земли.

Конкретная ситуация обычно позволяет решить, можно ли данное тело считать материальной точкой, другими словами, будет ли точка являться моделью тела в механическом движении. В физике такой прием часто применяют в том случае, когда хотят выяснить только главные черты явления. На этом этапе детали явления не рассматриваются. По мере необходимости модель можно усложнить и тем самым приблизить ее к реальному объекту.

Если известны законы движения материальной точки, можно приступить к решению более сложной задачи о движении тела, размерами которого пренебречь нельзя. Такое тело можно мысленно разбить на части достаточно малых размеров (материальные точки) и применить законы движения материальной точки.

Перейдем к изучению механики материальной точки. В дальнейшем всюду будем считать, что рассматриваемое тело имеет сравнительно малые размеры, то есть является материальной точкой.

Упражнение 1. Запомните глаголы.

Глаголы	*Глагольное управление*
изучать	изучать что?
начинать	начинать что?
выделять	выделять что?
усложнять	усложнять что?
приближать	приближать что?
рассматривать	рассматривать что?
позволять	позволять что? кому?
применять	применять что?
выяснять	выяснять что?
приступать	приступать к чему?
разбивать	разбивать что?
пренебрегать	пренебрегать чем?
установить	установить что?
считать	считать что?

Упражнение 2

К глаголам, которые даны в таблице, подобрать существительные. От указанных глаголов образуйте существительные. Пример: определить условия – определение условий.

Упражнение 3

От указанных в таблице глаголов образуйте синонимичные конструкции, видоизменяя глагол. Пример: приблизить к реальному объекту – приближая к реальному объекту.

Задание 2. Ответьте на следующие вопросы:

1. С чего начинают изучение механики? 2. Что называется материальной точкой? 3. Когда Землю можно считать материальной точкой? 4. Когда можно приступить к решению более сложной задачи?

Система отсчета

Механическое движение – это перемещение одного тела относительно другого или перемещение частей тела относительно друг друга. Когда говорят о перемещении какого-либо тела, то имеют в виду, что существует второе тело, относительно которого отсчитывается перемещение. Если заранее не условиться о выборе этого второго тела, то будет непонятно, о каком перемещении идет речь.

Пусть на лодке, которая плывет по реке, стоит человек. Для наблюдателя, который находится на лодке, человек не будет перемещаться. Но другой наблюдатель, который стоит на берегу, будет видеть, что человек перемещается. Движение, как и положение тел, является по своему смыслу относительным. Относительно и состояние покоя. Так мы приходим к необходимости выбора тела, относительно которого определяются перемещения других тел. *Системой отсчета* называют тело (или группу тел), с которым связан способ определения времени. Выделенное тело (или группа тел) в данной задаче рассматривается как неподвижное и относительно него определяется положение других объектов. Вместе с выбранными направлениями в пространстве система отсчета образует *систему координат*.

Упражнение 4. Запомните глаголы.

Глаголы	*Глагольное управление*
перемещать	перемещать что?
отсчитывать	отсчитывать что?
образовать	образовать что?
наблюдать	наблюдать что?
иметь	иметь что?
условиться	условиться о чем?
перемещаться	перемещаться куда?
являться	являться чем?
перемещать	перемещать что?
определять	определять что?

Упражнение 5

К глаголам из таблицы подберите существительные, которые подходят к ним по смыслу. Пример: образовать что? – Систему.

Упражнение 6

От глаголов, которые приведены в таблице, образуйте существительные.

Упражнение 7

Видоизменяя глаголы, которые приведены в таблице, образуйте синонимичные конструкции.

Задание 3. Ответьте на следующие вопросы:

1. Что такое механическое движение? 2. Для чего в механике надо выделять какое-то тело или группу тел? 3. Что такое система отсчета? 4. Что такое система координат?

Движение материальной точки по прямой линии

Если материальная точка перемещается по прямой, то положение ее отсчитывается особенно просто. Нужно лишь выбрать на этой прямой начало отсчета и положительное направление. Тогда положение движущегося тела однозначно определяется расстоянием между его положением и началом отсчета – *координатой*. Предполагается, что система координат (вместе с началом отсчета) уже выбрана. Если определять координату x данного тела в различные моменты времени t, то можно получить зависимость x от времени t, т.е. x(t). Эту зависимость можно представить графически. Обычно по оси абсцисс откладывают время t, которое отсчитывают от некоторого «начального» момента времени, а по оси ординат – координату x.

Упражнение 8. Запомните глаголы.

Глаголы	*Глагольное управление*
перемещаться	перемещаться куда? как?
измерять	измерить что? чем? как?
выбирается	выбирается что? зачем? как?
представить	представить что? чем? как?
отложить	отложить что? где? на чём?

Упражнение 9. Запомните слова и словосочетания.

Ось	числовая ось
	горизонтальная ось
	вертикальная ось
Плоскость	координатная плоскость
Направление	положительное направление
	отрицательное направление
	противоположное направление

Равномерное движение по прямой линии

Равномерным называется такое движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит равные расстояния. Для случая равномерного движения тела по прямой зависимость x от t на графике (рис. 1) имеет вид прямой линии. В этом случае скорость можно определить как отношение изменения координаты движущегося тела Δx к интервалу времени Δt, то есть $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Эта величина определяется наклоном графика x(t) к оси времени t.

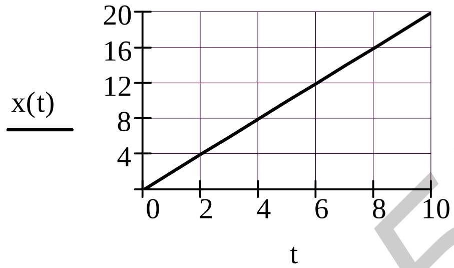

Рис. 1

Определим понятие скорости для случая равномерного движения тела по прямой. *Скорость* равномерного движения есть величина, численно равная пути, который тело проходит за единицу времени. В этом определении содержится способ экспериментального нахождения определяемой величины, в данном случае – скорости.

Из соотношения $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ следует, что за единицу измерения скорости принимается скорость такого движения, при котором тело проходит единицу пути за единицу времени. Если путь измеряется в метрах, а время в секундах, то единицей измерения скорости будет 1 *метр в секунду*, или 1 *м/с*.

На графике (см. рис. 1) скорость движения имеет вполне конкретный геометрический смысл: отношение $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ равно тангенсу угла наклона прямой линии, представляющей зависимость координаты от времени, к оси времени.

Сложение перемещений

Пусть человек идет по лодке, которая плывет по реке. Вместе с лодкой человек движется относительно воды. В свою очередь, течение перемещает лодку вместе с человеком. Земля вместе с предметами, которые расположены на ней, вращается вокруг своей оси. Как видим, движение человека является сложным и проявляется как результат ряда составляющих движений.

В этом примере при рассмотрении каждого составляющего движения мы выбирали систему координат. Для каждого из них это была своя система координат. При каждом переходе от одного движения к другому оказывалось, что своя система координат сама находится в движении относительно другой.

Движение, в котором участвует тело вследствие движения самой системы координат, часто называют *переносным* (в отличие от движения тела в системе координат, которое называют *относительным* движением). Таким образом, следует научиться прежде всего находить суммарное *абсолютное* перемещение тела, которое совершает относительное и переносное движения.

Отметим, что типы движения («переносное», «относительное», «абсолютное») зависят от выбора системы координат. Однако всякое движение является относительным по своему характеру, то есть требует указания системы координат.

Векторы и скаляры

Таким образом, результат сложения перемещений зависит не только от величин слагаемых, но и от направления составляющих движений. Значит, для определения перемещения недостаточно задать только его величину. Нужно задать еще направление этого перемещения в пространстве. Величины, которые характеризуются не только численным значением, но и направлением в пространстве, называются *векторами* (их обозначения пишутся со стрелкой, например $\vec{a}$). Перемещение точки – *векторная величина.* Вектором является и скорость, поскольку она определяется перемещением точки за интервал времени, равный единице. На чертеже вектор изображают отрезком со стрелкой на конце, то есть направленным отрезком.

В физике часто используются и величины, которые характеризуются только своим численным значением. О таких величинах нельзя сказать, как они направлены в пространстве. Эти величины называются *скалярами.* К числу скаляров относятся, например, длина, площадь, объем и т.д.

Сложение скоростей

Правило сложения перемещений как векторов позволяет сформулировать правило сложения скоростей тела, которое участвует одновременно в нескольких составляющих движениях по соответствующим прямым в единицу времени. Это значит, что задача сложения скоростей фактически сводится к задаче сложения перемещений. Следовательно, для нахождения суммарной скорости движения, которое состоит из двух простых движений, нужно воспользоваться правилом параллелограмма. Сторонами параллелограмма являются векторы скоростей. Они изображены на чертеже в виде отрезков прямых в направлениях, которые параллельны каждому из движений.

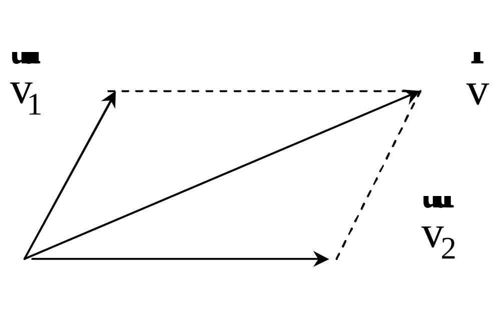

Рис. 2

Если тело участвует в нескольких движениях, правило параллелограммма нужно применить последовательно несколько раз. На рис. 2 показан пример сложения двух скоростей. Нетрудно убедиться, что если каждое из составных движений равномерное, то и суммарное движение равномерно. В самом деле, каждому из составляющих движений соответствует в данном случае неизменная скорость. Значит для нахождения суммарной скорости движения надо сложить скорости, каждая из которых не меняется со временем. Следовательно, и результат сложения не зависит от времени, т. е. движение равномерно.

§1.2. Равнопеременное движение

Мгновенная скорость

Движение может и не быть равномерным. Это будет в том случае, когда за равные промежутки времени тело проходит неравные расстояния. Для прямолинейного неравномерного движения также вводят понятие скорости. При этом различают среднюю и мгновенную скорости. Средней скоростью на пути Δx, пройденном за время Δt, называют величину $v_{ср} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

Как видим, способ нахождения средней скорости неравномерного движения такой же, как и для скорости равномерного движения. Отличие состоит в том, что при нахождении скорости v равномерного движения величину интервала времени Δt (или расстояния Δx) можно выбрать произвольной – результат всегда будет одинаков. Для неравномерного движения это не так: величина $v_{ср}$ зависит от выбора Δt (или Δx). Поэтому говорят о средней скорости за время Δt (или, что то же самое, о средней скорости на пути Δx).

Если выбрать величину интервала Δt достаточно малой, то в пределах этого интервала времени движение будет практически равномерным. Равномерность движения обеспечена тем лучше, чем меньше Δt. Среднее значение скорости $v_{ср}$ для этого достаточно малого интервала

Δt практически совпадает со значением скорости в любой из интервалов времени в пределах интервала Δt.

Таким образом, для нахождения скорости тела в какой-либо момент времени t_0 (такую величину называют мгновенной скоростью) нужно найти предел отношения приращения пути $\Delta x = x - x_0$ за время $\Delta t = t - t_0$. Отсюда видно, что равномерным можно называть такое движение, при котором мгновенная скорость остается неизменной.

Ускорение

Ускорение есть мера быстроты изменения скорости тела, или, иначе говоря, скорость изменения скорости. Оно измеряется изменением скорости в единицу времени. Если в начальный моментвремени t_0 скорость тела равна v_0, а в момент времени $(t_0 + \Delta t)$ оказалась равной v, то среднее ускорение $a_{ср}$ тела определяется соотношением: $a_{ср} = \dfrac{v - v_o}{t - t_o} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$.

Скорость тела может возрастать с течением времени. Движение в таком случае называют *ускоренным*. При этом проекция вектора ускорения на ось движения имеет положительный знак. Если скорость тела уменьшается со временем, говорят, что движение замедленное. В этом случае проекция ускорения будет отрицательной величиной.

Если результат вычисления ускорения зависит от величины интервала Δt, то можно по аналогии с понятием мгновенной скорости ввести понятие мгновенного ускорения. Под таковым будем понимать предел величины среднего ускорения при уменьшении интервала времени Δt до нуля.

Ускорение есть вектор, поскольку оно соответствует изменению вектора скорости в единицу времени. Вектор ускорения не обязательно направлен вдоль вектора скорости. Взаимное направление этих векторов определяет характер движения.

Зависимость скорости от времени при равнопеременном движении

Равнопеременным называется такое движение, при котором мгновенное ускорение постоянно, т. е. совпадает со средним ускорением. В этом случае $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$, то есть скорость изменяется по линейному закону.

Зависимость проекции скорости от времени можно изобразить графически (как и зависимость координаты от времени). Соотношение $v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$ представится на графике в виде прямой линии. Если по оси абсцисс откладывать время t, а по оси ординат скорость v_x, то получим прямую линию, отсекающую по оси скоростей отрезок длиной v_{0x} (рис. 3).

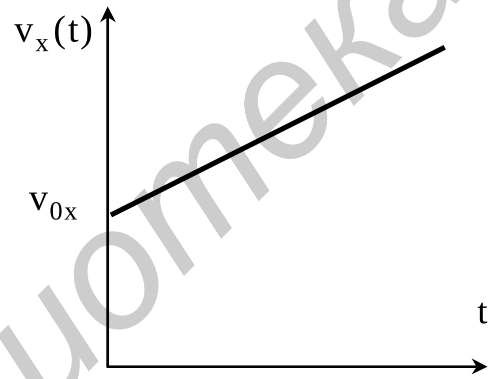

Рис. 3

На графике зависимости скорости от времени проекция ускорения на ось OX имеет вполне конкретный геометрический смысл: отношение приращения скорости к соответствующему приращению времени $\frac{\Delta v}{\Delta t}$. Это эквивалентно нахождению на графике тангенса угла наклона прямой к оси времени.

Таким образом, если в виде графиков заданы зависимости скорости от времени для нескольких тел, то можно легко определить, какое из них движется с большим ускорением. О величине проекции ускорения на ось OX для данного тела можно судить по тангенсу угла наклона α графика соответствующей зависимости $v_x(t)$:

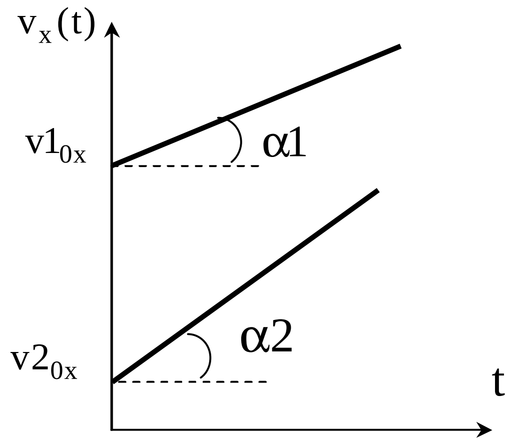

Рис. 4

Из графика на рис. 4 следует, что первое тело имеет меньшую величину ускорения, чем второе.

Зависимость пути от времени при равнопеременном движении

Найдем зависимость пути от времени при заданных значениях проекций начальной скорости v_{0x} и ускорения a_x. Для вычисления пути S, пройденного телом за время Δt, можно было бы использовать формулу $v_x \cdot \Delta t$ для пути при равномерном движении. Однако нужно учесть, что в нашем случае, скорость v_x – величина переменная, поэтому ее можно применять только для достаточно малых интервалов времени Δt.

Для нахождения пути, пройденного телом за конечное время t, поступим следующим образом. Разделим весь промежуток времени от 0 до t на несколько интервалов по Δt каждый. Величину интервала Δt выберем достаточно малой, чтобы в его пределах движение можно было считать равномерным. Задача о нахождении пути S переходит в задачу о нахождении суммы «элементарных» путей, каждый из которых тело проходит последовательно за время Δt, так как это показано на рис. 5.

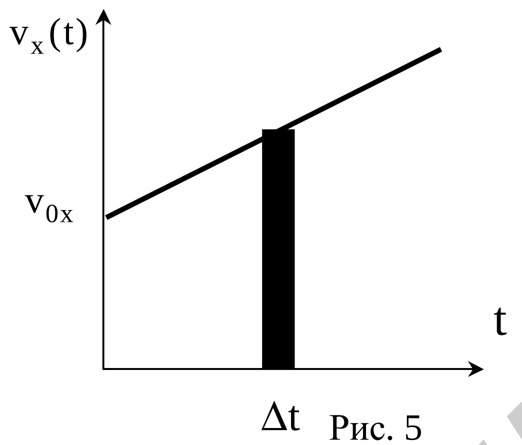

Рис. 5

В итоге, величина полного пути будет численно равна площади фигуры под графиком, в данном случае – площади трапеции: $S = S_{тр} = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t$. Если применить подстановки v_x и t, то можно получить еще две эквивалентные формулы: $S = v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}$ и $S = \frac{{v_x}^2 - {v_{0x}}^2}{2 \cdot a_x}$.

§ 1.3. Криволинейное движение

Скорость при криволинейном движении

До сих пор мы ограничивались рассмотрением таких случаев движения, когда тело перемещается по прямой линии. Часто встречается движение тела по кривым линиям – *криволинейное* движение. Линию, по которой движется тело, называют *траекторией*. Криволинейным является движение тела, которое брошено под углом к горизонту, а также движение Земли вокруг Солнца. По кривой линии перемещаются точки на ободе движущегося колеса.

Для простоты мы будем всюду ограничиваться рассмотрением только *плоского* движения, при котором траектория тела лежит в определенной плоскости.

Криволинейное движение тела, как и прямолинейное, характеризуется вектором скорости. Скорость криволинейного движения тела $\vec{v}$ (как и скорость движения тела по прямой) измеряется отношением перемещения тела $\Delta\vec{s}$ за интервал времени Δt к величине этого интервала: $\dfrac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$.

Как и в случае движения тела по прямой, интервал времени Δt должен быть достаточно малым, так как мы хотим определить не среднюю скорость тела за время Δt, а его мгновенную скорость, или просто скорость. Одна из причин этого такая же, как и при движении точки по прямой: если время Δt недостаточно мало, то скорость, которая вычисляется таким образом, может оказаться зависящей от величины интервала Δt. Но есть и другая причина. Скорость – вектор, потому надо правильно определять не только ее величину, но и направление в данный момент времени.

Для прямолинейного движения было ясно, как направлена скорость – вдоль заданной прямой. При криволинейном движении направление вектора, который определяется отношением $\dfrac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$, зависит от выбора величины интервала времени Δt. С уменьшением Δt направление вектора перемещения $\Delta\vec{s}$ все более приближается к направлению касательной, которая проведена в данной точке траектории. При очень малых величинах Δt направление вектора $\Delta\vec{s}$ будет почти совпадать с направлением касательной. Отсюда можно заключить, что вектор мгновенной скорости тела направлен по касательной к его траектории (рис. 6).

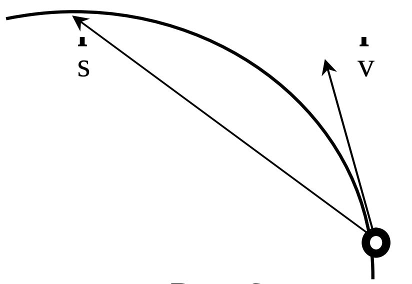

Рис. 6

Ускорение при криволинейном движении

Другой характеристикой криволинейного движения является ускорение. Как и для движения тела вдоль прямой, при криволинейном движении ускорение измеряется отношением приращения скорости $\Delta\vec{v}$ за интервал времени Δt к величине этого же интервала Δt : $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Интервал Δt надо брать настолько малым, чтобы при дальнейшем уменьшении интервала времени отношение $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ практически не менялось. Если же временной интервал Δt будет недостаточно мал, отношение $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ даст нам среднее ускорение за время Δt .

В отличие от случая прямолинейного движения тела, при криволинейном движении направление вектора ускорения в данной точке траектории может не совпадать с направлением вектора скорости. Тело потому и движется по кривой линии, что имеет ускорение, направленное под углом к вектору скорости. Если бы направления векторов скорости и ускорения совпадали в каждой точке траектории, сама траектория была бы прямой линией.

Движение по окружности

Одним из наиболее распространенных и практически важных случаев криволинейного движения является движение по окружности. Движение по окружности – частный случай плоского движения. Рассмотрим его подробнее.

Быстроту движения тела по окружности принято характеризовать не только скоростью v. Вводят в рассмотрение еще и *угловую* скорость, обозначаемую ω. Под угловой скоростью тела (малых размеров), движущегося по окружности вокруг какой-либо оси, понимают величину, численно равную отношению угла поворота радиуса-вектора, проведенного из центра окружности к телу, к интервалу времени Δt: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. Здесь $\Delta\varphi$ – угол поворота этого радиуса за интервал времени Δt. Как и при определении понятия «обычной» скорости v, интервал времени Δt должен быть достаточно малым. Если отношение $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ не зависит от выбора интервала времени (угловая скорость не меняется с течением времени), то такое вращение называют «равномерным движением по окружности». Этим хотят подчеркнуть именно то обстоятельство, что величина угловой скорости для такого движения постоянна. Пользуясь этим термином, надо иметь в виду, что всякое движение по окружности является ускоренным (а не равномерным), поскольку сопровождается изменением направления вектора скорости $\vec{v}$.

Единицей измерения угловой скорости является 1 радиан в секунду, или 1 рад/с (напомним, что 1 радиан – угол, соответствующий дуге, длина которой равна радиусу). Быстроту движения тела по окружности характеризуют еще и числом полных оборотов тела вокруг оси вращения, совершаемых за единицу времени, n. Поскольку один полный оборот соответствует углу 2π рад, то $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$.

Найдем связь между угловой скоростью ω и скоростью v (ее еще называют *линейной*). Пусть тело (материальная точка), которое движется по окружности радиусом r, за время Δt переместилось по дуге, соответствующей углу $\Delta\varphi$. Линейная скорость тела определяется отношением перемещения ΔS = AB к величине Δt. Если интервал Δt мал, то мал и угол $\Delta\varphi$, тогда равнобедренный треугольник OAB на рис. 7 можно считать прямоугольным, так что $\Delta S = r \cdot \sin(\Delta\varphi) \approx r \cdot \Delta\varphi$.

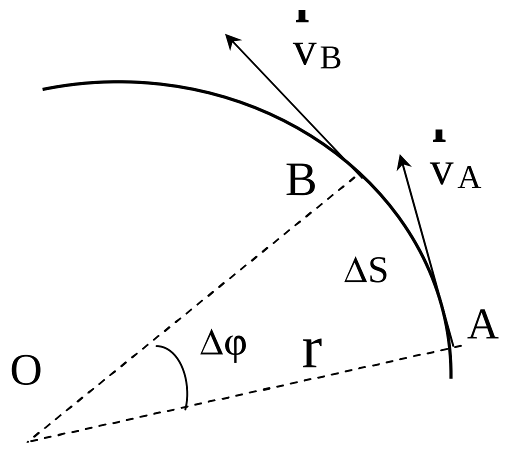

Рис. 7

Это выражение тем точнее, чем меньше Δt .Теперь можно определить величину линейной скорости: $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = \omega \cdot r$.

Из данного соотношения видно, что чем больше радиус r окружности, тем больше при той же угловой скорости ω линейная скорость v. Все вышесказанное о движении тела малых размеров по круговой траектории можно применять и к случаю вращения тела, размерами которого пренебречь нельзя. Если тело вращается как целое относительно какой-либо оси, его можно мысленно разбить на части достаточно малых размеров, к которым будет применимо все сказанное выше. Для всех частей такого вращающегося тела угловая скорость ω будет одинаковой.

Центростремительное ускорение

При движении тела по окружности вектор ускорения $\vec{a}$ составляет некоторый угол с вектором скорости $\vec{v}$, как и при всяком криволинейном движении. Направление и величину ускорения можно найти по общему правилу, изложенному ранее. Применим его к частному случаю движения тела по окружности, когда величина скорости остается неизменной (равномерное движение по окружности).

Пусть тело (малых размеров) движется с постоянной по величине скоростью v по окружности радиусом r, центр которой находится в точке O (см. рис. 7). Найдем величину и направление ускорения этого тела для какой-либо произвольной точки A траектории. В соответствии с общим правилом определим отношение приращения линейной скорости Δv за достаточно малое время Δt к величине этого интервала Δt. Через это время тело переместится на ΔS и окажется в другой точке траектории (точка B на рис. 7). Векторы линейной скорости в точках A и B $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ совпадают по величине, но немного отличаются по направлению. Чтобы найти приращение величины скорости Δv за время Δt, перенесем вектор $\vec{v}_B$ в точку A, сохраняя его направление, и воспользуемся правилом параллелограмма. Тогда можно записать $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta r}$. Но так как $\Delta S = v \cdot \Delta t$, то $\frac{\Delta v}{v} = \frac{v \cdot \Delta t}{r}$, откуда получаем выражение для величины центростремительного ускорения: $a_{цс} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$.

Таким образом, мы нашли величину ускорения тела в произвольно выбранной точке A окружности. Найдем теперь его направление. Так как в приведенном случае величина Δt была ма́лой, то малым является и перемещение ΔS. Следовательно, треугольник AOB содержит по два почти прямых угла ($\Delta \varphi$ мал). Отсюда следует, что вектор $\Delta \vec{v}$, а значит и вектор $\vec{a}_{цс}$, направлен перпендикулярно отрезку AB (см. рис. 7), то есть направлен к центру окружности. По этой причине ускорение при равномерном движении тела по окружности называют *центростремительным* ускорением.

Можно также выразить центростремительное ускорение через угловую скорость: $a_{цс} = \omega^2 \cdot r$.

Полученные выражения для величины центростремительного ускорения можно использовать для анализа конкретных случаев движения. Если, например, окажется, что тело движется с ускорением, направленным перпендикулярно направлению его движения, а величина скорости не меняется с течением времени, то его траектория – окружность. Может оказаться также, что лишь часть его траектории является отрезком окружности. Зная ускорение и линейную скорость, можно определить радиус этой окружности.

Неправильно считать, что движение по окружности с постоянной по величине скоростью v, когда величина ускорения не меняется с течением времени, есть равнопеременное движение. При таком движении непрерывно меняется направление ускорения в пространстве. Поэтому движение по окружности с постоянной линейной скоростью не является равнопеременным, как не является оно и равномерным.

Прямоугольная система координат

Задачу о движении какого-либо тела можно значительно упростить, если ввести в рассмотрение проекции векторов на взаимно перпендикулярные направления. Упрощение задачи, которое получается в результате применения такого приема, состоит в том, что можно изучать перемещение тела по отдельности вдоль любого из выбранных взаимно перпендикулярных направлений.

Можно найти, например, перемещение тела вдоль выбранного направления в зависимости от времени, зная проекции векторов скорости и ускорения на это направление. Целый ряд характерных особенностей движения тела в выбранном направлении можно найти при этом, не решая задачи для другого направления. В этом главное преимущество выбора именно взаимно перпендикулярных направлений как направлений составляющих движений.

Если нас интересует суммарное перемещение тела, то в этом случае удобно ввести в рассмотрение проекции перемещения на взаимно перпендикулярные направления. Потом определяют перемещение вдоль каждой из выбранных взаимно перпендикулярных прямых, а затем, сложив их по правилу параллелограмма, находят суммарное перемещение в нужный момент времени.

Здесь необходимо помнить, что при нахождении скорости перемещения тела вдоль прямой мы для простоты ограничиваемся случаями, в которых ускорение тела для данного направления есть величина постоянная. Но идея подхода к общему случаю, когда ускорение меняется с течением времени, нам уже известна: нужно выбирать такие малые времена движения Δt, в течение которых величина ускорения не меняется. Рассматривая движение последовательно для таких интервалов времени Δt, можно решить задачу о перемещении тела вдоль данного направления в общем случае. Суммарное перемещение будет при этом алгебраической суммой «элементарных» перемещений ΔS за соответствующие интервалы времени Δt.

Все преимущества выбора взаимно перпендикулярных направлений как направлений составляющих движений можно использовать в полной мере, если отсчитывать перемещения тела в прямоугольной (декартовой) системе координат.

В общем случае, когда тело движется в пространстве, приходится вводить три взаимно перпендикулярные оси, по которым отсчитываются координаты тела x, y, z в данный момент времени. Однако, если рассматривать только случаи плоского движения, то достаточно будет двух взаимно перпендикулярных направлений отсчета. Отметим еще раз, что совсем не обязательно выбирать именно прямоугольную систему координат.

ГЛАВА 2. ДИНАМИКА

§ 2.1. Законы Ньютона

Первый закон Ньютона (закон инерции)

В предыдущей главе, посвященной кинематике материальной точки, были введены основные величины, которые характеризуют механическое движение: перемещение, скорость, ускорение. В настоящей главе рассматриваются причины изменения скорости движения и их связь с основными характеристиками движения.

Ежедневный опыт показывает, что изменение скорости не возникает само по себе. Например пуля вылетает из ствола ружья в результате действия на нее пороховых газов. При возникновении движения тела изменяется его скорость, то есть тело приобретает ускорение. Поэтому можно сказать, что если тело покоилось, то ему сообщается ускорение только при действии на него других тел.

Состояние покоя является по своему смыслу относительным: скорость тела определяется выбором системы отсчета. По этой причине приведенное выше утверждение можно формулировать несколько иначе: величина и направление скорости тела изменяются только в результате воздействия на него других тел.

Будем называть тело изолированным, если на него не действуют другие тела. В таком случае можно сказать, что изолированное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Это закон инерции. Исаак Ньютон сформулировал три основных закона механики, первым из которых стал закон инерции.

Первый закон Ньютона не является чем-то совершенно очевидным, поскольку изолировать тело от действия других тел невозможно. Несмотря на то, что непосредственно проверить первый закон Ньютона нельзя, этот закон подтверждается результатами экспериментальных исследований, например таких, в которых изучаемое тело удается в какой-то степени изолировать от воздействия на него других тел.

Согласно этому закону, изолированное тело будет двигаться прямолинейно и равномерно или оставаться в покое. Также первый закон утверждает, что есть такие системы координат, в которых изолированное тело движется именно прямолинейно и равномерно (или остается в покое). Чтобы подчеркнуть эту сторону дела, первому закону Ньютона придают несколько иную формулировку: существуют такие системы координат, в которых изолированное тело движется прямолинейно и равномерно или находится в состоянии покоя. Такие системы координат принято называть инерциальными (в них изолированное тело движется «по инерции»).

Причина возникновения движения тела, таким образом, известна: воздействие на данное тело других тел. Однако у нас нет еще количественной характеристики такого воздействия. Нужно ввести в рассмотрение величины, которые позволяют характеризовать это воздействие.

Масса

Пусть у нас имеются два взаимодействующих тела. Так как каждое из этих тел не является изолированным, то все они будут испытывать ускорение своего движения. Экспериментально можно установить, что независимо от величины ускорения этих тел, их векторы $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ всегда противоположны по направлению. Отношение модулей ускорений есть величина постоянная для данной пары тел: $\frac{a_1}{a_2} = \mathrm{const}$.

Поскольку данное отношение является постоянной величиной для взятой пары тел, то можно сделать заключение, что оно определяется свойствами только этих двух тел. Это свойство имеет количественную характеристику, которая называется массой тела. Тогда отношение модулей ускорений определяется отношением масс взаимодействующих тел. При этом принято считать, что тело, у которого ускорение больше, имеет меньшую массу, так что: $\frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|} = \frac{m_2}{m_1}$. Если мы ввели количественную характеристику свойства тела (в данном случае массу тела m), то надо уметь определять ее на опыте. Можно, например, любое из тел можно взять в качестве эталона и считать, что его масса равна единице. Тогда массу другого тела можно определить, используя отношение его массы к массе эталона. Отношение масс «неизвестного» тела и эталона можно определить из данных эксперимента, в котором измеряются модули ускорения этих двух тел и их отношение, то есть $\frac{m}{m_{эталон}} = \frac{a_{эталон}}{a}$.

Обычно так не делают, а определяют неизвестную массу другими, более простыми способами.

Эталон массы (платиновая гиря) хранится в г. Севр (под Парижем), в Международном бюро мер и весов. Масса этого эталона принята равной 1 кг.

Масса есть величина, обладающая свойством *аддитивности*. То есть, если известны массы частей тела m_1, m_2, m_3, ..., то масса этого тела m будет равна их сумме: $m = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots$.

Масса является скалярной величиной. Она характеризует не только способность тела приобретать ускорение в результате воздействия на него другого тела, а является также мерой количества вещества, заключенного в нем в силу ее аддитивности. Массы тел могут отличаться, даже если размеры тел и форма их одинаковы. Поэтому для удобства вводят понятие плотности – массы единичного объема вещества. Если m – масса тела, а объем его – V, то плотность вещества, из которого состоит тело, равна $\rho = \frac{m}{V}$. Если тип вещества, из которого состоят тела, одинаков (т. е. одинаковы их плотности), то можно сравнить массы этих тел, если известны их объемы. Вместе с перечисленными выше свойствами масса характеризует еще и гравитационные свойства тела.

Сила. Второй закон Ньютона

В дополнение к характеристикам движения у нас есть величина, которая характеризует изменение состояния тела под воздействием другого тела, – масса тела. Но одной такой характеристики недостаточно для описания причин возникновения ускорения тела. Наличие ускорения у данного тела зависит от воздействия на него другого тела, а масса характеризует инертные свойства самого тела независимо от того, какое воздействие оно испытывает. Из эксперимента можно получить следующее соотношение для двух взаимодействующих масс: $m_1 \cdot \vec{a}_1 = -m_2 \cdot \vec{a}_2$.

В этом равенстве произведение массы на ускорение для любого из двух взаимодействующих тел отражает как свойства каждого тела, так и воздействие на него другого тела. При другом воздействии второго тела на данное тело величина $m \cdot \vec{a}$ также будет другой. Следовательно, величину $m \cdot \vec{a}$ можно принять за меру воздействия другого тела на данное тело массой m.

Величина, численно равная произведению массы данного тела на его ускорение, называется силой, действующей на данное тело: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. В этом определении силы содержится способ ее экспериментального нахождения.

Силу можно определить и по-другому. Воздействие одного тела на другое приводит к деформации – изменению формы тел. Величина деформации зависит от величины силы. По величине деформации можно, следовательно, определить и приложенную силу.

Уравнение $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ выражает *второй закон Ньютона*. Его можно сформулировать следующим образом: ускорение тела, вызываемое действием на него сил, пропорционально векторной сумме приложенных сил и обратно пропорционально массе тела. Данный закон выполняется только в инерциальных системах отсчета.

Из такой формулировки отчетливо видно, что сила есть причина, которая вызывает ускорение тела. Второй закон Ньютона позволяет вычислить ускорение тела, если известна сила, которая действует на него.

Сила, которая сообщает телу единичной массы ускорение, равное единице, называется единичной. Единицей силы является 1 ньютон, или 1 Н. Сила – вектор, поскольку ускорение является вектором. Следовательно, ускорение тела всегда направлено в сторону действующей на него силы. Второй закон Ньютона дает возможность, таким образом, определить не только величину ускорения, зная приложенную силу, но и направление ускорения. Как и для всякого другого вектора, для вектора силы можно определить его проекцию на заданное направление.

Мы до сих пор говорили о воздействии лишь одного тела на данное. Если на тело действует несколько сил, эти силы можно сложить, применяя правило параллелограмма, и найти результирующую силу. При этом понимают, что действующие на тело силы не зависят друг от друга, то есть действие любой из сил не влияет на действие остальных. Такой подход к решению задачи о сложении сил называют принципом независимости действия сил.

Отметим, что $\vec{a} = 0$ при $\vec{F} = 0$, то есть скорость тела не меняется, если на него не действует сила. Этот результат находится в соответствии с первым законом Ньютона, однако он вовсе не означает, что первый закон Ньютона является формальным следствием второго. При $\vec{F} = 0$ скорость тела не меняется в инерциальной системе отсчета, существование которой устанавливается первым законом.

Третий закон Ньютона

Опыт показывает, что всякое воздействие одного тела на другое носит характер взаимодействия. Другими словами, если одно тело действует на другое с какой-то силой, то и второе тело действует на первое с определенной силой. Каким именно является это взаимодействие тел, устанавливает третий закон Ньютона.

По данным опыта, взаимодействующие тела сообщают друг другу ускорения, противоположные по направлению. Это хорошо видно на примере явления «отдачи». Если пуля вылетает из ружья, то ружье (первоначально покоившееся) приобретает ускорение в направлении, противоположном скорости пули, или, как говорят, «испытывает отдачу».

Определим соотношение между силами, с которыми взаимодействуют два тела. По второму закону Ньютона величина $m_1 \cdot \vec{a}_1$ в этой формуле равна силе, действующей на тело массой m_1 со стороны второго тела: $m_1 \cdot \vec{a}_1 = \vec{F}_1$. Аналогично этому: $m_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{F}_2$, где $\vec{F}_2$ – сила, которая действует на тело массой m_2 со стороны первого тела. Тогда получаем, что $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Это и есть *третий закон Ньютона*: тела взаимодействуют между собой с силами, всегда равными по величине и противоположными по направлению. Силы действуют вдоль линии, которая соединяет центры масс тел.

Третий закон Ньютона дополняет содержание второго закона Ньютона. Если второй закон позволяет количественно описать воздействие одного тела на другое, то третий закон устанавливает, что это воздействие имеет характер взаимодействия. Более того, третий закон Ньютона определяет взаимодействие тел количественным образом.

Отметим, что третий закон Ньютона ничего не говорит о величине сил взаимодействия кроме того, что они равны и противоположны в каждый момент времени. Если взаимодействуют не два, а сразу несколько тел, то в соответствии с принципом независимости действия сил третий закон Ньютона справедлив для любой пары тел.

Уравнение движения и основная задача механики

Уравнение $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$ называют уравнением движения. С его помощью можно вычислить неизвестную величину, если известны две остальные. Например, можно вычислить ускорение $\vec{a}$, если известны масса тела m и равнодействующая всех сил $\vec{F}$.

Чтобы найти ускорение тела в конкретной задаче, необходимо уметь определить действующие на него силы. Для этого надо знать законы, на которых основаны способы нахождения силы, отличные от использования уравнения $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$. Но если сила $\vec{F}$ стала нам известна, то тогда можно будет решить задачу об определении скорости тела и его положения в любой момент времени по известным начальным условиям. Эту задачу называют основной задачей механики.

Если известны такие начальные условия, как координата тела x_0 и проекция скорости на эту же ось v_{0x} в начальный момент времени $t = 0$, то через некоторое время можно определить скорость тела в этих направлениях и его новые координаты. Равнопеременное движение тела описывается формулами $a_x = \dfrac{F_x}{m}$, $v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$, $x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \dfrac{a_x}{2} \cdot t^2$.

Эти формулы полностью определяют вектор скорости и положение тела на оси *OX* в любой момент времени, если ускорение тела не изменяется с течением времени.

Не следует путать уравнение движения с уравнением траектории тела, хотя между ними есть нечто общее, а именно: уравнение движения тела дает возможность найти уравнение его траектории.

Итак, основная задача механики может быть решена, если нам известны законы, которым подчиняются различные виды сил, и способы определения этих сил.

§ 2.2. Силы в механике

Принято различать силы в механике по той их специфической роли, которую они играют в механическом движении. В соответствии с этим различают следующие виды сил:

а) упругие силы, б) силы тяготения, в) силы трения.

Силы, которые действуют на тела, подчиняются не только второму и третьему законам Ньютона – основным законам динамики. Они подчиняются и другим законам, которые были найдены опытным путем.

Упругие силы

Если к телу массой m, лежащему на гладкой поверхности, прикрепить пружину и начать растягивать ее с силой F, тело начнет двигаться. При этом можно заметить, что приложенная сила не только сообщает телу ускорение a, но и несколько удлиняет пружину – деформирует ее. Действие силы на пружину проявляется, таким образом, двояко: сила наряду с ускорением вызывает деформацию. В том случае, когда масса тела m весьма велика и ускорение ничтожно мало, действие силы проявится только в виде деформации. Фактически же эти два проявления силы – ускорение и деформация – всегда сопутствуют друг другу.

Строго говоря, сила F сообщает ускорение не телу, а пружине, потому что именно к пружине она приложена. Что касается тела, то оно получает ускорение под действием силы, которая приложена к нему со стороны другого конца пружины. При этом важно, что пружина будет действовать на тело только в том случае, когда она деформирована силой F. Силы, которые возникают при деформациях тел, называют упругими. В данном случае сила, приложенная к телу со стороны деформированной пружины, будет упругой. Оказывается, что если масса пружины пренебрежимо мала, то ее упругая сила, действующая на тело, будет такой же, как если бы сила была приложена непосредственно к данному телу. Но в таком случае по величине деформации пружины можно судить о величине приложенной силы *F*.

Закон Гука

Зависимость деформации от величины вызывающей ее силы в общем случае является довольно сложной. Однако опыт показывает, что при не слишком больших силах (или деформациях) эта зависимость достаточно простая: деформация пропорциональна приложенной силе. Так формулируется закон Гука. Запишем этот закон в виде уравнения для случая, когда сила F деформирует пружину, имеющую в нерастянутом состоянии длину L_0. Пусть под действием силы F длина пружины увеличилась лишь незначительно и стала равной L, то согласно закону Гука $F = k \cdot \Delta L$, где $\Delta L = L - L_0$ – величина абсолютной деформации пружины, а k – коэффициент жесткости (упругости) пружины. Коэффициент жесткости характеризует упругие свойства пружины. Чем больше жесткость k, тем меньше при данной величине силы F деформация пружины ΔL, тогда говорят, что пружина является более жесткой. Жесткость k определяется отношением величины приложенной силы к вызванной ею деформации. Если сила измеряется в ньютонах, а длина пружины в метрах, то размерностью жесткости будет 1 *ньютон* деланный *на метр*, или 1 *Н/м*.

В пределах справедливости закона Гука коэффициент k не должен зависеть от величины приложенной силы. Этим требованием определяется предел применимости закона Гука для данной пружины.

Мы рассмотрели лишь деформацию удлинения (и сжатия), тогда как существуют и другие виды деформаций. Но уже на этом примере деформации видна принципиальная возможность решения основной задачи механики в случае, когда движение определяется упругими силами.

Закон всемирного тяготения

Силы тяготения – другая разновидность сил, которые изучает механика. Эти силы называют также гравитационными. Наблюдения показывают, что все тела притягиваются друг к другу вследствие гравитационного взаимодействия. Величина сил тяготения, с которыми взаимодействуют тела, определяется законом всемирного тяготения, который установил *Ньютон* путем анализа известных из астрономии законов движения небесных тел (законов *Кеплера*). Согласно закону всемирного тяготения любые два тела массой m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния R между ними: $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$. Здесь G – гравитационная постоянная, которая определяется опытным путем.

Закон всемирного тяготения, записанный в виде уравнения, формулируется только для таких тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними. Иначе говоря, он справедлив для материальных точек. Поэтому для нахождения силы взаимодействия тел, размерами которых пренебречь нельзя, надо рассмотреть взаимодействие достаточно малых частей этих тел и найти затем суммарную силу взаимодействия.

Есть, однако, один практически важный случай, когда уравнение $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ применимо к протяженным телам. Этот случай относится к взаимодействию двух однородных сферически симметричных тел, если только за величину R принимать расстояние между центрами этих тел. Гравитационная постоянная G численно равна силе, с которой притягиваются две единичные точечные (или сферически-симметричные) массы, расположенные на расстоянии, равном единице. Численное значение G впервые определил в конце XVIII в. Г. Кавендиш. Согласно последним, более точным измерениям численное значение гравитационной постоянной $G = 6{,}65 \cdot 10^{-11}$ $м^3/кг^2 \cdot с^2$. Величина G оказывается размерной, так как она связывает в уравнении величины, единицы измерения которых уже определены.

Таким образом, для определения силы тяготения, с которой взаимодействуют два тела, достаточно знать лишь их массу и расстояние между ними. Это весьма важно с точки зрения решения основной задачи механики. Так как гравитационную силу можно определить без использования второго закона Ньютона, то ускорение данного тела можно вычислить по известной силе, которая на него действует.

Из уравнения $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ видно, что на каком бы расстоянии R от тела с массой m_1 мы ни поместили другое тело массой m_2, на него всегда будет действовать сила тяготения. Это означает, что в любой точке пространства будет определена по величине и направлению сила, которая действует на второе тело.

Принято говорить, что тело находится в силовом поле, если в любой точке пространства определена действующая на него сила, которая зависит только от координат этого тела. При заданных массах m_1 и m_2 сила, действующая на тело m_2, зависит только от положения этого тела относительно тела m_1. Поэтому можно сказать, что тело m_2 находится в поле тяготения тела m_1. Верно и обратное: тело m_1 находится в гравитационном поле тела m_2.

Динамика свободного падения

С точки зрения закона всемирного тяготения становится понятно, почему все тела падают в данном месте Земли с одинаковым ускорением g. Найдем ускорение свободного падения тела массой m вблизи Земли, применяя закон всемирного тяготения. Землю, которая притягивает к себе тело m, можно считать однородным шаром. Размерами тела можно пренебречь по сравнению с размерами Земли. Поэтому в данном случае можно воспользоваться уравнением $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$, здесь M – масса Земли, R – ее радиус. В качестве расстояния между центрами взаимодействующих тел был взят радиус Земли, так как расстоянием от тела до поверхности Земли можно пренебречь по сравнению с $R \approx 6400$ км. Под действием силы F тело испытывает ускорение *g*, так что уравнение движения тела можно записать в виде $m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$, откуда $g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$. Ускорение свободного падения g не зависит от массы падающего тела, то есть для всех тел оно одинаково в соответствии с данными опыта.

Зная радиус Земли R, ускорение свободного падения g, а также G, можно найти массу Земли M. Она оказывается равной $6{\cdot}10^{24}$ кг.

Подчеркнем, что, если мы найдем ускорение свободно падающего тела, мы тем самым по существу решим основную задачу механики в частном случае. Это оказывается возможным потому, что в дополнение к законам

Ньютона мы использовали закон всемирного тяготения, который позволил вычислить силу, действующую на тело.

Взвешивание тел

Закон всемирного тяготения открывает еще один способ определения массы тел, более простой по сравнению с тем, что описан ранее. Этот способ основан на том, что сила тяготения пропорциональна массе тела, на которое она действует. Найдем силу, которую будет испытывать пружина со стороны подвешенного к ней тела .

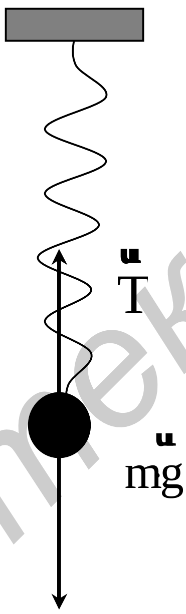

Рис. 8

На тело массой m действуют две силы: сила земного тяготения $G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$ (часто ее называют также силой тяжести) и упругая сила со стороны деформированной пружины T – вверх (рис. 8). Так как $g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$, то сила тяжести равна m·g. Если тело находится в покое, то согласно второму закону Ньютона mg – T = 0. Упругая сила T, действующая на тело со стороны пружины, равна, таким образом, силе m·g.

Упругую силу T, которая действует на пружину, принято называть весом тела. Очевидно, такая же сила будет действовать и на подставку, если на нее положить тело. Поэтому можно дать такое определение: весом тела можно назвать силу, с которой это тело давит на подставку или растягивает пружину. Как мы видели, в состоянии покоя относительно Земли вес тела массой m равен m·g. Если обобщить это определение на тот случай, когда тело движется относительно Земли (вместе с опорой или пружиной), то вес тела уже не будет равен m·g.

Вернемся к вопросу об определении массы. О величине силы T, которая растягивает пружину, можно судить по величине вызываемой деформации. Значит, если пружина отградуирована, то с ее помощью можно определить и массу подвешенного тела $m = \frac{T}{g}$. Этот способ определения массы тела называется взвешиванием, а применяемый для этой цели динамометр – пружинными весами.

ГЛАВА 3. СТАТИКА

§ 3.1. Условия равновесия материальной точки

Состояние покоя тела является частным случаем его движения, если обеспечить условия, при которых равнодействующая всех сил равна нулю, то тем самым будет исключено движение тела как целого.

Для того чтобы в покое находились все части протяженного тела, нужно обеспечить еще и другое условие: чтобы для каждой из частей тела равнодействующая всех действующих на нее сил была равна нулю. Для материальной точки условием равновесия является уравнение первого закона Ньютона: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... = 0$.

Условие равновесия материальной точки может оказаться очень полезным при решении практических задач. Если известно, что данное тело находится в покое, то для него выполняются условия равновесия материальной точки. Это дает основание приравнять нулю равнодействующую всех сил (или сумму проекций всех сил на любое направление). Из полученного уравнения, которое связывает различные силы, можно определить те из них, которые неизвестны.

В повседневной жизни часто нужно рассчитать силы, которые действуют на различные части механизмов и сооружений. Это определяет практическую важность умения пользоваться условиями равновесия при решении конкретных задач.

Наклонная плоскость (пример равновесия тел)

В качестве примера равновесия тел рассмотрим тело на наклонной плоскости (рис. 9).

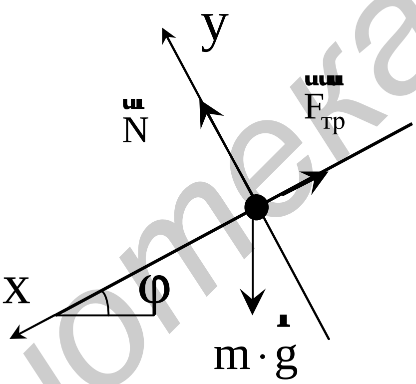

Рис. 9

На наклонной плоскости, составляющей угол φ с горизонтом, находится тело массой m, которое покоится относительно горизонтальной поверхности. Обозначим все силы, которые действуют на тело m: это сила тяжести $m\cdot\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$, трения покоя $\vec{F}_{\text{тр}}$. Запишем уравнение первого закона Ньютона: $m\cdot\vec{g}+\vec{N}_2+\vec{F}_{\text{тр}}=0$. Проекция этого закона на ось координат OX имеет вид $m\cdot g\cdot\sin(\varphi)+0-F_{\text{тр}}=0$, а на ось координат OY: $-m\cdot g\cdot\cos(\varphi)+N=0$.

В таком случае можно сказать, что сила трения покоя уравновешена проекцией силы тяжести на ось координат ОХ, а сила реакции опоры уравновешена проекцией силы тяжести на ось координат ОУ.

§ 3.2. Условие равновесия тела, которое имеет ось вращения

Если сумма всех сил, которые действуют на тело, равна нулю, это еще не означает, что данное тело находится в состоянии покоя. Можно лишь утверждать, что оно не будет двигаться подобно материальной точке (т. е. с ускорением, одинаковым по величине и направлению для всех его частей). Это хорошо видно на примере тела, имеющего ось вращения.

Пусть имеется диск, который может вращаться вокруг оси, проходящей через его центр (рис. 10). К противоположным концам его диаметра приложим две силы, точно равные по величине и противоположные по направлению. Диск придет в движение: он начнет поворачиваться вокруг оси OZ. В данном примере выполняется условие равновесия материальной точки: сумма всех сил, действующих на диск, равна нулю. Однако тело движется – поворачивается вокруг неподвижной оси. Как видим, условие равновесия материальной точки является необходимым, но не достаточным условием равновесия тела.

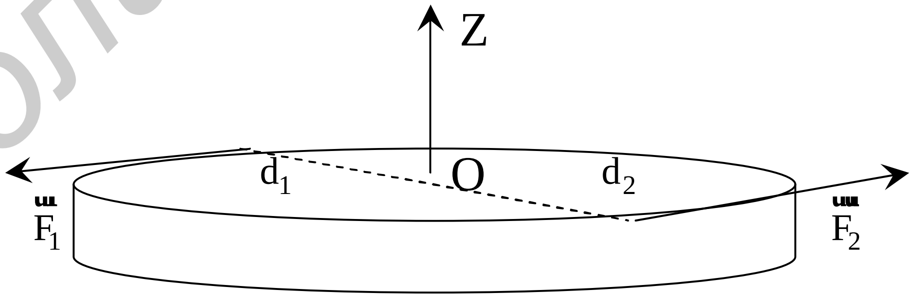

Рис. 10

Выясним, какими являются условия равновесия тела, которое имеет ось вращения.

Если к краю диска, который закреплен на оси, приложить одну силу, то он начнет поворачиваться. Вращения, однако, не будет, если направление силы $\vec{F}$ проходит точно через ось диска.

Плечом силы $\vec{F}_1$ называют расстояние d_1 от оси вращения OZ до направления приложенной силы $\vec{F}_1$.

Величину, равную произведению силы на ее плечо $F_1 \cdot d_1$, называют моментом силы $\vec{F}_1$ относительно точки O.

Моменту силы приписывают определенный знак: если сила поворачивает тело по направлению движения часовой стрелки, то момент силы является положительным. Опыт показывает, что условием равновесия тела, имеющего ось вращения, является равенство нулю алгебраической суммы моментов всех действующих на него сил.

Поясним это условие на примере. На рис. 11 изображено тело, имеющее ось вращения OZ. Тело остается в покое и не поворачивается вокруг оси, если алгебраическая сумма моментов равна нулю: $F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 = 0$, этого требует условие равновесия.

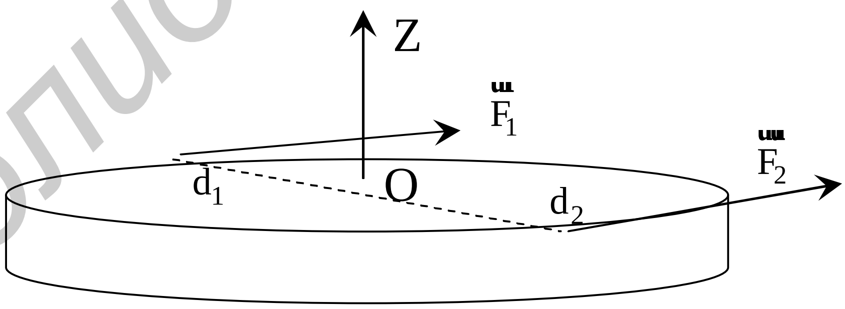

Рис. 11

В примере, который изображен на рис. 10, диск потому и поворачивался, что выполнялось только первое из условий, но не выполнялось второе: моменты сил, равные по величине, имели одинаковые знаки. Такой случай действия на тело называется парой сил. *Парой сил* называют две равные по величине и противоположные по направлению силы, плечи которых равны. Под действием пары сил ось не деформируется, так как пара сил стремится только повернуть тело. Легко видеть, что суммарный момент M пары сил равен произведению одной из них F_1 на расстояние между направлениями сил $F_1 \cdot (d_1 + d_2)$.

Условия равновесия тел часто применяются при расчетах сил, которые действуют на различные части механизмов и сооружений. С помощью уравнения моментов можно найти не только сами силы, но и точки их приложения. Кроме того, уравнение моментов позволяет объяснить действие простых машин – рычага, блока, тачки, винта.

Центр тяжести

Мы уже познакомились в задачах с силой тяжести и знаем, что для тела массой m она равна $m \cdot \vec{g}$, но о точке приложения этой силы, которая существует у каждого тела, ничего не было известно. Точку приложения можно обнаружить, если провести следующий простой опыт (рис. 12).

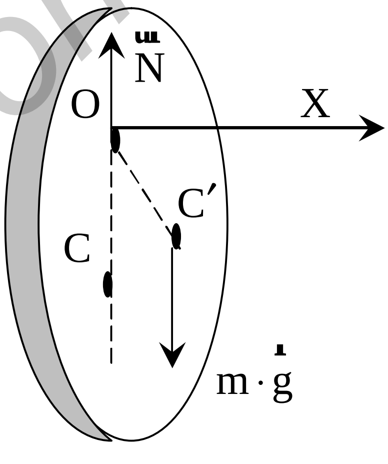

Рис. 12

Если у свободного тела есть горизонтальная ось вращения OX, то оно будет стремиться занять положение равновесия. На тело действуют две силы: сила тяжести $m \cdot \vec{g}$, сила реакции $\vec{N}$ со стороны оси OX. В состоянии равновесия алгебраическая сумма моментов этих сил должна быть равна нулю. Даже достаточно, чтобы нулю был равен момент силы тяжести m·g·d, если он вычисляется относительно точки О. Момент упругой силы N относительно этой точки равен нулю. Если немного отклонить тело от положения равновесия, то оно начнет поворачиваться относительно оси ОХ и стремиться вернуться в начальное положение, то есть точка С ' возвращается в С (см. рис. 12).

Напрашивается вывод: в отклоненном положении плечо силы $m \cdot \vec{g}$ становится отличным от нуля. Точку приложения силы тяжести С довольно просто найти экспериментальным путем. Если тело находится в положении равновесия, то точка С должна находиться на вертикальной линии, которая проходит через точку крепления тела. Чтобы найти точку С, надо подвесить тело за точки, которые взяты случайно, и отметить каждый раз вертикаль, проходящую через точку подвеса. В месте пересечения этих двух линий и будет находиться точка приложения силы тяжести, которая называется центром тяжести тела.

Строго говоря, такой метод определения центра тяжести годится только для плоских тел. В общем же случае приходится подвешивать тело три раза.

У однородных симметричных тел положение центра тяжести можно определить по характеру симметрии. Например, центр тяжести диска должен находиться в геометрическом центре этого тела. Также в центре тела будет находиться и центр тяжести прямоугольного параллелепипеда.

Центр тяжести некоторых тел, например кольца, может оказаться и вне тела.

Задача о нахождении центра тяжести

Центр тяжести тела можно найти и путем вычислений. Идея этого способа основана на том, что момент силы тяжести относительно оси, проходящий через центр тяжести, должен быть равен нулю. Поясним это примером.

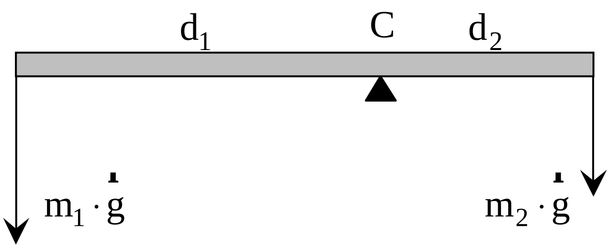

Рис. 13

На рис. 13 изображены два тела массой m_1 и m_2, которые соединены невесомым стержнем, так что они представляют вместе одно целое. Размеры тел будем считать пренебрежимо малыми по сравнению с расстоянием между ними. Найдем общий центр тяжести системы тел, который мы обозначим буквой С. Этот центр должен находиться на линии, которая соединяет тела.

Если бы мы знали это место, то можно было бы укрепить стержень на горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести С (см. рис. 13). В этом случае стержень расположится горизонтально и будет оставаться в равновесии. Положению равновесия соответствует равенство нулю суммы моментов сил $m_1 \cdot d_1 - m_2 \cdot d_2 = 0$, плечи которых равны d_1 и d_2. Тогда мы получаем уравнение, которое связывает массы тел и расстояния до них от центра тяжести: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_2}{d_1}$.

Из этого уравнения следует, что общий центр тяжести двух тел делит расстояние между ними в отношении, обратном отношению их масс.

Применяя это соотношение, можно определить центр тяжести и более сложного тела. Для этого надо мысленно разбить его на части, размеры которых малы по сравнению с размерами самого тела.

Приведенное рассмотрение можно отнести к другим силам, а не только к силам тяжести. С помощью уравнения моментов можно найти точку приложения вообще любых параллельных сил.

Виды равновесия

Если условия равновесия обеспечены, это еще не означает, что тело может оставаться в равновесии длительное время. Тело может выйти из положения равновесия при небольших нарушениях условий равновесия и не вернуться обратно. В соответствии с этим различают отдельные виды равновесия.

Равновесие называют *устойчивым*, если тело возвращается в это положение после того как было выведено из него. Наоборот, оно будет *неустойчивым*, если при отклонении тела из положения равновесия возникают силы, которые стремятся увеличить это отклонение. Есть и третий случай, когда вообще не возникает сил, которые выводят тело из нового положения. Такое состояние равновесия называется *безразличным*. Рассмотрение опытных фактов приводит к общему правилу для равновесия в поле сил тяжести: равновесие устойчиво, когда центр тяжести тела занимает наиболее низкое из возможных положений.

ГЛАВА 4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Законы Ньютона позволяют определить положение тела в любой момент времени. Для этого необходимо знать начальные условия и силы, действующие на тело.

Однако использование законов Ньютона не всегда дает самый простой путь решения. Более того, в ряде случаев такой путь практически неосуществим. Если начальные условия, в которых находится тело, еще можно определить экспериментальными измерениями, то при определении сил, которые действуют на тело, могут появиться большие трудности. Один из примеров – кратковременные процессы, в которых могут участвовать тела: соударение тел, взрыв и т.д.

В ряде случаев могут помочь так называемые законы сохранения – закон сохранения вектора импульса и закон сохранения энергии, которые относятся к числу важнейших законов механики.

§ 4.1. Закон сохранения количества движения

Количество движения и импульс силы

Количеством движения тела называют произведение его массы на скорость. Если обозначить массу тела m, а его скорость – $\vec{v}$, то количество движения $\vec{p}$ определяется по формуле $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$. Векторную величину $\vec{p}$ называют также *импульсом тела*.

Векторную величину $\vec{F} \cdot \Delta t$, которая равна произведению силы на время действия этой силы, называют *импульсом силы*. Из определения второго закона Ньютона следует, что $\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$, то есть изменение вектора импульса тела определяется вектором импульса силы.

Закон сохранения импульса

Пусть на тело массой m_1 действует только одно тело массой m_2. Тогда на первое тело действует сила $\vec{F}_1$, а на второе – сила $\vec{F}_2$. Эти силы подчиняются третьему закону Ньютона: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Но тогда и изменение векторов импульсов должно находиться в таком же соотношении: $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$. Это является справедливым для любых промежутков времени. Этот результат позволяет сделать важный вывод: сумма векторов импульсов двух взаимодействующих тел остается постоянной в любой момент времени. Так как $\vec{p}_1 - \vec{p}_2 = -(\vec{p}_1{}' - \vec{p}_2{}')$, то для суммы векторов импульсов получаем: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$. Здесь $\vec{p}_1{}'$ – импульс первого тела после взаимодействия его со вторым телом (рис. 14).

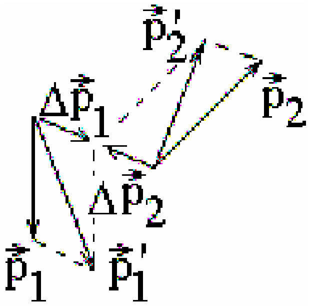

Рис. 14

Отметим, что мы рассмотрели взаимодействие только двух тел. То есть мы предполагали, что других тел нет. Система тел, которые не взаимодействуют с другими телами, называется *замкнутой*. Поэтому можно сформулировать закон сохранения суммарного вектора импульса системы частиц: векторная сумма импульсов частиц в замкнутой системе сохраняется.

Тела, которые не входят в выделенную систему тел, называются *внешними телами*, а силы между ними – *внешними силами*. Поэтому можно сказать, что под влиянием *внутренних сил* вектор суммы импульса системы тел измениться не может.

§ 4.2. Закон сохранения энергии

Работа постоянной силы

Если на тело действует постоянная по величине сила и тело перемещается, то можно определить новую физическую величину – работу, как $A = F \cdot s \cdot \cos(\varphi)$. Здесь φ – угол между направлением вектора силы $\vec{F}$ и направлением перемещения $\vec{s}$ (см. рис. 15). Определение величины работы можно записать по-другому: $A = F_s \cdot s$, где $F_s = F \cdot \cos(\varphi)$ есть проекция силы на направление перемещения. То есть можно сказать, что работу на данном перемещении совершает только та составляющая силы, которая совпадает с направлением перемещения. Тогда другая составляющая силы, которая равна

$F = F \cdot \sin(\varphi)$, работы не совершает. Это получается потому, что в этом направлении тело не перемещается.

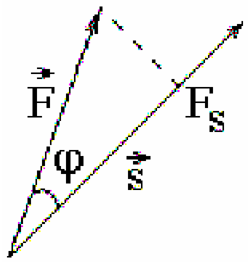

Рис. 15

Работа является скалярной величиной, хотя и является результатом умножения двух векторов. О работе нельзя сказать, куда она направлена. При наличии действия силы величина работы может быть равна нулю в двух случаях: 1) вектор силы направлен под прямым углом к вектору перемещения, 2) само перемещение отсутствует. Работа является знакопеременной величиной, так же как и функция cos(α). Так как к телу бывают приложены одновременно несколько сил, то всегда надо четко указывать, работу какой именно силы вы рассматриваете. Единица измерения работы *1 джоуль*, *1 Дж*.

Одна и та же работа может совершаться за разное время. Для описания такого процесса рассматривают понятие мощности как работу, производимую в единицу времени: $P = \frac{A}{t}$. Единица измерения мощности *1 ватт*, *1 Вт*. При равномерном движении тела под действием постоянной силы тяги F получаем выражение для мощности в другой форме: $P = F \cdot v$. Коэффициентом полезного действия механизма называют отношение полезной работы $A_п$ ко всей затраченной работе $A_з$: $\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100$ %.

Работа переменной силы

Примером работы силы, которая не является постоянной величиной на данном перемещении, является работа силы упругости. Рассмотрим случай, когда некоторая сила деформирует пружину с одним закрепленным концом. Если пружина растягивается достаточно медленно, то в каждый момент времени пружина будет находиться в равновесном состоянии. При не очень больших силах деформации должен выполняться закон Гука, по которому модуль силы упругости $F(x)$ пропорционален смещению конца пружины x, что представлено на графике (рис. 16) .

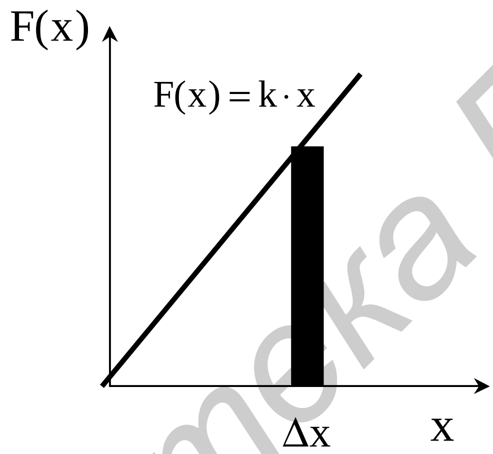

Рис. 16

Если выбрать величину перемещения Δx достаточно малой, то величина силы упругости в пределах такого перемещения будет оставаться постоянной. Тогда величина работы силы упругости совпадет с площадью выделенного на рис. 16 прямоугольника. Полная величина работы силы упругости на участке от 0 до x будет равна площади фигуры под графиком F(x). В данном примере величина работы имеет следующий вид: $A=\frac{1}{2}\cdot(k\cdot x)\cdot x$.

Работа силы тяжести

Работа силы тяжести определяется проекцией вектора перемещения на направление вектора силы тяжести (рис. 17): $A = m\cdot g\cdot\Sigma(s_i\cdot\cos(\alpha_i))$, здесь

$\Sigma(s_i \cdot \cos(\alpha_i)) = h$ – высота с которой перемещается тело, s_i – элементарное перемещение. В результате получаем, что работа при движении тела вниз не зависит от формы траектории движения тела, а определяется только высотой между первым и последним положением тела h.

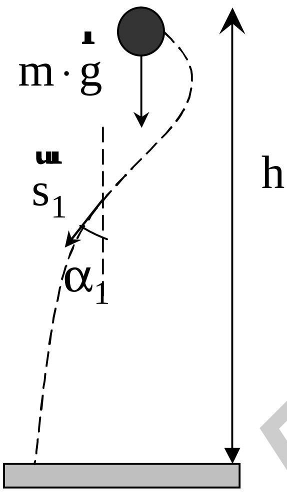

Рис. 17

Потенциальная энергия

Во всех примерах вычисления работы, которые мы рассмотрели, изменялась конфигурация самого тела либо взаимное расположение тел. Поэтому можно сказать, что всякое изменение конфигурации системы тел или геометрических размеров тела сопровождается работой, а сама работа является функцией процесса перехода системы из одного состояния в другое.

Энергия системы, которая определяется взаимным положением тел или отдельных частей тела, называется *потенциальной энергией*. Энергия является функцией состояния системы. Величина этой энергии может быть определена как максимальная величина работы, которую может совершить система тел при изменении своей конфигурации.

Потенциальная энергия тела в поле тяжести Земли – E = m·g·h, потенциальная энергия сжатой пружины – $E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$.

Отметим, что данный вид энергии не может быть однозначно определен, так как изменение геометрических размеров может быть вычислено относительно любого начала координат. А выбор начала координат является произвольным. Однако изменение потенциальной энергии, то есть производимая при этом работа, определяется однозначно.

Полная энергия системы тел равна сумме потенциальных энергий частей, которые составляют систему.

Кинетическая энергия

Кинетическая энергия может быть определена как функция состояния системы, которая зависит от скорости движения системы или ее отдельных частей.

Величина этой энергии может быть определена как максимальная величина работы, которую может совершить система тел в процессе полного прекращения движения: $E_к – 0 = A$.

Выражение для кинетической энергии имеет вид $E_к = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Как видно из определения, величина энергии не зависит явно ни от ускорения движения тела, ни от пути, а определяется скоростью движения в данный момент времени. Полная кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий частей, которые составляют систему.

Закон сохранения полной механической энергии

Так как в механике различают два вида энергии, то можно сказать, что величина полной работы, которую может совершить данная система, равна сумме кинетической и потенциальной энергии всех тел, составляющих систему. Такая сумма называется полной механической энергией системы тел. Если рассмотреть систему тел, то можно указать условие, когда полная механическая энергия системы остается постоянной величиной. Таким условием является невзаимодействие данной системы с окружающими телами. Если же рассматриваемая система не является изолированной, то изменение ее полной механической энергии будет сопровождаться работой внешних сил.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Св. план 2007, поз. 146

Учебное издание

Левицкая Раиса Николаевна
Григорьев Александр Александрович

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие для иностранных слушателей подготовительного отделения

В 2-х частях

Часть 1

Редактор Т. Н. Крюкова
Корректор М. В. Тезина

Подписано в печать	Формат 60х84 1/16.	Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».	Печать ризографическая.	Усл. печ. л.
Уч.-изд. 3,0 л.	Тираж 50 экз.	Заказ 218.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ № 02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП № 02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6