

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра теоретических основ электротехники

**Методические указания**  
к выполнению контрольных заданий  
«Анализ и элементы синтеза четырехполюсников.  
Расчет переходных процессов»  
по курсу ЭЛЕКТРОТЕХНИКА  
для студентов всех специальностей БГУИР

Минск 2002

УДК 621.3(075.8)  
ББК 31.2 я73  
М 54

С о с т а в и т е л и :  
Л.Ю. Шилин, Н.А. Иваницкая, С.В. Батюков

**М 54** **Методические указания к выполнению контрольных заданий «Анализ и элементы синтеза четырехполюсников. Расчет переходных процессов» по курсу «Электротехника» для студентов всех специальностей БГУИР / Сост. Л.Ю. Шилин, Н.А. Иваницкая, С.В. Батюков. — Мн.: БГУИР, 2002. — 24 с.: ил.**

Методические указания предназначены для студентов, изучающих курс «Электротехника». Содержат основные положения по расчету переходных процессов и исследованию четырехполюсников.

УДК 621.3 (075.8)  
ББК 31.2 я 73

© Л.Ю. Шилин, Н.А. Иваницкая,  
С.В. Батюков, составление, 2002  
© БГУИР, 2002

## Содержание

1. Четырёхполюсники и их классификация
2. Уравнения передачи четырехполюсника
3. Схемы четырехполюсников
4. Связь между параметрами
5. Расчет параметров сложных четырехполюсников
6. Идеальный трансформатор

Библиотека БГУИР

## 1. Четырёхполюсники и их классификация

Четырёхполюсник — электрическая цепь с двумя парами зажимов, включенная таким образом, что через каждую пару зажимов проходят попарно равные и противоположно направленные токи (рис. 1).

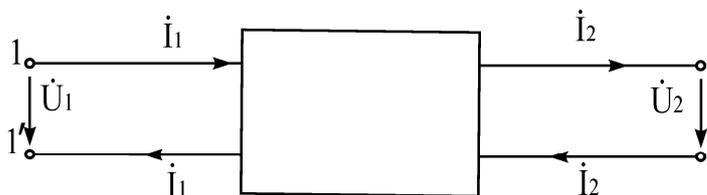


Рис. 1

Четырёхполюсники имеют важное практическое значение. При анализе электромагнитных процессов в большинстве электротехнических устройств (линиях, усилителях, трансформаторах и т.п.) эквивалентные схемы могут быть представлены в виде четырёхполюс-

ников.

Различают следующие виды четырёхполюсников:

- линейные и нелинейные;
- пассивные и активные;
- с сосредоточенными и распределенными элементами.

## 2. Уравнения передачи четырехполюсника

Некоторые виды четырехполюсников независимо от их внутренней структуры обладают рядом общих свойств. Теория четырехполюсников посвящена описанию этих свойств.

Свойства четырехполюсника как системы передачи энергии определяются соотношениями между напряжениями на его внешних зажимах и токами, проходящими через эти зажимы.

Уравнения передачи четырехполюсника — это уравнения, связывающие комплексные амплитуды напряжений и токов на двух парах зажимов четырехполюсника.

Будем излагать все вопросы применительно к установившемуся синусоидальному изменению напряжения, приложенного к входным зажимам.

При этом токи на входе и выходе будут иметь комплексные значения  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ , а напряжения  $-\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ , а общая схема четырехполюсника с обозначениями их направлений имеет вид, показанный на рис. 1.

При передаче электрических сигналов слева направо (прямое включение) зажимы  $1-1'$  являются входными, а зажимы  $2-2'$  — выходными. При обратном включении передача энергии происходит от зажимов  $2-2'$ , которые являются входными, к выходным зажимам  $1-1'$  (рис. 2).

Две из любых величин:  $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$  можно считать известными и через них и некоторые коэффициенты определить две остальные. Эти коэффици-

енты входят в уравнения передачи и называются обобщенными параметрами четырехполюсника.

Различают следующие формы уравнений передачи четырехполюсника:  
форма  $A$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2; \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}; \quad (1)$$

форма  $B$  (применяется при обратной передаче)

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1; \\ \dot{I}_2 &= B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1; \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

форма  $Z$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2; \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}; \quad (3)$$



Рис. 2

форма  $Y$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2; \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

форма  $H$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2; \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

форма  $F$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= F_{11}\dot{U}_1 + F_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= F_{21}\dot{U}_1 + F_{22}\dot{I}_2; \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

В этих уравнениях  $A; B; Z; Y; H; F$  — параметры четырехполюсника. Размерность параметров очевидна из уравнений четырехполюсника в соответствующей форме. Из уравнений (1) видно, что параметры  $A_{11}$  и  $A_{22}$  явля-

ются безразмерными величинами,  $A_2$  — имеет размерность сопротивления, а  $A_{21}$  — проводимости.

Каждая система параметров полностью определяет четырехполюсник.

Следует заметить, что если в данной системе параметров хотя бы один равен бесконечности, то эта система параметров для рассматриваемого четырехполюсника не существует.

Применение той или иной формы уравнений определяется поставленной задачей и заданной схемой четырехполюсника.

Параметры четырехполюсника можно определять следующими методами.

1. Метод холостого хода и короткого замыкания. Применяется в случае простых и сложных схем, а также при определении параметров четырехполюсника экспериментальным путём.

Если схема сложного четырехполюсника состоит из простых четырехполюсников, эффективным является метод разбиения его на простые четырехполюсники.

2. Другой метод заключается в приравнивании коэффициентов соответствующих уравнений четырехполюсника, составленных по законам Кирхгофа.

### 3. Схемы четырехполюсников

По своей конфигурации схемы четырехполюсников могут быть самыми разнообразными. На рис. 3 представлены F-образная (рис. 3,а), T-образная (рис. 3,б), П-образная (рис. 3,в), мостовая (рис. 3,г) схемы четырехполюсника.

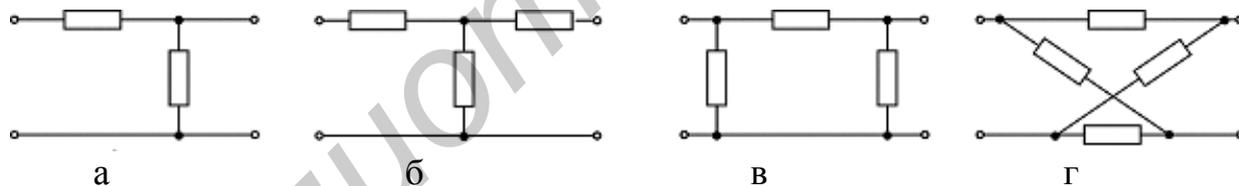


Рис. 3

Четырехполюсник называется структурно-симметричным, если его левая и правая части зеркально отображают друг друга, например, схема T-образного симметричного четырехполюсника (рис. 4,а).

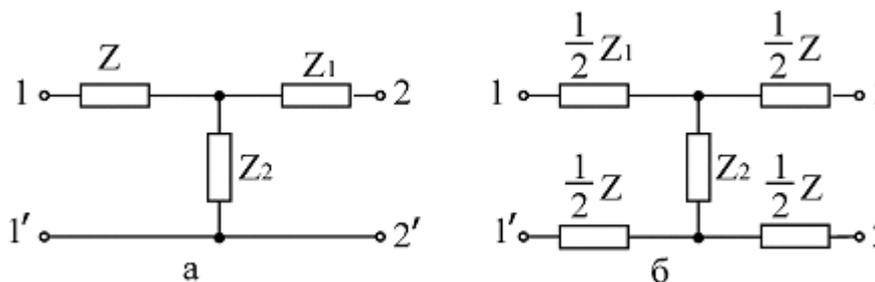


Рис. 4

Структурно-симметричные относятся к числу симметричных четырехполюсников. У симметричных четырехполюсников при перемене местами его входных и выходных зажимов тока и напряжения цепи, в которую включен четырехполюсник, не изменяются. Четырехполюсники, не удовлетворяющие этому условию, называются несимметричными.

Уравновешенными называются четырехполюсники, верхняя и нижняя части схемы которых зеркально отображают друг друга. Схема такого четырехполюсника является симметричной относительно горизонтальной оси (рис. 4,б).

Четырехполюсники, которые удовлетворяют теореме обратимости (взаимности), называются обратимыми (взаимными). В противном случае четырехполюсники называются необратимыми. Пассивные четырехполюсники, содержащие только пассивные элементы, являются обратимыми.

У пассивных несимметричных четырехполюсников существует следующая зависимость между параметрами:

$$Z_{12} = Z_{21}; Y_{12} = Y_{21}; H_{12} = -H_{21}; F_{12} = -F_{21} \text{ и определители} \\ \Delta_A = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1.$$

Если же пассивный четырехполюсник симметричный, то

$$Z_{11} = Z_{22}; Y_{11} = Y_{22}; A_{11} = A_{22} \text{ и определители} \\ \Delta_H = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21} = 1 \text{ и } \Delta_F = F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} = 1.$$

Таким образом, у пассивного несимметричного четырехполюсника три параметра в каждой системе параметров позволяют найти четвертый параметр и полностью характеризуют четырехполюсник. Симметричный пассивный четырехполюсник определяется двумя параметрами.

#### 4. Связь между параметрами

В приведенных алгебраических и матричных уравнениях четырехполюсника различные параметры связаны между собой, так как в этих уравнениях для данного четырехполюсника имеют место одни и те же значения  $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \text{ и } \dot{I}_2$ . Это дает возможность выразить одни параметры через другие.

В табл. 1 приведены формулы для пересчета параметров четырехполюсника. Таблица составлена применительно к уже принятым видам уравнений четырехполюсника и направлениям тока  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  и напряжений  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  на рис.3.

Таблица 1

Определяемая матрица	В зависимости от матрицы					
	[Z]	[Y]	[H]	[F]	[A]	[B]
[Z]	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta_Y} \begin{bmatrix} Y_{22} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{H_{22}} \begin{bmatrix} \Delta_H & H_{12} \\ -H_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{F_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -F_{12} \\ F_{21} & \Delta_F \end{bmatrix}$	$\frac{1}{A_{21}} \begin{bmatrix} -A_{11} & \Delta_A \\ 1 & A_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{B_{21}} \begin{bmatrix} B_{22} & 1 \\ \Delta_B & B_{11} \end{bmatrix}$
[Y]	$\frac{1}{\Delta_z} \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{H_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -H_{12} \\ H_{21} & \Delta_H \end{bmatrix}$	$\frac{1}{F_{22}} \begin{bmatrix} \Delta_F & F_{12} \\ -F_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{A_{12}} \begin{bmatrix} A_{22} & \Delta_A \\ -1 & A_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{B_{12}} \begin{bmatrix} B_{11} & -1 \\ -\Delta_B & B_{22} \end{bmatrix}$
[H]	$\frac{1}{Z_{22}} \begin{bmatrix} \Delta_z & -Z_{12} \\ -Z_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{Y_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -Y_{12} \\ Y_{21} & \Delta_Y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta_F} \begin{bmatrix} F_{22} & -F_{12} \\ -F_{21} & F_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{A_{22}} \begin{bmatrix} A_{12} & \Delta_A \\ -1 & A_{21} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{B_{11}} \begin{bmatrix} B_{12} & 1 \\ -\Delta_B & B_{21} \end{bmatrix}$
[F]	$\frac{1}{Z_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -Z_{12} \\ Z_{21} & \Delta_z \end{bmatrix}$	$\frac{1}{Y_{22}} \begin{bmatrix} \Delta_Y & Y_{12} \\ -Y_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta_H} \begin{bmatrix} H_{22} & -H_{12} \\ H_{21} & H_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{A_{11}} \begin{bmatrix} A_{21} & -\Delta_A \\ 1 & A_{12} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{B_{22}} \begin{bmatrix} B_{21} & -1 \\ \Delta_B & B_{12} \end{bmatrix}$
[A]	$\frac{1}{Z_{21}} \begin{bmatrix} Z_{11} & \Delta_z \\ 1 & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{Y_{21}} \begin{bmatrix} -Y_{22} & -1 \\ -\Delta_Y & Y_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{H_{21}} \begin{bmatrix} -\Delta_H & -H_{11} \\ -H_{11} & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{F_{21}} \begin{bmatrix} 1 & F_{22} \\ F_{11} & \Delta_F \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta_B} \begin{bmatrix} B_{22} & B_{12} \\ B_{21} & B_{11} \end{bmatrix}$
[B]	$\frac{1}{Z_{12}} \begin{bmatrix} Z_{22} & \Delta_z \\ 1 & Z_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{Y_{12}} \begin{bmatrix} -Y_{11} & -1 \\ -\Delta_Y & -Y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{H_{12}} \begin{bmatrix} 1 & H_{11} \\ H_{22} & \Delta_H \end{bmatrix}$	$\frac{1}{F_{12}} \begin{bmatrix} -\Delta_F & -F_{22} \\ -F_{11} & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\Delta_A} \begin{bmatrix} A_{22} & A_{12} \\ A_{21} & A_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$

$$\Delta_Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}; \quad \Delta_Y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}; \quad \Delta_H = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21};$$

$$\Delta_F = F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21}; \quad \Delta_A = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}; \quad \Delta_B = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}.$$

## 5. Расчет параметров сложных четырехполюсников

### Регулярность соединения

Сложные четырехполюсники рассматривают как различные соединения простых четырехполюсников. Существуют следующие способы соединения: последовательное, параллельное, последовательно-параллельное, параллельно-последовательное и каскадное.

Эти способы соединений и формулы для определения соответствующих матриц сложного четырехполюсника приведены в табл. 1.

Все указанные в табл. 1 формулы справедливы только в случае регулярного соединения четырехполюсников, при котором параметры отдельных четырехполюсников после соединения остаются неизменными.

Условие регулярности формулируется следующим образом: при соединении четырехполюсников для любой общей нагрузки токи, проходящие через оба первичных и оба вторичных зажима, должны быть соответственно равны по величине и противоположны по направлению (для каждого четырехполюсника).

Примером нерегулярного соединения двух простых четырехполюсников служит сложный четырехполюсник, представленный на рис. 5.

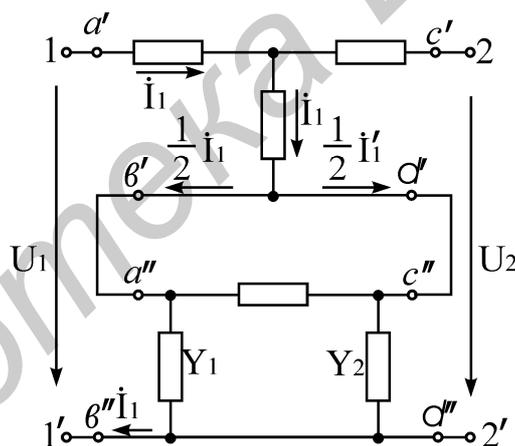


Рис. 5

При равенстве проводимостей  $Y_1$  и  $Y_2$  и разомкнутых зажимах 2–2' ток  $\dot{I}_1$  распределяется так, как показано на рис. 6. Токи во входных и выходных ветвях простых четырехполюсников не равны. Следовательно, условие регулярности

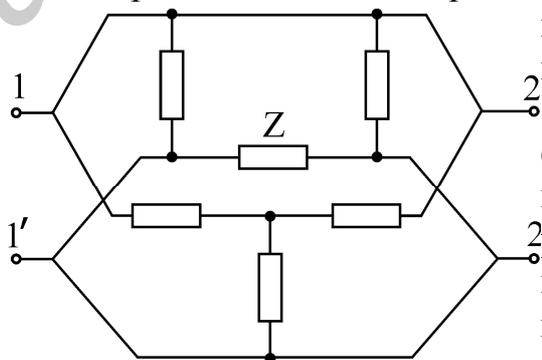


Рис. 6

не выполняется ни для первого, ни для второго четырехполюсника.

Кроме того, при нерегулярном соединении четырехполюсников может измениться значение матрицы параметров одного из четырехполюсников. Например, при соединении двух четырехполюсников, изображенных на рис. 7, элемент  $Z$  замыкается накоротко ниж-

ней ветвью. Таким образом, его матрица  $Y$ -параметров, когда он изолирован, будет отличаться от матрицы  $Y$ -параметров, когда он соединен параллельно (в данном примере) с другим четырехполусником.

При соединении простых четырехполусников необходимо убедиться, что все их параметры сохраняют свои значения.

Прежде чем указать виды регулярного соединения четырехполусников, рассмотрим понятия «трехполусного» и «разорванного» четырехполусников.

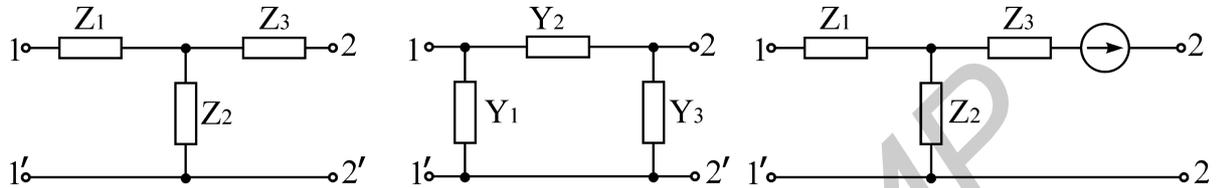


Рис. 7

На рис. 7 указаны четырехполусники, внутри схемы которых зажимы  $1'-2'$  соединены накоротко. Условно схемы таких четырехполусников можно изобразить, как показано на рис. 8. Поэтому их называют «трехполусными».

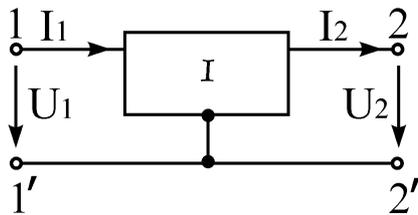


Рис. 8

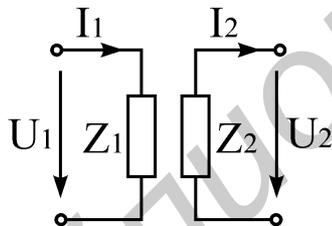


Рис. 9

Схема «разорванного» четырехполусника показана на рис. 9. Матрица такого четырехполусника  $[Z]=\begin{bmatrix} -Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{bmatrix}$ .

Всегда регулярными являются следующие способы соединения четырехполусников:

Последовательное соединение «трехполусных» четырехполусников по схеме рис. 10.

Параллельное соединение:

- а) «трехполусных» четырехполусников по схеме рис. 11;
- б) уравновешенных четырехполусников;
- в) подобных четырехполусников, схемы которых одинаковы, а величины соответствующих элементов пропорциональны.

Каскадное соединение любых четырехполусников.

4. Любые способы соединений произвольного четырехполусника с «разорванным» четырехполусником или с другим произвольным четырехполусником, на входе которого включены трансформаторы (или только на входе или на выходе).

В случае, если соединения простых четырехполусников отличны от указанных выше способов, нужно проверять выполнение условия регулярности, т.е. условие равенства токов, входящих и выходящих в каждой паре составных четырехполусников.

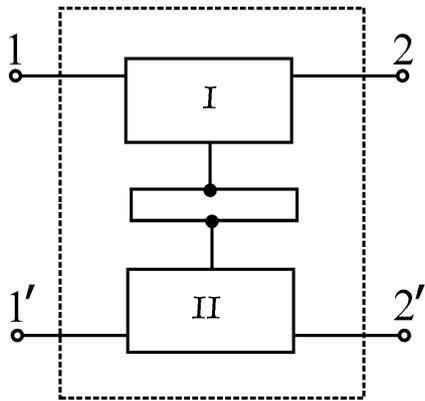


Рис. 10

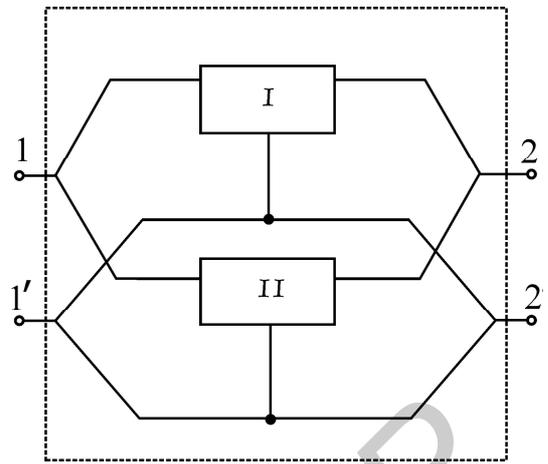


Рис. 11

При последовательном соединении четырехполюсников проверка условия регулярности производится по схемам рис. 12. Первый опыт соответствует прямой передаче, когда левые зажимы четырехполюсников соединены последовательно, а правые разомкнуты (рис. 12,а). Второй опыт соответствует обратной передаче, когда правые зажимы соединены последовательно, а левые разомкнуты (рис. 12,б).

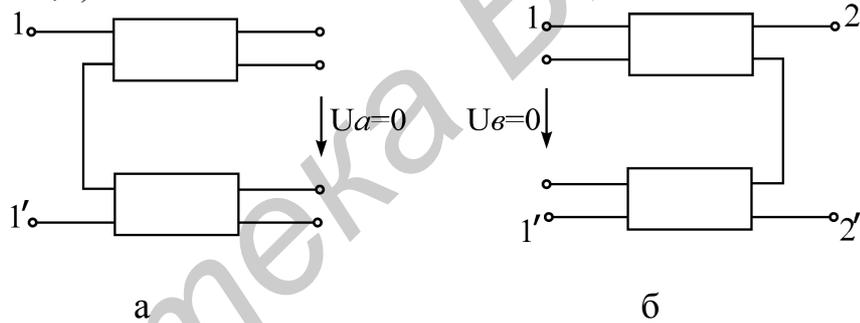


Рис. 12

Напряжение  $U$  между нижним разомкнутым зажимом первого четырехполюсника и верхним разомкнутым зажимом второго четырехполюсника должно быть равно нулю. В противном случае соединение является нерегулярным.

При параллельном соединении четырехполюсников проверка производится по схемам рис. 13.

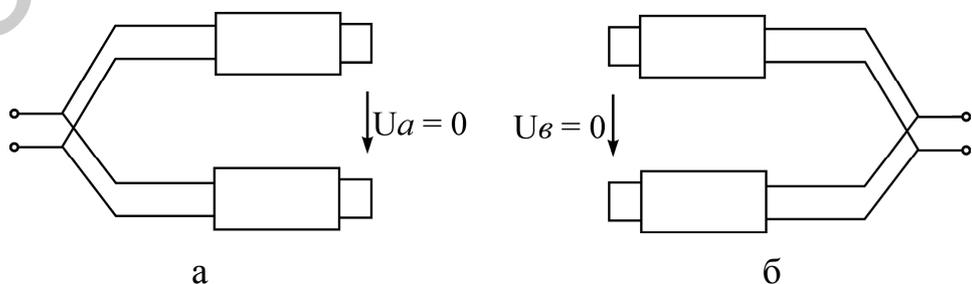


Рис. 13

Сначала при прямой передаче соединяются параллельно левые зажимы и замыкаются накоротко правые (рис. 13,а), затем при обратной передаче соеди-

няются параллельно правые зажимы и замыкаются накоротко левые (рис. 14,б). В обоих случаях напряжение  $U$  между закороченными зажимами двух четырехполюсников должно быть равно нулю.

При последовательно-параллельном соединении четырехполюсников проверка производится по схемам рис. 14. При прямой передаче соединяются последовательно левые зажимы четырехполюсников и замыкаются накоротко правые (рис. 14,а). При обратной передаче соединяются параллельно правые и размыкаются левые зажимы (рис. 14,б). В обоих случаях напряжение  $U$  равно нулю, если условие регулярности соблюдено.

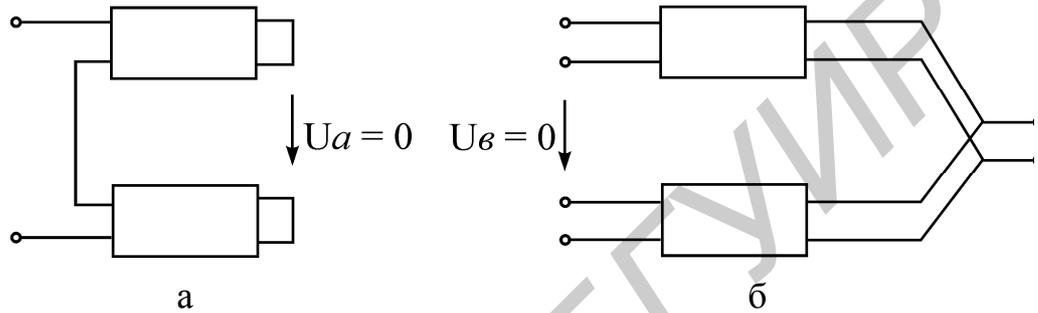


Рис. 14

При параллельно-последовательном соединении проверка регулярности осуществляется аналогично по схемам рис. 15.

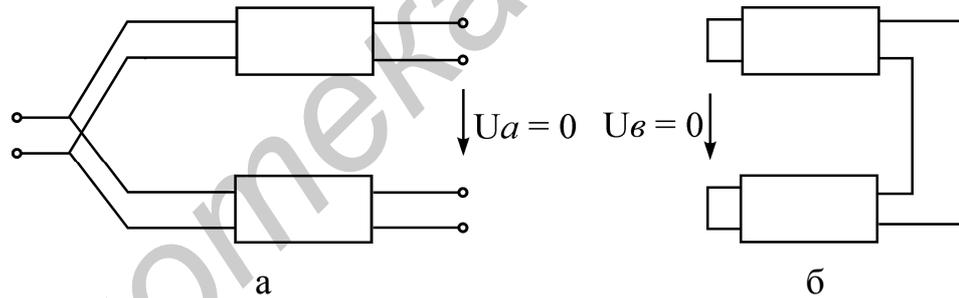


Рис. 15

При пользовании формулами табл. 1 надо помнить, что при сложении двух матриц складываются их соответствующие элементы. Например, при определении  $Z$ -параметров сложного четырехполюсника, состоящего из двух последовательно соединенных простых четырехполюсников с матрицами:

$$|Z'| = \begin{vmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{vmatrix} \text{ и } |Z''| = \begin{vmatrix} Z''_{11} & Z''_{12} \\ Z''_{21} & Z''_{22} \end{vmatrix},$$

матрица сложного четырехполюсника равна

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = [Z'] + [Z''] = \begin{bmatrix} Z'_{11} + Z''_{11} & Z'_{12} + Z''_{12} \\ Z'_{21} + Z''_{21} & Z'_{22} + Z''_{22} \end{bmatrix}.$$

Из равенства матриц вытекает, что

$$Z_{11} = Z'_{11} + Z''_{11}; Z_{12} = Z'_{12} + Z''_{12}; Z_{21} = Z'_{21} + Z''_{21}; Z_{22} = Z'_{22} + Z''_{22}.$$

Аналогично определяются Y-, H-, F-параметры сложных четырехполюсников.

При определении A-параметров каскадно-соединенных четырехполюсников следует помнить, что умножение матриц не подчиняется переместительному закону, т.е.  $[A'] [A''] \neq [A''] [A']$ . Поэтому нужно следить за тем, чтобы матрицы-сомножители следовали в том порядке, в каком осуществляется передача энергии двумя каскадно-соединенными четырехполюсниками.

Если  $[A']$  и  $[A'']$  — матрицы двух каскадно-соединенных четырехполюсников, то A-параметры сложного четырехполюсника равны

$$\begin{aligned} A_{11} &= A'_{11} A''_{11} + A'_{12} A''_{21}, & A_{12} &= A'_{11} A''_{12} + A'_{12} A''_{22}, \\ A_{21} &= A'_{21} A''_{11} + A'_{22} A''_{21}, & A_{22} &= A'_{21} A''_{12} + A'_{22} A''_{22}. \end{aligned}$$

## 6. Идеальный трансформатор

Регулярность соединений четырехполюсников в ряде случаев можно обеспечить включением идеального трансформатора (рис. 16, а–в).

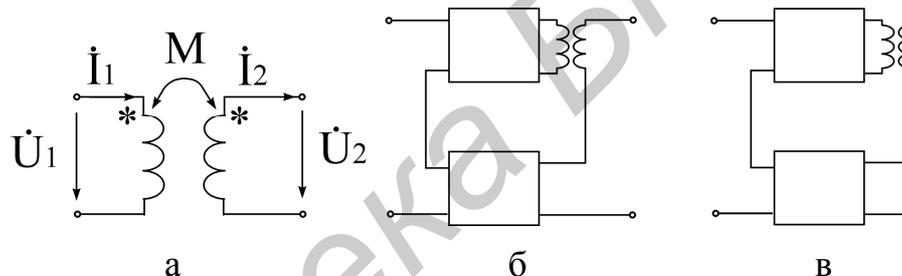


Рис. 16

Идеальный трансформатор обладает следующими свойствами:

1. При любых условиях соотношение первичного и вторичного напряжений на зажимах идеального трансформатора равно отношению вторичного тока к первичному и определяется отношением числа витков его обмоток, т.е. коэффициентом трансформации  $n$ .

2. Не имеет потерь.

3. При разомкнутой вторичной обмотке ток в первичной обмотке не протекает.

Матрица A-параметров идеального трансформатора имеет вид

$$[A] = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix},$$

где  $n$  — коэффициент трансформации.

Если  $n = 1$ , то матрица A принимает вид

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

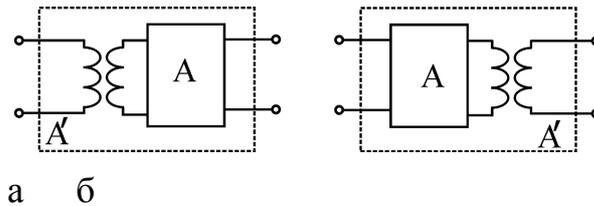


Рис. 17

Включение идеального трансформатора на входе четырехполюсника (рис. 17,а) преобразует матрицу этого четырехполюсника к виду

$$[A'] = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \cdot [A] = \begin{bmatrix} nA_{11} & nA_{12} \\ \frac{1}{n}A_{21} & \frac{1}{n}A_{22} \end{bmatrix},$$

а включение идеального трансформатора после четырехполюсника (рис.17,б) преобразует её к виду

$$[A'] = [A] \cdot \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nA_{11} & \frac{1}{n}A_{12} \\ nA_{21} & \frac{1}{n}A_{22} \end{bmatrix}.$$

Использование идеального трансформатора с коэффициентом трансформации  $n = 1$  не преобразует матрицу четырехполюсника, но делает его разрывным и тем самым обеспечивает регулярность соединения.

### Пример

Даны четырехполюсники (рис. 18,а,б) с параметрами:

$$r_1 = 100(\text{Ом}); X_{L1} = 200(\text{Ом}); X_{C1} = 100(\text{Ом}); X_{L2} = 200(\text{Ом}); X_{C2} = 400(\text{Ом}).$$

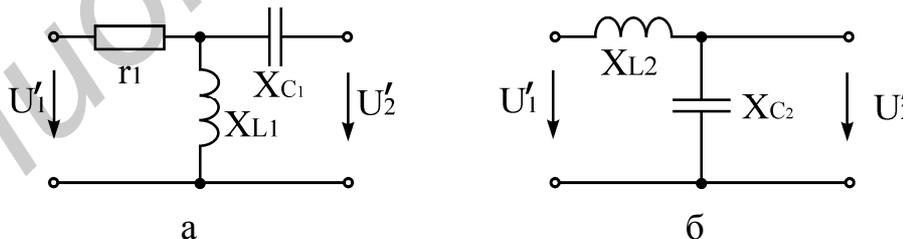


Рис. 18

Выполнить следующее:

1. Определить А-параметры простых четырехполюсников  $[A']$  и  $[A'']$ .
2. Произвести анализ регулярности последовательного и последовательно-параллельного соединений.
3. Определить эквивалентные параметры вышеуказанных соединений четырехполюсников.
4. Определить А-параметры данных соединений.
5. Определить элементы схемы замещения последовательного и последовательно-параллельного соединений четырехполюсников.

## Решение

1.  $A'$ -параметры четырехполюсника (рис. 18,а) определим, используя режим холостого хода и короткого замыкания:

$$A'_{11} = \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{i_2=0} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{\dot{U}_1}{r_1 + jX_{L1}} \cdot jX_{L2}} = \frac{r_1 + jX_{L1}}{jX_{L2}} = \frac{10 + j200}{j200} = 1 - j0,5,$$

$$A'_{12} = \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{U_2=0} = \frac{jX_{L1}(-jX_{C1}) + j(X_{L1} - X_{C1})r}{jX_{L1}} = 50 - j100 [\text{Ом}],$$

$$A'_{21} = \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{i_2=0} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1(jX_{L1})} = \frac{1}{jX_{L1}} = -j0,005 [\text{Ом}],$$

$$A'_{22} = \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{U_2=0} = \frac{jX_{L1} - jX_{C1}}{jX_{L1}} = 0,5.$$

Проведем проверку параметров по соотношению

$$A'_{11}A'_{22} - A'_{12}A'_{21} = 1, \\ (1 - j0,5) \cdot 0,5 - (50 - j100)(-j0,005) = 1.$$

Соотношение выполняется.

Аналогично определяются  $A''$ -параметры звена (рис. 18,б):

$$A''_{11} = \frac{j(X_{L2} - X_{C2})}{-jX_{C2}} = \frac{1}{2}; A''_{12} = jX_{L2} = j200; A''_{21} = \frac{1}{-jX_{C2}} = j2,5 \cdot 10^{-3}; A''_{22} = 1.$$

Матрицы  $A$ -параметров простых четырехполюсников имеют вид

$$[A'] = \begin{bmatrix} 1 - j0,5 & 50 - j100 \\ -j0,005 & 0,5 \end{bmatrix}; [A''] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & j200 \\ j2,5 \cdot 10^{-3} & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Анализ регулярности.

### Последовательное соединение.

Данные четырехполюсники относятся к категории трехполюсных, и непосредственное их соединение по схеме рис. 19 является нерегулярным, т.к. меняются параметры второго четырехполюсника.

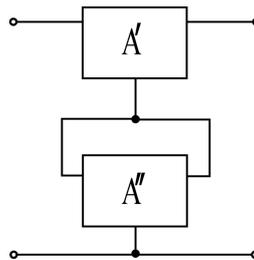


Рис. 19

Проверка регулярности по схеме рис. 13 показывает тот же результат.

Регулярность соединения четырехполюсников обеспечивается включением по схеме рис. 20,а или рис. 20,б — через идеальный трансформатор.

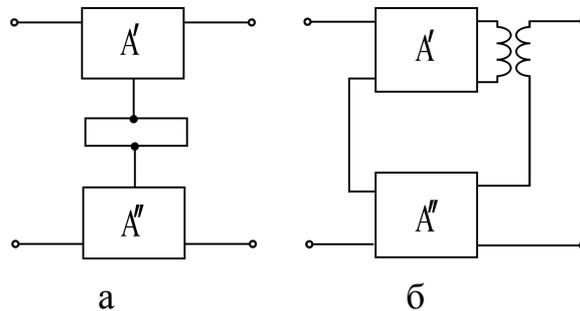


Рис. 20

Последовательно-параллельное соединение.

Проверка регулярности соединения по схемам (см. рис. 14) показывает, что оно нерегулярно, т.к.  $\dot{U}_a \neq 0$ ;  $\dot{U}_e \neq 0$ .

Регулярность такого соединения можно обеспечить по схемам рис. 21,а или рис. 21,б с помощью идеального трансформатора.

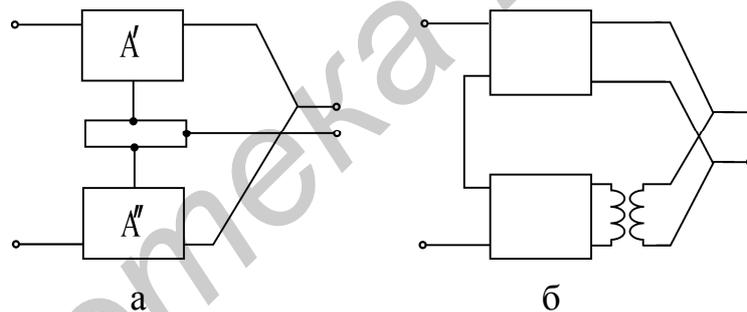


Рис. 21

3. Определение эквивалентных параметров сложного четырехполюсника.

Последовательное соединение.

При соединении четырехполюсников по схеме рис. 22 эквивалентные параметры соединения равны  $[Z] = [Z'] + [Z'']$ .

Определим Z-параметры каждого четырехполюсника.

$$Z'_{11} = \frac{A'_{11}}{A'_{21}} = \frac{1-j0,5}{-j0,005} = 100 + j199,93,$$

$$Z'_{12} = -\frac{1}{A'_{21}} = -\frac{1}{-j0,005} = -j200,$$

$$Z'_{21} = \frac{1}{A'_{21}} = j200,$$

$$Z'_{22} = -\frac{A'_{22}}{A'_{21}} = -\frac{0,5}{-j0,005} = -j100.$$

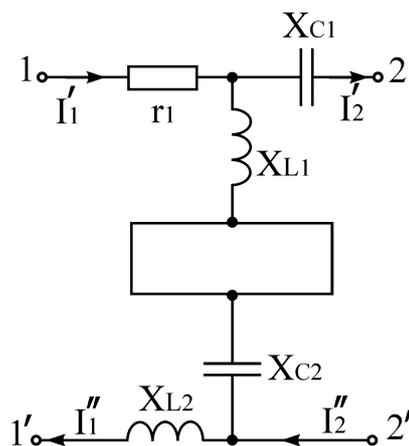


Рис. 22

По аналогии для второго четырехполюсника:

$$Z''_{11} = \frac{A'_{11}}{A'_{21}} = \frac{1}{j2,5 \cdot 10^{-3}} = -j0,2 \cdot 10^3 = -j200,$$

$$Z''_{12} = -\frac{1}{A'_{21}} = -\frac{1}{j2,5 \cdot 10^{-3}} = j0,4 \cdot 10^3 = j400,$$

$$Z'_{21} = \frac{1}{A'_{21}} = -j400; Z_{22} = -\frac{1}{j2,5 \cdot 10^{-3}} = j400.$$

Следовательно, Z-параметры эквивалентного последовательного соединения (сложного четырехполюсника) равны:

$$[Z] = [Z'] + [Z''] = \begin{bmatrix} 100 + j200 & -j200 \\ j200 & -j100 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -j200 & j400 \\ -j400 & j400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & j200 \\ -j200 & j300 \end{bmatrix}$$

$$|Z| = 100 \cdot j300 - j200 \cdot (-j200) = j30000 + j40000 = j70000.$$

Последовательно-параллельное соединение четырехполюсников осуществляют по схеме рис. 21,б с коэффициентом трансформации  $n = 1$ . Эквивалентные параметры соединения равны  $[H] = [H'] + [H'']$ .

H-параметры первого четырехполюсника:

$$H'_{11} = \frac{A'_{12}}{A'_{22}} = \frac{50 - j100}{0,5} = 100 - j200; H'_{12} = \frac{1}{A'_{22}} = \frac{1}{0,5} = 2,$$

$$H'_{21} = \frac{1}{A'_{21}} = 2; H'_{22} = -\frac{A'_{21}}{A'_{22}} = -\frac{-j0,005}{0,5} = j0,01.$$

Для второго четырехполюсника:

$$H''_{11} = \frac{j200}{1} = j200; H''_{12} = 1; H''_{21} = 1; H''_{22} = -j2,5 \cdot 10^{-3}.$$

Эквивалентная матрица соединения имеет вид

$$[H] = [H'] + [H''] = \begin{bmatrix} 100 - j200 & 2 \\ 2 & j0,01 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j200 & 1 \\ 1 & -j2,5 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 100 & 3 \\ 3 & j0,5 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix};$$

$$|H| = 100 \cdot j7,5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 3 = j7,5 \cdot 10^{-1} - 9 = -9 + j0,75.$$

4. Для определения А-параметров, полученных сложных четырехполюсников, воспользуемся следующими соотношениями.

Последовательное соединение:

$$A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = \frac{100}{-j200} = j0,5; \quad A_{12} = -\frac{|Z|}{Z_{21}} = -\frac{j70000}{-j200} = 350,$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_{21}} = \frac{1}{-j200} = j0,005; \quad A_{22} = -\frac{Z_{22}}{Z_{21}} = -\frac{j300}{-j200} = 1,5,$$

$$[A_{\text{экв.посл}}] = \begin{bmatrix} j0,5 & 350 \\ j0,005 & 1,5 \end{bmatrix}.$$

Последовательно-параллельное соединение.

$$A_{11} = -\frac{|H|}{H_{21}} = -\frac{-9+j0,75}{3} = 3-j0,25; \quad A_{12} = \frac{H_{11}}{H_{21}} = \frac{100}{3} = 33,3$$

$$A_{21} = -\frac{H_{22}}{H_{21}} = -\frac{j7,5 \cdot 10^{-3}}{3} = -j2,5 \cdot 10^{-3}; \quad A_{22} = \frac{1}{H_{21}} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$[A_{\text{экв.посл.-пар}}] = \begin{bmatrix} 3-j0,25 & 33,3 \\ -j2,5 \cdot 10^{-3} & 0,33 \end{bmatrix}$$

5. Выбираем схемы замещений для последовательного и последовательно-параллельного соединений и рассчитываем их параметры.

Для последовательного соединения выберем Т-образную схему замещения (рис. 23,а), параметры которой определяются по следующим формулам:

$$Z_1 = \frac{A_{11}-1}{A_{21}} = \frac{j0,5-1}{j0,005} = 100+j200 \text{ [Ом]},$$

$$Z_2 = \frac{1}{A_{21}} = \frac{1}{j0,005} = -j200 \text{ [Ом]},$$

$$Z_3 = \frac{A_{22}-1}{A_{21}} = \frac{1,55-1}{j0,005} = -j100 \text{ [Ом]}.$$

Для последовательно-параллельного соединения выберем П-образную схему замещения (рис. 23,б):

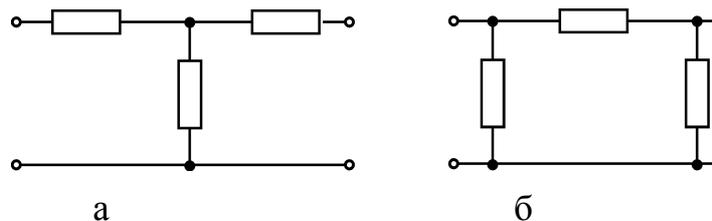


Рис. 23

$$Z_1 = A_{12} = 3 - j0,25 \text{ [Ом]},$$

$$Z_2 = \frac{A_{12}}{A_{22} - 1} = \frac{33,3}{0,33 - 1} = -49,7 \text{ [Ом]},$$

$$Z_3 = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1} = \frac{33,3}{3 - j0,25 - 1} = 16,5 + j2 \text{ [Ом]}.$$

Примечание. Анализ расчета схем замещения позволяет сделать вывод: Т- и П-образные схемы замещения для четырехполюсников не всегда физически реализуемы. В случае последовательно-параллельного соединения сопротивлений  $Z_2$ , активное по своему характеру, оказалось отрицательным.

### Расчет переходных процессов методом переменных состояния

Метод переменных состояния — наиболее универсальный метод расчета линейных цепей. Метод используется для расчета цепей высокого порядка, когда применение других методов расчета практически невозможно.

Энергетическое состояние цепи однозначно определяется энергией магнитного поля, запасенной в индуктивностях, и энергией электрического поля, запасенной в емкостях. Запасы энергии в реактивных элементах определяют токи в индуктивностях и напряжения емкостей, и, следовательно, они и характеризуют энергетическое состояние цепи. Токи в индуктивностях и напряжение емкостей представляют независимые начальные условия цепи и поэтому приняты в качестве переменных состояния. Уравнения, характеризующие состояние цепи, называют уравнением состояния.

Метод переменных состояния основывается на составлении систем дифференциальных уравнений первого порядка, записываемых в матричной форме, и систем алгебраических уравнений. Переменными в уравнении являются напряжения на емкостях и токи в индуктивностях, т.е. переменные состояния цепи.

Первая система уравнений связывает матрицу первых производных по времени переменных состояния  $|\dot{X}|$  с матрицами самих переменных состояния  $|X|$  и внешних воздействий  $|U|$ , в качестве которых рассматриваются ЭДС и токи источников:

$$|\dot{X}| = AX + BU,$$

где  $|\dot{X}|$  — вектор-столбец производных переменных состояния;

$X$  — вектор-столбец переменных состояния;

$U$  — вектор-столбец входных воздействий (источников тока и напряжения);

$A$  — квадратная матрица- основная матрица цепи;

$B$  — прямоугольная матрица связи между источниками воздействия и переменными состояниями;

$A$  и  $B$  зависят только от параметров цепи  $(r, L, c)$ .

Вторая система уравнений является система алгебраических уравнений и связывает матрицу выходных величин  $|Y|$  с матрицами переменных состояния  $|X|$  и внешних воздействий  $|U|$ :

$$|Y| = CX + DU,$$

где  $C$  — матрица связи переменных состояния с искомыми токами и напряжениями (так называемыми выходами цепи);

$D$  — матрица непосредственной связи источников напряжений или токов (входов цепи) с выходами;

$Y$  — вектор-столбец искомых токов и напряжений.

Решение для матрицы переменных состояния имеет вид

$$x = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}BU(\tau)d\tau,$$

где  $x(0)$  — матрица переменных состояния в момент коммутации ( $t = 0$ ).

Решение для выходных величин имеет вид

$$U(t) = Ce^{At}x(0) + C \int_0^t e^{A(t-\tau)}BU(\tau)dr + D \cdot U(t).$$

### Пример составления уравнений состояния цепи

На рис. 24 показан сложный четырехполюсник с присоединенной активной нагрузкой. На входе четырехполюсника действует периодическая несинусоидальная функция, график которой представлен на рис. 25.

ЗАДАНИЕ: Рассчитать и построить графики переходного тока  $i_H(t)$  и напряжение  $U_H(t)$  для  $t \in [0; \tau_1]$ .



Рис. 24

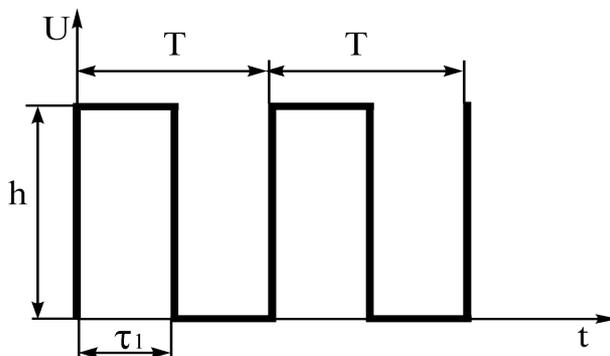


Рис. 25

Пусть Т-образная схема четырехполюсника имеет вид, представленный на рис. 26, а, на рис. 26, б показана эквивалентная схема замещения.

1. Независимыми начальными условиями в данной схеме являются  $U_{C_1}(0); i_2(0); U_{C_3}(0)$ , они и определяют переменные состояния данного четырехполюсника.

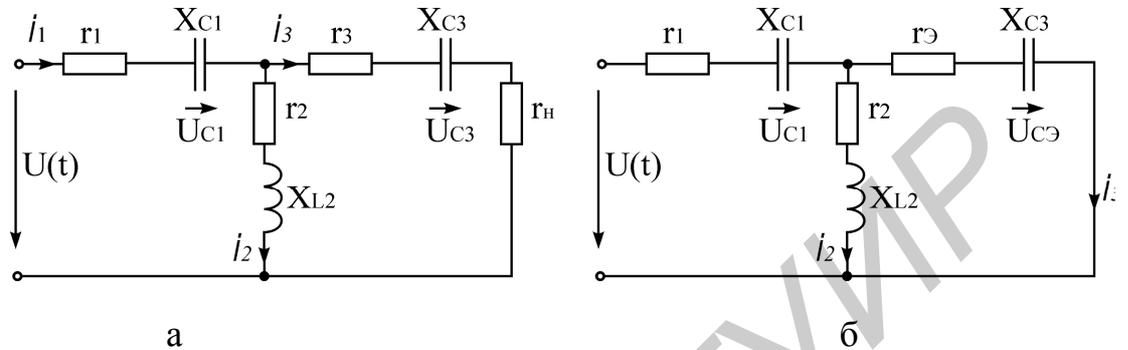


Рис. 26

2. Составим систему уравнений по законам Кирхгофа для данной цепи:

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ U(t) = C_1 \frac{dU_{C_1}}{dt} r_1 + U_{C_1} + i_2 r_2 + L \frac{di_2}{dt}; \\ 0 = C_3 \frac{dU_{C_3}}{dt} r_3 + U_{C_3} - i_2 r_2 - L \frac{di_2}{dt}. \end{cases} \quad (1)$$

3. Решаем систему относительно  $\frac{dU_{C_1}}{dt}; \frac{dU_{C_3}}{dt}; L \frac{di_2}{dt}$ , т. е. относительно первых производных переменных состояния:

$$\begin{cases} \frac{dU_{C_1}}{dt} = \left( i_2 + \frac{U_{C_3}}{r_3} - \frac{U_{C_1}}{r_3} + \frac{U(t)}{r_3} \right) \cdot \frac{r_3}{C_1(r_3 + r_1)}; \\ \frac{dU_{C_3}}{dt} = [U(t) - U_{C_3} - U_{C_1}] \frac{1}{C_3(r_3 + r_1)}; \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L(r_3 + r_1)} \cdot [r_3 [U(t) - U_{C_1} - i_2(r_1 + r_2)] - i_2 r_1 r_2 + U_{C_3} r_1]. \end{cases} \quad (2)$$

Система уравнений (2) является системой уравнений состояния. В неё подставляем значение входного напряжения  $U(t)$ , преобразованного с помощью ряда Фурье в гармонический ряд. Для простоты расчета ограничимся первой гармонической и постоянной составляющей:

$$U(t) = \frac{U_0}{2} + \frac{2U_0}{\pi} \sin \omega_1 t.$$

Тогда уравнения состояния примут вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU_{C_1}}{dt} = i_2 \frac{r_3}{C_1(r_1+r_3)} - \frac{U_{C_3}}{C_1(r_1+r_3)} - \frac{U_{C_1}}{C_1(r_1+r_3)} + \frac{U_0}{2C_1(r_1+r_3)} - \\ - \frac{dU_{C_3}}{dt} = 0 - \frac{U_{C_3}}{C_3(r_1+r_3)} - \frac{U_{C_1}}{C_3(r_1+r_3)} + \frac{U_0}{2C_3(r_1+r_3)} - \\ \frac{di_2}{dt} = -i_2 \frac{r_3(r_1+r_2)+r_1r_2}{L(r_1+r_3)} + U_{C_3} \frac{r_1}{L(r_1+r_3)} - U_{C_1} \frac{r_3}{L(r_1+r_3)} + U_0 \frac{r_3}{2L(r_1+r_3)} - \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -U_0 \frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi C_1(r_1+r_3)} \\ -U_0 \frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi C_3(r_1+r_3)} \\ -U_0 \frac{2r_3 \sin \omega_1 t}{L\pi(r_1+r_3)} \end{array} \right. \cdot \quad (3)$$

В матричном виде система уравнений (3) запишется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ \frac{dU_{C_3}}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1(r_1+r_3)} & \frac{1}{C_1(r_1+r_3)} & \frac{r_3}{r_1+r_3} \\ \frac{1}{C_3(r_1+r_3)} & \frac{1}{C_3(r_1+r_3)} & 0 \\ \frac{r_3}{L(r_1+r_3)} & \frac{r_1}{L(r_1+r_3)} & -\frac{r_3(r_1+r_2)+r_1r_2}{L(r_1+r_3)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{C_1} \\ U_{C_3} \\ i_2 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{2C_1(r_1+r_3)} & -\frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi C_1(r_1+r_3)} \\ \frac{1}{2C_3(r_1+r_3)} & -\frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi C_3(r_1+r_3)} \\ \frac{r_3}{2L(r_1+r_3)} & -\frac{r_3 2 \sin \omega_1 t}{L\pi(r_1+r_3)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

что соответствует первому уравнению состояния

$$|\dot{X}| = AX + BU,$$

$$\text{где } \dot{X} = \begin{bmatrix} \frac{dU_{C_1}}{dt} \\ \frac{dU_{C_3}}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{C_1} \\ U_{C_3} \\ i_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$$U = \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1(r_1+r_2)} & -\frac{1}{C_1(r_1+r_2)} & \frac{r_2}{r_1+r_2} \\ -\frac{1}{C_2(r_1+r_2)} & -\frac{1}{C_2(r_1+r_2)} & 0 \\ -\frac{r_2}{L(r_1+r_2)} & \frac{r_1}{L(r_1+r_2)} & -\frac{r_2(r_1+r_2)+r_1r_2}{L(r_1+r_2)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2C_1(r_1+r_2)} & -\frac{2\sin\omega_1 t}{\pi C_1(r_1+r_2)} \\ \frac{1}{2C_2(r_1+r_2)} & -\frac{2\sin\omega_1 t}{\pi C_2(r_1+r_2)} \\ \frac{r_2}{2L(r_1+r_2)} & -\frac{r_2 2\sin\omega_1 t}{\pi L(r_1+r_2)} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Матрицы А и В в линейных цепях зависят только от параметров цепи  $r; L; C$  и являются постоянными величинами.

4. Перейдем к формированию второго уравнения метода. В качестве выходных величин примем  $U_H$  и  $i_H = i_3$ . Именно их надо определить по условию задачи.

Следовательно, необходимо представить заданные величины в виде

$$i_H = f_1(U_{C_1}; U_{C_3}; i_2; U(t)); U_H = f_2(U_{C_1}; U_{C_3}; i_2; U(t)).$$

Составим систему уравнений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ U(t) = r_1 i_1 + U_{C_1} + i_2 r_2 + U_L; \\ 0 = i_3 r_3 + U_{C_3} - U_L - i_2 r_2; \\ U_H = i_3 r_H. \end{cases} \quad (10)$$

Разрешим данную систему относительно  $i_3$ :

$$i_3 = \frac{U(t) - i_2 r_1 - U_{C_1} - U_{C_3}}{r_1 + r_3}.$$

С учётом того, что  $U(t) = \frac{U_0}{2} + \frac{2U_0}{\pi} \sin \omega_1 t$ , представим

$$\begin{cases} i_3 = -U_{C_1} \frac{1}{r_1 + r_3} - U_{C_3} \frac{1}{r_1 + r_3} - i_2 \frac{r_1}{r_1 + r_3} + U_0 \frac{1}{2(r_1 + r_3)} + U_0 \frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi(r_1 + r_3)}; \\ U_H = i_3 r_H = -U_{C_1} \frac{r_H}{r_1 + r_3} - U_{C_3} \frac{r_H}{r_1 + r_3} - i_2 \frac{r_1 r_H}{r_1 + r_3} + U_0 \frac{r_H}{2(r_1 + r_3)} + U_0 \frac{2 r_H \sin \omega_1 t}{\pi(r_1 + r_3)}. \end{cases} \quad (11)$$

В матричном виде система уравнений (11) запишется

$$\begin{bmatrix} i_3 \\ U_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_1 + r_3} & -\frac{1}{r_1 + r_3} & -\frac{r_1}{r_1 + r_3} \\ -\frac{r_H}{r_1 + r_3} & -\frac{r_H}{r_1 + r_3} & -\frac{r_1 r_H}{r_1 + r_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{C_1} \\ U_{C_3} \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2(r_1 + r_3)} & \frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi(r_1 + r_3)} \\ \frac{r_H}{2(r_1 + r_3)} & \frac{2 r_H \sin \omega_1 t}{\pi(r_1 + r_3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \end{bmatrix},$$

что соответствует второму уравнению состояния

$$Y = CX + DU,$$

где

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_3 \\ U_H \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} U_{C_1} \\ U_{C_3} \\ i_2 \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} U_0 \\ U_0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_1 + r_3} & -\frac{1}{r_1 + r_3} & -\frac{r_1}{r_1 + r_3} \\ -\frac{r_H}{r_1 + r_3} & -\frac{r_H}{r_1 + r_3} & -\frac{r_1 r_H}{r_1 + r_3} \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2(r_1 + r_3)} & \frac{2 \sin \omega_1 t}{\pi(r_1 + r_3)} \\ \frac{r_H}{2(r_1 + r_3)} & \frac{2 r_H \sin \omega_1 t}{\pi(r_1 + r_3)} \end{bmatrix}.$$

Полученные уравнения состояния решаются численными методами с помощью стандартных программ математического обеспечения современной вычислительной техники.

Учебное издание

Методические указания  
к выполнению контрольных заданий  
«Анализ и элементы синтеза четырехполюсников.  
Расчет переходных процессов»  
по курсу ЭЛЕКТРОТЕХНИКА  
для студентов всех специальностей БГУИР

Составители:  
**Шилин** Леонид Юрьевич,  
**Иваницкая** Наталья Александровна,  
**Батюков** Сергей Валентинович

Редактор Е.Н. Батурчик

---

Подписано в печать 17.10.2002

Бумага офсетная. Печать ризографическая. Гарнитура «Таймс».

Уч.-изд. л. 1,2.

Тираж 200 экз.

Формат 60x84 1/16

Усл. печ. л. 1,51.

Заказ 205

---

Издатель и полиграфическое исполнение:

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Лицензия ЛП №156 от 05.02.2001.

Лицензия ЛП №509 от 03.08.2001.

220013, Минск, П. Бровки, 6