

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра теоретических основ электротехники

**Методические указания**  
к выполнению лабораторных работ  
по курсу ЭЛЕКТРОТЕХНИКА  
для студентов специальностей  
«Автоматическое управление в технических системах»,  
«Автоматизированные системы обработки информации»,  
«Искусственный интеллект»

Минск 2002

УДК 621.3 (075.8)  
ББК 31.2 я 73  
М 54

С о с т а в и т е л и :  
Л.Ю. Шилин, М.С. Шмаков, С.В. Батюков

**Методические** указания к выполнению лабораторных работ по курсу  
М 54 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА для студентов специальностей «Автоматическое управление в технических системах», «Автоматизированные системы обработки информации», «Искусственный интеллект» / Сост. Л.Ю. Шилин, М.С. Шмаков, С.В. Батюков. — Мн.: БГУИР, 2002. — 72 с.: ил.

Методические указания содержат краткое описание и порядок выполнения лабораторных работ, а также домашние задания к ним.

УДК 621.3 (075.8)  
ББК 31.2 я 73

© Л.Ю. Шилин, М.С. Шмаков,  
С.В. Батюков, составление, 2002  
© БГУИР, 2002

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»

### *ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА И ДОПУСК К РАБОТЕ*

1. При подготовке к лабораторной работе студент должен ознакомиться с ее содержанием, изучить лекционный материал и параграфы одного из учебников, указанных в списке литературы, а затем рассчитать домашнее задание согласно номеру варианта.

2. Результаты подготовки должны быть отражены в протоколе выполняемой работы, который должен содержать:

- а) полный расчет домашнего задания;
- б) рабочие схемы;
- в) таблицы для записи результатов измерений .

3. В начале занятия студент должен предъявить преподавателю подготовленный протокол выполняемой работы (см. п. 2), а также оформленный полностью протокол предыдущей работы.

4. Во время занятия студент должен:

- а) получить допуск к работе;
- б) выполнить работу (собрать схемы, проделать необходимые наблюдения и измерения, записать результаты в таблицы).

5. Готовность студентов к выполнению работы проверяет преподаватель, задавая контрольные вопросы по теории, работе схемы, применяемым формулам, порядку выполнения и ожидаемым результатам данной работы. Вопросы могут быть заданы в устной и письменной формах.

**6. Студенты, теоретическая подготовка которых признана неудовлетворительной, а также не выполнившие требования п. 3, к работе не допускаются.**

7. Студенты, не допущенные к работе, должны использовать оставшееся время для изучения теории, подготовки домашнего задания, а также для оформления и защиты сделанных ранее работ.

8. Работы, не сделанные в срок, выполняются во время отработки лабораторных работ. Допуск к работе получают на общих основаниях.

### *РАБОТА В ЛАБОРАТОРИИ*

1. Для работы в лаборатории группа разбивается на бригады (по два-три человека). Члены бригады выполняют экспериментальную часть работы вместе, но каждый студент оформляет свой протокол и отчитывается самостоятельно.

2. Каждая бригада трудится на отдельном рабочем месте, где размещено все необходимое для этого оборудование. В отдельных случаях недостающие приборы и оборудование должны быть затребованы у лаборанта. **Брать их без разрешения с других рабочих мест запрещается.**

3. За ущерб, причиненный лаборатории вследствие несоблюдения правил проведения работ или техники безопасности, а также неправильного обра-

щения с аппаратами и оборудованием, члены бригады несут ответственность.

4. Схему для проведения работы студенты собирают самостоятельно. Измерительные приборы, вспомогательные и регулирующие устройства следует расположить так, чтобы она получилась простой, наглядной и легко доступной в каждой точке.

В начале эксперимента все регулирующие устройства (реостаты, потенциометры и др.) должны быть отрегулированы так, чтобы в цепи были минимальные значения токов и напряжений, измерительные приборы должны быть включены на максимальный диапазон. После измерений величины следует переключить приборы на такой диапазон, чтобы использовать примерно три четверти шкалы прибора. Если измеряемая величина меньше одной четверти полного диапазона прибора, то в целях уменьшения погрешности измерений следует выбрать другой (меньший) диапазон.

5. После сборки схема обязательно проверяется преподавателем или лаборантом, и только с их разрешения цепь может быть включена под напряжение. **Схема должна находиться под напряжением только при снятии экспериментальных данных.**

По окончании эксперимента напряжение должно быть немедленно отключено.

6. Снятые показания приборов заносятся в таблицы. По окончании измерений результаты следует показать преподавателю, который дает разрешение на разбор схемы.

7. До получения разрешения схему разбирать запрещено, чтобы в случае необходимости была возможность сделать дополнительные или повторные измерения.

### **Оформление протокола и защита лабораторных работ**

1. Студент должен представить полностью оформленный и подготовленный к защите протокол каждой работы. Правила оформления протоколов лабораторных работ изложены в следующем разделе.

2. Оформленный протокол предыдущей работы должен быть защищен во время занятий. Во время защиты преподавателем могут быть заданы вопросы по теме лабораторной работы в устной или письменной форме.

3. Протокол, возвращенный преподавателем из-за неудовлетворительного оформления, должен быть исправлен, дополнен и сдан **до следующего занятия.**

4. Если все работы выполнены и зачтены своевременно, защита их в конце семестра не предусматривается.

### **Правила оформления протокола лабораторных работ**

Протокол составляется на листах формата 210x297 мм, при этом полностью заполняется лист и оставляется на левой стороне всех листов полоса шириной 25 мм для подшивки.

Пример оформления титульного листа:

*Министерство образования Республики Беларусь*  
*Учреждение образования*  
**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

Кафедра теоретических основ электротехники

*Лабораторная работа №*  
*Вариант №*  
*Название работы «...».*

*Проверил:*

*Выполнил:*

*Студент гр. №*  
*Ф.И.О*

*Минск 2002*

## Содержание протокола

1. Цель работы.
2. Расчет домашнего задания.
3. Рабочие схемы.
4. Таблицы расчетов и измерений.
5. Графическая часть.
6. Анализ работы и выводы.
7. Число и подпись.

1. Расчет домашнего задания приводится полностью. Должна быть составлена схема рассчитываемой цепи и приведены все математические выражения, используемые при расчете. Для удобства сопоставления расчетных данных с экспериментом результаты расчета целесообразно свести в таблицу. Если этого требует домашнее задание, по результатам расчета строятся графические зависимости и векторные диаграммы. Схемы и графические зависимости выполняются с помощью линейки, циркуля и шаблонов. Графические обозначения и символы должны соответствовать требованиям ГОСТа.

2. Протокол должен содержать необходимые для проведения эксперимента схемы с включенными измерительными приборами. Если в описании лабораторной работы такие схемы не даны, студент составляет их сам.

3. Экспериментальные данные заносятся в заранее подготовленные таблицы. Желательно, чтобы в них содержались как экспериментальные, так и расчетные данные.

В этой части протокола должны быть приведены математические выражения, необходимые для обработки экспериментальных данных.

4. Требуемые в задании графики и векторные диаграммы следует чертить простым и цветным карандашами или фломастерами на миллиметровой бумаге формата 210x297 мм, пользуясь линейкой, циркулем и шаблонами. На графиках и векторных диаграммах должны быть соблюдены масштабные коэффициенты, определенные ГОСТом (количество измерительных единиц на 1 см выражается числами  $1 \cdot 10^n$ ,  $2 \cdot 10^n$ , или  $5 \cdot 10^n$ , где  $n$  — любое целое число).

5. Значения отдельных измерений или расчетов на графике должны быть отчетливо показаны в виде точек. Кривая, характеризующая изменения соответствующей величины, изображается тонкой линией, проходящей через эти точки. Если не все экспериментально полученные точки размещаются на ожидаемой экспериментальной кривой, линия проводится через те точки, которые наиболее характерно определяют нужную зависимость. Точки, не располагающиеся на кривой, могут быть отнесены к погрешностям эксперимента, причины возникновения которых следует объяснить в заключении. Линия, проходящая между экспериментальными и расчетными точками, должна быть сплошной, а часть кривой, получаемая в результате экстраполяции, — пунктирной. Если на

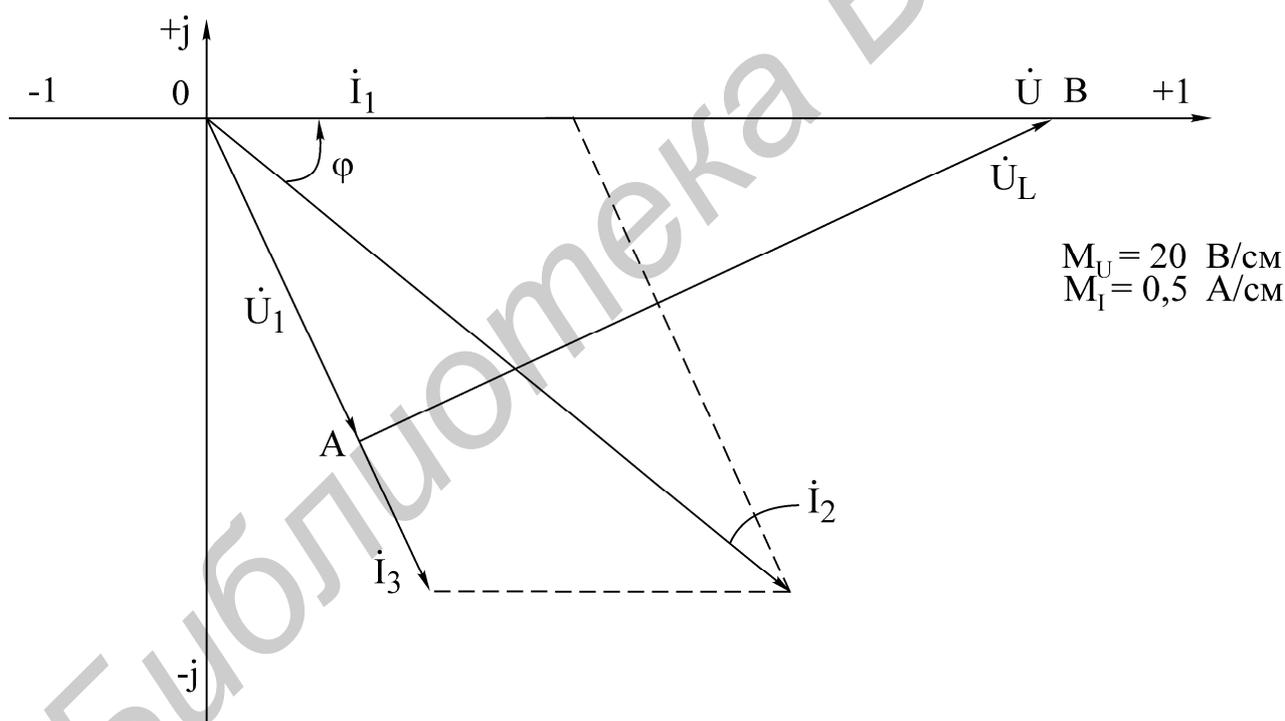
одном графике расположено несколько кривых, то их следует изображать различным цветом. Около каждой кривой должны быть обозначения, показывающие зависимость, которую данная кривая определяет. Для удобства сравнения желательно изображать экспериментальные и расчетные характеристики на одном графике. Их различие и несовпадение надо объяснить при анализе работы. Промежуточные точки на осях в виде чисел не обозначаются.

6. В конце протокола необходимо дать анализ полученных результатов, в котором устанавливается соответствие между экспериментом и теорией. При наличии существенных расхождений экспериментальных результатов с теоретическими следует объяснить их причины. В случае необходимости измерения должны быть повторены.

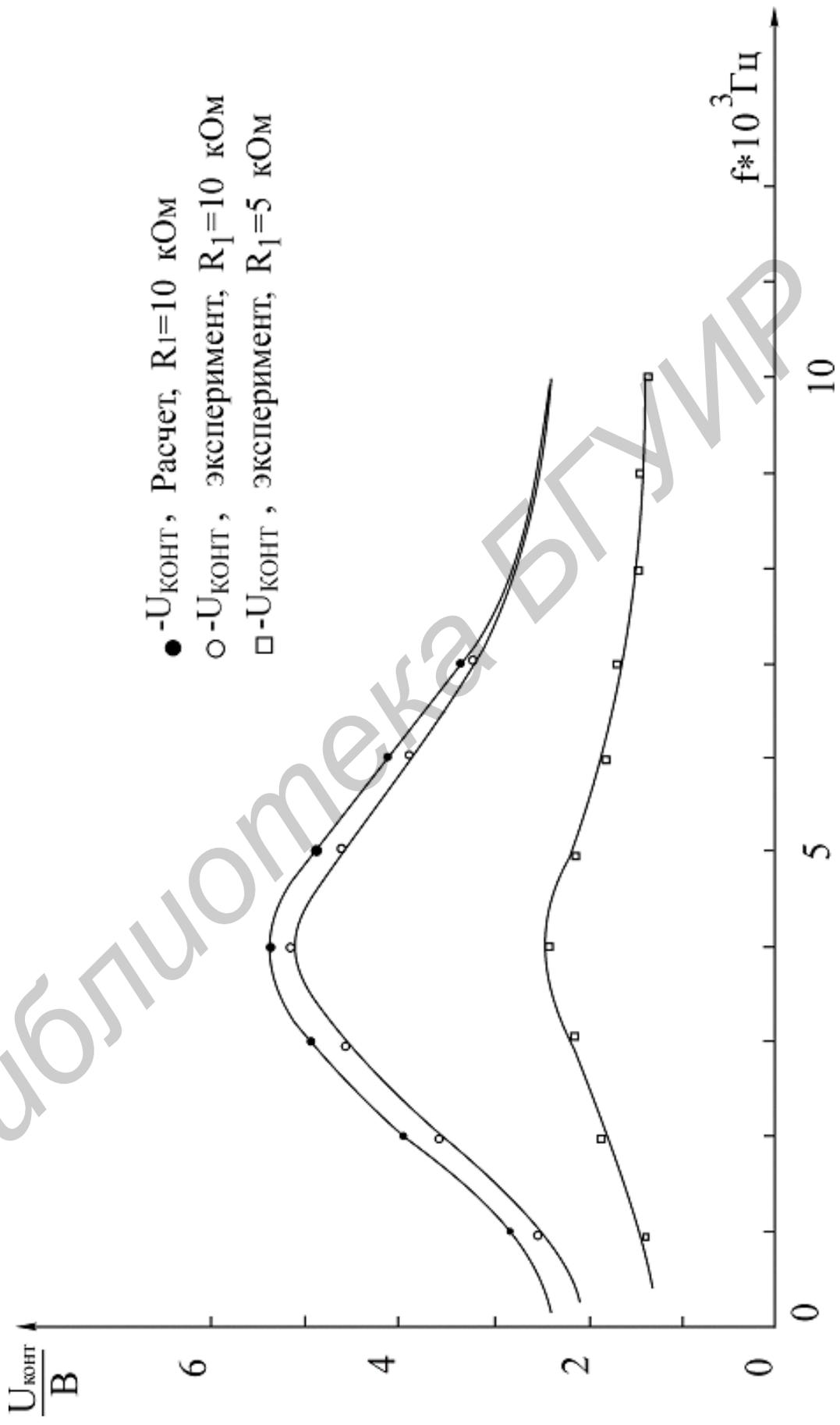
7. Правильность занесенных в протокол данных и выводов студент подтверждает своей подписью.

Образцы построения векторной диаграммы и графика приведены ниже.

Образец векторной диаграммы



Образец построения графика



Библиотека ВГУИР

## Лабораторная работа № 1

### ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### Цель работы

Экспериментальная проверка метода наложения, свойства обратимости. Расчет входных и взаимных проводимостей, построение потенциальной диаграммы по опытным данным.

#### Основные теоретические положения

**1. Принцип наложения.** Этот принцип следует из общих свойств линейных уравнений, описывающих состояние электрической цепи, и состоит в том, что ток в любой ветви линейной электрической цепи может быть получен как алгебраическая сумма частичных токов, возбуждаемых в этой ветви каждым из источников в отдельности. Метод расчета токов, основанный на данном принципе, называется методом наложения.

При определении частичных токов от действия  $n$ -го источника все остальные источники ЭДС заменяются короткозамкнутой ветвью, их внутренние сопротивления остаются, а ветви с идеальными источниками токов размыкаются.

Если схема содержит  $n$  источников ЭДС и токов, то приходится рассчитывать  $n$  частичных схем. Поэтому метод наложения целесообразно применять в том случае, если в схеме мало источников, а частичные схемы просты по структуре.

Обратимся к схеме, приведенной на рис. 1.1,а.

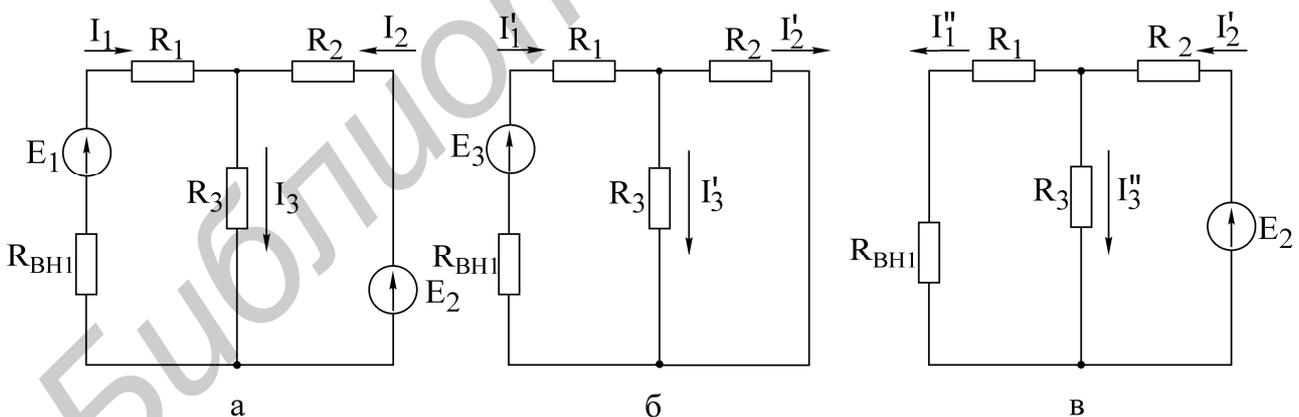


Рис. 1.1

Расчет по методу наложения ведется в следующем порядке :

- в соответствии с числом источников ЭДС ( $n = 2$ ) из исходной схемы (см. рис. 1.1,а) выделяются две частичные схемы (рис. 1.1,б, в);
- выбирается направление частичных токов по направлению действия источника ЭДС, оставленного в частичной схеме;
- определяется входное сопротивление относительно зажимов источника;

- вычисляется ток в ветви источника ЭДС;
- определяются токи во всех остальных ветвях. Так, для схемы, приведенной на рис. 1.1,б, получим

$$R_{\text{ex1}} = (R_1 + R_{\text{вн1}}) + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

ток генератора

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{\text{ex1}}}.$$

Токи в соответствующих параллельно соединенных резисторах ( $R_2, R_3$ ) определяются по так называемому «правилу плеч»:

$$I'_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I'_1, \quad I'_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I'_1.$$

Аналогично вычисляются токи при действии источника  $E_2$  в схеме рис. 1.1,в. При включении обоих источников  $E_1, E_2$  полные токи в ветвях исходной схемы определяются как алгебраическая сумма частичных токов:

$$I_1 = I'_1 - I''_1; \quad I_2 = I'_2 - I''_2; \quad I_3 = I'_3 + I''_3.$$

При суммировании частичных токов за положительное их направление принимается то, которое выбрано для полных токов в исходной схеме (см. рис. 1.1,а).

Отметим, что принцип наложения справедлив и для определения другой электрической величины — напряжения.

Так, например,  $U_{R3} = U'_{R3} + U''_{R3} = R_3(I'_3 + I''_3).$

**2. Входные и взаимные проводимости.** Входной проводимостью ветви  $m$  называется отношение тока ветви  $I_m$  к ЭДС  $E_m$  источника, включенного в эту ветвь, при отсутствии ЭДС в других ветвях:

$$g_{mm} = \frac{I_m}{E_m}.$$

Взаимной (передаточной) проводимостью называется отношение тока ветви  $k$  к ЭДС источника ветви  $m$  (при отсутствии источников в других ветвях):

$$g_{km} = \frac{I_k}{E_m}.$$

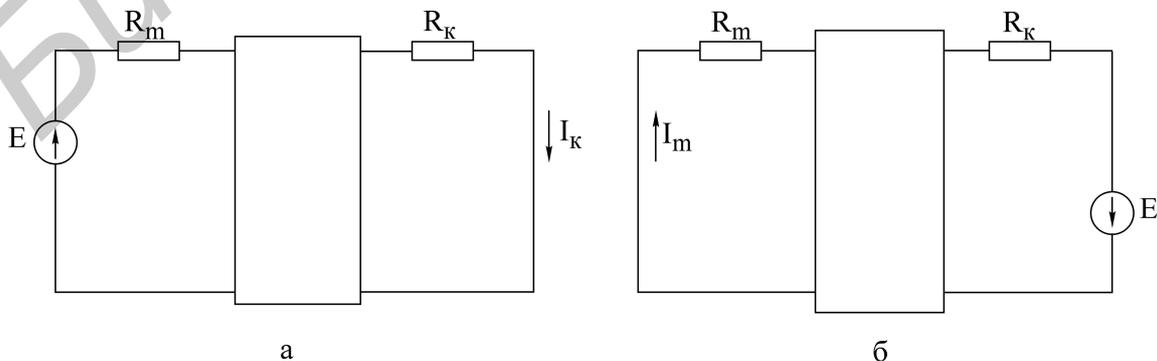


Рис. 1.2

**3. Принцип взаимности.** Справедлив для линейных электрических цепей с одним источником ЭДС и формулируется следующим образом. Если источник ЭДС  $E$ , действуя в любой ветви сколь угодно сложной цепи, не содержащей других источников ЭДС, вызывает в некоторой ветви ток  $I$ , то, будучи перенесенным в последнюю, возбудит в первоначальной ветви такой же ток.

ЭДС  $E$  ветви  $m$  (рис. 1.2,а) вызывает в ветви  $k$  ток  $I_k = g_{km}E$ . Соответственно ЭДС, включенная в ветвь  $k$  (рис. 1.2,б), вызывает в ветви  $m$  ток  $I_m = g_{mk}E$ . Из принципа взаимности вытекает, что  $I_k = I_m$ . Следовательно, взаимные проводимости  $g_{mk} = g_{km}$  не зависят от направления передачи электромагнитной энергии.

Принцип взаимности целесообразно применять для расчета цепей с источником ЭДС, когда перенос последнего упрощает расчет.

**4. Теорема компенсации.** Токи в цепи не изменятся, если любое сопротивление (участок цепи) заменить источником ЭДС, равным по величине падению напряжения на данном сопротивлении (участке цепи) и направленным навстречу току (рис. 1.3).

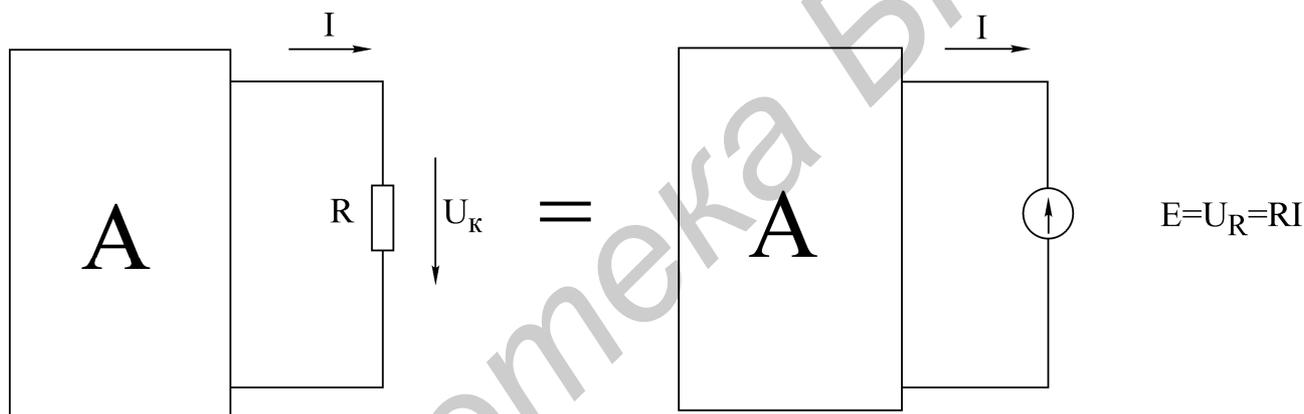


Рис. 1.3

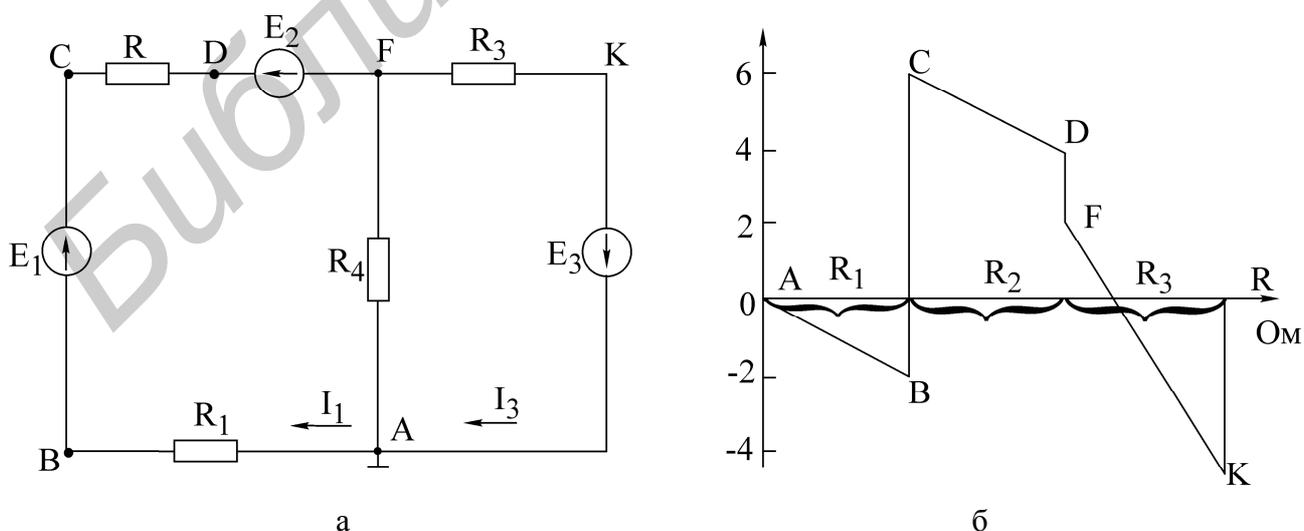


Рис. 1.4

**5. Потенциальная диаграмма** есть графическая интерпретация второго закона Кирхгофа для контура и представляет собой график распределения потенциала вдоль замкнутого контура электрической цепи. Диаграмма строится следующим образом: на оси абсцисс откладываются значения сопротивлений участков цепи в последовательности их обхода по контуру, а на оси ординат — потенциалы соответствующих точек.

Для схемы, изображенной на рис. 1.4,а, дан пример построения потенциальной диаграммы (рис. 1.4,б).

Дано:  $E_1 = 8 \text{ В}$ ;  $E_2 = 2 \text{ В}$ ;  $R_1 = R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}$ ;  $E_3 = 4 \text{ В}$ ;  $I_1 = 1 \text{ А}$ ;  $I_3 = 3 \text{ А}$ .

Потенциалы узлов рассчитываются следующим образом:

$$\varphi_A = 0; \varphi_B = -R_1 I_1 = -2 \text{ В};$$

$$\varphi_C = E_1 - R_1 I_1 = 8 - 2 = 6 \text{ В};$$

$$\varphi_D = \varphi_C - R_2 I_1 = 6 - 2 = 4 \text{ В};$$

$$\varphi_F = \varphi_C - E_2 - R_2 I_1 = 6 - 2 - 2 = 2 \text{ В};$$

$$\varphi_K = \varphi_F - R_3 I_3 = 2 - 3 * 2 = -4 \text{ В};$$

$$\varphi_A = \varphi_K + E_3 = -4 + 4 = 0 \text{ В}.$$

Из потенциальной диаграммы (см. рис. 1.4,б) заключаем:

- на участках контура с одним и тем же током наклонные прямые имеют один и тот же коэффициент;
- по диаграмме можно найти разность потенциалов (напряжение) между двумя любыми wybranными точками контура.

### Домашнее задание

1. Изучить разделы курса, в которых рассматриваются принцип наложения, теорема взаимности, взаимные проводимости и теорема компенсации.

2. Пользуясь методом наложения, определить токи в схеме на рис. 1.5 по данным табл. 1.1. Результаты расчета свести в табл. 1.2 в графу «Расчетные данные».

3. Определить входные и взаимные проводимости расчетным путем ( $g_{13}, g_{31}, g_{11}, g_{33}$ ).

4. Записать в уравнения для определения токов 1-ой и 3-ей ветвей и сравнить с токами, вычисленными в п. 2.

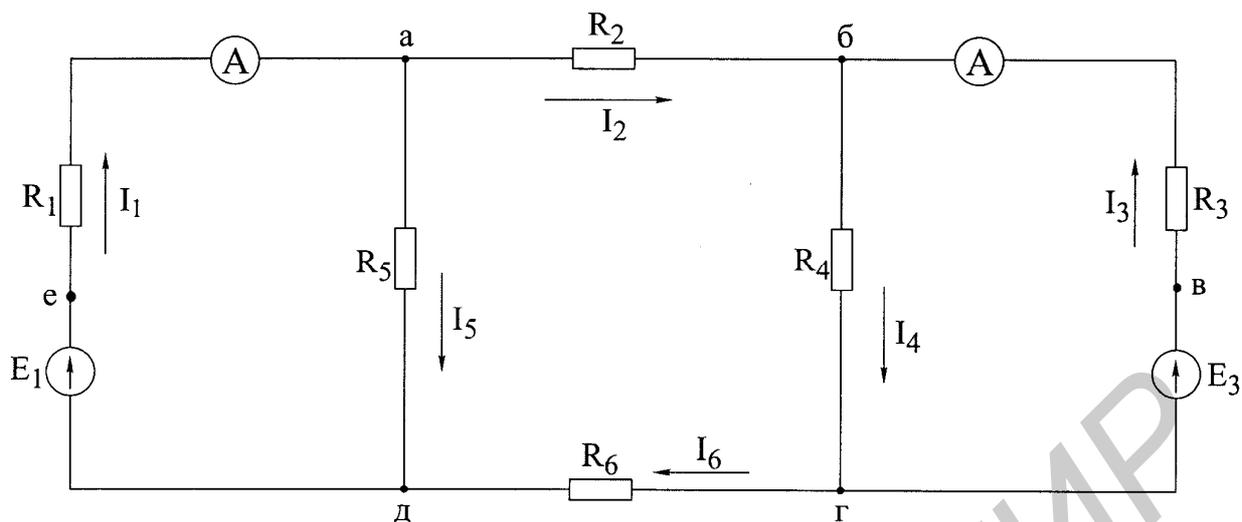


Рис. 1.5

### Последовательность выполнения работы

1. Проверить соответствие заданных параметров (см. табл. 1.1) параметров макета. Измерить ЭДС  $E_1$  и  $E_3$  на макете.
2. Проверить экспериментально метод наложения. При выполнении эксперимента схема собирается с переключателями  $K_1$  и  $K_2$  (рис. 1.6).

Таблица 1.1

№ вар.	$E_1$	$E_3$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$	Базисный узел
	В	В	кОм	кОм	кОм	кОм	кОм	кОм	
1	28	50	7,7	1,7	4,9	9,5	2,9	2,4	а
2	50	28	8,2	1,7	5,1	9,3	3,3	1,3	б
3	50	12	8,1	1,8	4,7	9,1	3,0	2,8	в
4	27	50	7,5	4,3	4,0	8,5	3,0	2,0	г
5	12	50	8,1	1,5	4,2	9,0	3,1	4,1	д
6	50	27	8,0	1,6	4,1	9,1	3,2	7,0	е

Таблица 1.2

Данные	ЭДС источников		Токи в ветвях					
	$E_1, В$	$E_3, В$	$I_1, А$	$I_2, А$	$I_3, А$	$I_4, А$	$I_5, А$	$I_6, А$
Расчетные	$E_1$	0						
	0	$E_3$						
	$E_1$	$E_3$						
Экспериментальные	$E_1$	0						
	0	$E_3$						
	$E_1$	$E_3$						

а) В цепи (см. рис. 1.6) установить переключатель  $K_1$  в ветви с ЭДС  $E_1$ , в положение 1–1, что соответствует включению ЭДС  $E_1$  в ветвь, а переключатель  $K_3$  в ветви с ЭДС  $E_3$  в положение 3–3, что соответствует исключению ЭДС  $E_3$  из ветви, и измерить токи. Затем отключить при помощи переключателя ЭДС  $E_1$  а ЭДС  $E_3$  включить и вновь произвести измерение токов.

Токи в ветвях, где отсутствуют амперметры, определить путем измерения напряжения на сопротивлении, входящем в ветвь, и деления этого напряжения на величину сопротивления ветви;

б) При помощи переключателей включить обе ЭДС в соответствующие ветви (см. рис. 1.6) и измерить токи;

в) Полученные экспериментальные результаты свести в табл. 1.2 и сравнить с расчетными.

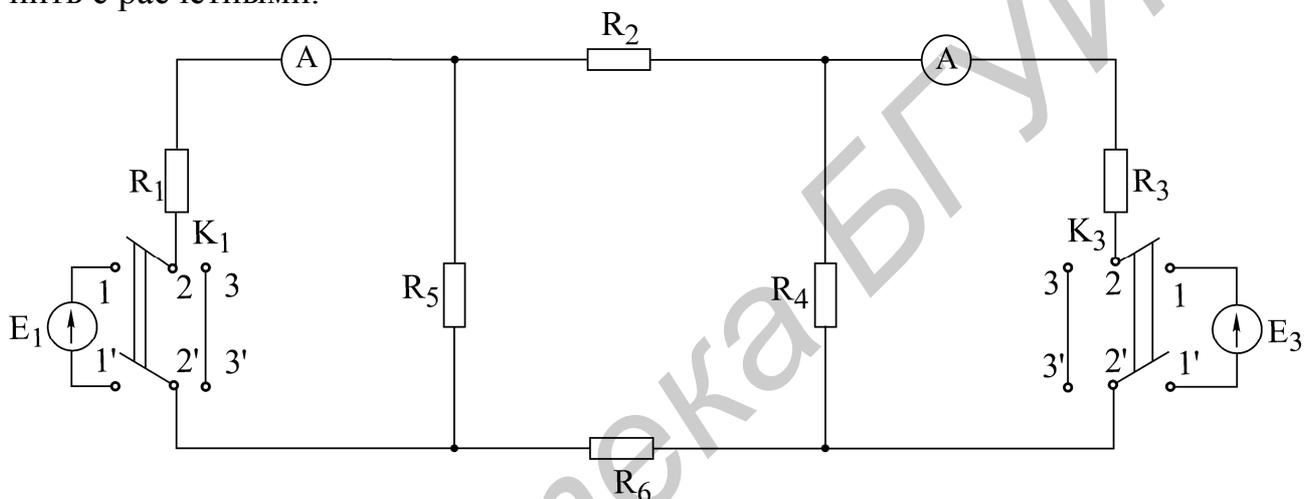


Рис. 1.6

3. Снять экспериментальные данные для построения потенциальной диаграммы для внешнего контура в соответствии с заданным вариантом (см. табл. 1.1).

4. Построить потенциальную диаграмму.

5. Проверить экспериментально принцип взаимности по схеме (см. рис. 1.6).

В схеме следует оставить большую по величине ЭДС и провести измерение тока  $I_3$  в ветви с резистором  $R_3$  (ЭДС  $E_3$  отключается, ключ  $K_3$  ставится в положение 3–3). Затем перенести ЭДС  $E$  в ветвь 3, измерить ток в ветви с резистором  $R_1$  (ключ  $K_1$  — в положении 3–3).

### Основные вопросы к работе

1. На чем основан метод наложения?
2. Изложить суть метода наложения для расчета цепей.
3. Можно ли применять принцип наложения для определения напряжений на ветвях цепи?
4. Справедлив ли принцип наложения для мощностей? Проиллюстрировать сказанное.
5. Изложить суть теоремы обратимости.

6. Проиллюстрировать на примере практическую целесообразность применения принципа взаимности для расчета цепей.

7. Изложить основные сведения об источниках напряжения, источниках тока и их эквивалентности.

8. Одинаковую ли мощность развивают эквивалентные источники напряжения и источники тока? Проиллюстрировать сказанное на примере.

9. Сформулировать теорему компенсации.

10. Что представляет собой потенциальная диаграмма? Привести пример построения.

#### **Литература**

[1, с. 15–16, 46–52,]; [2, с. 167–169, 173, 175]; [3, с. 89–90]; [4, с. 235–241];  
[10, с. 19–26].

Библиотека БГУИР

## Лабораторная работа № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

#### Цель работы

Экспериментальная проверка следующих методов расчета цепей постоянного тока:

- 1) метода узловых напряжений;
- 2) метода двух узлов (как частного случая метода узловых напряжений);
- 3) метода эквивалентного генератора напряжения.

#### Основные теоретические положения

**Метод узловых напряжений.** Основан на применении первого закона Кирхгофа и закона Ома для участков цепи. Сущность метода сводится к определению узловых напряжений относительно некоторого базисного узла. Если принять потенциал базисного узла равным нулю, то напряжения между остальными узлами и базисным узлом будут равны потенциалам этих узлов. Поэтому данный метод называется также в цепях постоянного тока методом узловых потенциалов. Зная узловые напряжения ветвей, по закону Ома легко определить токи ветвей.

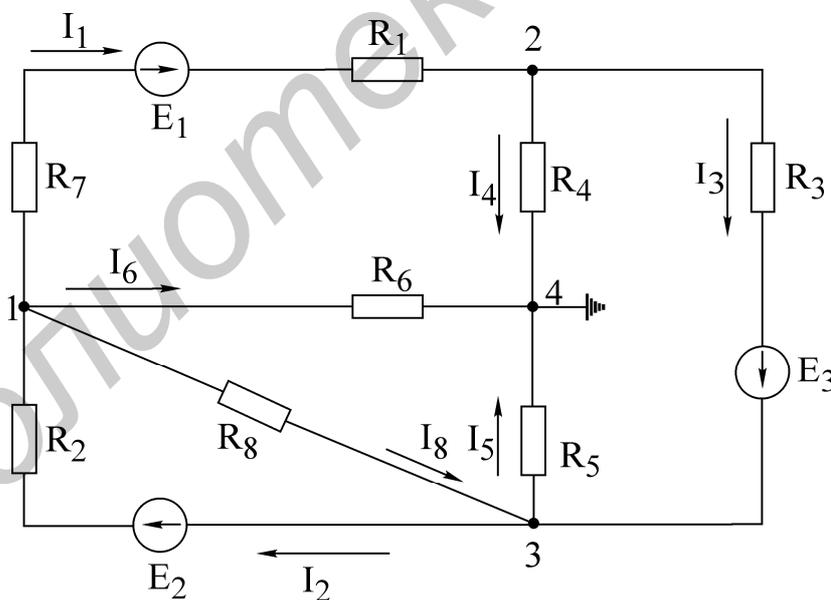


Рис. 2.1

**Пример.** Электрическая схема представлена на рис. 2.1. Узел 4 принимаем за базисный, неизвестные узловые напряжения:  $U_{14}$ ,  $U_{24}$ ,  $U_{34}$ . Напряжения  $U_{12}$ ,  $U_{13}$ ,  $U_{23}$  определим через напряжения  $U_{14}$ ,  $U_{24}$ ,  $U_{34}$ : напряжение  $U_{12} = U_{14} - U_{24}$ ;  $U_{13} = U_{14} - U_{34}$ ;  $U_{23} = U_{24} - U_{34}$ . На основании метода узловых напряжений составляем систему уравнений (2.1)

$$\begin{cases} U_{14}g_{11} - U_{24}g_{12} - U_{34}g_{34} = I_{11} \\ -U_{14}g_{21} + U_{24}g_{22} - U_{34}g_{23} = I_{22} \\ -U_{14}g_{31} - U_{24}g_{32} + U_{34}g_{33} = I_{33}, \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $g_{11} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8}$  — собственная узловая проводимость первого узла;

$g_{22} = \frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3}$  — собственная узловая проводимость второго узла;

$g_{33} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_9} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3}$  — собственная узловая проводимость третьего узла;

$g_{12} = g_{21} = \frac{1}{R_1 + R_7}$  — проводимость ветвей, соединяющих первый и второй узлы;

$g_{13} = g_{31} = \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_2}$  — проводимость ветвей, соединяющих первый и третий узлы;

$g_{23} = g_{32} = \frac{1}{R_3}$  — проводимость ветвей, соединяющих второй и третий узлы;

$I_{11} = -E_1 \frac{1}{R_1 + R_7} + E_2 \frac{1}{R_2}$  — узловой ток первого узла;

$I_{22} = E_1 \frac{1}{R_1 + R_7} - E_3 \frac{1}{R_3}$  — узловой ток второго узла;

$I_{33} = E_3 \frac{1}{R_3} - E_2 \frac{1}{R_2}$  — узловой ток третьего узла.

Решая систему уравнений (2.1), определяем узловые напряжения  $U_{14}$ ,  $U_{24}$ ,  $U_{34}$ , по ним — напряжения  $U_{12}$ ,  $U_{23}$ ,  $U_{13}$ . По напряжениям ветвей находим токи ветвей на основании закона Ома, например, ток в ветви с  $R_2$  :

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{13}}{R_2} = \frac{E_2 - (U_{14} - U_{34})}{R_2}.$$

**Метод двух узлов.** Часто встречаются схемы (рис. 2.2), содержащие всего два узла. При применении метода узловых напряжений для расчета таких схем система уравнений сводится к одному уравнению вида:  $U_{12}g_{11} = I_{11}$ , (узел 2 является базисным),

где  $g_{11} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$  — собственная проводимость узла 1;

$I_{11} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} + \frac{E_3}{R_3} - I_0$  — узловой ток узла 1.

Узловое напряжение  $U_{12}$  определяется по выражению

$$U_{12} = \frac{\sum E_k g_k + \sum I_k}{\sum g_k}.$$

После того как определено узловое напряжение  $U_{12}$ , ток в любой ветви находится на основе обобщенного закона Ома. Например, ток в ветви 1:

$$I_1 = \frac{U_{12} + E_2 - E_1}{R_1 + R_2}.$$

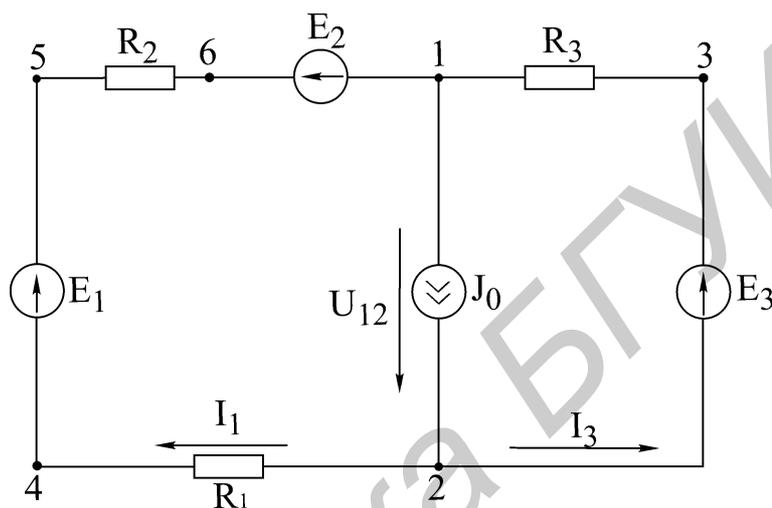


Рис. 2.2

**Метод эквивалентного генератора напряжения.** Позволяет определить ток в любой ветви сложной цепи, не определяя истинных токов в других ветвях. Данный метод используют в практике расчета токов, мощностей и т.п., особенно в специальных курсах при расчетах усилительных импульсных устройств и др.

Ток, согласно методу эквивалентного генератора напряжения, определяется по формуле

$$I_n = \frac{U_{нхх}}{R_{вн} + R_n}, \quad (2.2)$$

где  $R_n$  — сопротивление ветви, в которой рассчитывается ток  $I_n$ ;

$U_{нхх}$  — напряжение эквивалентного генератора, определяемое как напряжение в исследуемой ветви при ее обрыве — напряжение холостого хода;

$R_{вн}$  — внутреннее сопротивление генератора.

Внутреннее сопротивление генератора  $R_{вн}$  рассчитывается по формулам:

$$I_{нкз} = \frac{U_{нхх}}{R_{вн}}; \quad R_{вн} = \frac{U_{нхх}}{I_{нкз}}.$$

$R_{вн}$  можно определить:

а) экспериментально, используя зависимость (2.2), если замкнуть  $R_n$  ( $R_n = 0$  — опыт короткого замыкания);

б) аналитически, расчетным путем, исключив из схемы все ЭДС, но оставив их внутренние сопротивления, преобразовав всю схему к одному сопротивлению  $R_{вн}$  относительно точек разрыва.

Общая методика расчета цепи по методу эквивалентного генератора следующая:

1. Размыкается ветвь, в которой необходимо определить ток.

2. Опытным или расчетным путем определяется напряжение между точками разрыва —  $U_{нхх}$ .

3. Все источники из схемы выключаются и заменяются их внутренними сопротивлениями. Относительно точек разрыва определяется опытным или расчетным путем эквивалентное сопротивление схемы, которое является внутренним сопротивлением эквивалентного генератора —  $R_{вн}$ .

**Потенциальная диаграмма.** Потенциальной диаграммой называют графическое изображение распределения потенциала в электрической цепи в зависимости от сопротивлений участков цепи и электродвижущих сил источников энергии. Второй закон Кирхгофа удобно иллюстрирован построением потенциальной диаграммы.

Построим потенциальную диаграмму для контура 2–4–5–6–1–3–2 — (рис. 2.3), учитывая, что ток течет от точки большего потенциала к точке с меньшим потенциалом.

Параметры схемы:  $R_1 = R_2 = R_3 = R = 2 \text{ Ом}$ , токи  $I_1 = 0,8 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,64 \text{ А}$ , ЭДС  $E_1 = 8 \text{ В}$ ,  $E_2 = 2 \text{ В}$ ,  $E_3 = 4 \text{ В}$ ,  $R_{1вн} = R_{2вн} = R_{3вн} = 0$ . Заземляется точка 2,  $\varphi_2 = 0$ ,  $\varphi_4 = \varphi_2 - R_1 I_1 = -1,6 \text{ В}$ ;  $\varphi_5 = \varphi_4 + E_1 = 6,4 \text{ В}$ ,  $\varphi_6 = \varphi_5 - R_2 I_2 = 5,2 \text{ В}$ ,  $\varphi_1 = \varphi_6 - E_2 = 2,8 \text{ В}$ ,  $\varphi_3 = \varphi_1 + R_3 I_3 = 4,0 \text{ В}$ ,  $\varphi_2 = \varphi_3 - E_3 = 0$  — переход через ЭДС  $E_1$  с  $R_{1вн} = 0$ .

Диаграмма построена на рис. 2.3.

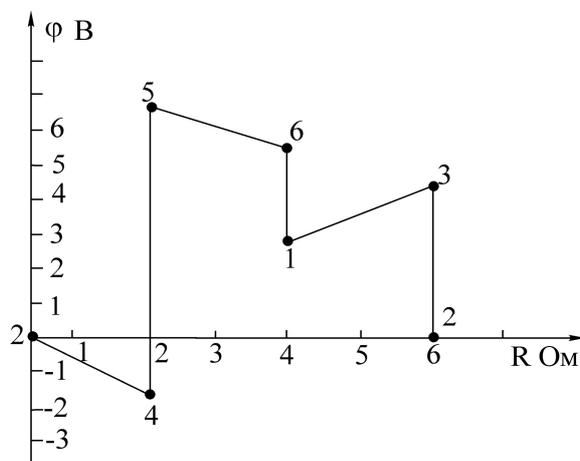


Рис. 2.3

## Домашнее задание

1. Изучить методы расчета электрических цепей: метод узловых напряжений, метод двух узлов, метод эквивалентного генератора напряжения. Ознакомиться с объемом и содержанием лабораторного задания.

2. Рассчитать токи в схеме (рис. 2.4) по данным табл. 2.1 согласно варианту:

а) методом узловых напряжений. По рассчитанным узловым напряжениям определить токи в ветвях; данные занести в табл. 2.2;

б) методом эквивалентного генератора напряжения. Определить ток в сопротивлении нагрузки. При расчете напряжения холостого хода расчет токов произвести методом двух узлов. Все данные расчетов занести в табл. 2.2.

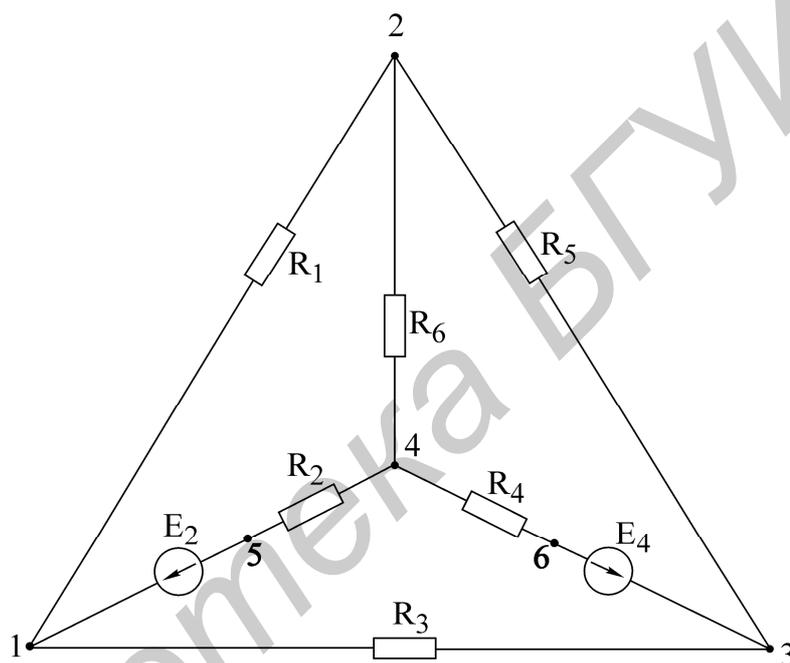


Рис. 2.4

Таблица 2.1

№ вар.	$E_2$ , В	$E_4$ , В	$R_1$ , кОм	$R_2$ , кОм	$R_3$ , кОм	$R_4$ , кОм	$R_5$ , кОм	$R_6$ , кОм	Баз. узел	Нагрузка	Контур потенциальной диаграммы
1	52	27	4,1	3,7	3,8	2,8	7,2	4,7	2	$R_5$	4-5-1-2-3-6-4
2	52	27	4,2	4,5	4,0	2,6	7,0	5,2	1	$R_1$	1-2-4-6-3-1
3	12	52	4,3	4,3	3,8	2,5	7,5	5,1	3	$R_6$	3-6-4-2-1-3
4	52	12	4,0	3,2	7,2	4,1	7,2	5,5	3	$R_3$	2-1-5-4-6-3-2
5	12	53	4,1	3,3	3,2	2,7	7,5	3,7	2	$R_5$	3-1-5-4-2-3
6	12	53	4,4	3,3	7,9	3,3	7,5	1,5	1	$R_1$	1-5-4-2-3-1

Таблица 2.2

Данные	Метод узловых напряжений											Метод двух узлов				
	$E_2$	$E_4$	Узловые напряжения			Токи ветвей						Узловое напряжение	Токи ветвей			
						$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Расчетные																
Экспериментальные																

Метод эквивалентного генератора				Опытные данные для построения потенциальной диаграммы — напряжения участков цепи					
$U_{xx}$	$I_{кз}$	$R_{вн}$	$I_n$						
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

### Описание лабораторной установки

Экспериментальная установка состоит из лабораторного макета, двух источников постоянной ЭДС на щитке питания.

На верхней гетинаксовой панели макета изображена схема элементов цепи (см. рис. 2.4), смонтированных внутри макета. На панель выведены зажимы для подключения источников питания, зажимы узлов 1, 2, 3, 4 для измерения узловых напряжений, зажимы и тумблеры в ветвях с сопротивлениями  $R_1, R_3, R_5, R_6$ , позволяющие измерить токи в этих ветвях; приборы — вольтметр и миллиамперметр.

### Последовательность выполнения работы

1. Проверить соответствие параметров макета и заданных табл. 2.1 параметров варианта. С учетом заданного положительного направления на схеме рис. 2.4 источников ЭДС подключить ЭДС  $E_2$  и  $E_4$ .

2. Экспериментально определить токи по методу узловых напряжений. Собрать схему рис. 2.4. Вольтметром измерить напряжение между базисным узлом и всеми остальными, записать их в табл. 2.2. Измеряя узловые напряжения, обратить внимание на направление напряжения. При включении прибора учитывать указанную на передней панели прибора полярность. Так, если при измерении напряжения  $U_{31}$  произойдет отклонение стрелки влево за 0, следует поменять местами зажимы прибора, сделать измерение и записать  $U_{13}$ . По показаниям амперметров определить токи в ветвях  $I_1, I_3, I_5, I_6$ ; токи второй и чет-

вертой ветвью рассчитать по первому закону Кирхгофа. Результаты опыта сравнить с расчетными данными, полученными при выполнении домашнего задания, и записать в табл. 2.2.

3. Экспериментально определить токи ветвях по методу двух узлов. На схеме, приведенной на рис. 2.4, разомкнуть тумблер в ветви нагрузки, измерить вольтметром напряжение между двумя узлами схемы, измерить амперметром токи в ветвях. Данные занести в табл. 2.2.

4. Экспериментально определить ток в ветви по методу эквивалентного генератора напряжения:

а) опыт холостого хода. Разомкнуть тумблер в ветви нагрузки, измерить вольтметром напряжение холостого хода  $U_{нхх}$ , равное напряжению эквивалентного генератора;

б) опыт короткого замыкания. В схеме рис. 2.4 параллельно ветви нагрузки включить амперметр, измерить им ток короткого замыкания в ветви с сопротивлением нагрузки;

в) по данным опытов холостого хода и короткого замыкания определить внутреннее сопротивление генератора:

$$R_{вн} = \frac{U_{нхх}}{I_{кз}};$$

г) определить ток в ветви нагрузки  $I_n = \frac{U_{нхх}}{R_{вн} + R_n}$ , сравнить его с рассчитанным в домашнем задании. Данные занести в табл. 2.2.

5. Снять экспериментальные данные для построения потенциальной диаграммы для контура, заданного в табл. 2.1.

6. Построить потенциальную диаграмму.

### Основные вопросы по работе

1. Сущность метода узловых напряжений и составление системы уравнений по данному методу.

2. Последовательность расчета сложных электрических цепей методом узловых напряжений.

3. Теорема об эквивалентном источнике напряжений.

4. Преобразование источников ЭДС в эквивалентный источник тока.

5. Теорема об эквивалентном источнике тока.

6. Последовательность расчета электрических цепей методом эквивалентного источника напряжения,

7. Способы определения  $E_1, U_{нхх}$  и  $R_1$ . Построение потенциальной диаграммы.

9. Расчет и построение потенциальной диаграммы.

### Литература

[2, с. 163–180]; [4, с. 207–212, 216–221]; [5, с. 30–34, 38–41].

## Лабораторная работа № 3А

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЫХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

#### Цель работы

Приобретение навыков работы с вольтметром, генератором, фазометром. Экспериментальная проверка законов распределения токов и напряжений в последовательной, параллельной и последовательно-параллельной цепях гармонического тока.

#### Основные теоретические положения

Для анализа линейных электрических цепей в установившемся синусоидальном режиме широко используется метод комплексных амплитуд (символический метод). В этом методе оперируют не реальными гармоническими напряжениями и токами, а их комплексными амплитудами:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}; \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\psi_I} \quad (3.1)$$

или комплексными напряжениями и токами:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u}; \quad \dot{I} = I e^{j\psi_I}, \quad (3.2)$$

где  $U_m, I_m$  — амплитуды напряжения и тока;

$U, I$  — действующие значения напряжения и тока;

$\psi_U, \psi_I$  — начальные фазы напряжения и тока.

В символическом методе комплексные сопротивления элементов  $R, L, C$  равны соответственно

$$Z_R = R; \quad Z_L = j\omega L; \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}. \quad (3.3)$$

Комплексное сопротивление  $Z$  линейного пассивного двухполюсника (рис. 3.1,а) в общем случае содержит активную и реактивную составляющие:

$$Z = R + jX = z e^{j\varphi}, \quad (3.4)$$

где  $z = \sqrt{R^2 + X^2}$  — полное сопротивление (модуль  $Z$ );

$\varphi = \arctg X/R$  — угол сдвига фаз между напряжением и током двухполюсника (аргумент  $Z$ ).

Комплексная проводимость  $Y$  пассивного двухполюсника, обратная комплексному сопротивлению  $Z$ :

$$Y = \frac{1}{Z} = y e^{-j\varphi} = g - jb, \quad (3.5)$$

где  $y = \frac{1}{z} = \sqrt{g^2 + b^2}$  — полная проводимость (модуль  $Y$ );

$g$  — активная проводимость;

$b$  — реактивная проводимость.

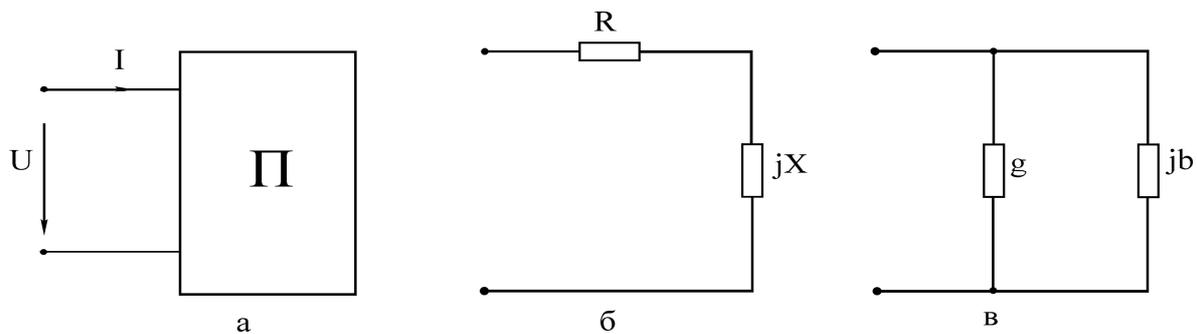


Рис. 3.1

Выражению (3.4) соответствует последовательная схема замещения двухполюсника (рис. 3.1,б), а выражению (3.5) — параллельная (рис. 3.1,в). Переход от последовательной схемы замещения к параллельной осуществляют по формулам

$$g = \frac{R}{R^2 + X^2}; \quad b = \frac{X}{R^2 + X^2}. \quad (3.6)$$

Для обратного перехода используют выражения

$$R = \frac{g}{g^2 + b^2}; \quad X = \frac{b}{g^2 + b^2}. \quad (3.7)$$

Для расчетов токов и напряжений в цепях с единственным источником энергии применяют метод эквивалентных преобразований (МЭП). Например, для цепи на рис. 3.2 две параллельные ветви с комплексными сопротивлениями  $Z_2 = R_2$  и  $Z_3 = R_3 - jX_C$  заменяют одной эквивалентной ветвью с сопротивлением

$$Z_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}.$$

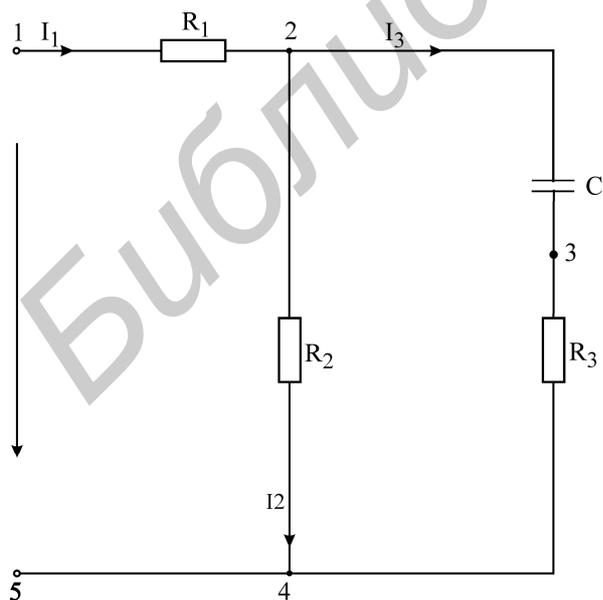


Рис. 3.2

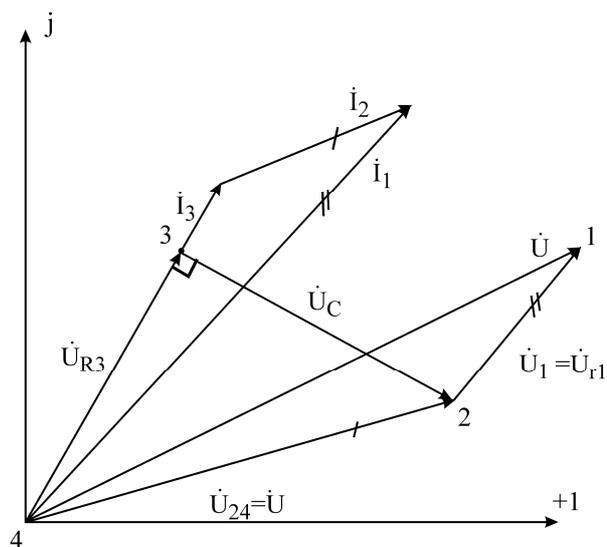


Рис. 3.3

Тогда входное комплексное сопротивление цепи равно

$$Z = R_1 + Z_{23}.$$

Вычислив входной ток

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z},$$

токи  $I_2, I_3$  целесообразно рассчитать, используя «правило плеч»;

$$\dot{i}_2 = \dot{i}_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}; \quad \dot{i}_3 = \dot{i}_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}. \quad (3.8)$$

Расчет токов и напряжений завершается построением топографической диаграммы (рис. 3.3). Построение диаграммы следует производить, взяв в качестве исходной точки «отрицательный» зажим источника, т.е. узел 4. Двигаясь против токов ветвей, строят на диаграмме векторы комплексных напряжений всех элементов цепи. Координаты точек 3, 2, 1 равны значениям комплексных потенциалов соответствующих узлов цепи (предполагается  $U_4 = 0$ ). Особенность диаграммы: вектор напряжения  $U_{mn}$  между любой парой узлов  $m$  и  $n$  направлен на диаграмме от узла  $n$  к узлу  $m$ . Для расчета цепи на рис. 3.2, а также более сложных цепей лестничной структуры применяется метод пропорционального пересчета (МПП). В этом методе используется свойство линейной зависимости всех токов и напряжений цепи от амплитуды напряжения (тока) источника (в цепи единственный источник). Поясним суть метода для цепи на рис. 3.2. Задается условно значение тока в наиболее удаленной и сложной ветви цепи. Пусть, например,  $I'_3 = 1A$ . Затем, находя условное напряжение  $U'_{24} = I'_3(R_3 - jX_C)$  и условный ток  $I'_2 = \dot{U}'_{24} / R_2$ , сложив токи  $I'_3$  и  $I'_2$ , находят ток  $I'_1$ .

Тогда

$$\dot{U}' = R_1 I'_1 + \dot{U}'_{24}.$$

Разделив истинное напряжение  $\dot{U}$  на условное  $\dot{U}'$ , вычисляют комплексный коэффициент пересчета  $K$ :

$$K = \frac{\dot{U}}{\dot{U}'}$$

Для получения истинных напряжений и токов цепи необходимо все найденные ранее условные напряжения и токи умножить на коэффициент  $K$ , т.е.

$$\dot{I}_3 = \dot{I}'_3 \cdot K; \quad \dot{U}_{24} = \dot{U}'_{24} \cdot K; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}'_2 \cdot K; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}'_1 \cdot K; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}'_1 \cdot K.$$

Для ориентировочных расчетов напряжений и токов применяется также графоаналитический метод расчета. Этот метод методологически связан с методом пропорционального пересчета, однако не использует алгебры комплексных чисел. Пусть, как и в предыдущем методе,  $I'_3 = 1A$ . Выбрав масштабы  $m_U$  и  $m_I$  для напряжений и токов, откладывают в произвольном направлении ток  $I_3$  (например, горизонтально). Затем строят вектор напряжения  $U'_{R3} = R_3 I'_3$ , совпадающий по направлению с током  $I'_3$ , и вектор напряжения  $U'_C = X_C I'_3$ , отстающий по фазе от  $I'_3$  на  $90^\circ$ . Используя графические измерения, вычисляют на-

пряжение  $U'_{R2}$ . Вычислив  $I'_2 = U'_{R2} / R_2$  и откладывая ток  $I'_2$  параллельно  $U'_{R2}$ , графически определяют  $I'_1$  и т.д. В результате находят вектор условного напряжения  $U$ . Затем с помощью коэффициента пересчета  $K = U/U'$  вычисляют истинные токи и напряжения. Графические построения по ходу расчета дают в итоге условную топографическую диаграмму. Для получения истинной диаграммы следует, во-первых, увеличить линейные размеры всех векторов в  $K$  раз, во-вторых, повернуть против часовой стрелки условную диаграмму на угол  $\psi$ , равный разности начальных фаз векторов  $U$  и  $U'$ . Активная и реактивная мощности потребителей вычисляются по формулам

$$P_{ПОТР} = \sum_{K=1}^{n_R} R_K |i|_K^2; \quad Q_{ПОТР} = \sum_{K=1}^{n_L} X_{LK} |i|_K^2 - \sum_{K=1}^{n_C} X_{CK} |i|_K^2.$$

Комплексная мощность источника находится из

$$\dot{S}_{ИСТ} = \dot{U}\dot{I} = P_{ИСТ} + jQ_{ИСТ},$$

где  $\dot{U}$  — комплексное напряжение источника;

$\dot{I}$  — сопряженный комплексный ток источника.

Из закона сохранения энергии вытекают условия баланса активных и реактивных мощностей:

$$\sum P_{ИСТ} = P_{ПОТР}; \quad \sum Q_{ИСТ} = Q_{ПОТР}.$$

### Описание лабораторной установки

В состав лабораторной установки входят перестраиваемый генератор синусоидального напряжения, вольтметр, фазометр и лабораторный макет. На макете смонтированы три резистора  $R_1, R_2, R_3$ , конденсатор и катушка индуктивности. Для подключения генератора на макете имеется дополнительная пара зажимов.

**Генератор.** При установке частоты генератора следует ручку множителя частоты переключить в нужное положение и, вращая лимб генератора, установить требуемую частоту. Напряжение генератора устанавливается вращением ручки «Регулировка выхода».

Измерение напряжения генератора производится только внешним вольтметром, вольтметр, встроенный в генератор, в лабораторных работах не используется.

**Вольтметр.** В общем случае перед включением вольтметра переключатель пределов следует установить на предел 30 В и при небольших отклонениях стрелки прибора переходить на более низкие пределы. Цена деления вольтметра зависит от положения переключателя пределов и определяется как частное от деления установленного предела на число делений шкалы.

**Фазометр.** В работе возможно использование фазометра Ф2-1 со стрелочной индикацией или фазометра Ф2-34 с цифровой индикацией. Фазометр позволяет измерить угол сдвига фаз  $\varphi$  между двумя напряжениями одинаковой частоты, называемыми «Сигнал» и «Опорное», причем показание фазометра

равно углу фазового сдвига напряжения «Сигнал» по отношению к опорному напряжению, т.е.

$$\varphi = \psi_{\text{сигн}} - \psi_{\text{опорн}}$$

Фазометром можно измерить непосредственно угол сдвига фаз напряжений ветвей (элементов), имеющих общий узел. К общему узлу подключается зажим «Земля» фазометра. К двум оставшимся узлам подключаются клеммы «Опорное» и «Сигнал» фазометра, причем не принципиально, какое из напряжений принять в качестве опорного. Однако нужно следить, чтобы напряжения «Опорное» и «Сигнал» были направлены к общему узлу (напряжения  $U_2$  и  $U_1$  на рис. 3.4,а).

Из рис. 3.4,б следует, что переход от напряжений  $U_1, U_2$  к обратным им напряжениям  $U_{1\bullet}, U_{2\bullet}$  не изменяет фазового угла  $\varphi$  между ними как по величине, так и по знаку. Из сказанного ясно, что в качестве напряжений «Сигнал» и «Опорное» можно принять не только напряжения  $U_2, U_1$ , направленные к зажиму «Земля», но в равной мере и обратные им напряжения  $U_{1\bullet}, U_{2\bullet}$ , направленные от зажима «Земля». Назовем напряжения «Сигнал» и «Опорное» согласованными (по отношению к зажиму «Земля»), если они оба направлены к зажиму «Земля» или оба от зажима «Земля». Таким образом, показание фазометра на рис. 3.4,а равно углу  $\varphi$  сдвига фаз между напряжением «Сигнал» и согласованным с ним напряжением «Опорное». Если же нас интересует угол а фазового сдвига между несогласованными напряжениями «Сигнал» и «Опорное», то из рис. 3.4,б следует, что в этом случае к показанию фазометра  $\varphi$  следует добавить или вычесть  $180^\circ$ , причем выбор знака для слагаемого  $180^\circ$  определяется только удобством представления угла  $a$ .

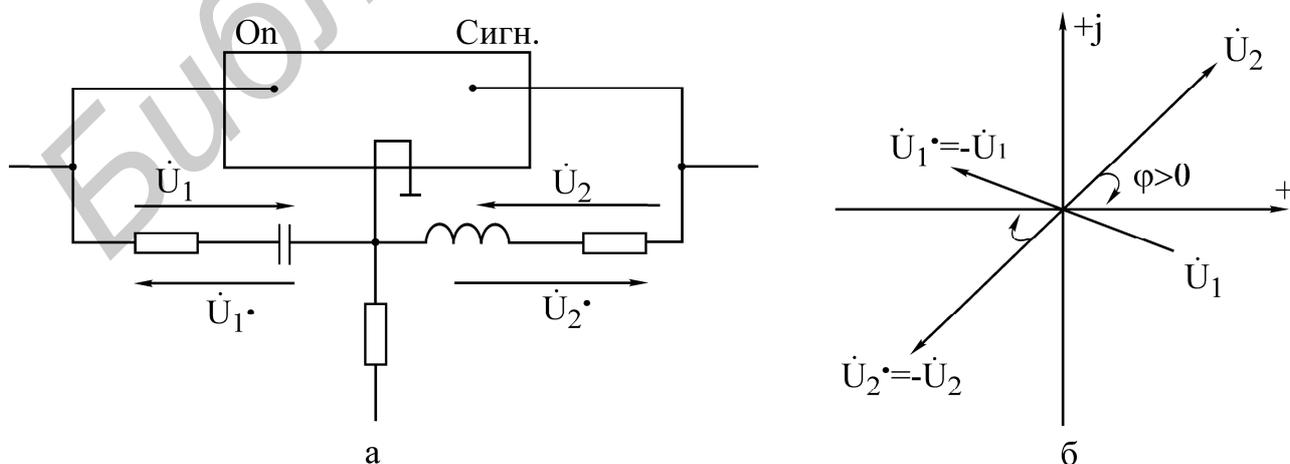


Рис. 3.4

Обобщая все сказанное выше, можно для рис. 3.4,а записать

$$\varphi = \psi_{U_2} - \psi_{U_1} = \psi_{U_2 \bullet} - \psi_{U_1 \bullet}, \quad (3.11)$$

$$\alpha = \psi_{U_2} - \psi_{U_1 \bullet} = \psi_{U_2 \bullet} - \psi_{U_1} = \varphi \pm 180^0, \quad (3.12)$$

где  $\varphi$  — показание фазометра;

$\psi_{U_K}$  — начальная фаза напряжения  $U_K$ .

Если начальная фаза опорного напряжения равна нулю, то из (3.10) видно, что в этом случае фазометр регистрирует начальную фазу напряжения «Сигнал».

Фазометр может применяться для измерения начальных фаз токов ветвей, однако в этом случае напряжение «Сигнал» должно сниматься с резистивного элемента ветви, фаза напряжения в котором совпадает с фазой тока.

**Фазометр Ф2-1 со стрелочной индикацией.** Тумблер «Опережает, отстает» фазометра позволяет определить знак угла  $\varphi$ . Если отклонение стрелки прибора вправо достигается в положении тумблера «Опережает», тот  $\varphi > 0$ , если же в положении «Отстает», то  $\varphi < 0$ .

Фазометр работает устойчиво, если подводимые напряжения не менее 0,5 В.

### Порядок работы Ф2-1

1. Установить переключатель пределов в положение «Калибр».
2. Установить тумблер в положение «Опережает».
3. Включить вилку шнура в сеть и затем включить тумблер «Сеть», прогреть прибор 5-10 минут.
4. Потенциометром «Калибр» установить стрелку прибора на деление  $180^\circ$  нижней шкалы.
5. Переключатель пределов перевести в положение «Уст.0» и ручкой потенциометра «Уст.0» установить стрелку прибора на деление 0.
6. Переключатель пределов переводится в один из рабочих пределов  $180^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $25^\circ$  только после подключения напряжений «Опорное» и «Сигнал».
7. Окончив измерения, вначале переключатель пределов перевести в положение «Калибр» и затем отключить напряжения.

**Фазометр Ф2-34 с цифровой индикацией.**

### Порядок работы Ф2-34

1. Включить вилку шнура в сеть.
2. Переключателем «Сеть» включить прибор. При этом должна работать цифровая индикация прибора.
3. На разъем « $\rightarrow$ )2» подать опорное напряжение.
4. На разъем « $\rightarrow$ )1» подать напряжение сигнала.
5. Нажать на кнопку « $\varphi$ ». Ждать установки индикации примерно 1 мин.

Об окончании установки свидетельствует периодическое свечение нижнего сегмента символьного разряда индикатора.

В табл. 3.1 заданы для шести вариантов параметры генератора ( $U, f$ ) и номиналы элементов исследуемых схем. Величины  $R_K$  и  $L$  задают резистивное сопротивление и индуктивность для последовательной схемы замещения реальной катушки индуктивности. Конденсатор заменяется идеальной емкостью  $C$ .

### Домашнее задание

1. Для последовательной цепи на рис. 3.5:

а) рассчитать согласно варианту сопротивления  $X_L, X_C$  реактивных элементов, комплексное входное сопротивление цепи, комплексный ток  $f$  и комплексные напряжения элементов  $U_K, U_C, U_1$ . Параметры цепи и генератора заданы в табл. 3.1 согласно варианту. Напряжение генератора  $U = 10$  В. Начальную фазу напряжения генератора принять нулевой. Расчетные комплексные величины занести в табл. 3.2 в графу «Расчет»;

б) по результатам расчетов построить топографическую диаграмму напряжений всех элементов с указанием вектора тока.

2. Для параллельной цепи на рис. 3.6 и указанных в п. 1, а параметров генератора:

а) рассчитать по закону Ома комплексные токи  $I_1, I_2, I_3$  ветвей и входной ток  $I$  как их сумму. Результаты занести в табл. 3.3 в графу «Расчет»;

б) построить векторную диаграмму токов и напряжений.

3. В разветвленной цепи, заданной согласно варианту в табл. 3.1:

а) рассчитать, используя метод эквивалентных преобразований, комплексные токи  $I_1, I_2, I_3$  ветвей и комплексные напряжения всех элементов. Результат занести в табл. 3.4 в графу «Расчет» ( $U_1, U_2, U_3$  — напряжения на резисторах  $R_1, R_2, R_3$ );

Таблица 3.1

Вариант	Схема на рис.	$U$	$f$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$L$	$R_K$	$C$
		В	Гц	Ом	Ом	Ом	мГн	Ом	мкФ
1	3.8	10	700	139	139	139	44	58	0,93
2	3.8	10	1200	139	139	139	42	60	0,93
3	3.9	10	1300	143	143	143	42	56	0,95
4	3.9	10	800	143	143	143	42,5	56	0,99
5	3.10	10	1000	157	137	157	44	57	0,96
6	3.10	10	500	142	142	142	45	57	1,00

б) построить топографическую диаграмму напряжений всех элементов и совмещенную с ней векторную диаграмму токов. Для векторов напряжений и векторов токов желательно цветное различие, масштабы для  $U$  и  $I$  взять достаточно крупными;

в) составить и рассчитать уравнения баланса активных и реактивных мощностей цепи. Вычислить коэффициент мощности цепи.

### Последовательность выполнения работы

Включить в сеть генератор, вольтметр, фазометр и дать им прогреться в течение 5 мин.

1. Собрать последовательную цепь на рис. 3.5, соблюдая последовательность элементов и учитывая, что  $R_K$  — внутреннее активное сопротивление катушки индуктивности.

Таблица 3.2

Цепь на рис. 3.5	$X_L$	$X_C$	$Z_{\text{вх}}$		$I$		$U_K$		$U_C$		$U_1$		
			$Z_{\text{вх}}$	$\varphi$	$I$	$\psi_1$	$U_K$	$\psi_{UK}$	$U_C$	$\psi_{UC}$		$U_1$	$\psi_{U1}$
										прям.	косв.		
Ом	Ом	Ом	град	мА	град	В	град	В		В	град		
Расчет											–		
Опыт													

Таблица 3.3

Цепь на рис. 3.6	$I$		$I_1$		$I_2$		$I_3$	
	$I$	$\psi_I$	$I_1$	$\psi_{I1}$	$I_2$	$\psi_{I2}$	$I_3$	$\psi_{I3}$
	мА	град	мА	град	мА	град	мА	град
Расчет								
Опыт			–	–	–	–	–	–

Таблица 3.4

Разветвленная цепь	$I_1$		$I_2$		$I_3$		$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_K$		$U_C$	
	$I_1$	$\psi_{I1}$	$I_2$	$\psi_{I2}$	$I_3$	$\psi_{I3}$				$U_K$	$\psi_{UK}$	$U_C$	$\psi_{UC}$
	мА	град	мА	град	мА	град	В	В	В	В	град	В	град
Расчет													
Опыт											–		–

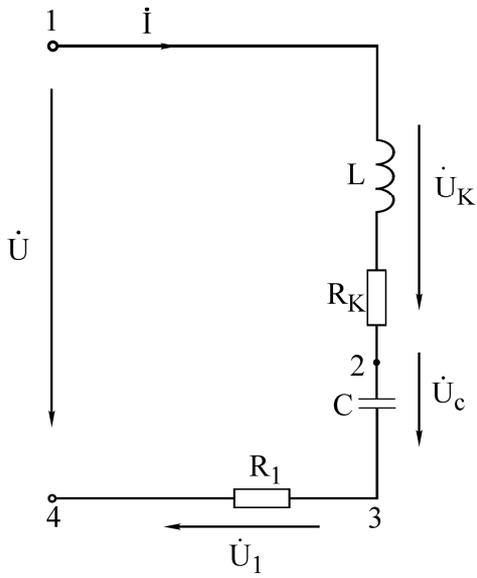


Рис. 3.5

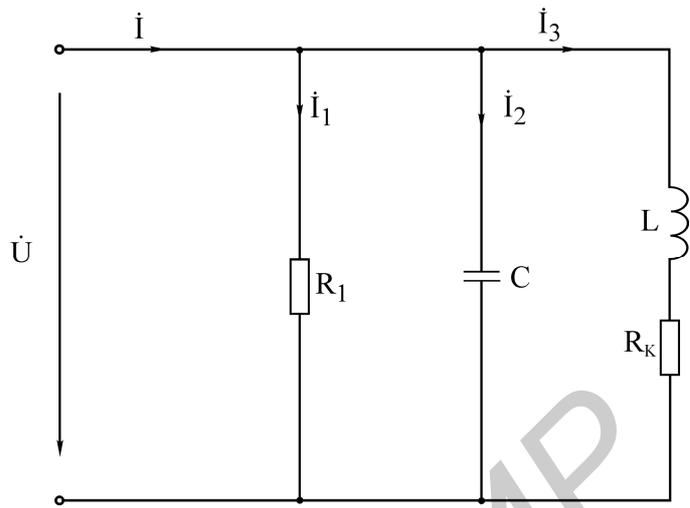


Рис. 3.6

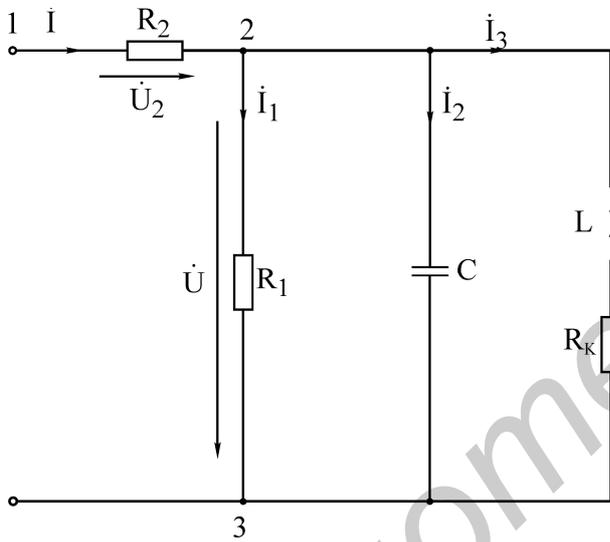


Рис. 3.7

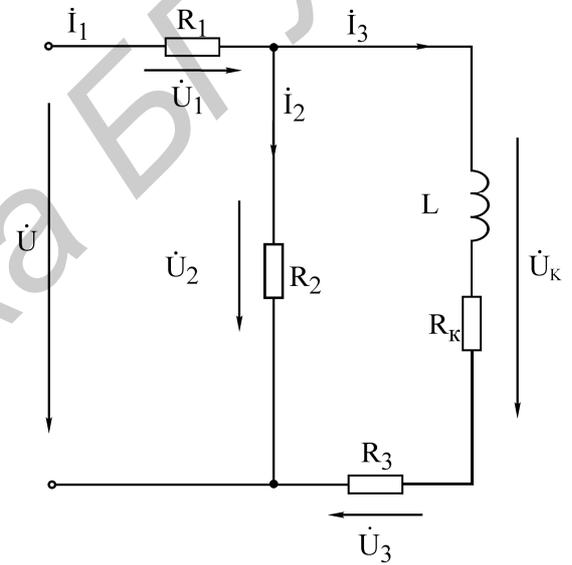


Рис. 3.8

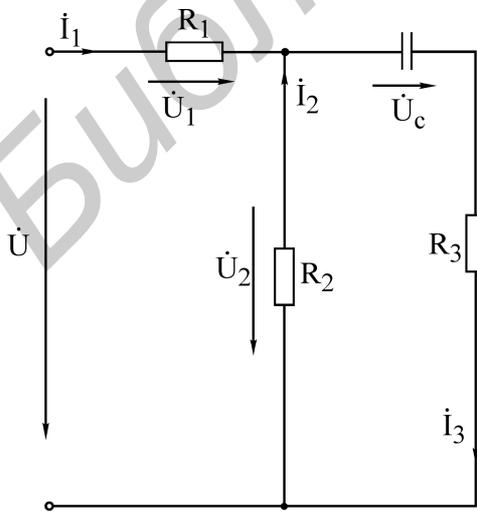


Рис. 3.9

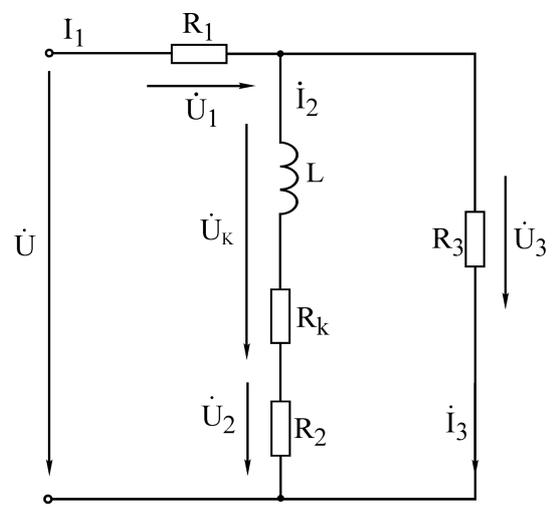


Рис. 3.10

Подключить цепь к генератору, выставить частоту согласно варианту и установить с помощью настольного вольтметра (встроенный в генератор вольтметр в этой и последующих работах использовать нельзя) напряжение на входе цепи 10 В:

а) измерить вольтметром и занести в табл. 3.2 в графу «Опыт» напряжения  $U_1, U_C, U_K$ . Пересчитать по закону Ома напряжения  $U_1$  в  $I$ ;

б) измерить фазометром начальную фазу  $\psi$  у тока  $I$ . В качестве «Опорного» взять входное напряжение  $U$ , а в качестве «Сигнала» взять напряжение  $U_1$ , т.е. клемму «Земля» подключить к общему узлу 4, клемму «Сигнал» — к узлу 3, а клемму «Опорное» — к узлу 1. Обратит внимание, что напряжения  $U$  и  $U_1$  согласованы;

в) прямое измерение начальной фазы  $\psi_{UC}$  напряжения  $U_C$  в цепи на рис. 3.5 невозможно, так как  $U_C$  и  $U$  не имеют общего узла. Прямое измерение станет возможным, если на время измерения фазы поменять местами резистор  $R_1$  и  $C$ . Тогда фазометр подключается к тем же узлам, что и в пункте «б». Выполнить это измерение. Результат занести в графу  $\psi_{UC}$  — прям.;

г) в реальных цепях перемена элементов местами не всегда возможна. По этой причине выполнить измерение начальной фазы  $\psi_{UC}$  косвенным методом (без перемены местами  $R$  и  $C$ ). Для этой цели зажим «Земля» фазометра подключить к узлу 3, зажим «Сигнал» — к узлу 2, а зажим «Опорное» — к узлу 4. Записать показания  $\varphi$  фазометра. Поскольку  $U_C$  и  $U_1$  не согласованы, то угол  $\alpha$  между  $U_C$  и  $U_1$  определим согласно (3.12), вычитая из показания  $\varphi$  угол  $180^\circ$ . Если к результату прибавить измеренную ранее начальную фазу  $\psi_1$  тока (совпадающую с начальной фазой для  $U_1$ ), то получим начальную фазу для  $U_C$ , т.е.  $\psi_{UC} = \varphi - 180^\circ + \psi_1$ . Результат занести в графу  $\psi_{UC}$  — косв. Сопоставить результаты прямого и косвенного измерений  $\psi_{UC}$ ;

д) начальная фаза  $\psi_{UK}$  для  $U_K$  измеряется непосредственно (зажим «Земля» подключить к узлу 1, зажим «Сигнал» — к узлу 2, зажим «Опорное» — к узлу 4). Напряжения  $U_K$  и  $U$  согласованы;

е) начальные фазы, измеренные в пп. б, в, г, занести в табл. 3.2 в графу «Опыт».

2. Собрать параллельную цепь на рис. 3.9 с добавочным резистором  $R_2$ :

а) выставить с помощью вольтметра напряжение  $U = 10$  В не на входе цепи, а на сопротивлении  $R_1$ . В этом случае комплексные токи параллельных ветвей на рис. 3.7 и 3.6 будут одинаковы. Наличие резистора  $R_2$  позволяет измерить входной ток  $I$ ;

б) измерить напряжение на  $R_2$  и пересчитать в ток  $I$ ;

в) при измерении фазы  $\psi_1$ , входного тока в качестве опорного следует взять напряжение  $U$  на резисторе  $R_1$ . Тогда клемму «Земля» нужно подключить

к общему узлу 2, клемму «Сигнал» — к узлу 1, клемму «Опорное» — к узлу 3.

**Внимание!** Напряжения  $U_2$  и  $U$  не согласованы. Измеренный комплексный ток  $I$  занести в табл. 3.3. Токи параллельных ветвей не измеряются.

3. Собрать разветвленную цепь согласно варианту (рис. 3.10–3.12). Подключить к цепи генератор заданной частоты с напряжением  $U = 10$  В:

а) измерить вольтметром напряжения на резисторах  $R_1, R_2, R_3$  и напряжения  $U_C, U_K$ . Пересчитать напряжения резисторов в токи  $I_1, I_2, I_3$ ;

б) измерить фазометром начальные фазы токов  $I_1, I_2, I_3$ . Занести в табл. 3.4 в графу «Опыт» комплексные токи  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$  и модули напряжений  $U_1, U_2, U_3, U_C, U_K$ .

4. Сделать заключение о соответствии расчетных и опытных данных по всем выполненным пунктам работы.

### Основные вопросы к работе

1. Основные величины, характеризующие синусоидальный ток и напряжение (период, частота, угловая частота, начальная фаза, амплитуда, действующее значение).

2. С какой целью введено понятие действующего значения гармонического сигнала? Может быть, достаточно понятия амплитуды сигнала?

3. Какой смысл содержится в понятии положительного направления синусоидального напряжения и тока?

4. Что такое комплексный ток, напряжение? Что понимают под комплексной амплитудой тока, напряжения?

5. Как вычисляются комплексные сопротивления элементов цепи?

6. Каковы фазовые сдвиги между напряжением и током в индуктивности, емкости?

7. Для какого класса цепей ( $R$ -цепи,  $RL$ -цепи,  $RC$ -цепи,  $LC$ -цепи,  $RLC$ -цепи) угол  $\varphi$  сдвига фаз между входными напряжением и током может равняться: а) нулю, б)  $\pm 90^\circ$ ?

8. Что характеризуют активная, реактивная и полная мощности? Единицы их измерения.

9. Что такое коэффициент мощности?

10. На каком важном свойстве линейных цепей основан метод пропорционального пересчета?

11. Как строится топографическая диаграмма напряжений цепи? В чем ее отличие от векторной диаграммы напряжений?

12. Опишите особенности использования фазометра.

## Лабораторная работа № 3Б

### ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

#### Цель работы

Определение параметров простейших эквивалентных схем замещения двухполюсника. Экспериментальная проверка законов распределения тока и напряжения в линейной разветвленной цепи гармонического тока, проверка балансов активных и реактивных мощностей, приобретение навыков работы с вольтметром, фазометром и генератором.

#### Основные теоретические положения

Лабораторная работа № 3Б является углубленным вариантом предыдущей работы № 3А. Поскольку ниже изложены только дополнительные теоретические сведения, следует предварительно ознакомиться с теоретическим материалом к работе № 3А.

Рассмотрим схему включения фазометра и расчетные формулы для экспериментального определения параметров схемы замещения таких реальных элементов, как катушка индуктивности и конденсатор (рис. 3.13).

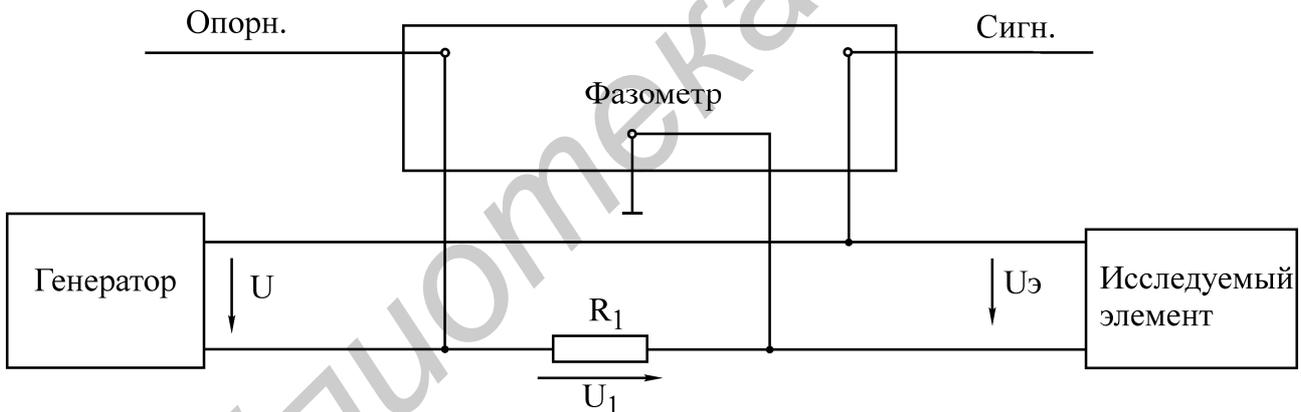


Рис. 3.13

**1. Катушка индуктивности.** Если катушку индуктивности представить последовательной схемой замещения, то цепь на рис. 3.14,а и соответствующая ей векторная диаграмма напряжений примут вид, приведенный на рис. 3.14,б.

Обратим внимание, что напряжение сигнала  $U_{\text{э}}$  и опорное напряжение  $U_1$  на рис. 3.14,а не согласованы, поэтому угол  $\alpha$  сдвига фаз между ними (рис. 3.14,б) вычисляется согласно формуле (3.12) в работе № 3А путем добавления к показанию  $\varphi$  фазометра угла  $\pm 180^\circ$ .

Из рис. 3.14, б находим

$$U_L = U_{\text{э}} \sin \alpha; \quad U_{RK} = U_{\text{э}} \cos \alpha.$$

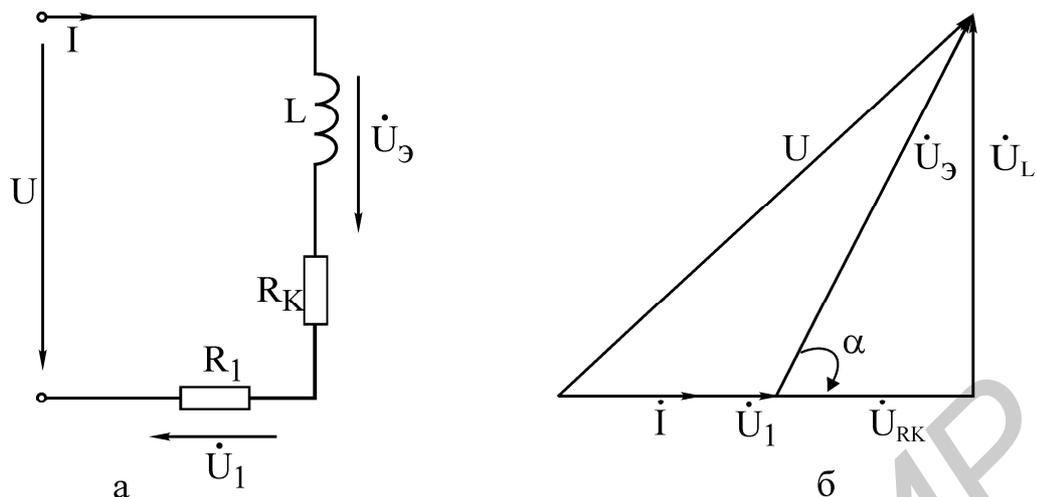


Рис. 3.14

Учитывая, что

$$U_L = X_L I; \quad U_{RK} = R_K I; \quad I = U_1 / R_1,$$

для параметров последовательной схемы замещения катушки получим

$$X_L = \frac{U_{\Delta}}{U_1} R_1 \sin \alpha; \quad R_K = \frac{U_{\Delta}}{U_1} R_1 \cos \alpha; \quad (3.13)$$

Для параллельной схемы замещения индуктивной катушки цепь на рис. 3.13 и векторная диаграмма примут вид, показанный на рис. 3.15.

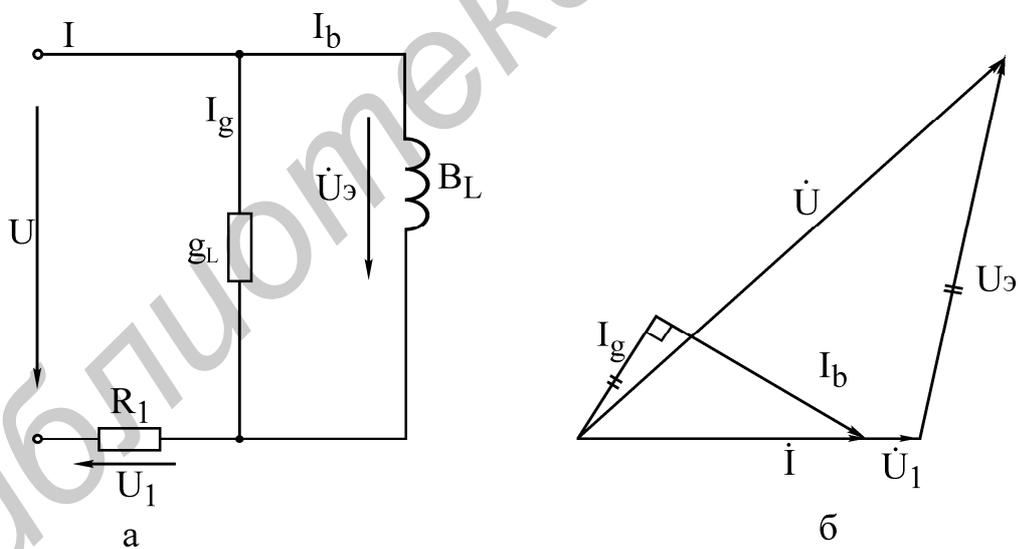


Рис.3.15

Из рис. 3.15,а следует:

$$I_g = g_L U_{\Delta}; \quad I_b = b_L U_{\Delta}.$$

Поскольку из диаграммы на рис. 3.15, б видно, что

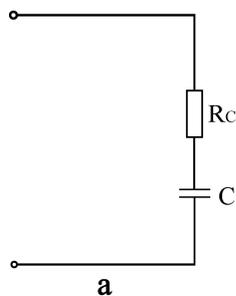
$$I_g = I \cos \alpha = \frac{U_1}{R_1} \cos \alpha; \quad I_b = I \sin \alpha = \frac{U_1}{R_1} \sin \alpha,$$

то для проводимостей параллельной схемы замещения катушки получим формулы

$$g_L = \frac{U_1}{R_1 U_{\mathcal{E}}} \cos \alpha; b_L = \frac{U_1}{R_1 U_{\mathcal{E}}} \sin \alpha. \quad (3.14)$$

Формулы (3.14) можно получить и без анализа векторной диаграммы, если подставить выражения (3.13) в переходные формулы (3.6) из работы № 3А.

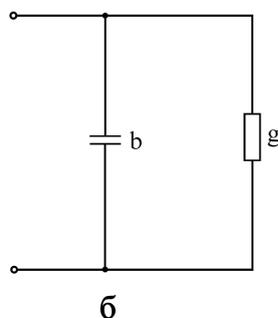
**2. Конденсатор.** Методика вывода формул для параметров схем замещения конденсатора такая же, как и для катушки. Поэтому приведем только окончательные формулы.



Для последовательной схемы замещения (рис. 3.16,а)

$$R_C = \frac{U_{\mathcal{E}}}{U_1} R_1 \cos \alpha; \quad (3.15)$$

$$X_C = \frac{U_{\mathcal{E}}}{U_1} R_1 |\sin \alpha|; \quad C = \frac{1}{2\pi f X_C}. \quad (3.16)$$



Для параллельной схемы замещения (рис. 3.16,б)

$$g = \frac{U_1}{R_1 U_{\mathcal{E}}} \cos \alpha; \quad (3.17)$$

$$b = \frac{U_1}{R_1 U_{\mathcal{E}}} |\sin \alpha|. \quad (3.18)$$

Рис. 3.16

В радиотехнике и электросвязи качество реальных катушек и конденсаторов оценивают с помощью их добротности  $Q$  на заданной частоте, которая характеризует степень приближения катушки к идеальной индуктивности и конденсатора — к идеальной емкости.

Добротность катушки

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_K} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (3.19)$$

Добротность конденсатора

$$Q_C = \frac{1}{\omega C \cdot R_C} = |\operatorname{tg} \alpha|. \quad (3.20)$$

В формулах (3.19), (3.20)  $\alpha$  — угол фазового сдвига между напряжением и током катушки и конденсатора (см. рис. 3.14,б). На практике добротность элементов измеряют с помощью специальных измерительных приборов —  $Q$ -метров, а формулы (3,19), (3,20) используют для расчета сопротивления потерь  $R_K$  и  $R_C$ . Отметим, что при использовании реальных элементов на фиксиро-

ванной частоте в равной мере могут применяться как последовательная, так и параллельная схемы замещения катушки и конденсатора. Если же эксплуатация элементов осуществляется в некотором диапазоне частот, то для катушки предпочтительнее последовательная схема замещения, а для конденсатора — параллельная. Отмеченный приоритет схем замещения обусловлен тем, что параметры этих схем слабее зависят от частоты.

### Описание лабораторной установки

Используемые в настоящей работе приборы (перестраиваемый генератор синусоидального напряжения, вольтметр, фазометр) и лабораторный макет такие же, как и в лабораторной работе № 3А. Поэтому следует внимательно ознакомиться с описанием установки в работе № 3А.

**Особое внимание обратить на особенности использования фазометра.** В табл. 3.5 заданы для шести вариантов параметры генератора  $U$ ,  $f$  и номиналы элементов. Величины  $R_K$  и  $L$  являются резистивным сопротивлением и индуктивностью последовательной схемы замещения катушки. При расчете домашнего задания конденсатор замещается идеальной емкостью  $C$ .

Таблица 3.5

Вариант	Схема на рис.	$U$ , В	$f$ , Гн	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$L$ , мГн	$R_K$ , Ом	$C$ , мкФ
1	3.17	10	700	139	139	139	44	58	0,93
2	3.17	10	1200	139	139	139	42	60	0,93
3	3.18	10	1300	143	143	143	42	56	0,95
4	3.18	10	800	143	143	143	42,5	56	0,99
5	3.19	10	1000	157	157	157	44	57	0,96
6	3.19	10	500	142	142	142	45	57	1,00

### Домашнее задание

Домашнее задание выполняется каждым студентом и включает следующие пункты:

1. Для последовательной цепи на рис. 3.5 (работа № 3А):

а) рассчитать согласно варианту сопротивления  $X_L, X_C$  реактивных элементов комплексное входное сопротивление цепи, комплексный ток  $\dot{I}$  и комплексные напряжения элементов  $\dot{U}_K, \dot{U}_C, \dot{U}_1$ . Параметры цепи и генератора заданы в табл. 3.5. Потерями в конденсаторе пренебречь. Начальную фазу напряжения генератора принять равной нулю. Все расчетные величины занести в графу «расчет» табл. 3.6;

б) по результатам расчетов построить топографическую диаграмму напряжений всех элементов цепи.

Таблица 3.6

Цепь на рис. 3.5	$X_L$	$X_C$	$Z_{ex}$		$I$		$U_K$		$U_C$			$U_1$	
			$z_{ex}$	$\varphi$	$I$	$\psi_1$	$U_K$	$\psi_{UK}$	$U_C$	$\psi_{UC}$		$U_1$	$\psi_{U_1}$
										прям.	косв.		
Расч.	Ом	Ом	Ом	град	мА	град	В	град	В	град	град	В	град
Опыт	—	—											

2. Рассчитать на заданной частоте добротность  $Q_L$  катушки (3.19) и проводимости  $g_L, b_L$  параллельной схемы замещения катушки (работа № 3А, формула 3.6). Результаты занести в табл. 3.7.

3. Для заданной в табл. 3.5 цепи (рис. 3.17–3.19) рассчитать двумя методами (первый студент бригады — методом эквивалентных преобразований, второй студент бригады — методом пропорционального пересчета) комплексные токи  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$  всех ветвей цепи, а также комплексные напряжения  $\dot{U}_{13}$  последовательной и  $\dot{U}_{35}$  параллельных ветвей цепи (начальную фазу питающего напряжения принять равной нулю).

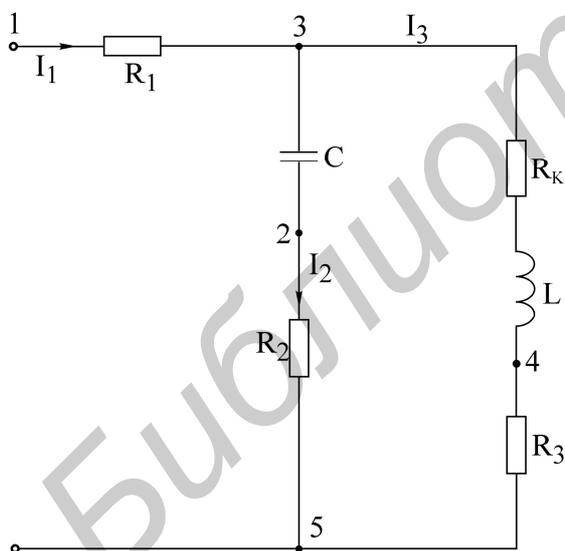


Рис. 3.17

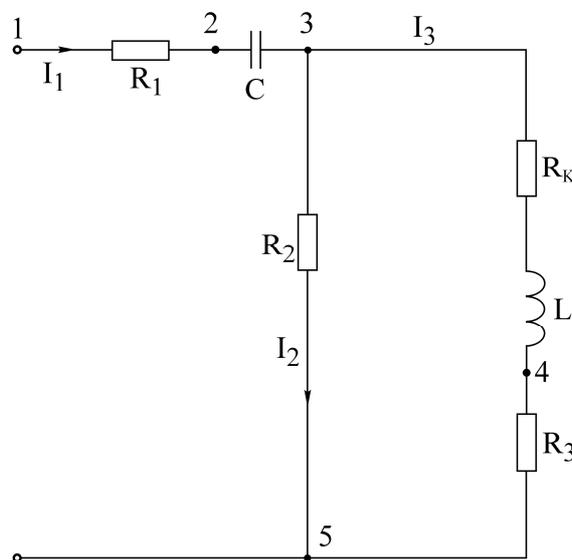


Рис. 3.18

4. По расчетным данным п. 3 построить в единой системе координат векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. Масштабы  $m_I$  и  $m_U$  взять достаточно крупными и разными.



5. Вычислить активные и реактивные мощности источника и потребителей. Проверить баланс активных и реактивных мощностей.
6. Все расчетные данные занести в табл. 3.7.
7. Подготовить для экспериментальных данных табл. 3.8, 3.9.
8. Продумать и зарисовать схемы включения фазометра в заданную согласно варианту цепь (рис. 3.17–3.19) для измерения начальных фаз токов  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ . Предварительно ознакомиться по указаниям к работе № 3А с общими особенностями применения фазометра.

### Порядок выполнения работы

1. Включить в сеть генератор, вольтметр, фазометр и дать им прогреться в течение 5 мин.
2. К последовательной цепи (см. рис. 3.5, работа № 3А) подключить генератор, выставить согласно варианту частоту и затем с помощью настольного вольтметра (встроенный в генератор вольтметр в этой и последующих работах не используется) установить на входе цепи напряжение 10 В.
3. Осуществить для собранной цепи все измерения, подробно описанные в работе № 3А (разд. «Последовательность выполнения работы», п. 1). Результаты занести в графу «Опыт» табл. 3.6.
4. Собрать цепь на рис. 3.13 для исследования параметров схемы, замещения катушки индуктивности. Установить согласно варианту частоту и напряжение генератора. Измеренные величины  $U_{\Sigma}, U_1, \varphi$  занести в табл. 3.8.
5. По формулам (3.13), (3.14), (3.20) рассчитать для катушки  $L, R_k, g_L, b_L$  и  $Q_L$  (через  $\operatorname{tg} \alpha$ ).
6. Заменить в цепи на рис. 3.13 катушку на конденсатор.
7. Измерить величины  $U_{\Sigma}, U_1, \varphi$  и занести их в табл. 3.8 (в этом пункте обязательно использование фазометра с цифровой индикацией).
8. Рассчитать по формулам (3.15), (3.16) параметры  $C$  и  $R_C$  и занести их в табл. 3.8. По (3.20) вычислить  $Q_C$  и занести в табл. 3.8.
9. Подключить к генератору согласно варианту разветвленную цепь. Измерить все перечисленные в табл. 3.9 напряжения и начальные фазы. Напряжения на резисторах по закону Ома пересчитать в токи. Все результаты занести в табл. 3.9.
10. По результатам измерений рассчитать активную и реактивную мощность потребителей.
11. Провести сопоставительный анализ расчетных и опытных результатов, полученных во всех рассмотренных пунктах. Попытаться объяснить имеющиеся расхождения.

### Вопросы к работе

1. Проработать все вопросы, поставленные в работе № 3А.
2. В каких пределах может изменяться угол сдвига фаз входных напряжения и тока пассивного двухполосника?

3. Как рассчитать параметры схем замещения двухполюсника?
4. Изменяются ли активные сопротивления (проводимости) схемы замещения двухполюсника при изменении рабочей частоты?
5. Что вы можете сказать об эквивалентности последовательной и параллельной схем замещения катушки индуктивности, конденсатора?
6. Что характеризует добротность катушки (конденсатора)?
7. Для каких видов мощности справедливы уравнения баланса?
8. Попробуйте объяснить, почему мощности индуктивностей и емкостей входят в уравнение баланса с обратными знаками?

#### Литература

[2, с. 76–90]; [3, с. 48–54]; [4, с. 155–168, 177–180]; [6, с. 65–83, 103–107]; [8, с. 5–14].

## Лабораторная работа № 4

### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА В ОДИНОЧНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРАХ

#### А. Последовательный колебательный контур

##### Цель работы

Экспериментальное исследование частотных и резонансных характеристик последовательного контура, влияния активного сопротивления на вид резонансных кривых. Ознакомление с настройкой последовательного контура на резонанс с помощью емкости.

##### Основные теоретические положения

Резонансом напряжений называется режим работы последовательной цепи (рис. 4.1), содержащей индуктивность, емкость и активное сопротивление, при котором реактивное сопротивление цепи  $X$  равно нулю:

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0. \quad (4.1)$$

Ток при этом совпадает по фазе с приложенным напряжением и имеет максимальную величину.

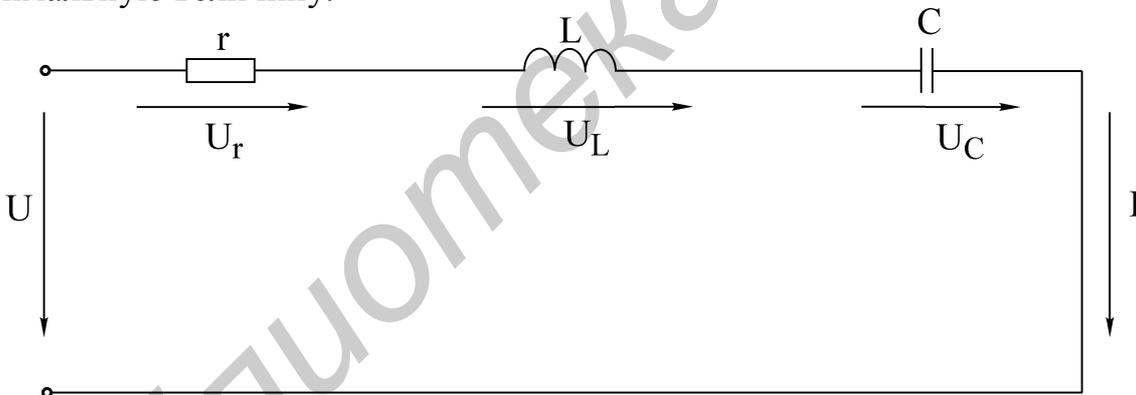


Рис. 4.1

Исследование резонанса напряжения в последовательном колебательном контуре заключается в определении резонансной частоты  $\omega_0$  и нахождении зависимостей тока в цепи напряжений на ее элементах от круговой частоты  $\omega$  и циклической частоты  $f$ .

Резонансные свойства контура могут быть исследованы в зависимости от параметров  $L$  и  $C$  контура.

Резонансная угловая частота определяется из условия резонанса (4.1):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.2)$$

Резонансная циклическая частота отличается от угловой в  $2\pi$  раз:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.3)$$

Резонансный режим цепи может быть получен путем изменения частоты приложенного напряжения  $\omega$  или собственной частоты  $\omega_0$  колебательного контура, что достигается изменением параметров  $L$  и  $C$  реактивных элементов.

Значения индуктивности и емкости, при которых наступает резонанс, определяется выражениями

$$L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}, \quad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

Зная параметры последовательного контура, можно рассчитать частотные характеристики реактивных сопротивлений

$$X_L(\omega) = \omega L, \quad X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C} \quad (4.4)$$

и полного сопротивления цепи

$$Z(\omega) = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (4.5)$$

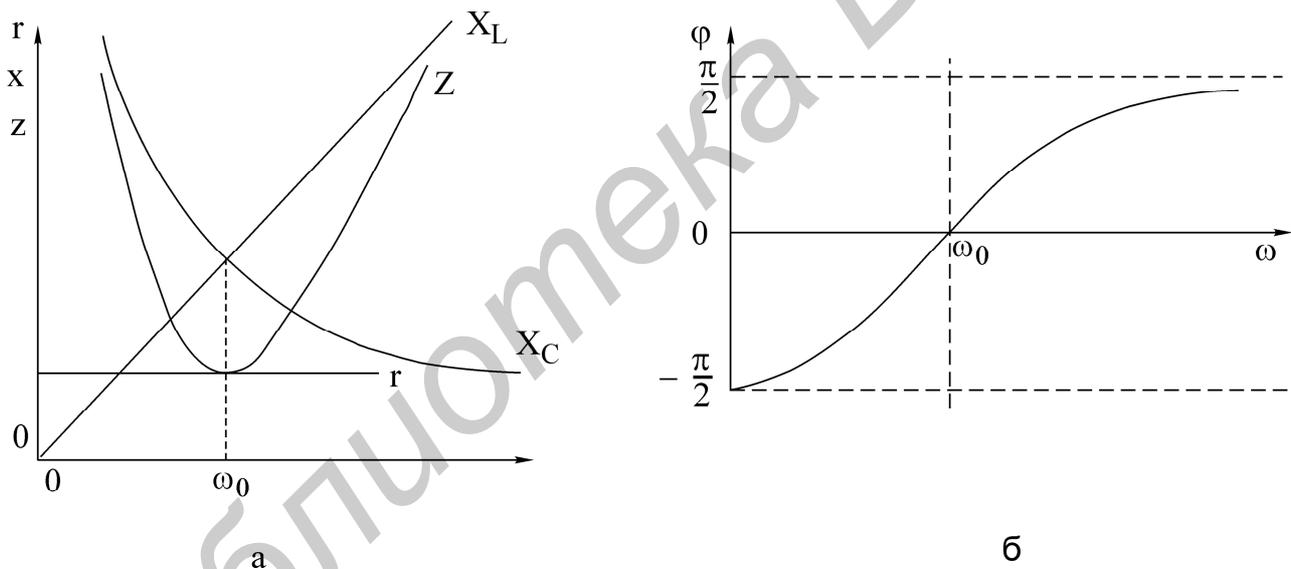


Рис. 4.2

Графики этих зависимостей показаны на рис. 4.2,а.

Угол сдвига фаз между током и входным напряжением также зависит от частоты:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{X_L - X_C}{r} = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}. \quad (4.6)$$

Эта зависимость называется фазочастотной характеристикой контура (рис. 4.2,б).

На основании приведенных частотных характеристик можно сделать вывод: полное сопротивление  $Z$  при резонансе минимально и равно активному со-

противлению контура  $r$ ; резонансная частота соответствует точке пересечения характеристик  $X_L(\omega)$  и  $X_C(\omega)$ , напряжение и ток при резонансе совпадают по фазе, т. е.  $\varphi = 0$ .

Сопротивления емкости и индуктивности на резонансной частоте равны характеристическому сопротивлению контура:

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4.7)$$

Отношения напряжения при резонансе на реактивном элементе ( $U_{L0}, U_{C0}$ ) к напряжению на входе контура называется добротностью контура:

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U}. \quad (4.8)$$

Добротность может быть определена и как отношение характеристического сопротивления к активному сопротивлению контура:

$$Q = \frac{\omega_0 L I_0}{r I_0} = \frac{\rho}{r}. \quad (4.9)$$

Таким образом, напряжение на выходе контура при резонансе в  $Q$  раз больше напряжения на входе:

$$U_{L0} = U_{C0} = QU. \quad (4.10)$$

Величина, обратная добротности, называется затуханием контура:

$$d = \frac{1}{Q}.$$

Если к выходным зажимам контура подключить резистор сопротивлением  $r_n$  (рис. 4.3), то в этом резисторе будет рассеиваться энергия, вследствие чего добротность цепи окажется меньше добротности ненагруженного контура. Если  $r_n \gg r$ , то цепь на рис. 4.3 можно заменить эквивалентной (рис. 4.4). Добротность нагруженного контура;

$$Q_Y = \frac{\rho}{r + r_{вн}} = \frac{\rho}{r + \frac{L}{r_n C}} = \frac{Q}{1 + \frac{Q\rho}{r_n}}. \quad (4.11)$$

Если  $r_n = \infty$ , то  $Q_Y = Q$ , если  $r_n = r$ , то  $Q_Y = 1$ . Сопротивление нагрузки  $r_n$  мало влияет на резонансную частоту, но сильно сказывается на эквивалентной добротности нагруженного контура.

Зависимости тока в цепи и напряжений на элементах контура от частоты называются резонансными характеристиками.

При постоянной величине входного напряжения характер изменения тока определяется зависимостью полного сопротивления цепи от частоты (рис. 4.5).

С уменьшением активного сопротивления цепи добротность  $Q$  возрастает. Резонансная кривая тока при этом становится уже, а максимальное значение тока  $I_0$  увеличивается.

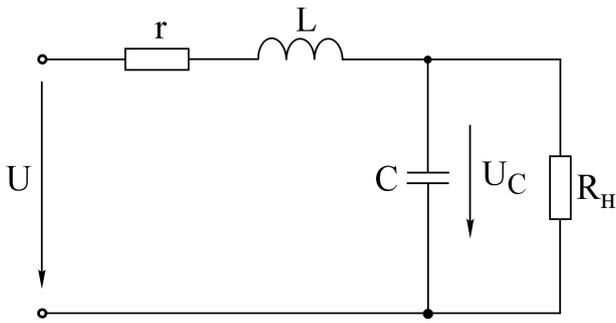


Рис. 4.3

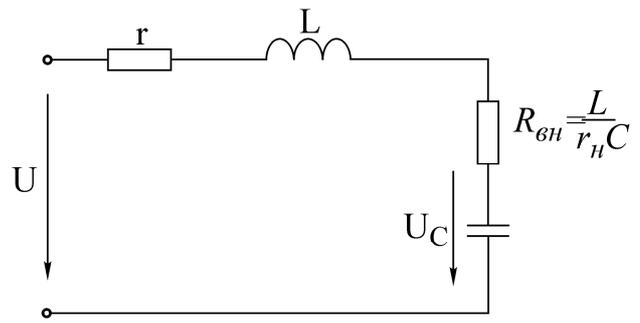


Рис. 4.4

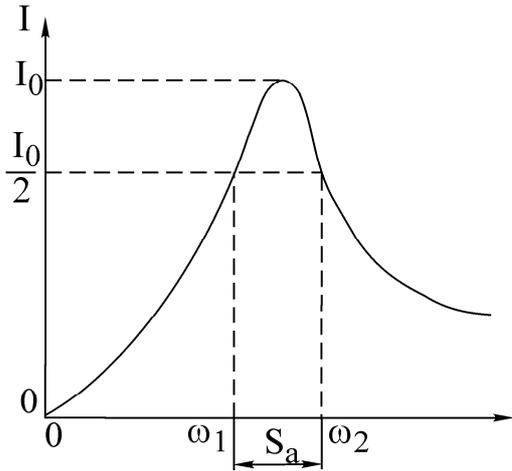


Рис. 4.5

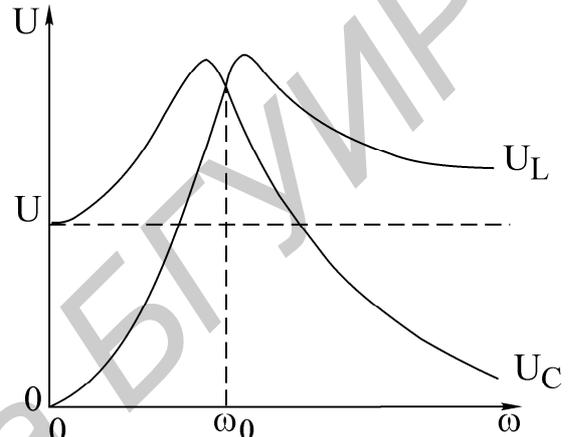


Рис. 4.6

$$I(\omega) = \frac{U}{Z(\omega)} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (4.12)$$

Резонансные кривые напряжений на емкости и индуктивности, построенные по уравнениям

$$U_C(\omega) = I(\omega)X_C(\omega) = \frac{U}{\omega C \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}}; \quad (4.13)$$

$$U_L(\omega) = I(\omega)X_L(\omega) = \frac{\omega L U}{\sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}},$$

изображены на рис. 4.6. Напряжения на индуктивности и емкости при резонансной частоте равны. Напряжение на емкости достигает максимума при частоте  $\omega_C$ , меньшей, чем резонансная, а на индуктивности — при частоте  $\omega_L$ , большей резонансной. Частоты  $\omega_L$  и  $\omega_C$  определяются по формулам

$$\omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{2 - d^2}}, \quad \omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

При добротности  $Q < 1/\sqrt{2}$  кривые  $U_L(\omega)$  и  $U_C(\omega)$  не имеют максимума. При  $Q > 50$  максимумы кривых  $U_L(\omega)$  и  $U_C(\omega)$  практически совпадают с максимумом резонансной кривой тока.

Для сопоставления резонансных свойств различных контуров удобно пользоваться резонансными характеристиками в относительных единицах:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{d^2} \left( \eta - \frac{1}{\eta} \right)^2}}, \quad (4.14)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1}{d} \left( \eta - \frac{1}{\eta} \right). \quad (4.15)$$

Здесь  $I/I_0$  — относительный ток;  $\eta = \omega/\omega_0 = f/f_0$  — относительная частота.

На вид резонансной характеристики тока и фазовой характеристики в относительных единицах влияет лишь один параметр контура затухание  $d$  (или добротность  $Q$ ). Соответствующие характеристики в относительных единицах для затухания  $d = 0,5$  показаны на рис. 4.7, а, б.

Полоса частот вблизи резонанса, на границах которой ток снижается до  $1/\sqrt{2}$  от максимального значения  $I_0$  тока при резонансе, определяет абсолютную полосу пропускания контура (рис. 4.3):

$$S_a = \omega_2 - \omega_1.$$

Ширина полосы пропускания в относительных единицах равна затуханию контура  $d$  (см. рис. 4.5, а):

$$d = \frac{S_a}{\omega_0} = \frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_1}{\omega_0} = \eta_2 - \eta_1.$$

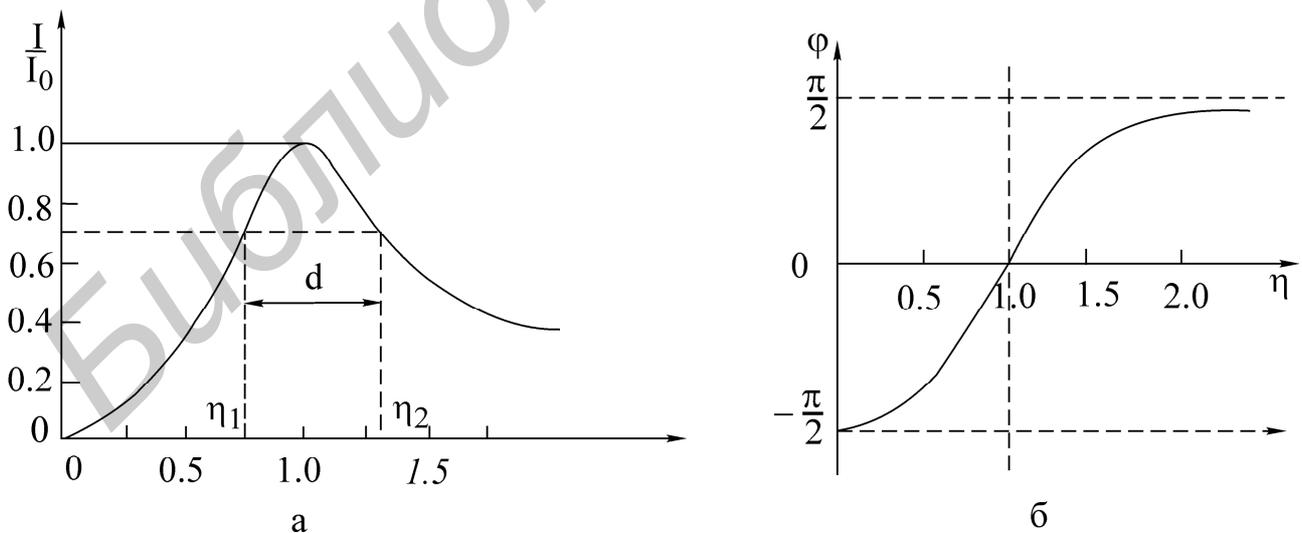


Рис. 4.7

Зная ширину пропускания, можно определить добротность контура через угловые частоты:

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\omega_0}{S_a} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad (4.16)$$

или через значения частоты в циклических единицах:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}. \quad (4.17)$$

Если переменной величиной является емкость, то добротность контура определяется по формуле

$$Q = \frac{2C_0}{C_2 - C_1},$$

где  $C_0$  — величина емкости при резонансе;

$C_1$  и  $C_2$  — величины емкостей на границах полосы пропускания.

Соответствующие характеристики представлены на рис. 4.8.

### Домашнее задание

1. Изучить раздел курса «Резонанс напряжений».
2. Для последовательного контура, состоящего из емкости  $C$  и катушки индуктивности с параметрами  $r_K$  и  $L_K$  (табл. 4.1), определить резонансные частоты  $\omega_0$  и  $f_0$ , характеристическое сопротивление и добротность  $Q$ .
3. Используя соотношения 4.12 и 4.13 и напряжение на входе контура  $U$ , соответствующее варианту задания, рассчитать и построить резонансные кривые тока  $I(f)$ , напряжение на емкости  $U_C(f)$  и напряжения на индуктивности  $U_L(f)$ .

Таблица 4.1

Номер бригады	В	2	3	4	5	6
В	3,0	3,5	4,0	3,0	3,5	4,0
$r_K$ , Ом	35	50	35	50	35	50
$L_K$ Гн	0,25	0,44	0,25	0,44	0,25	0,44
$C$ , мкФ	5	1	4	2	3	5
W, витков	2400	3600	2400	3600	2400	3600

**Примечание.** W — число витков катушки индуктивности, соответствующее указанным в варианте значениям  $r_K$  и  $L_K$  тока  $I(f)$ , напряжения на емкости  $U_C(f)$  и напряжения на индуктивности  $U_L(f)$ .

### Указания к работе

Явление резонанса в работе исследуется в простейшей последовательной цепи, состоящей из катушки индуктивности, конденсатора и дополнительного резистора  $r_1$  (рис. 4.9).

В качестве источника синусоидального напряжения переменной частоты используется генератор сигналов. Ток в цепи измеряется миллиамперметром, а напряжения на входе цепи, на катушке индуктивности и на конденсаторе — электронным вольтметром.

Входное напряжение измеряется на входе контура (после миллиамперметра). В процессе исследования поддерживается его постоянная величина, равная значению, указанному в варианте задания.

Сопротивление  $r_1$  позволяет изменять общее активное сопротивление контура  $r = r_K + r_1$  и влиять этим на добротность контура  $Q$ .

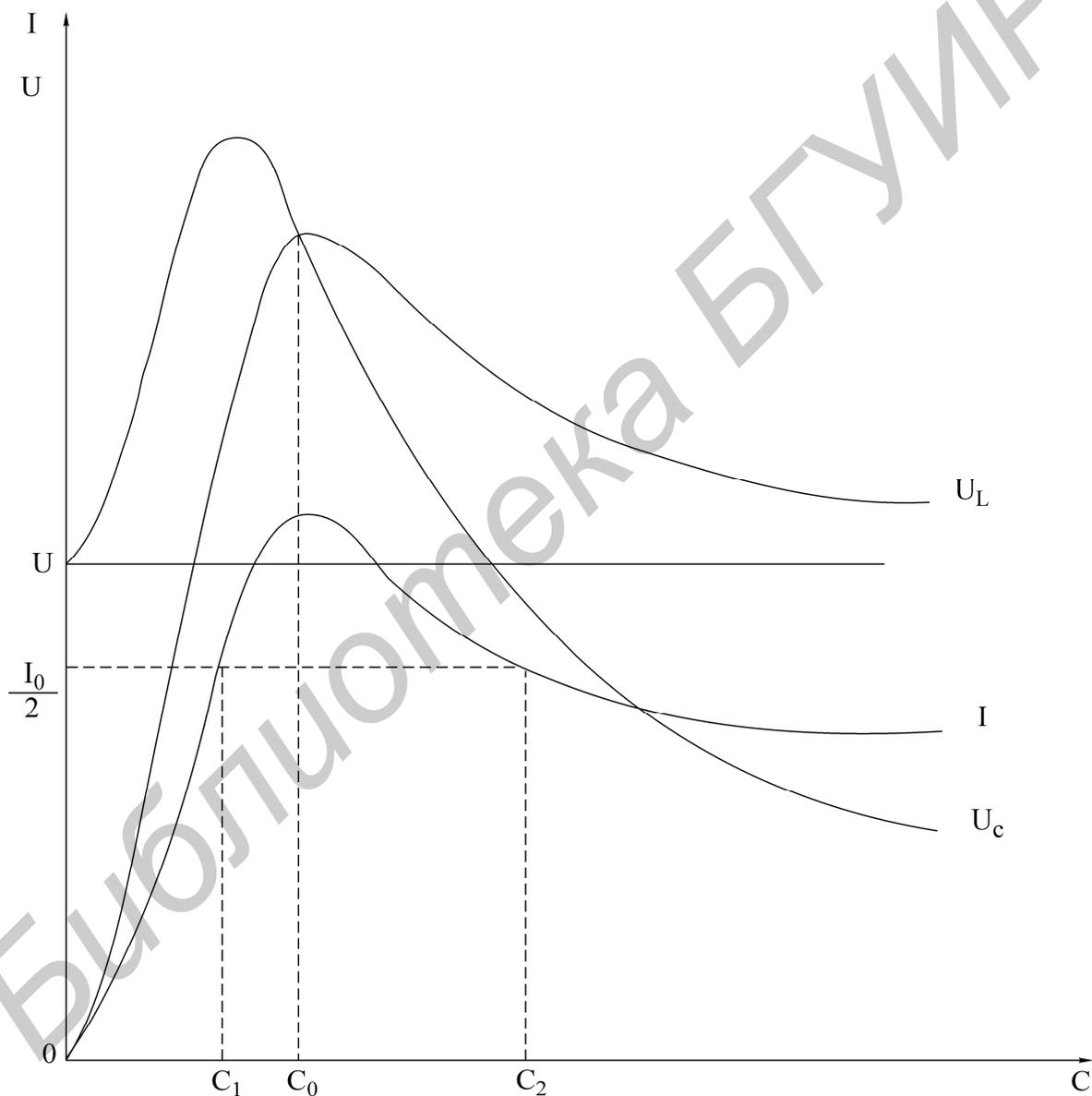


Рис. 4.8

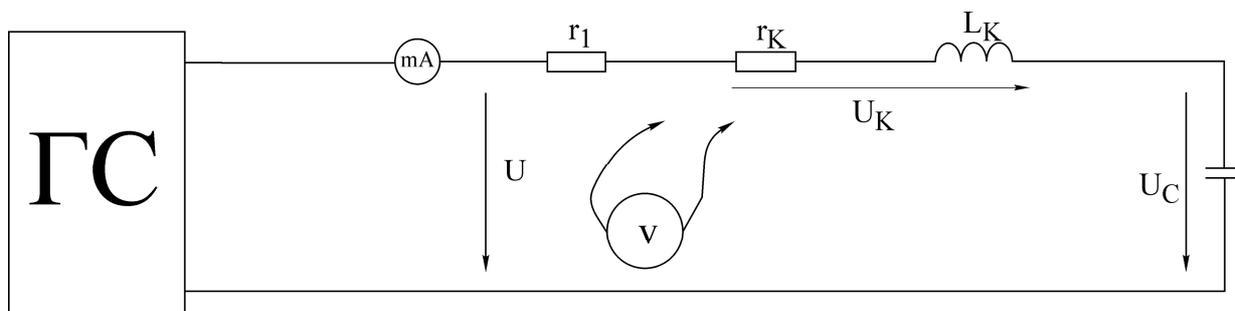


Рис. 4.9

### Последовательность выполнения работы

1. Собрать схему последовательного контура из катушки, конденсатора и резистора (рис. 4.9).

2. Установить значение сопротивления  $r_1 = 0$ . Изменяя частоту генератора и поддерживая заданное напряжение на входе контура, определить экспериментально резонансную частоту  $f_0$ .

3. Снять зависимости тока и напряжений на катушке и конденсаторе от частоты входного напряжения  $I(f)$ ,  $U_K(f)$ ,  $U_C(f)$ . Частоту генератора изменять от 20...50 до 300 Гц. Вблизи резонансной частоты шаг изменения частоты генератора уменьшить до 10...15 Гц. Величину напряжения на входе контура поддерживать на заданном уровне. Результаты эксперимента свести в таблицу.

4. Повторить измерения п. 3, установив на резисторе  $r_1$  сопротивление в пределах 50...75 Ом.

5. По данным п.3 построить частотные характеристики  $X_C(f)$ ,  $X_L(f)$ ,  $Z_K(f)$ , определить характеристическое сопротивление  $r$ .

6. Построить резонансные характеристики контура  $I(f)$ ,  $U_K(f)$ ,  $U_C(f)$  для  $r_1 = 0$  и  $r_1 \neq 0$ . Пользуясь ими, определить добротность  $Q$  (по формуле 4.17).

7. Определить добротность другими способами, используя:

а) отношение напряжения на реактивном элементе при резонансе к входному напряжению;

б) отношение характеристического сопротивления  $r$  к активному сопротивлению контура  $r$ . Сравнить результаты.

8. Построить векторные диаграммы тока и напряжений для частот  $f < f_0$ ,  $f = f_0$  и  $f > f_0$ .

9. Снять и построить зависимости  $I(C)$ ,  $U_K(C)$  и  $U_C(C)$  при частоте  $f = 100$  Гц.

Емкость  $C$  изменять от 0 до 20 мкФ.

### Основные вопросы к работе

1. Условие и способы получения резонанса напряжений.

2. Частотные характеристики  $X_L(\omega)$ ,  $X_C(\omega)$  и  $Z(\omega)$  последовательного контура.

3. Характеристическое сопротивление  $\gamma$  и добротность  $Q$ .
4. Влияние активного сопротивления контура  $r$  на резонансную кривую тока.
5. Резонансные кривые напряжений на индуктивности и емкости при изменении частоты приложенного напряжения.
6. Определение полосы пропускания по резонансной характеристике тока.
7. Способы определения добротности контура.
8. Векторные диаграммы тока и напряжений контура для состояний до резонанса, в момент резонанса, после резонанса.
9. Как изменяются при резонансе ток в цепи  $I$ , активная мощность, потребляемая контуром  $P$ , напряжения  $U_K, U_L, U_C$ , если сопротивление контура  $z$  увеличить в 2 раза.
10. На некоторой частоте  $X = X_L - X_C = 2r$ . Вычислить  $Z, I, \varphi$ .
11. Вывести формулу вносимого сопротивления  $r_{вн}$  для схемы рис.4.4.
12. Изменится ли и если изменится, то во сколько раз, абсолютная ширина полосы пропускания  $S_n$ , если уменьшить в 2 раза: а) индуктивность; б) емкость; в) сопротивление контура.
13. По полученным экспериментальным данным построить АЧХ и ФЧХ последовательного контура и сравнить с соответствующими теоретическими характеристиками.

#### Литература

[3, с. 122–131]; [5, с. 137–140].

## Б. Параллельный колебательный контур

### Цель работы

Изучение частотных свойств параллельного колебательного контура, снятие амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик. Усвоение методики определения параметров параллельного контура расчетным и экспериментальным путем.

### Основные теоретические положения

Многие устройства, предназначенные для формирования и обработки сигналов, не обходятся без резонансных контуров или их электронных аналогов.

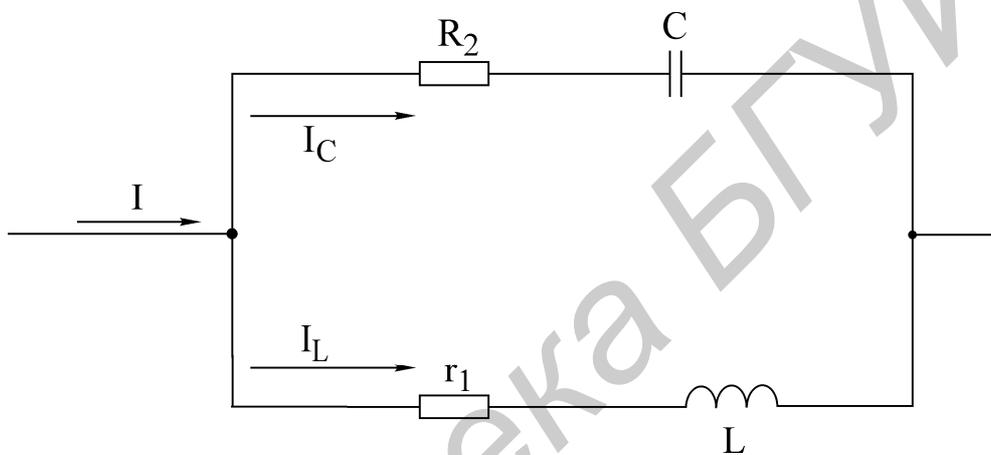


Рис. 4.10

Параллельный колебательный контур — это цепь, которая содержит включенные параллельно емкостную и индуктивную ветви (рис. 4.10). Активные сопротивления ветвей  $r_1$  и  $r_2$  определяются потерями в проводниках катушки индуктивности и в диэлектрике конденсатора.

Резонанс в параллельной цепи называется резонансом тока. Он имеет место при частоте  $\omega_\rho$ , когда эквивалентная реактивная проводимость в цепи равна нулю:

$$b_3 = b_1 - b_2 = \frac{\omega_\rho L}{r_1^2 + \omega_\rho^2 L} - \frac{1}{r_2^2 + \frac{1}{\omega_\rho^2 C^2}}. \quad (4.18)$$

Решая уравнение (4.18) относительно  $\omega_\rho$ , получаем выражение резонансной частоты:

$$\omega_\rho = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - r_1^2}{\rho^2 - r_2^2}}.$$

Здесь  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  — резонансная частота контура без потерь, т.е. при  $r_1 = r_2 = 0$  она совпадает с резонансной частотой последовательного колебательного контура, составленного из тех же элементов  $L$  и  $C$ ;

$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  — характеристическое сопротивление контура.

В радиотехнике и технике связи применяются контуры с малыми потерями, для которых  $r_1 \ll \rho$  и  $r_2 \ll \rho$ , поэтому для таких контуров резонансную частоту можно определять по формуле

$$\omega_\rho = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Эквивалентное сопротивление контура при резонансной частоте

$$R_0 = \frac{\rho^2 + r_1 r_2}{r}, \text{ где } r = r_1 + r_2.$$

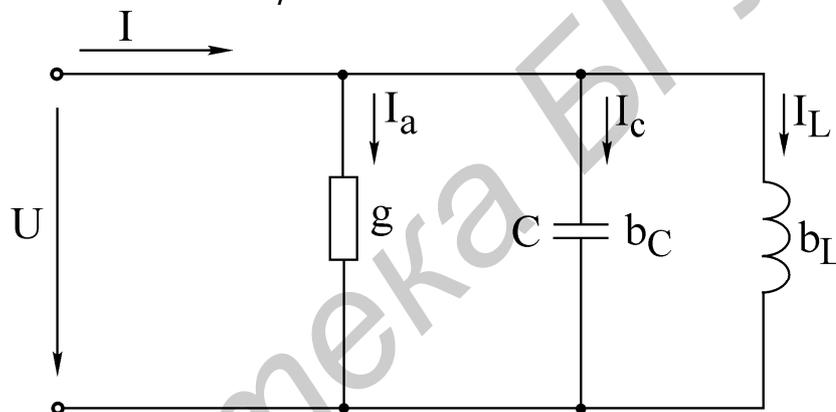


Рис. 4.11

При анализе процессов в параллельном контуре удобно перейти от схемы на рис. 4.10 к параллельной схеме замещения, представленной на рис. 4.11, при условии  $r_2 = 0$  (потери в диэлектрике конденсатора пренебрежимо малы).

Параметры эквивалентной схемы определяются выражениями

$$b_C = \omega C, \quad b_L = \frac{1}{R_0}, \quad g = \frac{1}{R_0}.$$

Токи в ветвях пропорциональны соответствующим проводимостям  $I_A = gU$ ,  $I_L = b_L U$ ,  $I_C = b_C U$ .

Отношение реактивных токов при резонансе к току в неразветвленной части называется добротностью параллельного контура:

$$Q = \frac{I_{L0}}{I_0} = \frac{I_{C0}}{I_0}.$$

Через параметры цепи добротность может быть выражена соотношением

$$Q = \frac{\rho}{r_1 + r_2} \quad (\text{см. рис. 4.10}).$$

Если контур питается не идеальным источником тока, а источником тока с конечным внутренним сопротивлением  $R_1$ , то его добротность  $Q$  ухудшается и определяется выражением

$$Q = \frac{Q}{1 + \frac{R_0}{R_1}}.$$

При питании параллельного контура от источника тока величина общего тока  $I$  неизменна по амплитуде, а напряжение на контуре  $U_K$  будет зависеть от частоты (рис. 4.12). Резонансная характеристика этого напряжения будет иметь тот же вид, что и частотная характеристика входного сопротивления параллельного контура.

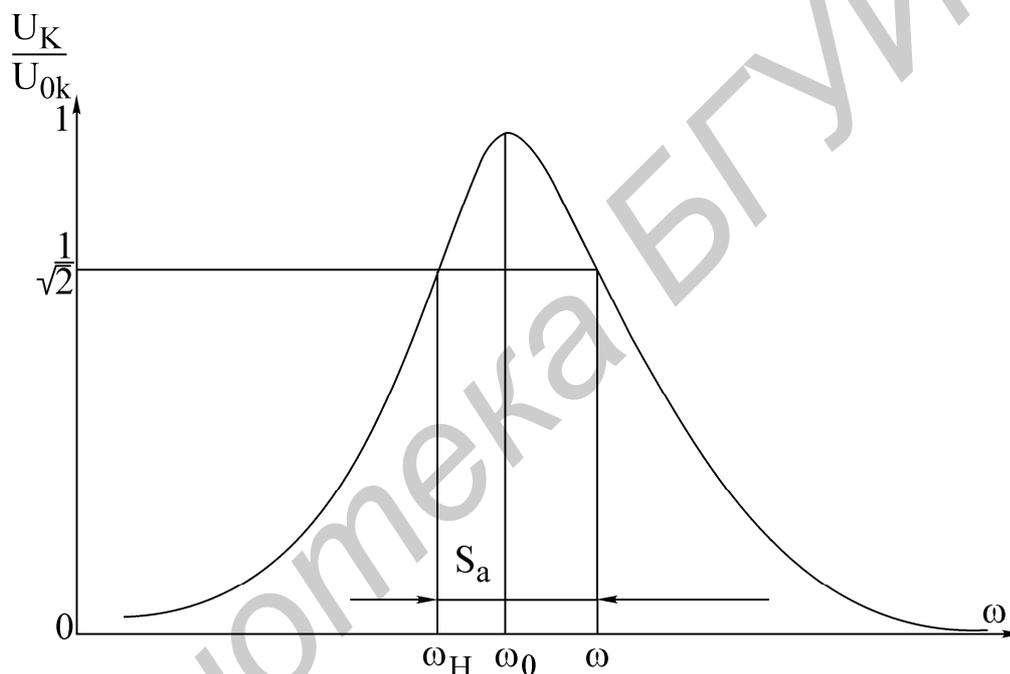


Рис. 4.12

Резонансная кривая напряжения на контуре в относительных единицах определяется следующими выражениями:

$$\frac{U_K(\omega)}{U_{K0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[ Q' \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2}},$$

$$\frac{U_K(f)}{U_{K0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[ Q' \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right]^2}},$$

где  $U_K(\omega)$  — напряжение на контуре при частоте  $\omega$ ;

$U_{K0}$  — напряжение на контуре при резонансе.

Фазочастотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = -\arctg Q' \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right);$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg Q' \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right).$$

Определив полосу пропускания  $S_a$  как ширину резонансной кривой напряжения на уровне  $1/\sqrt{2}$  и резонансную частоту  $\omega_0$ , можем найти добротность  $Q'$  по соотношению

$$Q' = \frac{\omega_0}{S_a}.$$

Таблица 4.2

№ варианта	$C$	$U$	$R_{G1}$	$R_{G2}$
	мкФ	В	кОм	кОм
1	4,5	20	5,6	9
2	5,5	30	5,6	9
3	6,5	10	5,6	9
4	7,5	30	5,6	9
5	8,5	30	5,6	9
6	3,5	30	5,6	9

### Домашнее задание

1. Изучить раздел «Резонанс в параллельном контуре».
2. Рассчитать параметры контура  $f_0$ ,  $\rho$ ,  $R_{0Э}$ ,  $Q'$ .
3. Рассчитать и построить амплитудно-частотную и фазочастотную  $\varphi(f)$  характеристики контура для заданного варианта при двух значениях добавочного сопротивления  $R_g$  (табл. 4.2).

Катушка индуктивности, включенная в контур, для всех вариантов имеет параметры  $L = 0,44$  Гн,  $r_k = 48$  Ом и содержит 3600 витков. Входное сопротивление генератора синусоидального напряжения мало, и им можно пренебречь. Добавочное сопротивление  $R_g$  играет роль внутреннего сопротивления эквивалентного источника тока, т.е  $R_1 = R_g$ .

### Последовательность выполнения работы

1. Собрать схему, представленную на рис. 4.13.
2. Снять амплитудно-частотную характеристику контура при  $R_g = 5,6$  кОм и  $R_g = 9$  кОм. Для этого, изменяя частоту генератора, по максимуму показаний

вольтметра определить резонансную частоту  $f_0$  контура. Затем, изменяя частоту генератора в обе стороны (больше и меньше) от резонансной, снять показания вольтметра. Причем вблизи  $f_0$  частоту изменять с небольшим интервалом, затем интервал частот увеличивать. Напряжение генератора  $U$  поддерживать постоянным, равным заданному. В процессе эксперимента напряжения  $U$  и  $U_K$  измеряются электронным вольтметром со свободными концами.

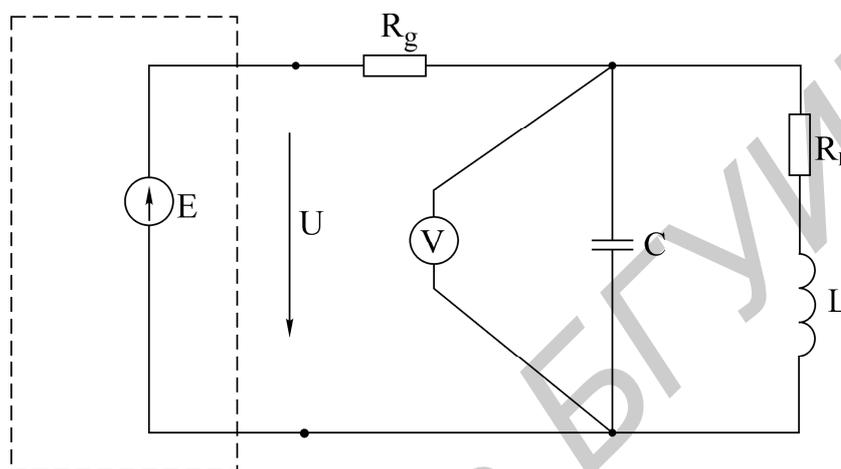


Рис. 4.13

3. Собрать схему (рис. 4.14) и снять фазочастотную характеристику параллельного колебательного контура.

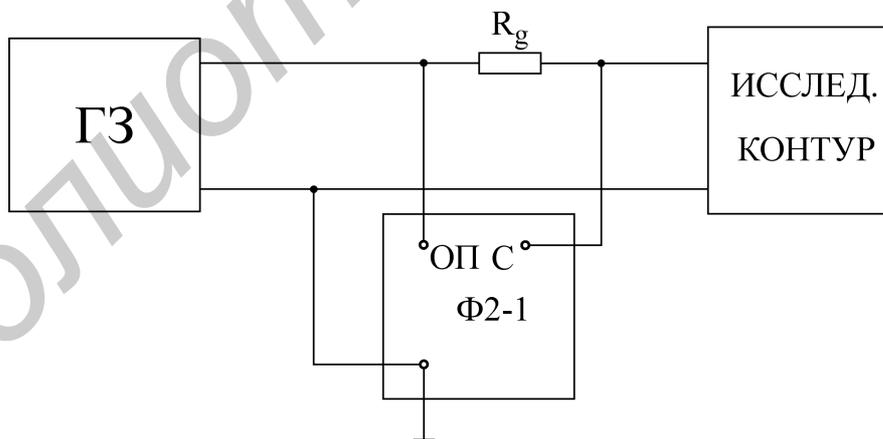


Рис. 4.14

4. Построить характеристики и сравнить их с расчетными.

5. Вычислить: а) характеристическое сопротивление контура; б) сопротивление контура  $R_{0Э}$  при резонансе; в) добротность контура по резонансной характеристике при двух значениях  $R_g$ .

## Основные вопросы к работе

1. Почему резонанс в параллельном колебательном контуре называют резонансом токов? Каково условие резонансов токов?
2. Как определяется волновое сопротивление, резонансная частота и добротность простого параллельного контура (см. рис. 4.10)?
3. Построить векторные диаграммы параллельного контура при частотах  $\omega < \omega_0$ ,  $\omega = \omega_0$ ,  $\omega > \omega_0$ .
4. Что такое безразличный резонанс, условия его получения?
5. При каких условиях параллельный контур считают контуром с малыми потерями?
6. Как определяется входное сопротивление параллельного контура с малыми потерями?
7. Как зависит добротность параллельного контура от величины внутреннего сопротивления источника?
8. Как зависит полоса пропускания простого параллельного контура от добротности?

## Литература

[3, с. 131–138]; [6, с. 131–142]; [7, с. 152–162].

## Лабораторная работа № 6

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

#### Цель работы

Изучение свойств, методов расчета и определение параметров цепи переменного тока при наличии индуктивной связи между элементами цепи.

#### Основные теоретические положения

Два или более элементов электрической цепи индуктивно связаны, если изменение тока в одном элементе создает ЭДС в другом. Это явление называется взаимной индукцией, а возникающая при этом электродвижущая сила — ЭДС взаимной индукции. Степень индуктивной связи двух элементов цепи характеризуется коэффициентом связи:

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad (6.1)$$

где  $M$  — взаимная индуктивность элементов цепи;

$L_1, L_2$  — индуктивность элементов цепи.

Взаимная индуктивность, а следовательно, и коэффициент связи зависят от магнитной проницаемости среды, в которой находятся катушки, от расстояния между катушками и их взаимной ориентации.

В виде примера ниже рассматривается цепь из двух индуктивно связанных катушек, соединенных последовательно с синусоидальным источником ЭДС (рис. 6.1,а). Эта цепь описывается уравнением

$$(r_1 + r_2)I + j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M)I = \dot{U}. \quad (6.2)$$

Здесь верхний знак (плюс) соответствует согласному, а нижний знак (минус) встречному включению. Отсюда получаем эквивалентные параметры двух индуктивно связанных катушек при последовательном соединении для согласного и встречного включения.

$r = r_1 + r_2$  — эквивалентное активное сопротивление цепи,

$L_{\text{согл}} = L_1 + L_2 + 2M$  — эквивалентная индуктивность цепи при согласном включении;

$L_{\text{встр}} = L_1 + L_2 - 2M$  — эквивалентная индуктивность цепи при встречном включении.

Вычитая  $L_{\text{встр}}$  из  $L_{\text{согл}}$ , можно получить выражение для определения взаимной индуктивности:

$$M = \frac{1}{4}(L_{\text{согл}} - L_{\text{встр}}). \quad (6.3)$$

Соотношение (6.3) положено в основу одного из методов экспериментального определения взаимной индуктивности. Используя схему на рис. 6.1,а,

измеряют напряжение, приложенное к цепи, и токи при согласном и встречном включениях катушек. Так как  $L_{\text{согл}} > L_{\text{встр}}$ , сопротивление цепи при согласном включении больше, чем при встречном. Поэтому согласное включение катушек соответствует меньшему току, а встречное — большему.

По измеренным величинам вычисляют полные сопротивления цепи при согласном и встречном соединениях:

$$Z_{\text{согл}} = \frac{U}{I_{\text{согл}}}; \quad Z_{\text{встр}} = \frac{U}{I_{\text{встр}}}.$$

Затем с помощью омметра измеряют активные сопротивления каждой катушки, находят эквивалентное активное сопротивление всей цепи и вычисляют реактивные сопротивления цепи при согласном и встречном включениях:

$$X_{\text{согл}} = \sqrt{Z_{\text{согл}}^2 - r^2}; \quad X_{\text{встр}} = \sqrt{Z_{\text{встр}}^2 - r^2}. \quad (6.4)$$

По известной частоте источника синусоидального напряжения и реактивным сопротивлениям определяют соответствующие эквивалентные индуктивности

$$L_{\text{согл}} = \frac{X_{\text{согл}}}{2\pi f}; \quad L_{\text{встр}} = \frac{X_{\text{встр}}}{2\pi f} \quad (6.5)$$

и по формуле (6.3) вычисляют взаимную индуктивность  $M$ .

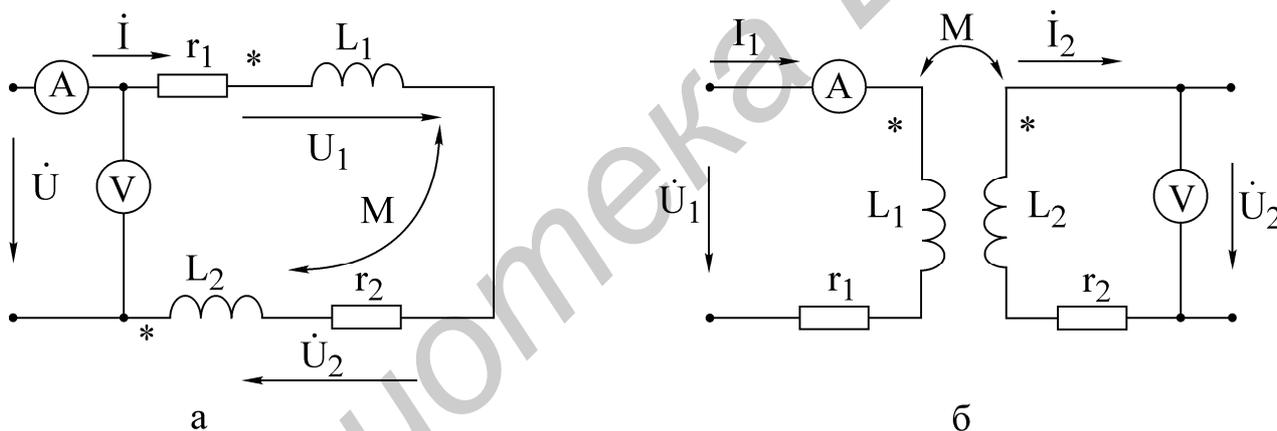


Рис. 6.1

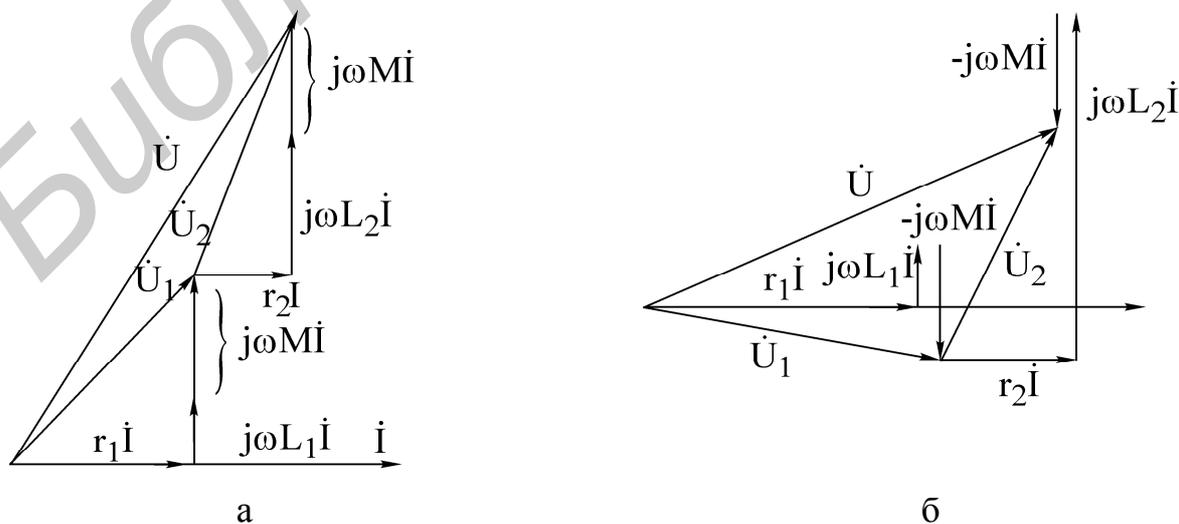


Рис. 6.2

Векторные диаграммы для последовательной цепи при согласном (рис. 6.2,а) и встречном (рис. 6.2,б) включении строятся на основании уравнения (6.2).

В основе другого метода определения взаимной индуктивности лежит использование индуктивно связанных катушек в качестве воздушного трансформатора (рис. 6.1, б) в режиме холостого хода ( $I_2 = 0$ ).

Для определения  $M$  по схеме, приведенной на схеме (рис.6.1,б), достаточно показаний вольтметра и амперметра, что вытекает из уравнения связи между напряжением на входе второй разомкнутой катушки и током первой:

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt}; \quad \dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1.$$

Взаимная индуктивность вычисляется по модулям действующих значений тока и напряжения:

$$M = \frac{U_2}{\omega I_1} = \frac{U_2}{2\pi f I_1}. \quad (6.6)$$

Если к катушке  $L_2$  подключить сопротивление нагрузки (рис. 6.3), то во вторичной цепи появится ток  $\dot{I}_2$ . Так как воздушный трансформатор не содержит ферромагнитного сердечника, являющегося нелинейным элементом, ток  $\dot{I}_2$  и напряжение на нагрузке  $\dot{U}_2$  пропорциональны входному напряжению  $\dot{U}_1$ . Линейность — важнейшее свойство воздушного трансформатора.

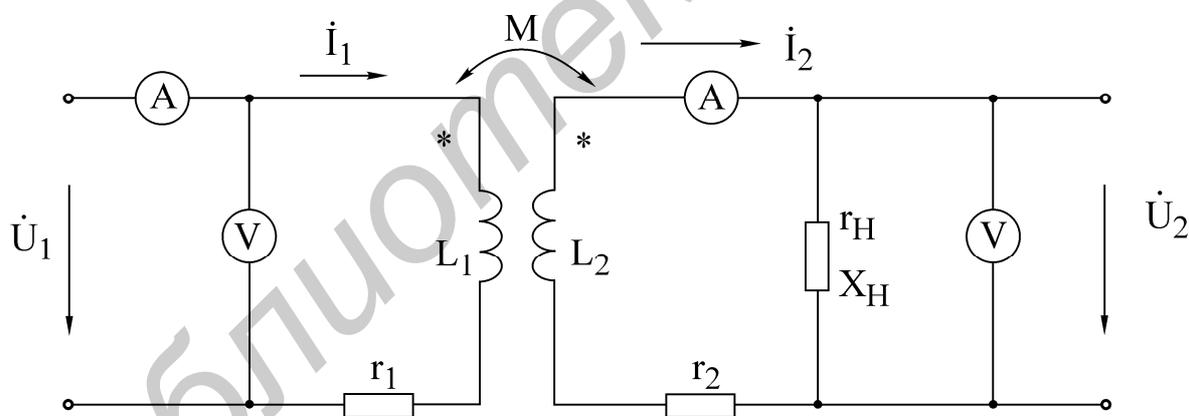


Рис. 6.3

Уравнения, составленные по законам Кирхгофа для первичной и вторичной цепей трансформатора, записываются в соответствии с выбранными положительными направлениями токов и напряжений:

$$\begin{aligned} r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 &= \dot{U}_1; \\ (r_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + (r_H + jX_H) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 &= 0. \end{aligned} \quad (6.7)$$

На основе уравнений (6.7) может быть построена векторная диаграмма токов и напряжений первичной и вторичной цепей трансформатора. На рис. 6.4

показано построение для случая активно-индуктивной нагрузки. Исходными данными являются величина тока во вторичной цепи  $I_2$ , а также параметры нагрузки самого трансформатора. Порядок построения следующий: выбираем масштаб токов и напряжений, затем в произвольном направлении строим вектор  $\dot{I}_2$ . Векторы активных напряжений  $r_2\dot{I}_2$  и  $r_H\dot{I}_2$  совпадают с  $\dot{I}_2$ , векторы  $jX_2\dot{I}_2$  и  $jX_H\dot{I}_2$  опережают  $\dot{I}_2$  на  $90^\circ$ . В соответствии с уравнением для вторичной цепи вектор  $j\omega M\dot{I}_1$  строим как сумму напряжений вторичной цепи:

$$r_2\dot{I}_2 + jX_2\dot{I}_2 + r_H\dot{I}_2 + jX_H\dot{I}_2 = j\omega M\dot{I}_1.$$

По величине и направлению вектора  $j\omega M\dot{I}_1$  определяем величину и направление вектора тока  $I_1$ . После построения вектора тока  $\dot{I}_1$  строим векторы напряжений первичной цепи.

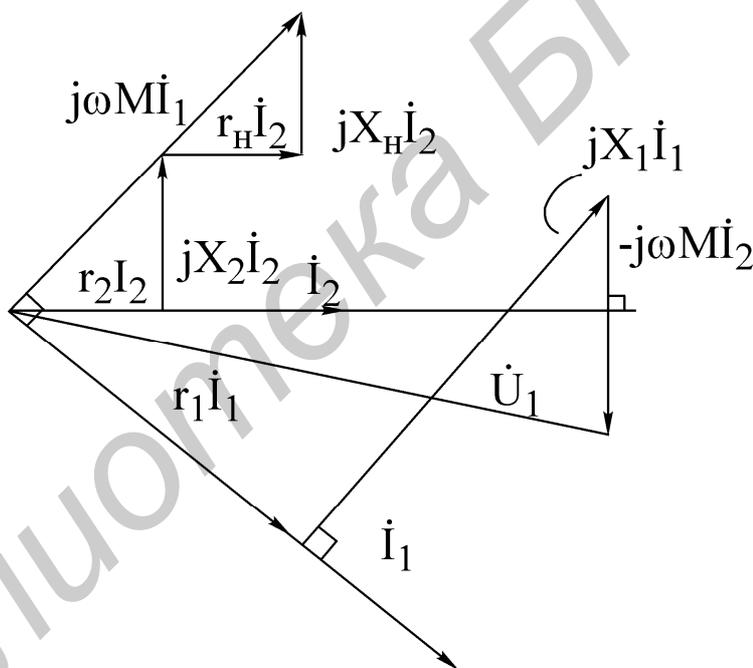


Рис. 6.4

### Домашнее задание

1. Изучить раздел «Цепи с индуктивно связанными элементами».
2. Определить комплексы тока, напряжений само- и взаимной индукции катушек, напряжений на их активных сопротивлениях и комплексы полных напряжений обеих катушек (см. рис. 6.1,а). Построить полную векторную диаграмму цепи, указывая напряжения само- и взаимной индукции обеих катушек.

3. Определить токи  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  и напряжение на нагрузке  $\dot{U}_2$  в схеме воздушного трансформатора (см. рис. 6.3).

**Примечание.** Параметры электрических цепей приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

№ варианта	Соединение катушек	Вх. напр. $U$	Частота $f$	Параметры катушек					Сопр. нагр.
				$r_1$	$r_2$	$L_1$	$L_2$	$M$	
		В	Гц	Ом	Ом	мГн	мГн	мГн	Ом
1	Согласное	6	300	20,5	19	44	40	21	40
2	Встречное	7	300	8	18,5	40	44	21	100
3	Согласное	9	500	18,3	18,9	38,5	43,4	23	40
4	Встречное	10	500	23	19	38	41	22	100
5	Встречное	8	400	15,5	14,5	35	38	22	60
6	Согласное	8	400	17	17	36	40	20	70

### Последовательность выполнения работы

1. Определить индуктивность каждой катушки, считая их активные сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ , известными из табл. 6.1. Для этого собрать схему в соответствии с рис. 6.5, установить с помощью генератора напряжение заданной частоты на зажимах катушки и измерить ток.

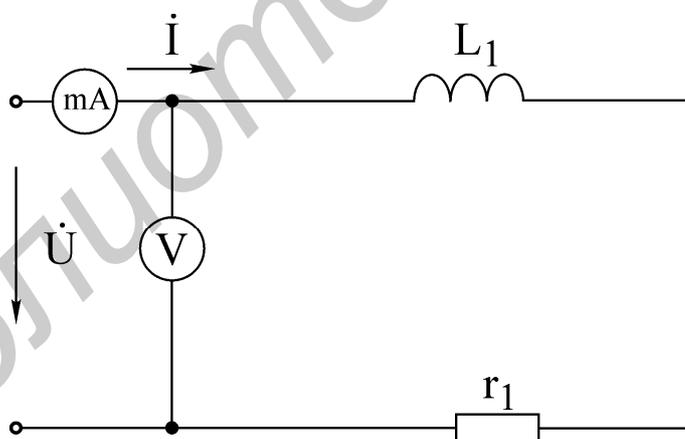


Рис. 6.5

Результаты измерений позволяют определить полное сопротивление первой катушки:

$$z_1 = \frac{U}{I}.$$

С другой стороны,

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2}.$$

Отсюда

$$L_1 \frac{1}{\omega} \sqrt{z_1^2 - r_1^2}; \quad \omega = 2\pi f.$$

По такой же методике определить индуктивность  $L_2$  второй катушки.

Найденные значения индуктивностей сравнить с заданными и занести в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Первая катушка				Вторая катушка			
$U$	$I$	$r_1$	$L_1$	$U$	$I$	$r_2$	$L_2$
В	мА	Ом	мГн	В	мА	Ом	мГн

2. Определить взаимную индуктивность  $M$  на основе соотношения (6.3) и первой методики, описанной в разделе «Основные теоретические положения». Собрать схему согласно рис. 6.1,а. Внутреннюю катушку при этом установить параллельно наружной так, чтобы индуктивная связь была максимальной. Для перехода от согласного включения к встречному (или от встречного к согласному) изменить направление тока в одной из катушек путем переключения проводников на ее зажимах. При вычислении реактивных сопротивлений по формулам (6.4) воспользоваться активными сопротивлениями катушек из табл. 6.1. Результаты измерений и вычислений занести в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Тип включения	$U$ , В	$I$ , мА	$f$ , Гц	$z$ , Ом	$X$ , Ом	$L$ , мГн	$M$ , мГн
Согласное							
Встречное							

Определить одноименные зажимы катушек. Нарисовать чертеж расположения зажимов и отметить на нем одноименные.

3. Исследовать влияние угла  $\alpha$  между плоскостями катушек на взаимную индуктивность и коэффициент связи. Катушки соединить последовательно, подать на них напряжение и частоту те же, что и в предыдущих опытах.

Изменяя угол  $\alpha$ , произвести измерение тока цепи. Полное сопротивление цепи  $z$ , реактивное сопротивление цепи  $X$  и эквивалентную индуктивность цепи  $L$  рассчитать, как в п. 2. Взаимную индуктивность определить по соотношению

$$M = \left| \frac{L - (L_1 + L_2)}{2} \right|.$$

Таблица 6.4

№ П/П	Опытные данные			Расчетные данные				
	$\alpha$ , град	$U$ , В	$I$ , мА	$Z$ , Ом	$X$ , Ом	$L$ , мГн	$M$ , мГн	$K$
1	0							
2	30							
3	60							
4	90							
5	120							
6	150							
7	180							

Значения индуктивностей катушек  $L_1$  и  $L_2$  взять из п. 1. Коэффициент связи  $K$  вычислить по формуле 6.1. Опытные и расчетные данные свести в табл. 6.4.

Построить графики зависимостей  $I(\alpha)$ ,  $M(\alpha)$ ,  $K(\alpha)$  по графику  $I(\alpha)$  определить области (углы) согласного и встречного включений.

4. Определить взаимную индуктивность  $M$  обмоток трансформатора методом холостого хода. Для этого собрать схему (рис. 6.1,б) (плоскости катушек совместить), установить напряжение и частоту согласно п. 2. Измерить первичный ток и вторичное напряжение и по соотношению (6.6) определить  $M$ . Сравнить с  $M$  из п. 2.

5. Исследовать трансформатор в нагрузочном режиме. Собрать схему трансформатора с нагрузкой (см. рис. 6.3). Для получения максимальной связи внутреннюю катушку установить параллельно наружной. При заданном входном напряжении, частоте и сопротивлении нагрузки (см. табл. 6.1) измерить первичный и вторичный токи и напряжение на нагрузке. Сравнить с результатами расчета.

На основании измеренных токов, известных параметров катушек и сопротивлений нагрузки построить векторную диаграмму трансформатора.

### Основные вопросы к работе

1. Какие способы применяются для экспериментального определения взаимной индуктивности?
2. Как определить одноименные зажимы индуктивно связанных катушек?
3. Почему при повороте внутренней катушки, включенной последовательно с наружной, изменяется ток в цепи?
4. Как построить векторную диаграмму воздушного трансформатора?

### Литература

- [1, с. 114–123, 127–129]; [2, с. 198–218]; [3, с. 106–121];  
[4, с. 65–74, 221–228].

## Лабораторная работа № 7

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМИ ЭДС

#### Цель работы

Экспериментальная проверка расчета линейных электрических цепей при периодических воздействиях несинусоидальной формы.

#### Основные теоретические положения

В большинстве практических случаев форма периодических токов и напряжений в той или иной мере отличается от синусоидальной.

Источниками несинусоидальных напряжений могут быть различные генераторы несинусоидальных колебаний (например генераторы прямоугольных колебаний) или цепи, питающиеся от синусоидальных ЭДС и содержащие безынерционные нелинейные элементы (катушки индуктивности с ферромагнитными сердечниками, выпрямители, нелинейные конденсаторы и т. д.).

Расчет линейной цепи, к которой подводится несинусоидальное напряжение, производится методом наложения. Для этого периодическую несинусоидальную ЭДС представляют в виде последовательного соединения нескольких ЭДС кратных частот. Амплитудные значения и начальные фазы ЭДС определяются путем разложения несинусоидальной функции в тригонометрический ряд Фурье. Далее определяют ток от каждой гармонической составляющей ЭДС и, суммируя мгновенные значения токов гармоник, получают искомый ток, записанный в виде ряда Фурье.

Из курса математики известно, что периодическая функция, удовлетворяющая условиям Дирихле, может быть разложена в ряд Фурье:

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + A_K \sin(K\omega t + \psi_K), \quad (7.1)$$

где  $A_0$  — постоянная составляющая;

$A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$  — первая, или основная, гармоника.

Все последующие члены именуется по номеру гармоники и носят названия высших гармоник:  $A_K \sin(K\omega t + \psi_K)$  — высшая гармоника порядка  $K$ .

Важно отметить, что постоянная, амплитуды и взаимное расположение гармоник не зависят от выбора начала координат, тогда как значения начальных фаз зависят от начала отсчета. Ряд Фурье может быть представлен и в другом виде:

$$f(t) = A_0 + \sum_{K=1}^n B_K \sin K\omega t + \sum_{K=1}^n C_K \cos K\omega t. \quad (7.2)$$

Переход от одной формы ряда Фурье к другой осуществляется при помощи соотношений

$$A_K = \sqrt{B_K^2 + C_K^2}; \quad \psi_K = \operatorname{arctg} \frac{C_K}{B_K}. \quad (7.3)$$

Если функция  $f(t)$  задана аналитически, то коэффициенты членов ряда (7.2) могут быть определены по формулам

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t; \\ B_K &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin K\omega t d\omega t; \\ C_K &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos K\omega t d\omega t. \end{aligned} \quad (7.4)$$

В математических и электротехнических справочниках имеются таблицы с разложением в ряд Фурье многих периодических функций.

Выбор числа членов ряда определяется требуемой точностью расчетов. На практике достаточно использование первых четырех–пяти членов, так как ряд Фурье обладает быстрой сходимостью.

Расчет цепи производится для каждой гармоники в отдельности методами, применяемыми при расчете цепей синусоидального тока, с учетом того, что сопротивление реактивных элементов зависит от номера гармоники. Следует также иметь в виду, что результирующий ток (напряжение) получают путем суммирования мгновенных значений гармоник, а не соответствующих им комплексов.

Для оценки действия периодически изменяющихся токов и напряжений вводятся такие величины, как максимальное значение за период  $A_{\max}$ , действующее (среднеквадратичное значение за период):

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt} = \sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_K^2};$$

среднее значение за период:

$$A_{CP} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

и среднее по модулю за период:

$$A_{CP. ПО МОД} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt.$$

Измерять мгновенное напряжение удобно с помощью электронного осциллографа, действующее напряжение приборами электромагнитной, электродинамической, тепловой систем. Приборы магнитоэлектрической системы ре-

гируют на среднее значение измеряемой величины (постоянную составляющую), а электромагнитной с выпрямителем — на среднее по модулю за период.

Показания электронных приборов определяются их назначением. Для оценки несинусоидальных периодических кривых без постоянной составляющей, т.е. симметричных относительно оси абсцисс, вводят следующие коэффициенты:

а) коэффициент формы, который определяется как отношение действующего значения к среднему по модулю значению функции:

$$K_{\phi} = \frac{A}{A_{\text{СР. ПО МОД}}};$$

б) коэффициент искажения — отношение действующего значения основной гармоники к действующему значению несинусоидальной функции:

$$K_{И} = \frac{A_1}{A};$$

в) коэффициент амплитуды — отношение максимального значения к действующему;

$$K_A = \frac{A_{\text{МАХ}}}{A}.$$

Значения величин коэффициентов  $K_{\phi}$ ,  $K_{И}$ ,  $K_A$  для типовых форм кривых приводятся в справочной литературе.

Активная мощность определяется как среднее значение мгновенной мощности за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

или как сумма активных мощностей гармоник, т.е.

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + \dots + U_K I_K \cos \varphi_K.$$

В экспериментальной части работы проводится сравнение осциллограммы тока неразветвленной части цепи с графиком того же тока, построенного по расчетным данным. Исследуется влияние характера сопротивления элемента цепи на форму тока в нем.

### Домашнее задание

1. Провести согласно варианту (табл. 7.1) расчет заданной схемы (рис. 7.2,а–в) при действии на ее входе несинусоидального напряжения (рис. 7.1,б), разложение в ряд Фурье которого имеет вид

$$u(t) = \frac{U_m}{\pi} + \frac{U_m}{2} \sin \omega t + \frac{2}{3\pi} U_m \sin(2\omega t - 90^\circ) + \frac{2}{15\pi} U_m \sin(4\omega t - 90^\circ),$$

где  $U_m = 30\sqrt{2}$  В;  $f = 50$  Гц.

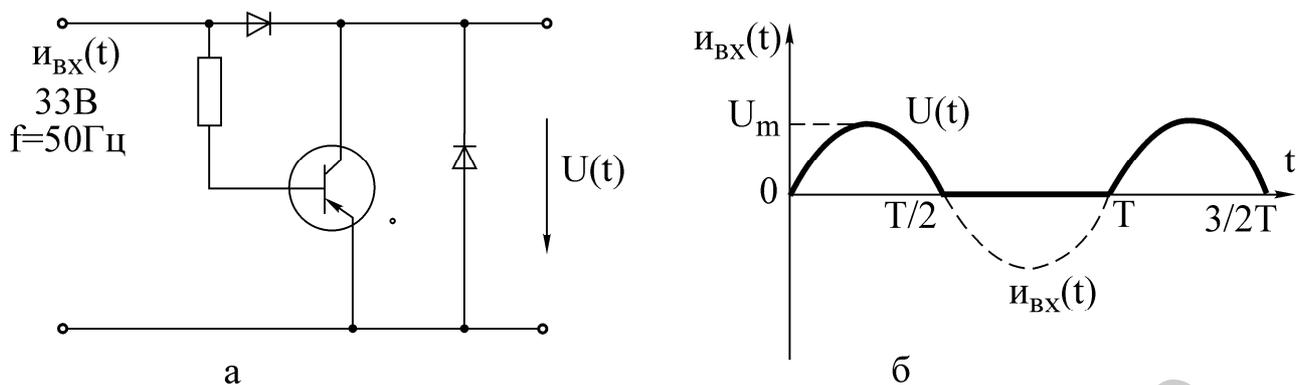


Рис. 7.1

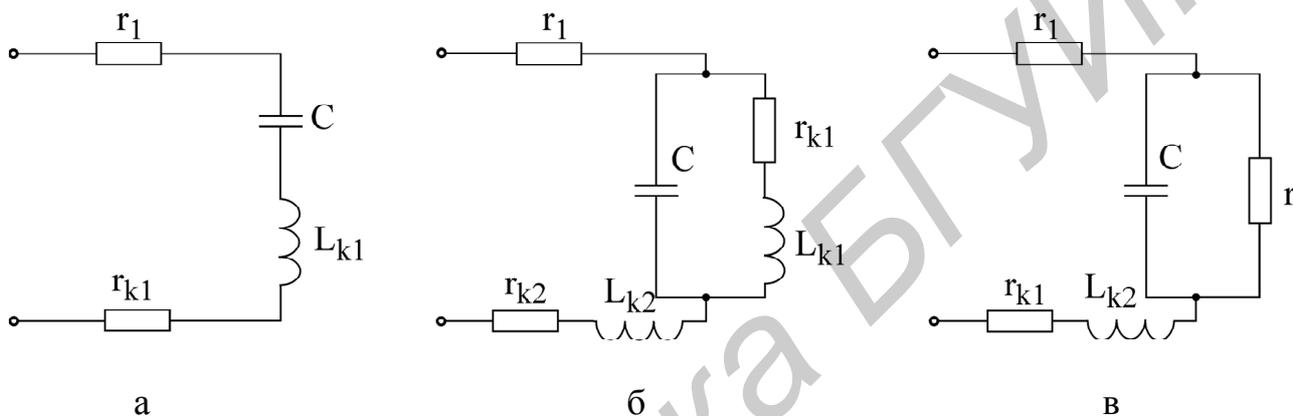


Рис. 7.2

В результате расчета:

а) определить постоянную составляющую, амплитуды и начальные фазы гармоник, получить выражение тока неразветвленной части цепи в виде

$$i(t) = I_0 + I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{m2} \sin(2\omega t + \psi_2) + I_{m4} \sin(4\omega t + \psi_4);$$

б) построить в одних и тех же координатах графики входного напряжения  $u(t)$  и тока  $i(t)$ ;

в) вычислить величины действующего и среднего значений напряжения и тока на входе цепи;

г) рассчитать коэффициенты формы, амплитуды и искажения.

2. Рассчитать активную мощность цепи.

3. Для снятия осциллограммы заготовить 4–6 листов кальки или другой прозрачной бумаги размером 100×150 мм.

Таблица 7.1

Схема	Номер варианта					
	1	2	3	4	5	6
Параметры	Рис. 7.2,а	Рис. 7.2,а	Рис. 7.2,б	Рис. 7.2,б	Рис. 7.2,в	Рис. 7.2,в
$r_1$ , Ом	100	100	100	100	100	100
$r_2$ , Ом	–	–	–	–	200	200
$r_{K1}$ , Ом	35	48	48	35	48	35
$L_{K1}$ , Гн	0,249	0,446	0,446	0,279	0,446	0,249
$w_1$ , витков	2400	3600	3600	2400	3600	2400
$r_{K2}$ , Ом	–	–	48	48	–	–
$L_{K2}$ , Гн	–	–	0,446	0,446	–	–
$w_2$ , витков	–	–	3600	3600	–	–
$C$ , мкФ	10	5	20	13	10	20

**Примечание.**  $r_K, L_K, w$  — активное сопротивление, индуктивность и число витков катушки.

### Последовательность выполнения работы

1. Подключить источник несинусоидального напряжения (цепь на рис. 7.1,а) к зажимам с напряжением 30 В, которые расположены на щите питания лабораторного стола.

2. Измерить действующее и средние значения напряжения на выходе несинусоидального источника. Скопировать (зарисовать) осциллограмму выходного напряжения. Сравнить полученные результаты с расчетными.

3. Собрать цепь по заданной в домашнем задании схеме (см. табл. 7.1) и подключить ее к источнику несинусоидального напряжения.

Скопировать осциллограмму входного тока  $i(t)$ , измерить его действующее значение и постоянную составляющую. Сравнить результаты опыта с расчетными.

Следует заметить, что осциллограф предназначен для измерения и оценки формы кривых напряжения. Для того чтобы получить форму тока, на вход осциллографа нужно подать напряжение с активного сопротивления, по которому протекает этот ток.

4. Выяснить влияние характера сопротивления на форму тока в нем. Для этого подключить к источнику несинусоидального напряжения цепь из двух последовательно соединенных элементов в вариантах:

- 1)  $r = 100$  Ом,  $C = 5$  мкФ;
- 2)  $r = 100$  Ом,  $L = 0,446$  Гн (3600 витков).

Скопировать осциллограммы токов для каждой из схем.

**Примечание.** Действующее значение напряжения измеряют электронным вольтметром типа ВЗ-33, а тока — миллиамперметром электродинамической системы типа Э59(Э513).

Среднее значение (постоянную составляющую) измеряют прибором магнитоэлектрической системы, расположенным на макете лабораторной работы.

Все осциллограммы необходимо снять при одном и том же масштабе по оси времени. Изображение должно содержать порядка двух периодов и занимать приблизительно  $2/3$  экрана осциллографа.

### **Основные вопросы к работе**

1. Каковы причины возникновения в электрической цепи несинусоидальных токов и напряжений?

2. Как рассчитывается линейная электрическая цепь при действии в ней периодических несинусоидальных источников?

3. Зависят ли от выбора начала отсчета времени постоянная составляющая, амплитуды, начальные фазы и взаимное расположение гармоник?

4. Зависит ли действующее значение несинусоидальной функции от начальных фаз и частот отдельных гармоник?

5. Как влияют характер и величина параметров реактивных элементов на форму тока при действии несинусоидального напряжения?

6. Как влияют характер и величина параметра реактивного элемента цепи на форму напряжения на нем при действии несинусоидального тока?

7. Как рассчитать активную мощность цепи с несинусоидальными источниками?

8. Приборами каких систем измеряют действующее и среднее значения тока или напряжения?

### **Литература**

[1, с. 200–208, 216–218]; [2, с. 200–219]; [3, с. 165–176]; [4, с. 299–307]; [5, с. 179–185, 187–189].

## Список литературы

1. *Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др.* Основы теории цепей. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. *Атабеков Г.И.* Теоретические основы электротехники. Ч. 1. — М.: Энергия, 1978.
3. *Атабеков Г.И.* Основы теории цепей. — М.: Энергия, 1970.
4. *Нейман Л.Р., Демирчян Н.С.* Теоретические основы электротехники. Ч. 1. — М.; Л.: Энергия, 1976.
5. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. — М.: Высш. шк., 1984.
6. *Афанасьев Б.П., Гольдин О.Е., Кляцкий И.Г.* Теория линейных электрических цепей. — М.: Высш. шк., 1973.
7. *Зернов Н.В., Карпов В.Г.* Теория радиотехнических цепей. — М.: Энергия, 1972.
8. *Алтунина З.Е.* Расчет цепей переменного тока графоаналитическим методом. — Мн.: МРТИ, 1979.

## Содержание

Порядок выполнения лабораторных работ по курсу ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Лабораторная работа № 1. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Лабораторная работа № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Лабораторная работа № 3А. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЫХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Лабораторная работа № 3Б. ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Лабораторная работа № 4. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА В ОДИНОЧНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРАХ

Лабораторная работа № 6. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Лабораторная работа № 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМИ ЭДС

Список литературы

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ  
по курсу ЭЛЕКТРОТЕХНИКА  
для студентов специальностей  
«Автоматическое управление в технических системах»,  
«Автоматизированные системы обработки информации»,  
«Искусственный интеллект»

Составители:

**Шилин** Леонид Юрьевич,  
**Шмаков** Михаил Сергеевич,  
**Батюков** Сергей Валентинович

Редактор Т.А. Лейко  
Корректор Е.Н. Батурчик  
Компьютерная верстка Т.В. Шестакова

---

Подписано в печать 28.10.2002.	Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать ризографическая. Гарнитура «Таймс».	Усл. печ. л. 4,3.
Уч.-изд. л. 3,7. Тираж 400 экз.	Заказ 204.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
Лицензия ЛП № 156 от 05.02.2001.  
Лицензия ЛП № 509 от 03.08.2001.  
220013, Минск, П.Бровки,6.