

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра теоретических основ электротехники

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА С ОСНОВАМИ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ

Методические указания
к самостоятельной работе
студентов специальности “Радиотехника”
всех форм обучения

Минск 2004

УДК 621.34 (075.8)
ББК 31.2 я 73
Э 45

С о с т а в и т е л и:
И.Л. Свито, Ф.Г. Шевченко

Э 45 **Электротехника с основами энергосбережения: Метод. указ. к самостоятельной работе для студ. спец. “Радиотехника” всех форм обуч./** Сост. И.Л. Свито, Ф.Г. Шевченко. – Мн.: БГУИР, 2004. – 56 с.: ил.
ISBN 985-444-680-8

В методических указаниях приведено описание пакета программ Electronics Workbench и рассмотрено его применение для анализа линейных электрических цепей в установившемся и переходном режимах с источниками постоянных и гармонических ЭДС и токов.

УДК 621.34 (075.8)
ББК 31.2 я 73

ISBN 985-444-680-8

© Свито И.Л., Шевченко Ф.Г., составление, 2004
© БГУИР, 2004

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Программа Electronics Workbench
2. Анализ цепи в установившемся режиме с источниками постоянных ЭДС и токов
3. Анализ цепи в установившемся режиме с источниками переменных ЭДС и токов
4. Переходные процессы в цепях с одним накопителем энергии
5. Переходные процессы в цепях с двумя накопителями энергии

Литература

Библиотека БГУИР

Введение

Электротехника принадлежит к той области естественных наук, в которой процесс познания требует неразрывной связи теоретического анализа и экспериментальных исследований. Анализ и экспериментальное исследование процессов в электротехнике невозможны без применения компьютера.

Существует большое число программ моделирования электронных схем, отвечающих в той или иной степени задачам анализа их работы. Большинство из них требуют серьезной предварительной подготовки пользователя и наличия у него специальных знаний.

Значительное расширение круга пользователей возможно лишь тогда, когда процесс моделирования будет максимально приближен к реальному эксперименту. В этом случае студент, осуществляя естественную последовательность таких операций, как сборка схемы, подключение к ней измерительных приборов (амперметр, вольтметр, мультиметр, генератор, осциллограф), делает процесс исследования наиболее естественным и понятным. Адаптация пользователя к основным операциям занимает при этом не более 20 минут.

Виртуальная электронная лаборатория на персональном компьютере, какой является пакет программ Electronics Workbench, простой и доступный инструмент для проведения экспериментальных исследований широкого класса электрических и электронных схем, который включает в себя богатейшую библиотеку элементов и измерительных приборов.

1. ПРОГРАММА ELECTRONICS WORKBENCH

Система схемотехнического моделирования Electronics Workbench предназначена для моделирования и анализа электрических схем.

Компоненты и проведение экспериментов

В библиотеки компонентов программы входят пассивные компоненты, транзисторы, управляемые источники, управляемые ключи, индикаторы, триггерные устройства и др.

В программе используется большой набор приборов для проведения измерений: амперметр, вольтметр, мультиметр, осциллограф, Боде-плоттер (графопостроитель частотных характеристик схем), функциональный генератор, генератор слов, логический анализатор и преобразователь.

Операции, выполняемые при анализе

Electronics Workbench позволяет строить схемы различной степени сложности при помощи следующих операций:

- перемещение элементов и схем в любое место рабочего поля;
- выбор элементов и приборов из библиотек;

- поворот элементов и групп элементов на углы, кратные 90 градусам;
- копирование, вставка или удаление элементов, групп элементов, фрагментов схем и целых схем;
- изменение цвета проводников;
- выделение цветом контуров схем для более удобного восприятия;
- одновременное подключение нескольких измерительных приборов и наблюдение их показаний на экране монитора;
- присваивание элементу условного обозначения;
- изменение параметров элементов в широком диапазоне.

Компоненты Electronics Workbench

Для операций с компонентами на общем поле Electronics Workbench выделены две области – панель компонентов и поле компонентов (рис.1.1).

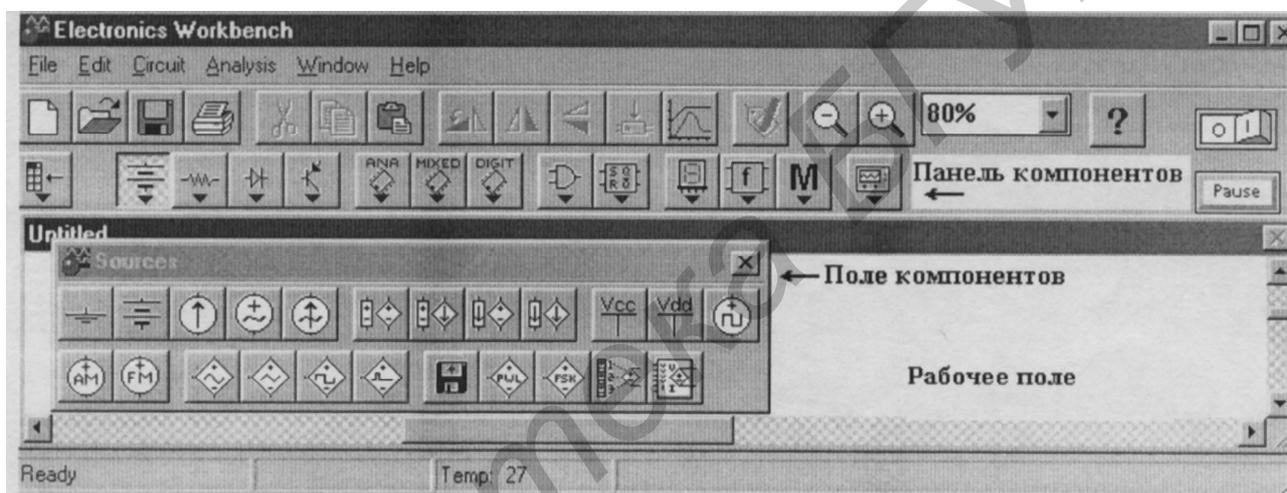


Рис.1.1

Панель компонентов состоит из пиктограмм полей компонентов, а поле компонентов – из условных изображений компонентов. При щелчке мышью по одной из пиктограмм полей компонентов, расположенных на панели, можно открыть соответствующее поле.

Все компоненты можно условно разбить на следующие группы: базовые компоненты, источники, линейные компоненты, ключи, нелинейные компоненты, индикаторы, логические компоненты, узлы комбинационного типа, узлы последовательного типа и гибридные компоненты.

Базовые компоненты

Пиктограмма в поле компонентов Пиктограмма на панели компонентов



Соединяющий узел



Узел применяется для соединения проводников и создания контрольных точек. К каждому узлу может подсоединяться не более четырех проводников.



Заземление



Компонент “заземление” имеет нулевое напряжение и таким образом обеспечивает исходную точку для отсчета потенциалов. Любая схема, содержащая операционный усилитель, трансформатор, управляемый источник, осциллограф, должна быть обязательно заземлена, иначе приборы не будут производить измерения или их показания окажутся неправильными.

Источники



Источник постоянного напряжения



ЭДС источника постоянного напряжения измеряется в вольтах и задаётся производными величинами (от мкВ до кВ). Короткой жирной чертой в изображении батареи обозначается вывод, имеющий отрицательный потенциал.



Источник постоянного тока



Стрелка указывает направление тока (от “+” к “-”). Задаётся в амперах (от мкА до кА).



Источник переменного напряжения



Действующее значение напряжения источника задаётся в вольтах (от мкВ до кВ). Имеется возможность установки частоты и начальной фазы. Напряжение источника отсчитывается от вывода со знаком “~”.



Источник переменного тока



Действующее значение тока источника задаётся в амперах (от мкА до кА). Имеется возможность установки частоты и начальной фазы. Ток источника отсчитывается от вывода со знаком “~”.



Генератор тактовых импульсов



Генератор вырабатывает последовательность прямоугольных импульсов. Можно регулировать амплитуду импульсов, коэффициент заполнения (скважность) и частоту следования импульсов. Отсчет амплитуды импульсов генератора производится от вывода, противоположного выводу “+”.

Линейные элементы



Резистор



Сопротивление резистора задаётся в омах (от Ом до мОм).



Переменный резистор



Положение движка переменного резистора устанавливается при помощи специального элемента - стрелочки регулятора. В диалоговом окне можно установить сопротивление, начальное положение движка (в процентах) и шаг приращения

(также в процентах). Имеется возможность изменять положение движка при помощи клавиш-ключей: буквы от A до Z, цифры от 0 до 9, клавиши Enter или пробел [Space].

Пример: движок установлен в положение 45%, шаг приращения - 5%, клавиша-ключ - пробел. При нажатии клавиши [Space] положение движка становится равным 40% и т. д. Если нажать [Space] + (Shift), то положение движка потенциометра увеличится на 5%.



Конденсатор



Ёмкость конденсатора измеряется в фарадах и задается производными величинами (от пФ до Ф).



Переменный конденсатор



Переменный конденсатор допускает изменение величины емкости. Значение ёмкости может устанавливаться с помощью клавиш-ключей так же, как и положение движка переменного резистора.



Катушка индуктивности



Индуктивность катушки задается в генри (от мкГн до Гн).



Трансформатор



Трансформатор используется для преобразования напряжения $V1$ в напряжение $V2$. Коэффициент трансформации $n = \frac{V1}{V2}$ может быть установлен в диалоговом окне свойств модели трансформатора. Трансформатор может быть выполнен с отводом средней точки.

! Схема, содержащая трансформатор, должна быть заземлена.



Ключ



Ключи могут быть замкнуты или разомкнуты при помощи управляющих клавиш на клавиатуре, таймера, напряжения, тока. Имя управляющей клавиши можно ввести с клавиатуры в диалоговом окне.

Нелинейные элементы



Диод



Ток через диод может протекать только в одном направлении – от анода А к катоду К. Состояние диода (проводящее или непроводящее) определяется полярностью приложенного к диоду напряжения.



Стабилитрон



Для стабилитрона (диода Зенера) рабочим является отрицательное напряжение. Обычно этот элемент используют для стабилизации напряжения.



Мостовой выпрямитель



Мостовой выпрямитель предназначен для выпрямления переменного напряже-

ния. При подаче на выпрямитель синусоидального напряжения среднее значение выпрямленного напряжения U_{dc} можно приблизительно вычислить по формуле $U_{dc} = 0,636(U_m - 1,4)$, где U_m – амплитуда входного синусоидального напряжения.



Операционный усилитель



Операционный усилитель (ОУ) – усилитель, предназначенный для работы с обратной связью. Он обычно имеет очень высокий коэффициент усиления по напряжению, высокое входное и низкое выходное сопротивления. Вход “+” является неинвертирующим, вход “-” - инвертирующим. Модель операционного усилителя позволяет задавать параметры: коэффициент усиления, напряжение смещения, входные токи, входное и выходное сопротивления.

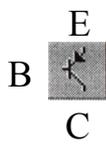
Входные и выходные сигналы ОУ должны быть заданы относительно земли.



Операционный усилитель с пятью выводами



ОУ с пятью выводами имеет два дополнительных вывода для подключения питания.



Биполярные транзисторы

(n-p-n и p-n-p соответственно)



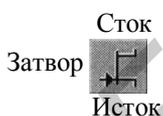
Биполярные транзисторы являются усилительными устройствами, управляемыми током. Они бывают двух типов: p-n-p и n-p-n. Транзистор n-p-n имеет две n-области (коллектор С и эмиттер Е) и одну p-область (базу В).

Полевые транзисторы (FET)



Полевые транзисторы управляются напряжением на затворе, т.е. ток, протекающий через транзистор, зависит от напряжения на затворе. Полевой транзистор включает в себя протяжённую область полупроводника n-типа или p-типа, называемую каналом. Канал оканчивается двумя электродами, которые называются стоком и истоком. Кроме канала n- или p- типа полевой транзистор включает в себя область с противоположным каналу типом проводимости. Электрод, соединённый с этой областью, называется затвором.

В программе имеются модели полевых транзисторов трех типов:



полевые транзисторы с управляющим p-n-переходом (n-канальный и p-канальный соответственно);



полевой транзистор со встроенным каналом (n-канальный и p-канальный соответственно);



полевые транзисторы с индуцированным каналом (n-канальный и p-канальный соответственно).



Пробник логического уровня



Пробник определяет логический уровень (0 или 1) в конкретной точке схемы. Если исследуемая точка имеет уровень логической единицы, индикатор загорается красным цветом. Уровень логического нуля свечением не отмечается.

Приборы для проведения измерений

Простейшими приборами в Electronics Workbench являются вольтметр и амперметр, расположенные в поле индикаторов (Indic).



Вольтметр



Вольтметр используется для измерения переменного и постоянного напряжения. Выделенная толстой линией сторона прямоугольника, изображающего вольтметр, соответствует отрицательной клемме. Вид измеряемого напряжения можно установить в диалоговом окне вольтметра (на закладке Value). При измерении переменного синусоидального напряжения (AC) вольтметр будет показывать действующее значение напряжения $U_d = U_m / \sqrt{2}$.



Амперметр



Амперметр используется для измерения постоянного и переменного тока. Выделенная толстой линией сторона прямоугольника, изображающего амперметр, соответствует отрицательной клемме. Вид измеряемого тока устанавливается аналогично виду измеряемого напряжения вольтметра.



Мультиметр



Мультиметр используется для измерения напряжения, тока, сопротивления, уровня напряжения в децибелах. Для настройки мультиметра нужно двойным щелчком мыши по его уменьшенному изображению открыть его увеличенное изображение, где выбираются измеряемая величина по единицам измерения – **A**, **V**, **Ω** или **dB**, вид измеряемого сигнала – переменный или постоянный, режим установки параметров мультиметра.



Мультиметр – единственный в Electronics Workbench стандартный прибор, предназначенный для измерения сопротивления. Для использования мультиметра в качестве омметра подсоедините его параллельно участку цепи, сопротивление которого нужно измерить, на увеличенном изображении мультиметра нажмите кнопку **Ω** и кнопку переключения в режим измерения постоянного тока. Чтобы избежать ошибочных показаний, схема должна иметь соединение с землёй и не иметь контакта с источниками питания. Источники питания должны быть исключены из схемы (идеальный источник тока должен быть заменён разрывом цепи, а идеальный источник напряжения — короткозамкнутым участком).



Осциллограф



Осциллограф, имитируемый программой Workbench, представляет собой аналог двухлучевого запоминающего осциллографа и имеет две модификации - простую и расширенную. Можно подключить осциллограф к уже включённой схеме или во время работы схемы переставить выводы к другим точкам - изображение на экране осциллографа изменится автоматически.

Остановить процесс расчёта схемы в любой момент времени можно нажатием клавиши F9 или Pause. Продолжить расчёт можно повторным нажатием этих клавиш.



Двойным щелчком мыши по уменьшенному изображению открывается изображение передней панели простой модели осциллографа с кнопками управления (рис. 1.2).

Настройка осциллографа

Управление масштабом времени

Поле управления горизонтальной развёрткой (масштабом времени) служит для задания масштаба горизонтальной оси осциллографа. Временной масштаб задаётся в с/дел, мс/дел, мкс/дел, нс/дел (s/div, ms/div, μ s/div, ns/div соответственно).

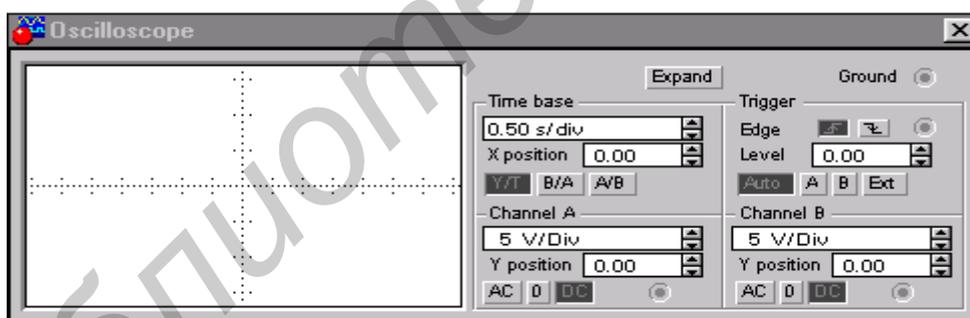


Рис. 1.2

С помощью кнопок , расположенных в поле строки X POS, можно дискретно сдвигать начало осциллограммы по горизонтальной оси. В этом же поле расположены три кнопки: Y/T, A/B, B/A, позволяющие задавать вид зависимости отображаемых сигналов. При нажатии на кнопку Y/T по вертикальной оси откладывается напряжение, а по горизонтальной оси - время; при нажатии на кнопку A/B по вертикальной оси откладывается амплитуда напряжения на входе канала А, по горизонтальной оси - канала В и при нажатии на кнопку B/A наоборот. При этом масштаб осей определяется установками соответствующих каналов. В режимах A/B и B/A можно наблюдать частотные и фазовые сдвиги, петли гистерезиса, вольт-амперные характеристики и т.д.

Управление каналами А и В

Две нижние части панели осциллографа являются полями управления отображением сигналов, поданных на входы каналов А и В соответственно. Верхнее окно в поле позволяет управлять масштабом оси отображаемого напряжения по вертикальной или горизонтальной оси. Цена деления может дискретно устанавливаться от 10 mV/div до 5 kV/div.

Ниже расположено поле, которое позволяет дискретно сдвигать ось X вверх и вниз. Три нижние кнопки реализуют различные режимы работы осциллографа по входу. Режим работы осциллографа с закрытым входом устанавливается нажатием на кнопку **AC**. В этом режиме на вход не пропускается постоянная составляющая сигнала. При нажатии на кнопку **DC** осциллограф переходит в режим с открытым входом. В этом режиме на вход осциллографа пропускается как постоянная, так и переменная составляющая сигнала. При нажатии на кнопку **0** вход осциллографа соединяется с общим выводом осциллографа, что позволяет определить положение нулевой отметки по оси Y.

Управление синхронизацией

Верхнее правое поле управления **TRIGGER** определяет момент начала отображения осциллограммы на экране осциллографа. Кнопки в строке **EDGE** задают момент запуска осциллограммы по фронту или по срезу импульса на входе синхронизации. Поле **LEVEL** позволяет задавать уровень, при превышении которого происходит запуск осциллограммы. Значение уровня можно сдвинуть на 3 деления вниз или вверх.

Осциллограф имеет 3 режима синхронизации:

1. Автоматический режим (AUTO) - запуск осциллограммы производится автоматически при подключении осциллографа к схеме или при её включении. Когда “луч” доходит до конца экрана, осциллограмма снова прописывается с начала экрана (новый экран).

2. Режимы запуска по входу “А” или “В”, в которых запускающим сигналом является сигнал, поступающий на соответствующий вход.

3. Режим “Внешний запуск” (EXT-external). В этом случае сигналом запуска является сигнал, подаваемый на вход синхронизации.

! Совет: Если вы не видите сигнала на осциллографе или сигнал слабый – нажмите кнопку **AUTO**.

Нажатие клавиши **Expand** на панели простой модели открывает окно расширенной модели осциллографа (рис. 1.3). На экране осциллографа расположены два курсора, обозначаемые 1 и 2, при помощи которых можно измерить мгновенные значения напряжений в любой точке осциллограммы. Для этого “перетащите” мышью курсоры за треугольники в их верхней части в требуемое положение. Координаты точек пересечения первого курсора с осциллограммами отображаются на левом табло, координаты второго курсора - на среднем табло. На правом табло отображаются значения разностей между соответствующими координатами первого и второго курсоров.

Осциллограмму можно записать в файл. Для этого нажмите кнопку **SAVE** и в

диалоговом окне введите имя файла. Чтобы вернуться к прежнему изображению осциллографа, нажмите клавишу **REDUCE**.

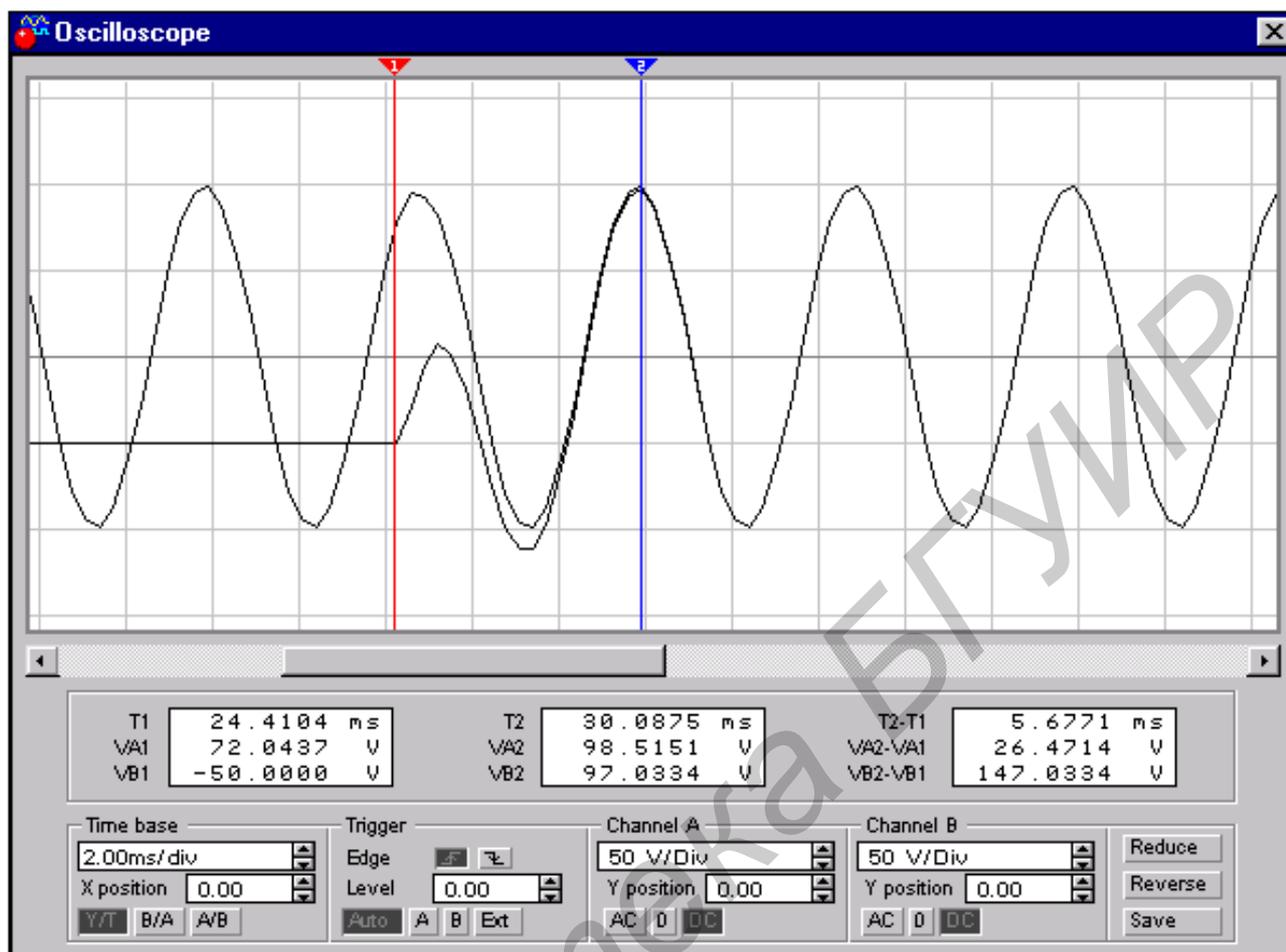


Рис. 1.3



Бод-плоттер (графопостроитель)



Бод-плоттер используется для получения амплитудно-частотных (АЧХ) и фазочастотных (ФЧХ) характеристик схемы. Он измеряет отношение амплитуд сигналов в двух точках схемы (в децибелах) и фазовый сдвиг между ними. Для измерения Бод-плоттер генерирует собственный спектр частот, диапазон которого может задаваться при настройке прибора. Частота любого переменного источника в исследуемой схеме игнорируется, однако схема должна включать какой-либо источник переменного тока.

Бод-плоттер имеет четыре зажима - два входных (IN) и два выходных (OUT). Для измерения отношения амплитуд или фазового сдвига нужно подключить положительные выводы входов IN и OUT (левые выводы соответствующих входов) к исследуемым точкам, а два других заземлить.

При двойном щелчке мышью по уменьшенному изображению Бод-плоттера открывается его увеличенное изображение (рис. 1.4). Верхняя часть плоттера задаёт вид получаемой характеристики - АЧХ или ФЧХ. Для получения АЧХ нажмите кнопку **MAGNITUDE**, для получения ФЧХ - кнопку **PHASE**.

Левая панель управления (**VERTICAL**) задаёт:

- начальное (I - initial) и конечное (F - final) значения параметров, откладываемых по вертикальной оси;
- вид шкалы вертикальной оси - логарифмическая или линейная.

Правая панель управления (**HORIZONTAL**) настраивается аналогично.

При получении АЧХ по вертикальной оси откладывается отношение напряжений: в линейном масштабе от 0 до $10E9$; в логарифмическом масштабе от -200 дБ до 200 дБ.

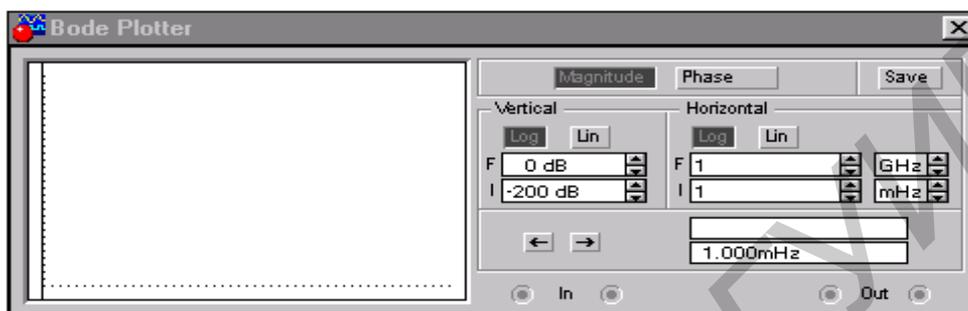


Рис. 1.4

При получении ФЧХ по вертикальной оси откладываются градусы (от -720° до 720°). По горизонтальной оси всегда откладывается частота в герцах или в производных величинах.

В начале горизонтальной шкалы расположен курсор. Его можно перемещать нажатием на кнопки со стрелками, расположенными справа от экрана, либо “тащить” с помощью мыши. Координаты точки пересечения курсора с графиком характеристики выводятся на информационных полях внизу.



Функциональный генератор



Генератор является идеальным источником напряжения, вырабатывающим сигналы синусоидальной, прямоугольной или треугольной формы (рис. 1.5).

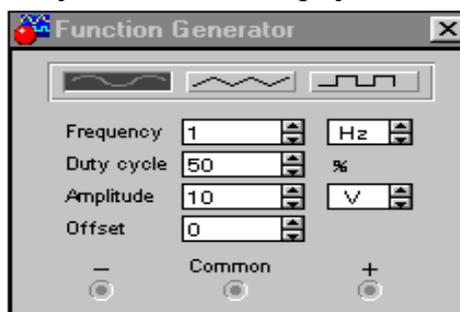


Рис. 1.5

Средний вывод генератора при подключении к схеме обеспечивает общую точку для отсчёта амплитуды переменного напряжения. Для отсчета напряжения относительно нуля общий вывод заземляют. Крайние правый и левый выходы служат для подачи переменного напряжения на схему. Напряжение на правом выводе изменяется в положительном направлении относительно общего вывода, а на левом выводе - в отрицательном.

Двойным щелчком мыши по уменьшенному изображению открывается увеличенное изображение генератора (см. рис. 1.5), где можно задать следующие параметры: частоту выходного напряжения, скважность, амплитуду выходного напряжения, постоянную составляющую выходного напряжения.

Настройка генератора

Установка формы сигнала

Выберите требуемую форму выходного сигнала и нажмите на кнопку с соответствующим изображением. Форму треугольного и прямоугольного сигналов можно изменить, уменьшая и увеличивая значение в поле **DUTY CYCLE** (скважность). Этот параметр определяется для сигналов треугольной и прямоугольной формы. Для треугольной формы напряжения он задаёт длительность (в процентах от периода сигнала) между интервалом нарастания напряжения и интервалом спада. Установив, например, значение 20, мы получим длительность интервала нарастания 20% от периода, а длительность интервала спада - 80%. Для прямоугольной формы напряжения этот параметр задаёт соотношение между длительностями положительной и отрицательной частей периода.

Установка частоты сигнала

Частота генератора может регулироваться от **1 Гц** до **999 МГц**. Значение частоты устанавливается в строке **FREQUENCY** с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками. В левом поле устанавливается численное значение, а в правом - единица измерения (Hz, kHz, MHz – Гц, кГц, МГц соответственно).

Установка амплитуды выходного напряжения

Амплитуда выходного напряжения может регулироваться от **0 мВ** до **999 кВ**. Значение амплитуды устанавливается в строке **AMPLITUDE** с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками.

Установка постоянной составляющей выходного напряжения

Постоянная составляющая переменного сигнала устанавливается в строке **OFFSET** при помощи клавиатуры или кнопок со стрелками. Она может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Это позволяет получить, например, последовательность однополярных импульсов.

Моделирование схем

Выбор компонентов из библиотеки компонентов

Выбор нужного компонента производится из поля компонентов, нужное поле компонентов выбирается нажатием левой кнопки мыши по одной из пиктограмм

панели компонентов. После выбора поля компонентов нужный компонент при помощи мыши перемещается на рабочее поле.

Объект можно поворачивать на угол, кратный 90° . Для этого на объект нужно нажать правой клавишей мыши, а затем выбрать команду **Rotate**. Удаление объекта осуществляется командами **Cut** и **Delete**. Копирование производится при помощи команды **Copy**, вставка – при помощи команды **Paste**.

Соединение компонентов схемы проводниками

Для соединения компонентов проводниками нужно подвести указатель мыши к выводу компонента. При этом на выводе компонента появится большая жирная точка (рис. 1.6). Нажав левую кнопку мыши, переместите её указатель к выводу компонента, с которым нужно соединиться, и отпустите кнопку мыши. Выводы компонентов соединятся проводником.

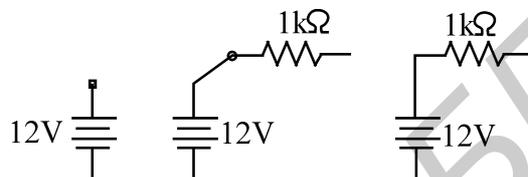


Рис. 1.6

Установка значений параметров компонентов

Установка значений параметров компонентов производится в диалоговом окне свойств компонента, которое открывается нажатием второй клавиши мыши на компонент и выбора пункта Component Properties или двойным щелчком левой клавиши мыши по изображению компонента.

Выбор модели компонента осуществляется в диалоговом окне выбора модели компонента, которое открывается двойным щелчком мыши по изображению компонента. Для редактирования значений параметров модели нужно нажать кнопку Edit.

Подключение приборов

В Electronics Workbench имеется семь приборов, формирующих различные воздействия и анализирующих реакцию схемы. Эти приборы представлены в виде пиктограмм, расположенных на панели инструментов.

Для подключения прибора к схеме нужно мышью “перетащить” прибор с панели инструментов на рабочее поле и подключить выводы прибора к исследуемым точкам. Некоторые приборы нужно заземлять, иначе их показания будут неверными.

Расширенное изображение прибора выводится в окне, которое появляется после двойного щелчка мышью по уменьшенному изображению прибора.

Вставка компонентов в цепь

После того как схема построена, можно вставить в неё дополнительные компо-

ненты. Для этого нужно мышью переместить компонент в требуемую точку схемы и, поместив его над проводником, отпустить кнопку мыши. Компонент автоматически вставится в цепь, как показано ниже на рис. 1.7.

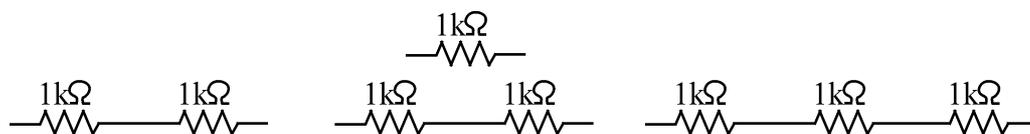


Рис. 1.7

После построения схемы и подключения приборов анализ её работы начинается нажатием выключателя в правом верхнем углу окна программы (рис.1.8).



Рис. 1.8

2. АНАЛИЗ ЦЕПИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННЫХ ЭДС И ТОКОВ

Цель

Экспериментальная проверка расчета цепи постоянного тока.

Приборы и элементы

Амперметры

Вольтметры

Мультиметр



Источники
постоянного тока, ЭДС
Резисторы

Пример расчета цепи постоянного тока

Исходные данные для схемы на рис. 2.1 следующие:

$R_1 = 410 \text{ Ом}$, $R_2 = 120 \text{ Ом}$, $R_3 = 260 \text{ Ом}$, $R_4 = 630 \text{ Ом}$, $R_5 = 350 \text{ Ом}$, $R_6 = 530 \text{ Ом}$, $R_7 = 360 \text{ Ом}$, $R_8 = 620 \text{ Ом}$, $E_3 = 200 \text{ В}$, $E_5 = 600$, $J_5 = 5 \text{ А}$, $J_7 = 3 \text{ А}$.

Определить токи и напряжение U_{14} . Составить баланс мощностей. МЭГ определить ток в 1-й ветви.

Расчет токов методом преобразования

Расчет схемы (см. рис.2.1) заключается в определении токов во всех ветвях

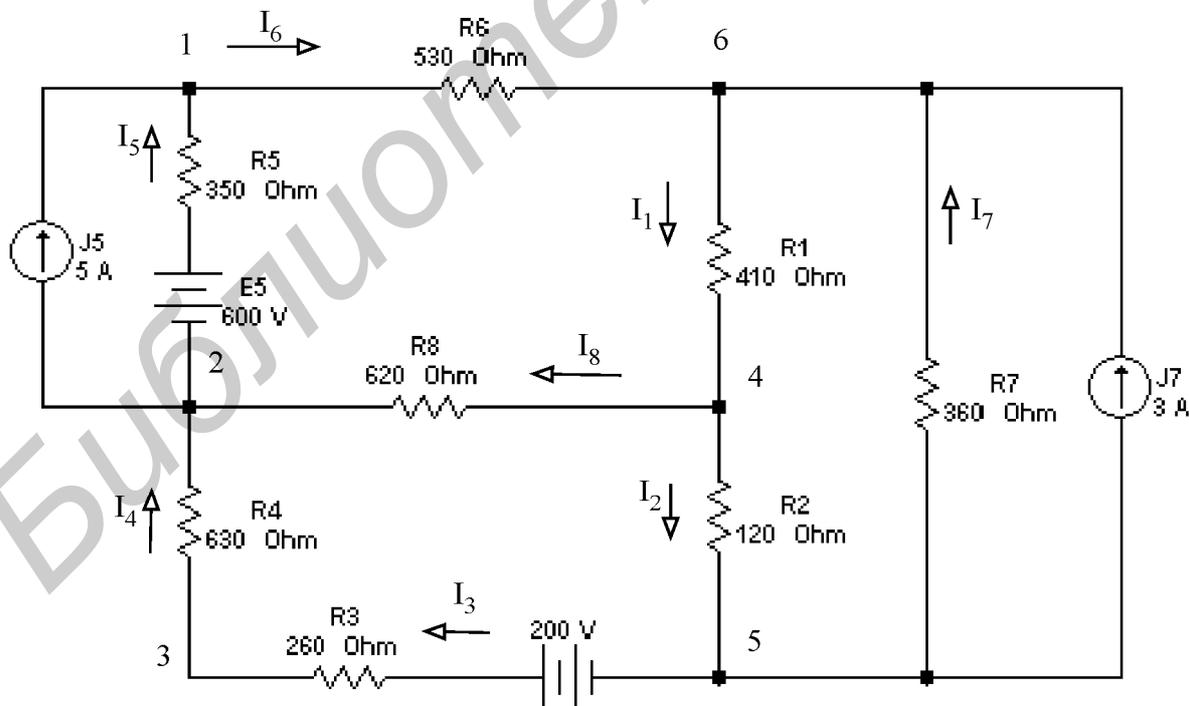


Рис. 2.1

и напряжения между заданными узлами, составлении баланса мощностей в цепи.

Первую ветвь в преобразовании не используем. Преобразуем источники тока J_5 и J_7 схемы рис.2.1 в эквивалентные источники напряжения E_{51} и E_7 , активный треугольник R_2 - R_{34} - R_8 преобразуем в эквивалентную, активную звезду (рис. 2.2,а), где

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 260 + 630 = 890 \text{ Ом},$$

$$E_{51} = E_5 + R_5 J_5 = 600 + 350 \cdot 5 = 2350 \text{ В},$$

$$E_7 = R_7 J_7 = 360 \cdot 3 = 1080 \text{ В},$$

$$R_9 = R_{34} R_8 / (R_2 + R_{34} + R_8) = 890 \cdot 620 / (120 + 890 + 620) = 338,5 \text{ Ом},$$

$$R_{10} = R_2 R_8 / (R_2 + R_{34} + R_8) = 120 \cdot 620 / (120 + 890 + 620) = 45,64 \text{ Ом},$$

$$R_{11} = R_2 R_{34} / (R_2 + R_{34} + R_8) = 120 \cdot 890 / (120 + 890 + 620) = 65,5 \text{ Ом},$$

$$E_9 = R_9 E_3 / (R_3 + R_4) = 338,5 \cdot 200 / (260 + 630) = 76,17 \text{ В},$$

$$E_{11} = R_{11} E_3 / (R_3 + R_4) = 65,5 \cdot 200 / (260 + 630) = 14,74 \text{ В}.$$

На рис. 2.2,б представлена упрощенная схема, в которой

$$E_{12} = E_9 + E_{51} = 76,17 + 2350 = 2426,2 \text{ В},$$

$$E_{13} = E_7 - E_{11} = 1080 - 14,7 = 1065,3 \text{ В},$$

$$R_{12} = R_5 + R_6 + R_9 = 350 + 530 + 338,5 = 1218,5 \text{ Ом},$$

$$R_{13} = R_7 + R_{11} = 360 + 65,5 = 425,5 \text{ Ом}.$$

Для определения тока в первой ветви, направленного от 6 узла к 4 узлу согласно заданию, преобразуем 12-ю и 13-ю ветви в одну эквивалентную 14-ю (рис. 2.3).

E_{14} находим по формуле двух узлов:

$$E_{14} = (G_{12} E_{12} + G_{13} E_{13}) / (G_{12} + G_{13}) =$$

$$= (2426/1218 + 1065/425) / (1/1218 + 1/425,5) = 1417 \text{ В},$$

где $G_{12} = 1/R_{12}$, $G_{13} = 1/R_{13}$, $R_{14} = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{13}} = \frac{1218,5 \cdot 425,5}{1218,5 + 425,5} = 315,4 \text{ Ом} .$

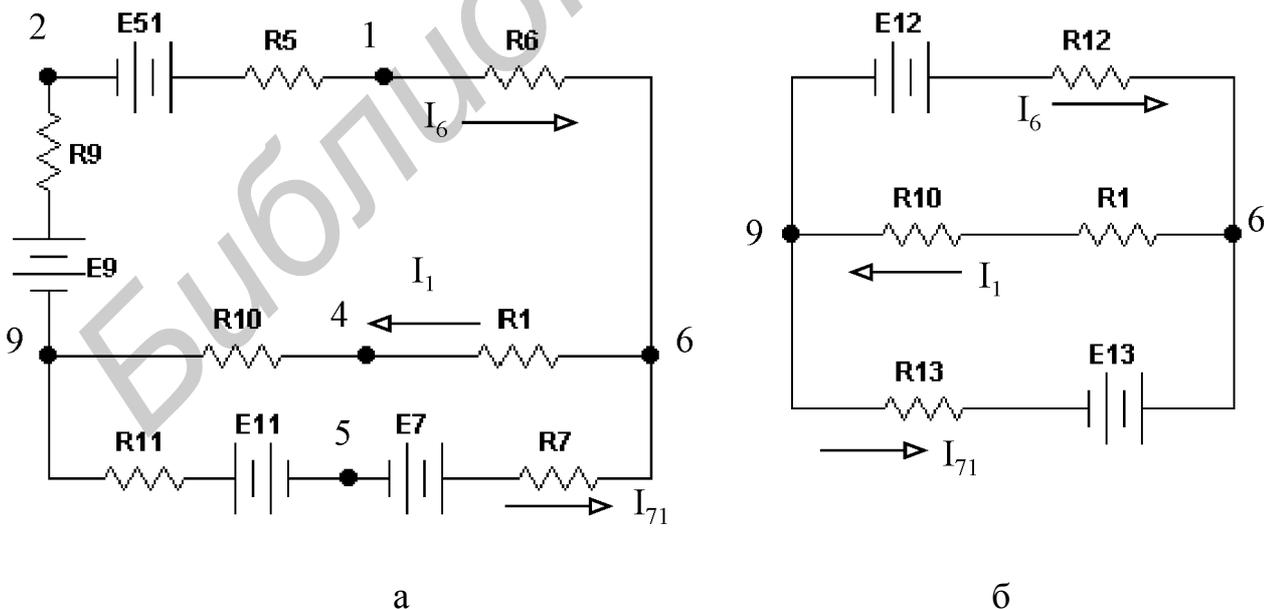


Рис. 2.2

Ток в ветви с R_1 схемы рис. 2.3 определим по закону Ома:

$$I_1 = E_{14} / (R_{14} + R_{10} + R_1) = 1417 / (315,4 + 45,64 + 410) = 1,838 \text{ A.}$$

Напряжение между узлами 6-9 (U_{69}) находим по закону Ома:

$$U_{69} = (R_1 + R_{10}) I_1 = (410 + 45,64) \cdot 1,838 = 837,5 \text{ В.}$$

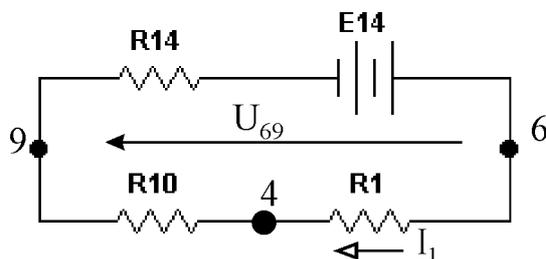


Рис. 2.3

По второму закону Кирхгофа находим токи в схеме рис. 2.2,б:

$$U_{69} = E_{12} - R_{12} \cdot I_6,$$

$$I_6 = (E_{12} - U_{69}) / R_{12} = (2426,2 - 837,5) / 1218,5 = 1,303 \text{ A,}$$

$$U_{69} = E_{13} - R_{13} I_{71},$$

$$I_{71} = (E_{13} - U_{69}) / R_{13} = (1065,26 - 837,5) / 425,5 = 0,535 \text{ A.}$$

Для определения токов I_2 , I_3 и I_8 в схеме рис. 2.1 найдем напряжения между узлами U_{45} , U_{25} , U_{42} в схеме рис. 2.2,а:

$$U_{45} = R_{10} I_1 + R_{11} I_{71} + E_{11} = 45,64 \cdot 1,838 + 65,5 \cdot 0,535 + 14,74 = 133,8 \text{ В,}$$

$$U_{25} = -R_9 I_6 + E_9 + R_{11} I_{71} + E_{11} = -338,5 \cdot 1,303 + 76,17 + 65,5 \cdot 0,535 + 14,74 = -315 \text{ В.}$$

$$U_{42} = R_{10} I_1 - E_9 + R_9 I_6 = 45,64 \cdot 1,838 - 76,17 + 338,5 \cdot 1,303 = 448,8 \text{ В,}$$

По закону Ома определяем токи I_2 , I_3 , I_4 , I_8 в схеме рис. 2.1:

$$I_2 = U_{45} / R_2 = 133,8 / 120 = 1,115 \text{ A,}$$

$$I_3 = I_4 = (E_3 - U_{25}) / (R_3 + R_4) = (200 - (-315)) / (260 + 630) = 0,58 \text{ A,}$$

$$I_8 = U_{42} / R_8 = 448,8 / 620 = 0,723 \text{ A.}$$

Для определения неизвестных токов I_5 и I_7 составим уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов 1 и 5 (см. рис. 2.1):

$$\text{для узла 1: } I_5 = I_6 - J_5 = 1,303 - 5 = -3,697 \text{ A,}$$

$$\text{для узла 5: } I_7 = I_2 - I_3 - J_7 = 1,115 - 0,58 - 3 = -2,465 \text{ A.}$$

По второму закону Кирхгофа находим напряжение U_{14} (см. рис. 2.1):

$$U_{14} = R_6 \cdot I_6 + R_1 \cdot I_1 = 530 \cdot 1,303 + 410 \cdot 1,838 = 1444 \text{ В.}$$

Мощность источников напряжения (ЭДС) и тока определяется произведением тока и напряжения на его зажимах. Она положительна при противоположных направлениях тока и напряжения на зажимах источника и отрицательна при совпадающих направлениях.

Баланс мощности записывается в виде $P_{\text{ист}} = P_{\text{пр}}$,

$$\text{где } P_{\text{ист}} = \sum_{i=1}^l I_i E_i + \sum_{j=1}^m U_j J_j \text{ - мощность идеальных источников;}$$

$P_{\text{пр}} = \sum_{k=1}^n R_k I_k^2$ - мощность преобразования электромагнитной энергии в тепловую; l, m, n – соответственно число источников напряжения, источников тока и резисторов (сопротивлений) в схеме.

Составим баланс мощностей для схемы рис. 2.1:

$$P_{\text{ист}} = I_3 E_3 + I_5 E_5 + U_5 J_5 + U_7 J_7,$$

$$P_{\text{пр}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 + R_7 I_7^2 + R_8 I_8^2,$$

где U_5 и U_7 – напряжения на зажимах источников тока J_5 и J_7 :

$$U_5 = U_{12} = E_5 - R_5 I_5 = 600 - 350 \cdot (-3,697) = 1893,95 \text{ В},$$

$$U_7 = U_{65} = -R_7 I_7 = -360 \cdot (-2,465) = 887,4 \text{ В},$$

$$P_{\text{ист}} = 0,58 \cdot 200 + (-3,697)600 + 1893,9 \cdot 5 + 887 \cdot 3 = 10029,75 \text{ Вт},$$

$$P_{\text{пр}} = 410 \cdot 1,838^2 + 120 \cdot 1,115^2 + 630 \cdot 0,58^2 + 260 \cdot 0,58^2 + 350 \cdot (-3,69)^2 + 530 \cdot 1,303^2 + 360 \cdot (-2,46)^2 + 620 \cdot 0,723^2 = 10029 \text{ Вт}.$$

Метод эквивалентного генератора

Преобразуем треугольник сопротивлений R_2, R_{34}, R_8 пассивной (без источников) схемы рис. 2.4,а в эквивалентную звезду R_9, R_{10}, R_{11} (рис. 2.4,б).

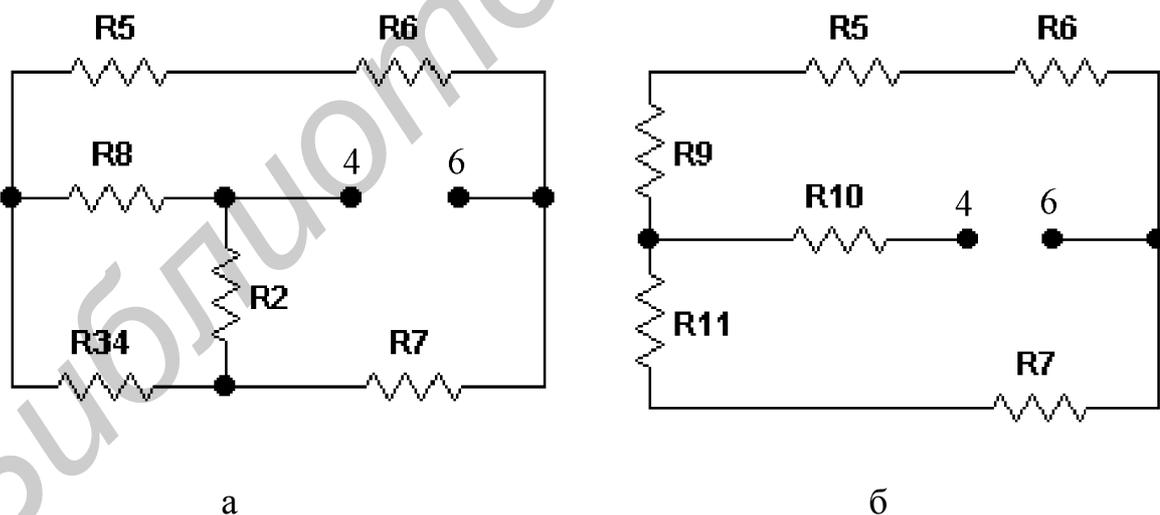


Рис. 2.4

Сопротивление эквивалентного генератора находим относительно зажимов 4-6 схемы рис. 2.4,б по формуле

$$R_{\Gamma} = R_{10} + \frac{(R_5 + R_6 + R_9)(R_7 + R_{11})}{R_5 + R_6 + R_9 + R_7 + R_{11}} = 45,6 + \frac{(350 + 530 + 338,5)(360 + 65,5)}{350 + 530 + 338,5 + 360 + 65,5} = 361 \text{ Ом. ЭДС}$$

эквивалентного генератора, равную напряжению холостого хода на зажимах разомкнутой ветви, определяем из схемы рис. 2.5 методом контурных

ТОКОВ:

$$\begin{aligned} (R_2 + R_8 + R_5 + R_6 + R_7)J_{11} - (R_2 + R_8)J_{22} - R_5J_5 + R_7J_7 &= E_5, \\ -(R_2 + R_8)J_{11} + (R_2 + R_3 + R_4 + R_8)J_{22} &= E_3, \\ 1980 \cdot J_{11} - 740 \cdot J_{22} - 350 \cdot 5 + 360 \cdot 3 &= 600, \\ -740 \cdot J_{11} + 1630 \cdot J_{22} &= 200. \end{aligned}$$

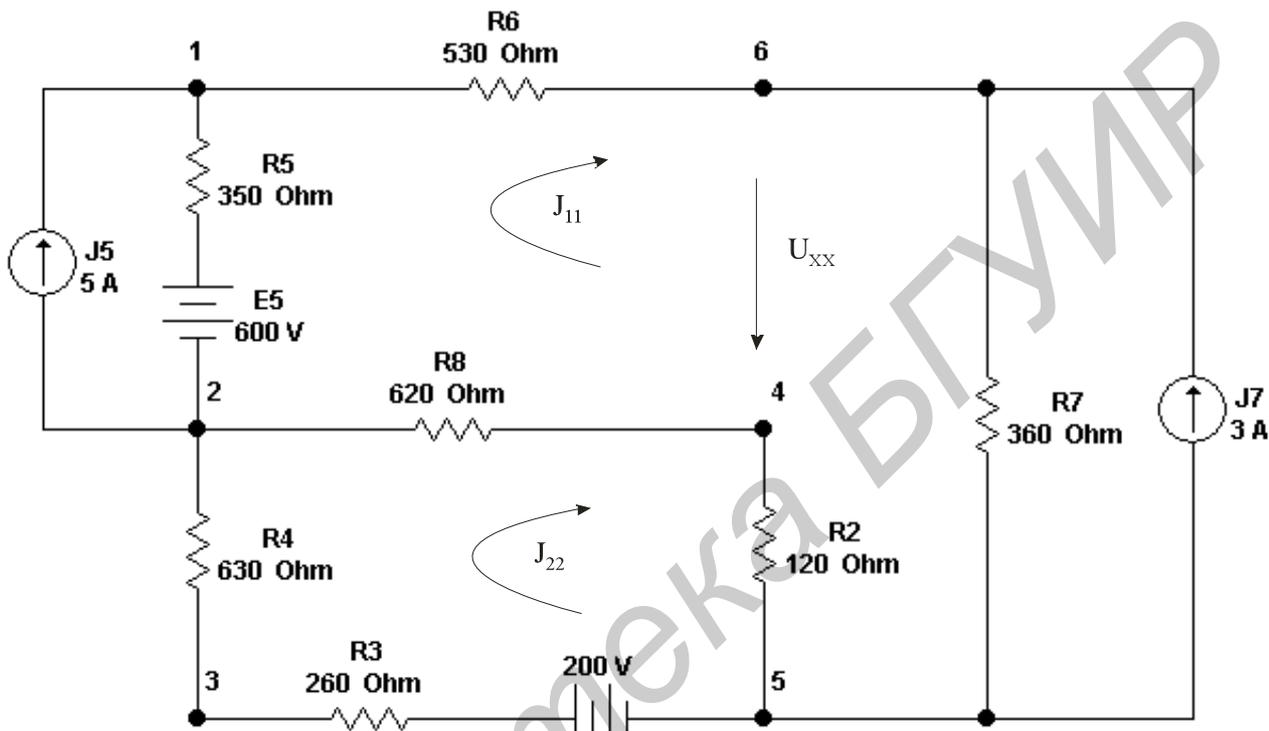


Рис. 2.5

В результате решения этой системы уравнений имеем:

$$J_{11} = 0,827 \text{ A}; \quad J_{22} = 0,498 \text{ A}.$$

ЭДС эквивалентного генератора находим по второму закону Кирхгофа из выражения

$$E_r = U_{xx} = U_{64} = R_7(J_{11} + J_7) + R_2(J_{11} - J_{22}) = 1417 \text{ В}.$$

Находим ток в первой ветви схемы на рис. 2.6 по формуле

$$I_1 = E_r / (R_r + R_1) = 1417 / (361 + 410) = 1,838 \text{ А}.$$

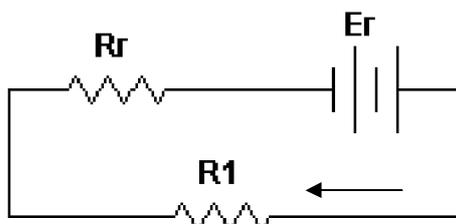


Рис. 2.6

В результате теоретического расчета схемы, изображенной на рис. 2.1, получились следующие токи: $I_1 = 1,838 \text{ А}$; $I_2 = 1,114 \text{ А}$; $I_3 = I_4 = 0,5791 \text{ А}$; $I_5 = 3,697 \text{ А}$; I_6

$= 1,304 \text{ A}$; $I_7 = 2,465 \text{ A}$; $I_8 = 0,724 \text{ A}$ и напряжение $U_{14} = 1444 \text{ В}$.

Экспериментальная проверка результатов расчета

Для экспериментальной проверки результатов расчета нужно включить в каждую ветвь схемы амперметры и вольтметр между теми узлами, где хотим измерить напряжение (рис. 2.7). Вид измеряемого напряжения приборов DC устанавливается из списка (опция Mode).

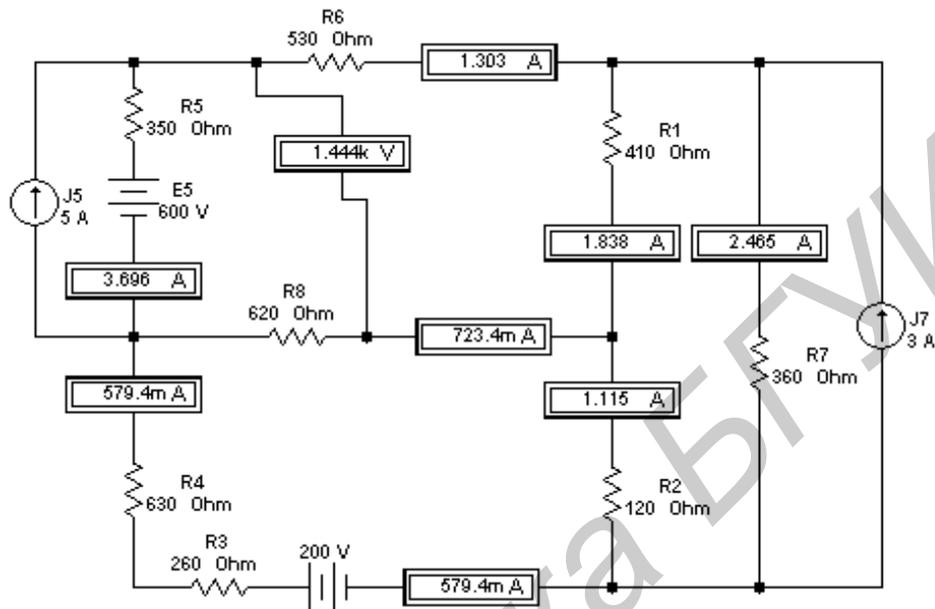


Рис. 2.7

Сравнение результатов теоретического расчета с экспериментальной проверкой с помощью программы Electronics Workbench показывает полное совпадение результатов.

Экспериментальная проверка расчета методом эквивалентного генератора

Пусть необходимо найти ток в ветви с сопротивлением R_1 методом эквивалентного генератора напряжения. Для этого необходимо измерить напряжение

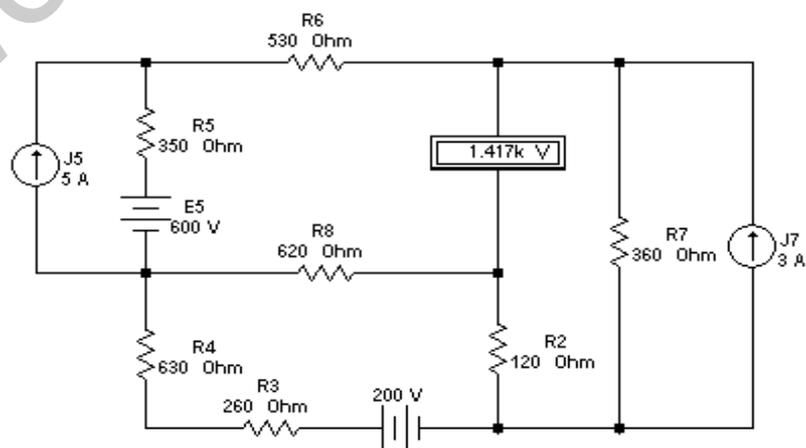


Рис. 2.8

холостого хода в ветви с R_1 , исключив R_1 из схемы (рис. 2.8). ЭДС эквивалентного генератора будет $E_{\Gamma} = U_{XX} = 1,417$ В. Сопротивление эквивалентного генератора находим относительно зажимов, где располагалось сопротивление R_1 , с помощью мультиметра, включенного по схеме рис. 2.9.

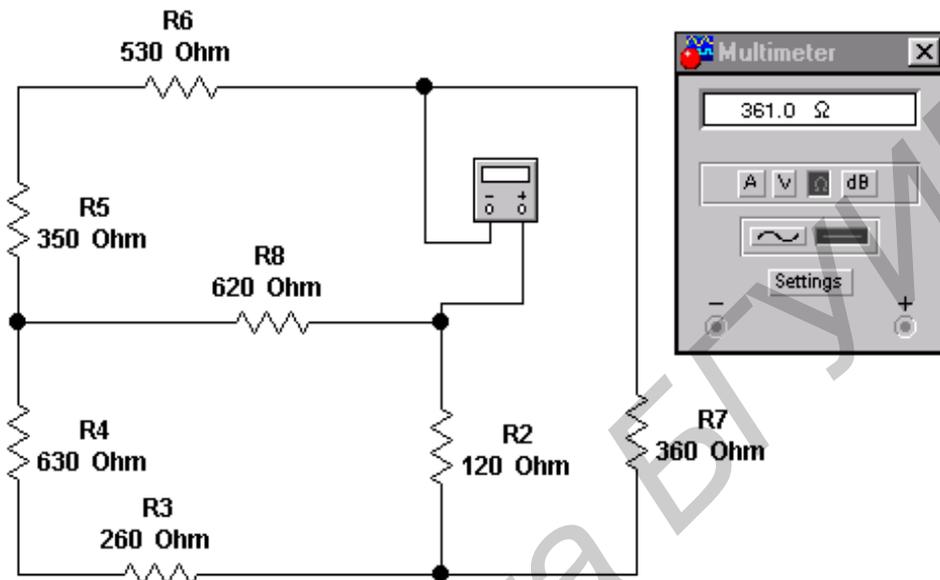


Рис. 2.9

Сопротивление эквивалентного генератора будет $R_{\Gamma} = 361$ Ом. Затем ток в первой ветви схемы рис. 2.1 найдем по формуле

$$I_1 = E_{\Gamma} / (R_{\Gamma} + R_1) = 1417 / (361 + 410) = 1,838 \text{ А.}$$

3. АНАЛИЗ ЦЕПИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ С ИСТОЧНИКАМИ ПЕРЕМЕННЫХ ЭДС И ТОКОВ

Цель

Экспериментальная проверка расчета цепи переменного тока.

Приборы и элементы

Амперметры
постоянной ЭДС

Вольтметры

Боде-плоттер

Источники
переменного тока, ЭДС

Резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности



Расчет схемы (рис. 3.1) заключается в определении токов во всех ветвях и напряжения между заданными узлами, составлении баланса мощностей в цепи.

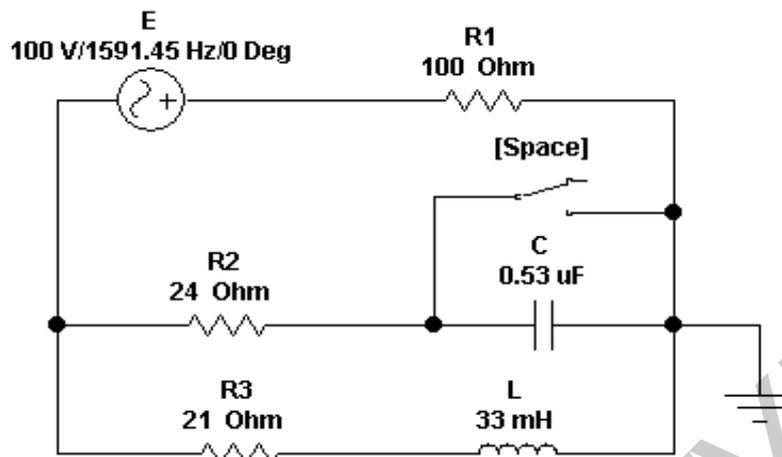


Рис. 3.1

Пример расчета цепи на переменном токе

Исходные данные для схемы на рис. 3.1 следующие: $e(t) = E_m \sin \omega t = 100 \sin 10^4 t$ В.; $r_1 = 100 \text{ Ом}$; $r_2 = 24 \text{ Ом}$; $r_3 = 21 \text{ Ом}$; $L = 33 \text{ мГн}$; $C = 0,53 \text{ мкФ}$.

Так как в цепи включен источник синусоидального напряжения, расчет проводим символическим методом.

Реактивное сопротивление индуктивности $x_L = \omega L = 10^4 \cdot 33 \cdot 10^{-3} = 330 \text{ Ом}$;

реактивное сопротивление емкости

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^4 \cdot 0,53 \cdot 10^{-6}} = 188,68 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление цепи относительно источника

$$Z = r_1 + (r_2 - jx_C)(r_3 + jx_L) / (r_2 - jx_C + r_3 + jx_L) =$$

$$= 100 + (24 - j188,68)(21 + j330) / (24 - j188,68 + 21 + j330) = 469,24 e^{-j57,28^\circ} \text{ Ом}.$$

Экспериментальная проверка результатов расчета

Для экспериментальной проверки правильности вычислений необходимо измерить комплексное сопротивление пассивной части цепи. В показательной форме записи комплексное сопротивление характеризуется двумя величинами: модулем и фазой, каждая из них должна измеряться в отдельности.

Учитывая, что комплексное сопротивление двухполюсника равно отношению комплекса напряжения к комплексу тока, можно предложить следующую методику экспериментального измерения: подключить на вход цепи источник с действующим значением 1 А и нулевой начальной фазой и измерить комплекс напряжения на зажимах двухполюсника, величина которого и будет численно равна комплексному сопротивлению. Таким образом, мы свели задачу к измерению комплекса напряжения. Проще всего измерить параметры, составляющие комплекс при записи его в показательной форме: модуль и фазу. Модуль измеряется обычным вольтметром действующих значений, а фаза измеряется осциллографом. Однако более рационально измерение комплекса напряжения с помощью Бode-плоттера. Схема такого измерения представлена на рис. 3.2.

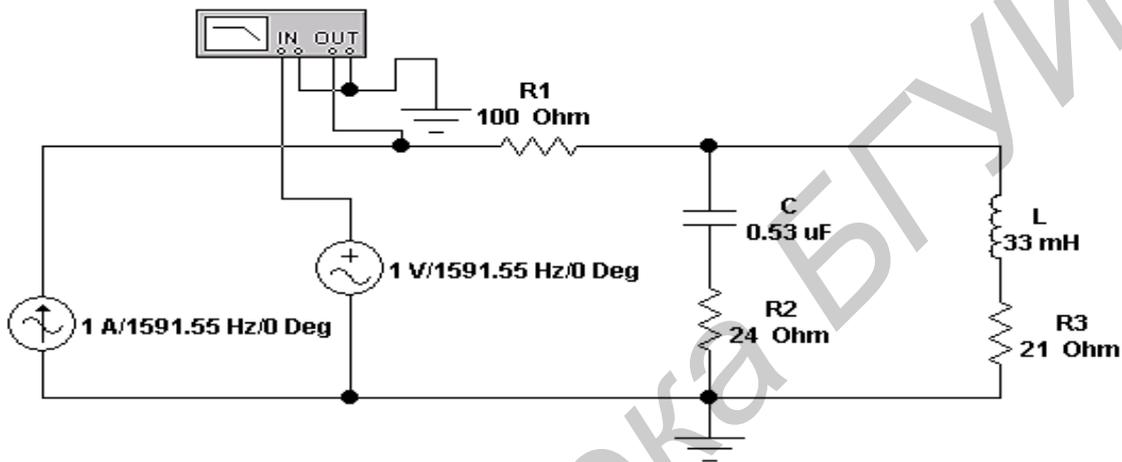
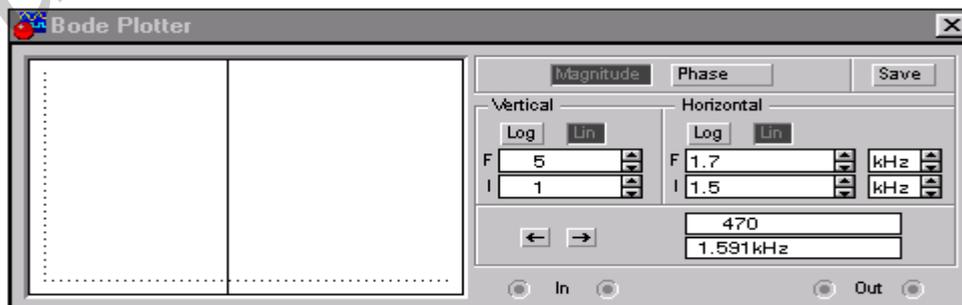


Рис. 3.2

Вид вертикальной шкалы должен быть выбран линейным (иначе отношение модулей будет выведено в децибелах), а начальная частота должна быть установлена равной частоте источников. В этом случае не придется сдвигать курсор, отыскивая требуемую частоту, и при выборе вида измерений MAGNITUDE на табло будет показан модуль (верхнее изображение плоттера на рис.3.3), а при выборе PHASE – фаза комплекса (нижнее изображение плоттера). Большим удобством этого метода является непосредственное считывание результатов без всяких промежуточных выкладок.



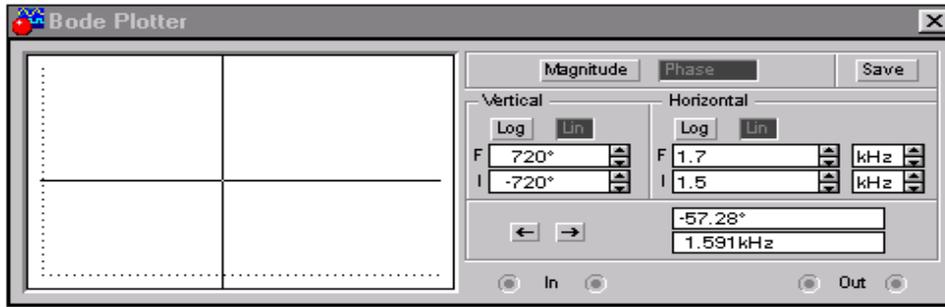


Рис. 3.3

Комплексная амплитуда тока в цепи источника определится по закону Ома:

$$\dot{I}_{1m} = \frac{\dot{E}_m}{Z} = 100 / 469,24e^{-j57,28^\circ} = 0,2215e^{j57,28^\circ} \text{ А.}$$

Комплексную амплитуду тока в цепи с индуктивностью определим по правилу плеч:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{3m} &= \dot{I}_{1m} (r_2 - jx_c) / (r_2 + r_3 - jx_c + jx_L) = \\ &= 0,2215e^{j57,28^\circ} (24 - j188,68) / (45 + j141,32) = 0,269e^{-j97,81^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Комплексную амплитуду тока в цепи с емкостью определим тоже по правилу плеч:

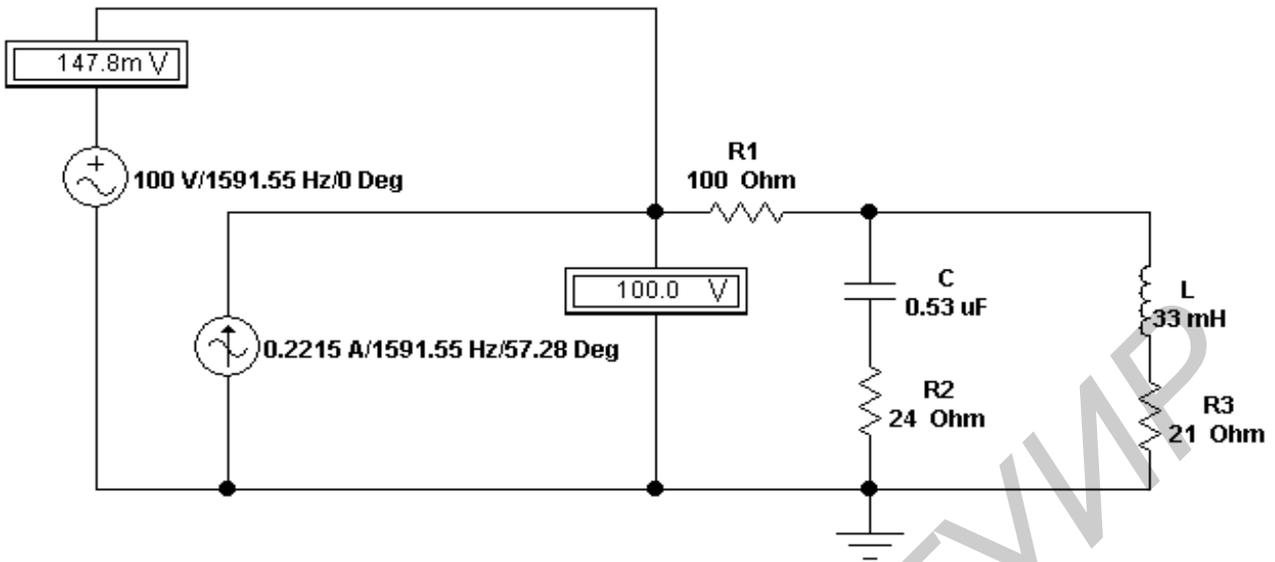
$$\begin{aligned} \dot{I}_{2m} &= \dot{I}_{1m} (r_3 + jx_L) / (r_2 + r_3 - jx_c + jx_L) = \\ &= 0,2215e^{j57,28^\circ} (21 + j330) / (45 + j141,32) = 0,479e^{j71,3^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Схема для экспериментальной проверки тока I_{1m}

Идея экспериментальной проверки правильности расчета тока источника питания заключается в следующем: а) на вход схемы рис. 3.4 подключается источник тока с вычисленными параметрами \dot{I}_{1m} ; б) напряжение на входе схемы сравнивается с заданным в условии напряжением источника питания. Вольтметр, включенный последовательно с источником ЭДС, оценивает ошибку расчета.

Комплексная амплитуда напряжения на емкости определится по закону Ома:

$$\dot{U}_{cm} = \dot{I}_{2m} (-jx_c) = 0,475e^{j71,3^\circ} (-j188,68) = 89,26e^{-j18,7^\circ} \text{ В.}$$



P

Рис. 3.4

Схема для экспериментальной проверки токов I_{2m} , I_{3m} и напряжения U_{Cm}

Для экспериментальной проверки токов в ветвях схемы (рис. 3.5) включаем в каждую ветвь амперметры, а к конденсатору – вольтметр и проверяем действующие значения токов в ветвях и напряжения на конденсаторе.

Двойным щелчком мыши по изображению амперметров и вольтметра открывается диалоговое окно для изменения параметров приборов. Вид измеряемого тока и напряжения (опция MODE) выбирается AC для переменного синусоидального источника.

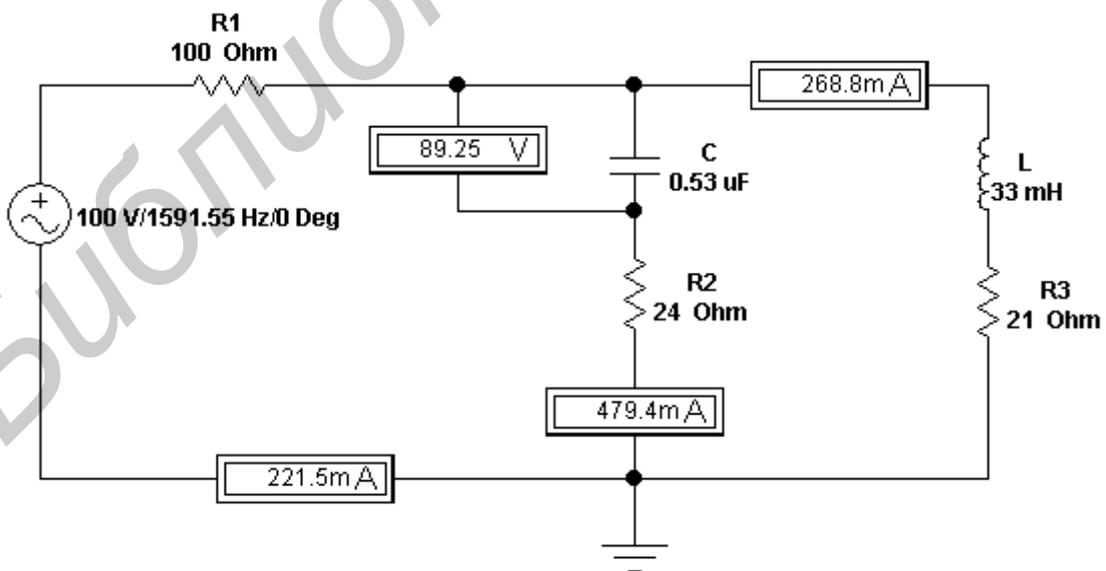


Рис. 3.5

4. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ С ОДНИМ НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ

Цель

1. Исследование переходного процесса при подключении конденсатора к источнику постоянного напряжения.
2. Исследование переходного процесса при подключении конденсатора к источнику синусоидального напряжения.

Приборы и элементы

Амперметры
постоянной ЭДС

Вольтметры
Осциллограф

Мультиметр

Источники постоянного и переменного тока, ЭДС
Резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности.



Краткие сведения из теории

Подключение конденсатора к неидеальному источнику постоянной ЭДС

При подключении конденсатора емкостью C , заряженного до напряжения U_{C0} , к источнику неидеальной ЭДС процесс описывается уравнением

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E. \quad (4.1)$$

Решение уравнения: $u_C(t) = E - (E - U_{C0})e^{-\frac{t}{RC}} = E - (E - U_{C0})e^{-\frac{t}{\tau}}.$ (4.2)

Подключение катушки индуктивности к неидеальному источнику постоянной ЭДС

При подключении катушки индуктивности к источнику неидеальной ЭДС процесс в соответствии со вторым законом Кирхгофа описывается уравнением

$$L \frac{di_L}{dt} + i_L R = E. \quad (4.3)$$

Решение этого уравнения записывается в виде

$$i_L(t) = \frac{E}{R} - \left(\frac{E}{R} - I_{L0}\right)e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{E}{R} - \left(\frac{E}{R} - I_{L0}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.4)$$

где I_{L0} – начальный ток в индуктивности.

Подключение конденсатора с начальным напряжением U_{C0} к неидеально-

му источнику синусоидальной ЭДС $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$

Уравнение для переходного процесса в этом случае можно записать в виде

$$u_C(t) = u_{Cуст}(t) + [U_{C0} - u_{Cуст}(0)]e^{-t/\tau}, \quad (4.5)$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени цепи, $u_{Cуст}(t)$ – мгновенное значение напряжения на конденсаторе в установившемся режиме, U_{C0} – начальное напряжение на конденсаторе, $u_{Cуст}(0)$ – начальное напряжение на конденсаторе в установившемся режиме, R – величина внутреннего сопротивления источника ЭДС.

После подстановки выражения для установившегося значения $u_{Cуст}(t)$ получим

$$u_C(t) = \frac{U_m}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \sin(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}) + [U_{C0} - \frac{U_m}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2})]e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.6)$$

где $\varphi = \arctg(-1/\omega RC)$.

Подключение катушки индуктивности с начальным током I_{L0} к неидеальному источнику синусоидальной ЭДС $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$

Уравнение для переходного процесса в этом случае дуально уравнению (4.5):

$$i_L(t) = i_{Lуст}(t) + [I_{L0} - i_{Lуст}(0)]e^{-t/\tau}, \quad (4.7)$$

где $\tau = L/R$ – постоянная времени цепи, I_{L0} – начальное значение тока в катушке, $i_{Lуст}(0)$ – начальное значение тока в катушке в установившемся режиме, $i_{Lуст}(t)$ – мгновенное значение тока в катушке в установившемся режиме.

После подстановки выражения для установившегося значения $i_{Lуст}(t)$ получим

$$i_L(t) = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t + \psi - \varphi) + [I_{L0} - \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\psi - \varphi)]e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.8)$$

где $\varphi = \arctg(\omega L/R)$.

Анализ процессов в сложных схемах с одним реактивным элементом

Пример 1. Подключение конденсатора к неидеальному источнику постоянной ЭДС.

Рассчитать напряжение и ток конденсатора при переключении ключа [Space] в схеме, приведенной на рис. 4.1. При расчете принять, что переключения происходят из установившихся режимов.

Проверить результаты расчетов с помощью Electronics Workbench. Считать, что ключ [Space] в верхнем положении включен (замкнут), а в нижнем положении выключен (разомкнут).

Расчет

Шаг 1. Применим общую формулу (4.5) для расчета напряжения на конденсаторе. В соответствии с законом коммутации напряжение на конденсаторе в момент коммутации не изменяется. Поэтому установившееся значение напряжения на конденсаторе при разомкнутом ключе и будет на-

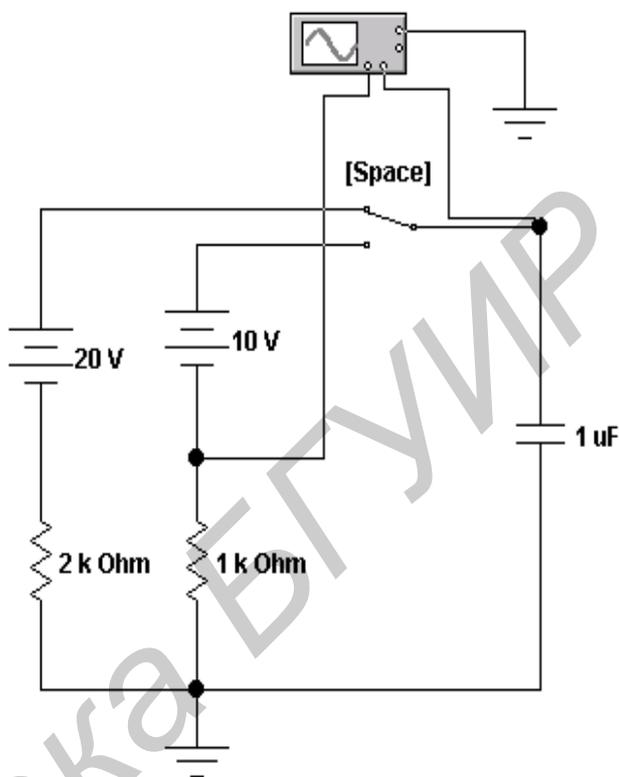


Рис. 4.1

чальным напряжением U_{C0} на нем при замыкании ключа. На рис. 4.2 изобра-

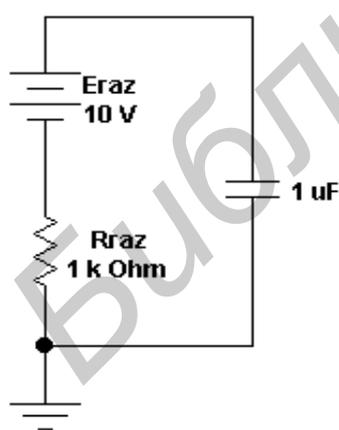


Рис. 4.2

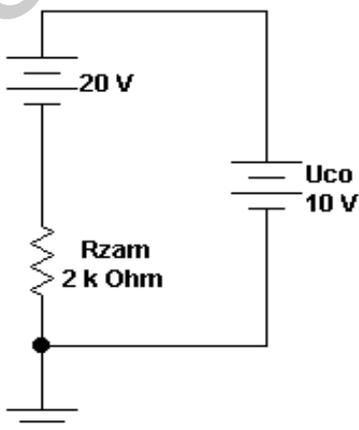


Рис. 4.3

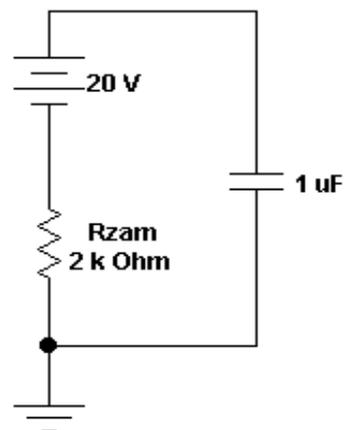


Рис. 4.4

жена схема замещения при разомкнутом ключе. В этой схеме замещения напряжение на конденсаторе установится, когда потенциалы конденсатора и источника ЭДС E_{raz} сравняются, а напряжение на резисторе и ток через него станут равными

нулю. Следовательно, $U_{уст} = U_{C0} = E_{раз} = 10\text{ В}$.

Шаг 2. Теперь необходимо найти значение тока в момент $t = 0+$. Для вычисления значений параметров переходного процесса конденсатор можно заменить источником постоянной ЭДС с выходным напряжением равным U_{C0} . При этом получим схему замещения, представленную на рис. 4.3.

Из схемы рис. 4.3 следует

$$i_C(0+) = (E_{зам} - U_{C0}) / R_{зам} = (20 - 10) / 2000 = 0.005\text{ А} = 5\text{ мА}.$$

Шаг 3. Определим установившееся значение напряжения $U_{Cуст}$ при замкнутом ключе (рис. 4.4). Поскольку схемы рис. 4.2 и 4.4 идентичны по структуре, установившиеся значения определяются сходным образом: $U_{Cуст} = E_{зам} = 20\text{ В}$.

Так как при замыкании ключа ток ограничивается сопротивлением $R_{зам}$, постоянная времени цепи равна $\tau_z = R_{зам}C = 2\text{ мс}$. Из выражения (4.5) следует, что

$$u_C(t) - U_{Cуст} = [U_{C0} - u_{Cуст}(0)] e^{-\frac{t}{\tau_z}} = -10e^{-500t},$$

$$u_C(t) = 20 - 10e^{-500t},$$

$$i_C(t) = -5 \cdot 10^{-3} e^{-500t}.$$

Шаги 4, 5, 6. Для случая размыкания ключа $U_{Cуст} = E_{раз} = 10\text{ В}$, $U_{C0} = E_{зам}$. Предоставим студентам возможность самим разобраться в том, какие схемы замещения и условия необходимо применить, чтобы получить приведенные ниже уравнения для тока и напряжения при размыкании ключа.

$$u_C(t) - U_{Cуст} = [U_{C0} - u_{Cуст}(0)] e^{-\frac{t}{\tau_r}} = 10e^{-1000t},$$

$$u_C(t) = 10 + 10e^{-1000t}, \quad i_C(t) = 10 \cdot 10^{-3} e^{-1000t}.$$

Экспериментальная проверка результатов расчета

Экспериментальная проверка полученных результатов заключается в измерении величин, характеризующих изменения тока и напряжения конденсатора при замыкании и размыкании ключа.

Покажем, как экспериментально определяются четыре величины, относящиеся к размыканию ключа. Измерить их можно по единственной осциллограмме, полученной в схеме рис. 4.5.

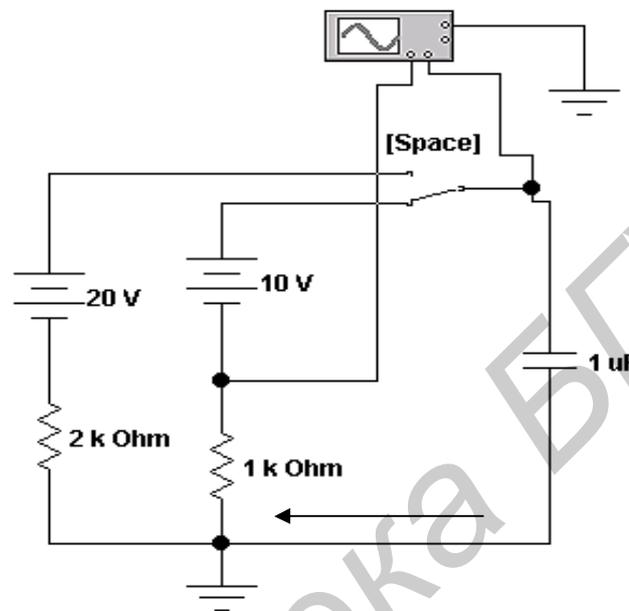
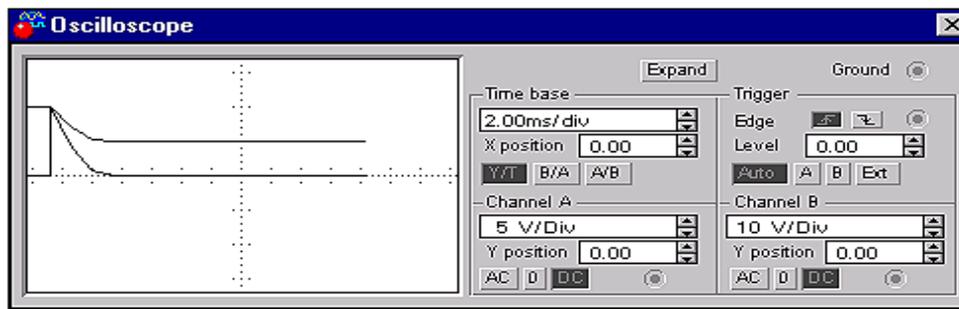


Рис. 4.5

Для получения такой осциллограммы необходимо прежде всего правильно собрать схему измерений. Общий вывод осциллографа и один из узлов исследуемой схемы нужно заземлить. Для измерения тока можно использовать резистор, включенный в исследуемую ветвь и подсоединенный одним выводом к земле, как это сделано в схеме рис. 4.5.

Напряжение на конденсаторе можно наблюдать непосредственно только в случае, когда один из его выводов также подсоединен к земле. Кроме того, очень важна точная настройка осциллографа.

1. В уравнениях для переходных процессов присутствуют постоянные составляющие, и чтобы их увидеть, необходимо перевести оба канала А и В осциллографа в режим DC.

2. Другая некорректность настройки заключается в том, что осциллограмма напряжения на конденсаторе может выходить за верхнюю границу экрана. Необходимо выбрать масштаб по напряжению в обоих каналах таким образом, чтобы ос-

циллограммы напряжений имели максимальный размах, не выходя за границы экрана.

3. Еще одна некорректность настройки заключается в выборе слишком большой цены деления по временной оси (TIME BASE) по сравнению с постоянной времени переходного процесса. При установке по умолчанию масштаба в 0,5 с/дел весь экран соответствует времени 7,2 с., то есть $\approx 3600\tau$ ($\tau \approx 2$ мс). При этом масштабе получается очень крупный шаг вычисления, при котором погрешность недопустимо велика, что приводит даже к качественному изменению характера функции. На рис. 4.6 эта ситуация исправлена, и время прохождения экрана лучом равно $\approx 7\tau$. В общем случае необходимо стремиться к тому, чтобы время прохождения экрана лучом не превышало $\approx 20\tau$.

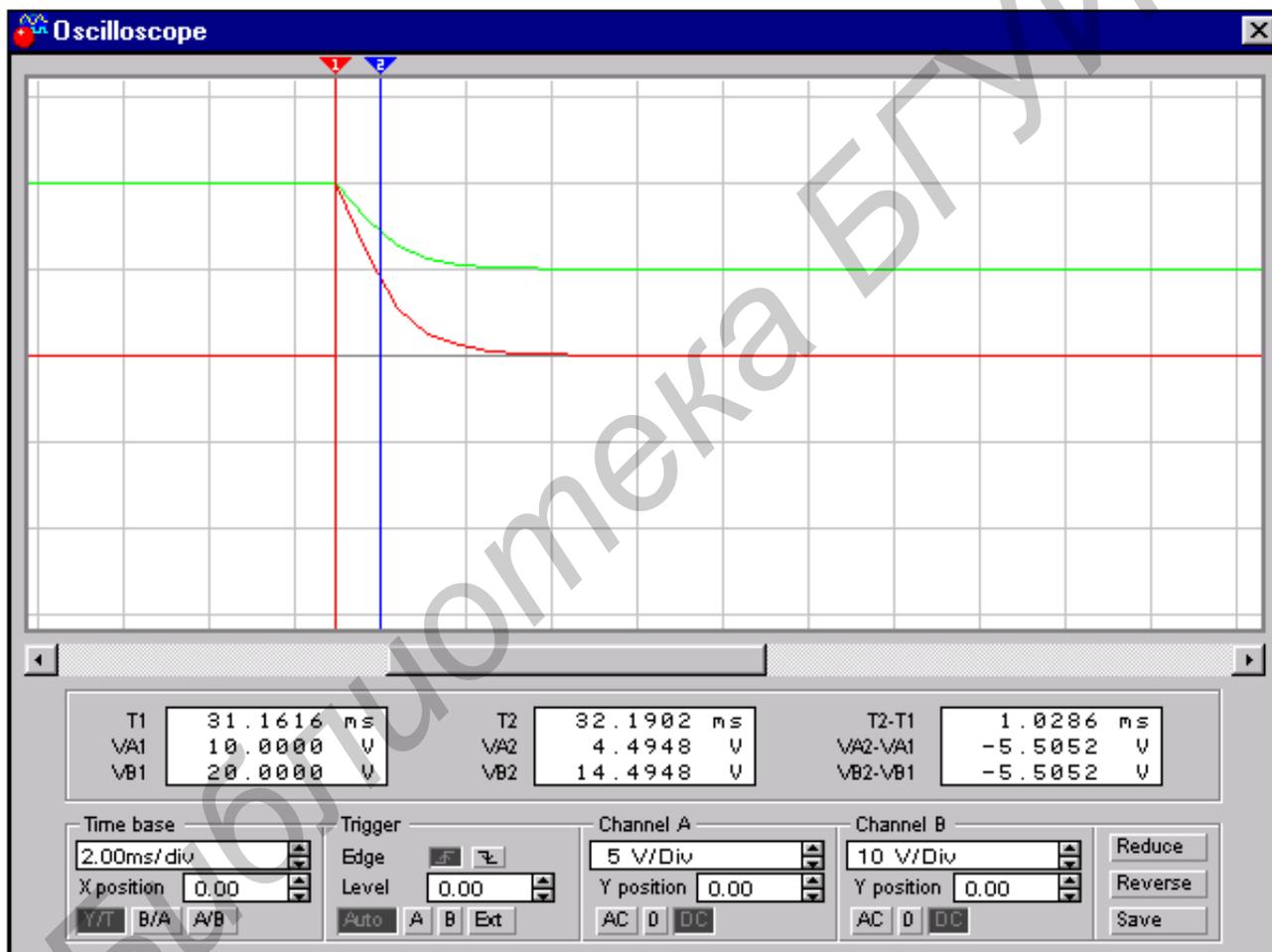


Рис. 4.6

Проблема синхронизации осциллографа в Electronics Workbench, как и в практических измерениях, требует особого внимания. Проще всего она решается, если ключ в схеме управляется вручную. Например, на рис. 4.5 ключ управляется при нажатии на клавишу [Space] (пробел). Если замедлить процесс расчета настолько, чтобы изображающая точка плавно “плыла” по экрану, то мы наглядно увидим развитие переходного процесса и сможем управлять ключом во время процесса. Это можно сделать, изменяя опцию Points per cycle пункта Analysis Options в меню

Analysis.

При изменении настроек осциллографа процесс расчета продолжается, а ключ уже не управляется клавишей. Существуют два способа преодоления этой трудности. Можно выделить ключ, щелкнув по нему мышью (он приобретет при этом красный цвет), не прерывая процесс расчета (после этого он снова становится управляемым), а можно снова запустить расчет, активизировав схему заново.

Начать получение осциллограммы переходного процесса рекомендуется на малой модели осциллографа, поскольку при этом можно одновременно видеть на экране и схему. Однако проводить измерения намного удобнее на расширенной модели осциллографа, появляющейся на экране после нажатия кнопки Expand. При этом нас не должно смущать, если на малой модели информативная часть осциллограммы уже “убежала” за экран. На расширенной модели осциллографа можно снова найти ее с помощью поля прокрутки в нижней части осциллографа.

Если сдвинуть курсор 1 вправо к максимуму напряжения $U_{C0} = 20\text{В}$, а курсор 2 – влево к напряжению в $e = 2,7183$ раз меньшему, чем максимальное, то можно будет вычислить постоянную времени τ по показаниям на табло осциллографа. Выражение для вычисления τ :

$$\tau = \frac{|T1 - T2|}{\ln \frac{|VA1|}{|VA2|}}.$$

Также можно измерить начальное и установившееся значения напряжения на конденсаторе при замыкании и размыкании ключа. Переведя с помощью мыши курсор в положение максимума по каналу А, можно измерить ток I_{C0} .

Пример 2. Расчет переходного процесса в цепи с одним реактивным элементом при подключении конденсатора к неидеальному источнику синусоидального напряжения.

Схема в верхней части рис. 4.7 предназначена для моделирования переходного процесса в цепи с одним конденсатором. Схема в нижней части рис. 4.7 – для моделирования установившегося процесса в той же цепи. Параметры элементов в верхней и нижней части схемы идентичны. Рассчитать напряжение $u_C(t)$ и ток конденсатора $i_C(t)$ при включении и выключении ключа [Space]. Переключения производить при максимуме напряжения на конденсаторе в нижней схеме рис. 4.7. Рассчитать входное напряжение таким образом, чтобы максимум установившегося напряжения был равен 100 В. Считать ключ в верхнем положении тоже включенным (замкнутым), в нижнем положении – выключенным (разомкнутым).

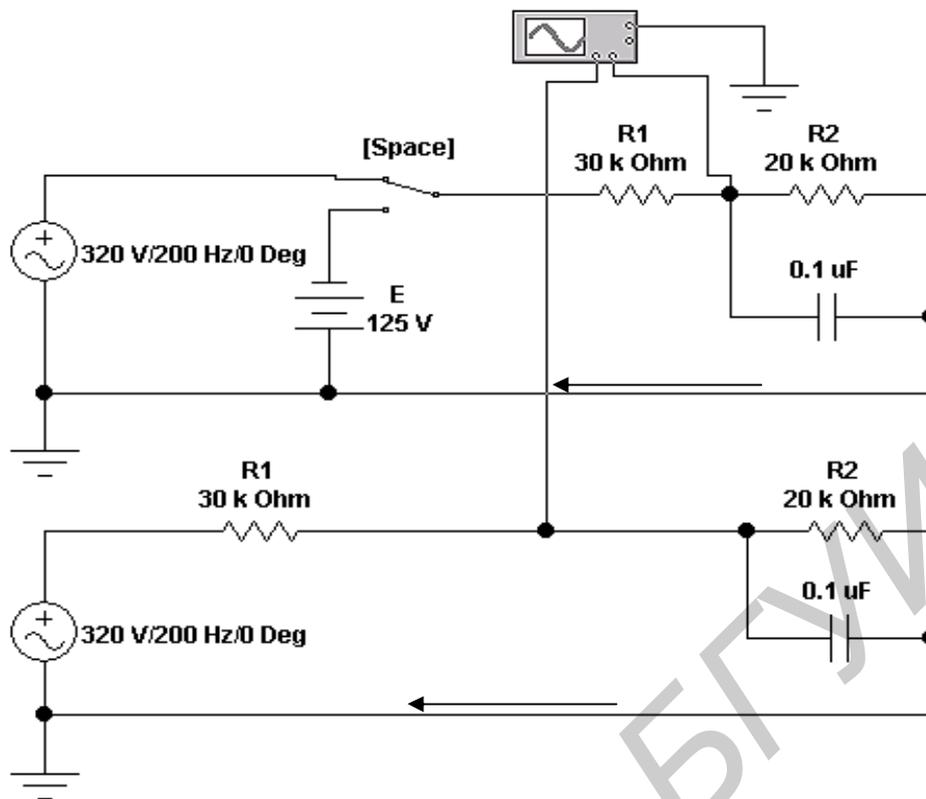


Рис. 4.7

Расчет

Пусть ключ находится в нижнем положении, т.е. цепь была подключена к источнику постоянной ЭДС 125 В. Исходные данные:

$$R_1 = 30000 \text{ Ом}, R_2 = 20000 \text{ Ом}, C = 0.1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}, f = 200 \text{ Гц}, U_C = j100/1.414 \text{ В.}$$

Рассмотрим сначала установившийся процесс (верхняя схема на рис. 4.7).

$$I_{1y} = -\frac{E}{R_1 + R_2} = -\frac{125}{50 \cdot 10^3} = -2,5 \cdot 10^{-3} \text{ А};$$

$$U_{Cy} = I_{1y} R_2 = -2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3 = -50 \text{ В.}$$

Таким образом, до коммутации напряжение на конденсаторе было $U_C(0^-) = U_C(0^+) = U_{Cy} = 50 \text{ В}$.

Затем мы переключаем ключ в верхнее положение и после окончания переходного процесса в цепи будет новое установившееся состояние. Его расчет проведем методом свертки.

$$Z_C = -jx_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{6,2832 \cdot 200 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = -j7957,73 = 7957,73 e^{-j90^\circ}, \text{ Ом.}$$

$$\dot{I}_{C\gamma} = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{j100/1.414}{-j7957,73} = -8,887 \text{ mA}; \dot{I}_{R2} = \frac{\dot{U}_C}{R_2} = \frac{j100/1.414}{20 \cdot 10^3} = j3,536 = 3,536e^{j90^\circ} \text{ mA};$$

$$\dot{I}_{R1} = \dot{I}_C + \dot{I}_{R2} = -8,887 + j3,536 = 9,565e^{j158,3^\circ} \text{ mA};$$

$$\dot{U}_{R1} = \dot{I}_{R1}R_1 = -266,615 + j106,099 = 286,95e^{j158,3^\circ} \text{ B};$$

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{U}_C + \dot{U}_{R1} = j100/1,414 - 266,615 + j106,099 = \\ &= -266,615 + j176,82 = 319,92e^{j146,45^\circ} \text{ B}. \end{aligned}$$

Напряжение источника ЭДС равно 320 В, а начальная фаза – 146,45°.

Определим постоянную времени цепи τ . Составим характеристическое уравнение цепи после коммутации, приравняем его к нулю и определим корень p .

$$Z(p) = R_1 + \frac{R_2 \frac{1}{pC}}{R_2 + \frac{1}{pC}} = 0.$$

Решая его, получим: $p = -\frac{R_1 + R_2}{CR_1R_2} = -\frac{50 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^3} = -833,3(3) \text{ c}^{-1}$.

Тогда постоянная времени $\tau = \frac{1}{|p|} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ c} = 1,2 \text{ мс}$.

Таким образом, при входном напряжении $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi - \varphi - 90^\circ)$ процесс при замыкании ключа отображается формулой

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \frac{U_{эм}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \sin(\omega t + \psi - \varphi - 90^\circ) + \\ &+ \left[U_{C0} - \frac{U_{эм}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \sin(\psi - \varphi - 90^\circ) \right] e^{-\frac{t}{\tau}}, \end{aligned}$$

где $U_{эм} = \frac{U_m R_2}{R_1 + R_2}$, $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Отсчет времени ведется от момента замыкания ключа. Ток конденсатора находится из выражения $i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}$.

Процесс при размыкании ключа в момент максимума установившегося напряжения на конденсаторе представляет собой перезаряд конденсатора через сопротивление R от эквивалентного источника $E_3 = ER_2 / (R_1 + R_2)$ и описывается вы-

ражениями:

$$u_C(t) = E_3 - \left(E_3 - \frac{U_m}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \right) e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}.$$

Экспериментальная проверка результатов расчета

Подключив осциллограф, как показано на рис. 4.7, и наблюдая на входе В установившийся процесс, переключим ключ [S] в момент прохождения первого максимума. Получим осциллограмму напряжения на конденсаторе, являющуюся суммой свободной составляющей и составляющей установившегося процесса (рис. 4.8).

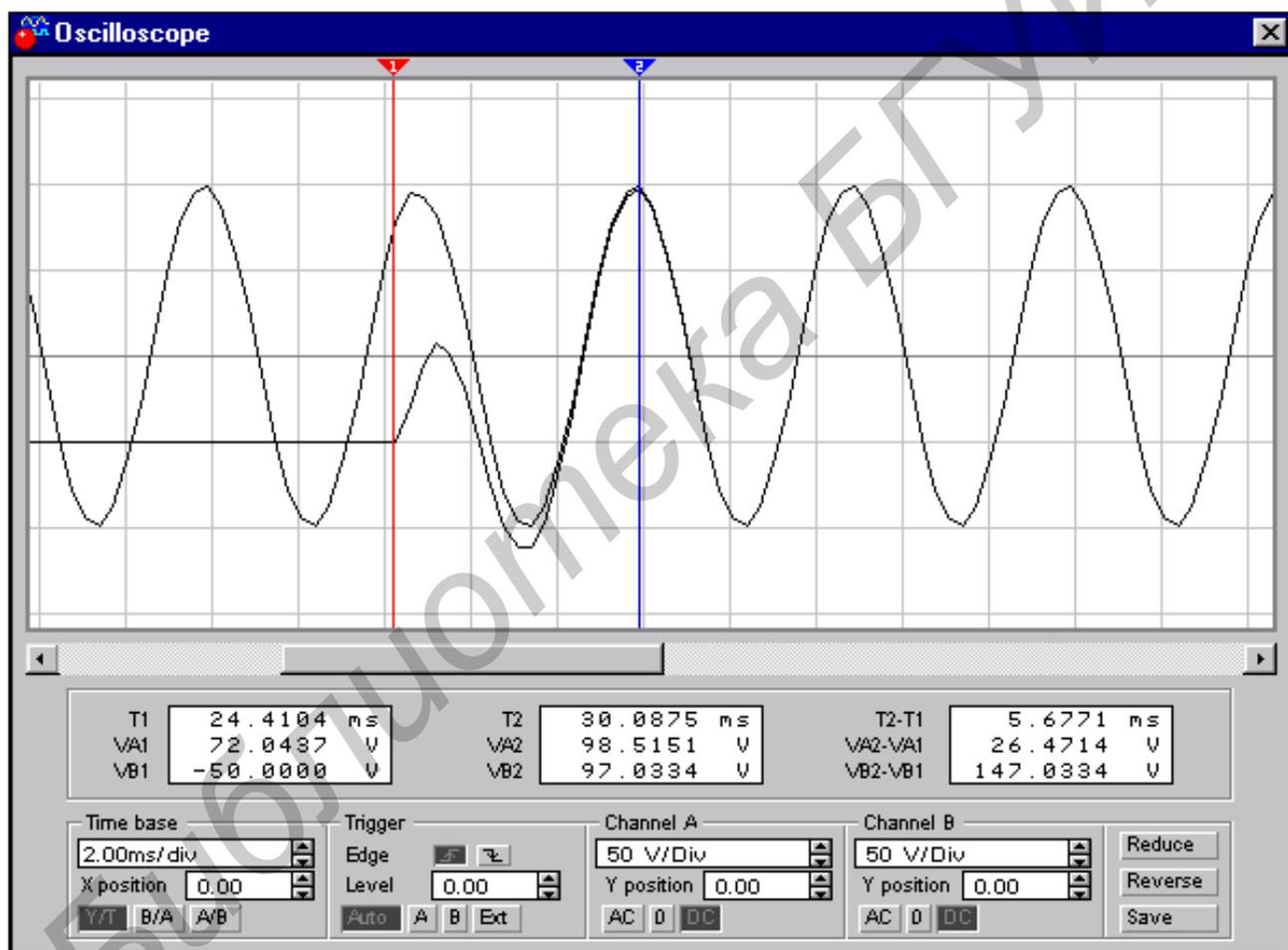


Рис. 4.8

Переходный процесс (см. рис.4.8) практически заканчивается к моменту прохождения второго максимума и процесс можно считать установившимся. На рис. 4.8 курсор 1 выставлен на начало переходного процесса (момент замыкания ключа), а курсор 2 – на конец переходного процесса.

Если теперь разомкнуть ключ в момент максимума установившегося напряжения на конденсаторе (положение курсора 1), то на осциллографе получим кривую

напряжения, являющуюся суммой свободной составляющей и составляющей установившегося процесса (см. рис. 4.9).

Из рис. 4.9 видно, что напряжение на конденсаторе изменяется от максимального значения равного 100 В до значения $U_{C\gamma} = -50$ В.

В момент прохождения лучом второго максимума переходный процесс практически заканчивается (см. положение курсора 2 на рис. 4.9).

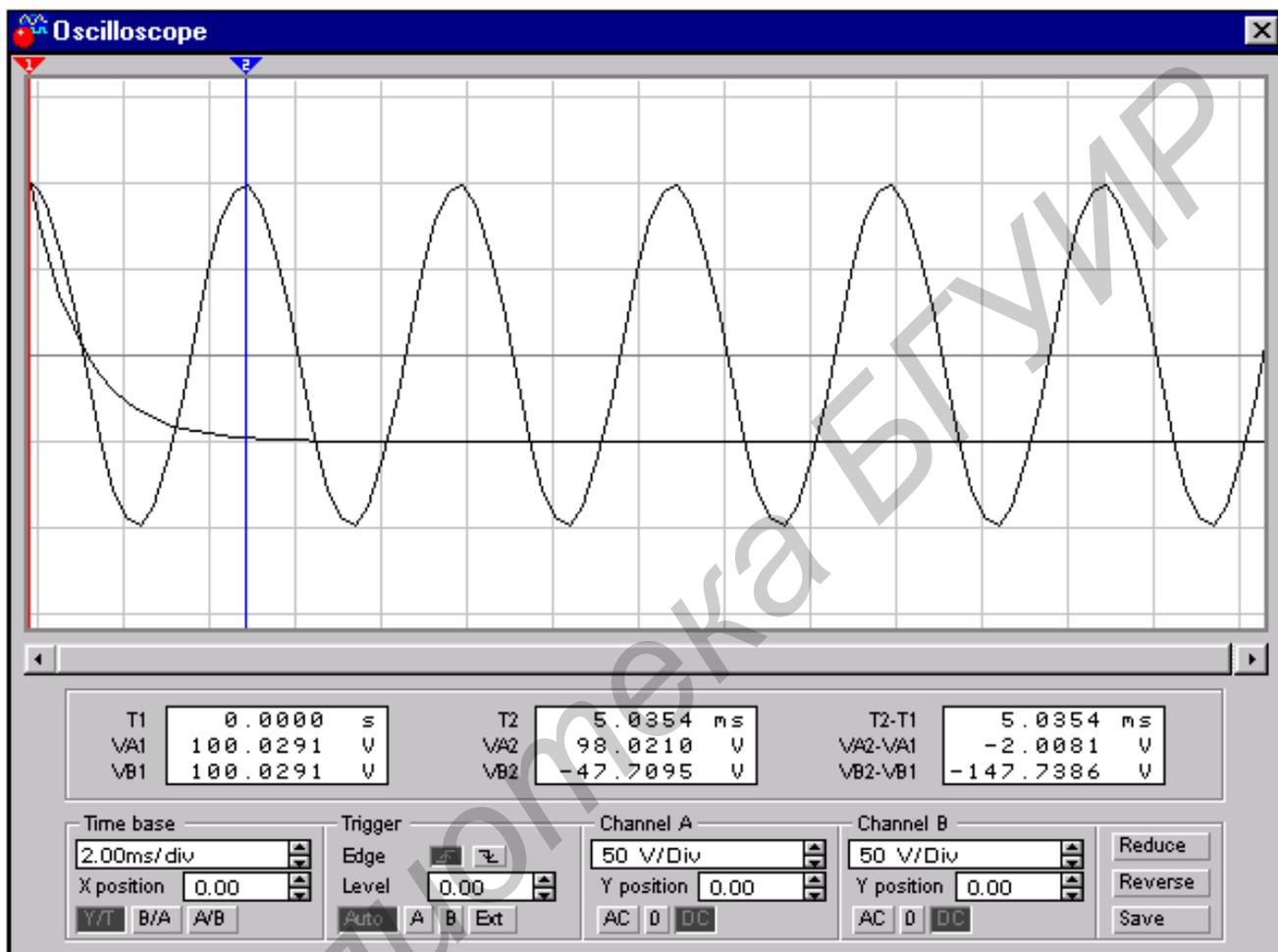


Рис. 4.9

5. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ С ДВУМЯ НАКОПИТЕЛЯМИ ЭНЕРГИИ

Цель

1. Исследование переходного процесса при подключении конденсатора к катушке индуктивности.
2. Исследование переходного процесса при подключении катушки индуктивности к источнику синусоидального напряжения.

Приборы и элементы

Амперметры
постоянной ЭДС

Вольтметры
Осциллограф

Мультиметр

Источники постоянного и переменного тока, ЭДС
Резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности.



Краткие сведения из теории

Пример расчета классическим методом переходного напряжения на конденсаторе при подключении его к катушке индуктивности на переменном токе

Исходные данные для схемы на рис. 5.1 следующие:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t) = 100 \sin(10^4 t) \text{ В.};$$

$$R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 24 \text{ Ом}; R_3 = 21 \text{ Ом}; L = 33 \text{ мГн}; C = 0,53 \text{ мкФ}.$$

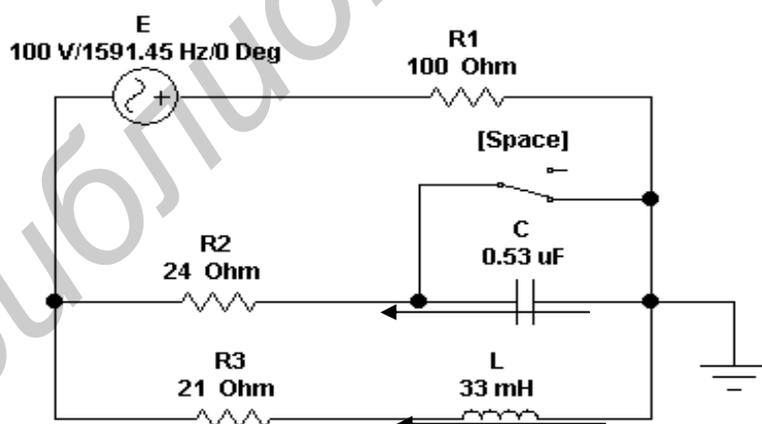


Рис. 5.1

Определим независимые начальные условия. К независимым начальным условиям относятся ток в индуктивности и напряжение на емкости, так как в момент коммутации они не могут изменяться скачком. До коммутации емкость в схеме от-

существует (ее зажимы закорочены ключом). Следовательно, напряжение на емкости до коммутации будет равно нулю и, согласно закону коммутации, не изменится непосредственно после размыкания ключа: $u_C(0-) = u_C(0+) = 0$.

Проведем расчет тока в индуктивности до коммутации символическим методом.

Реактивное сопротивление индуктивности $x_L = \omega L = 10^4 \cdot 33 \cdot 10^{-3} = 330 \text{ Ом}$;

реактивное сопротивление емкости $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^4 \cdot 0,53 \cdot 10^{-6}} = 188,68 \text{ Ом}$.

Комплексное сопротивление цепи относительно источника

$$\begin{aligned} Z &= r_1 + r_2(r_3 + jx_L)/(r_2 + r_3 + jx_L) = \\ &= 100 + 24(21 + j330)/(24 + 21 + j330) = 123,78e^{j0,8^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда тока в цепи источника определится по закону Ома:

$$\dot{I}_{1m} = \frac{\dot{E}_m}{Z} = 100/123,78e^{j0,8^\circ} = 0,808e^{-j0,8^\circ} \text{ А.}$$

Комплексную амплитуду тока в цепи с индуктивностью определим по правилу плеч:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{3m} &= \dot{I}_{1m}r_2/(r_2 + r_3 + jx_L) = \\ &= 0,808e^{-j0,8^\circ} \cdot 24/(45 + j330) = 0,058e^{-j83,03^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Мгновенное значение тока в цепи с индуктивностью запишется в виде

$$i_{3m} = 0,058\sin(10^4 t - 83,03^\circ) \text{ А.}$$

Полагая в последнем выражении $t = 0-$, получим величину тока в индуктивности непосредственно перед коммутацией:

$$i_3(0-) = 0,058\sin(-83,03^\circ) = -0,057 \text{ А.}$$

По законам коммутации ток в индуктивности не может изменяться скачком. Следовательно, $i_3(0-) = i_3(0+) = -0,057 \text{ А}$.

Принужденные составляющие тока в индуктивности и напряжения на емкости были определены ранее в разд. 3, поэтому сразу запишем мгновенное значение принужденной составляющей напряжения на емкости

$$u_{\text{сгр}} = 89,62 \sin(10^4 t - 18,7^\circ) \text{ В.}$$

Характеристическое уравнение цепи после коммутации составим через входное сопротивление. Для этого в цепи после коммутации исключаем источники (вместо источников необходимо включить их внутренние сопротивления). В полученной пассивной цепи разрываем любую ветвь и относительно разрыва записывают комплексное входное сопротивление $Z(j\omega)$. В выражении $Z(j\omega)$ $j\omega$ заменяют на p . Выражение $Z(p)$ приравняем к нулю.

Для рассматриваемой цепи на рис. 5.1 замыкаем накоротко зажимы источника ЭДС. Разрываем ветвь с емкостью. Комплексное входное сопротивление относительно разрыва запишется в виде

$$Z(j\omega) = r_2 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{r_1(r_3 + j\omega L)}{r_1 + r_3 + j\omega L}.$$

Полагая в последнем выражении $j\omega = p$, получим

$$Z(p) = r_2 + \frac{1}{pC} + \frac{r_1(r_3 + pL)}{r_1 + r_3 + pL} = 0.$$

После выполнения алгебраических преобразований и подстановки численных значений получим характеристическое уравнение второго порядка:

$$p^2 + 16439p + 55792249 = 0.$$

Корни уравнения $p_1 = -4789$, $p_2 = -11649$.

По виду корней характеристического уравнения записывается свободная составляющая переходного процесса. Так как число корней равно двум и они действительные, то

$$u_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Переходный процесс по напряжению на емкости ищем в виде суммы двух составляющих

$$u_c(t) = u_{\text{сгр}}(t) + u_{\text{св}}(t) = 89,62 \sin(10^4 t - 18,7^\circ) + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

В последнем уравнении неизвестными являются A_1 и A_2 , следовательно, для их однозначного определения необходимо второе уравнение. Получим его дифференцированием первого

$$\frac{du_c}{dt} = 89,62 \cdot 10^4 \cos(10^4 t - 18,7^\circ) + (-4789)A_1 e^{-4789t} + (-11649)A_2 e^{-11649t}.$$

Полагая в обоих уравнениях $t = 0+$, получим

$$u_c(0+) = 89,62 \sin(-18,7^\circ) + A_1 + A_2,$$

$$\frac{du_c(0+)}{dt} = 89,62 \cdot 10^4 \cos(-18,7^\circ) + (-4789)A_1 + (-11649)A_2.$$

Производная напряжения на емкости в момент коммутации относится к зависимым начальным условиям. Определим ее значение по выражению

$$\frac{du_c(0+)}{dt} = \frac{i_2(0+)}{C}.$$

Значение $i_2(0+)$ определим из системы уравнений Кирхгофа для момента времени $t = 0+$ послекоммутационной цепи

$$r_1 i_1(0+) + u_c(0+) + r_2 i_2(0+) = e(0+);$$

$$-r_2 i_2(0+) - u_c(0+) + L \frac{di_3(0+)}{dt} + r_3 i_3(0+) = 0; \quad i_1(0+) = i_2(0+) + i_3(0+).$$

Подставляя численные значения найденных ранее независимых начальных условий $i_3(0+)$, $u_c(0+)$ и значение $e(0+) = 0$, определим значение $i_2(0+)$.

Тогда
$$\frac{du_c(0+)}{dt} = \frac{i_2(0+)}{C} = \frac{0,046}{0,53 \cdot 10^{-6}} = 86792,45 \text{ В/с}.$$

Уравнения для определения постоянных интегрирования примут вид

$$0 = -28,73 + A_1 + A_2, \quad 86792,45 = 848890 - 4789A_1 - 11649A_2.$$

Решая полученную систему уравнений, определим постоянные интегрирования $A_1 = -62,31$; $A_2 = 91,04$.

Окончательное выражение для переходного напряжения на емкости

$$u_c(t) = u_{cпр}(t) + u_{cсв}(t) = 89,62 \sin(10^4 t - 18,7^\circ) - 62,31 e^{-4789t} + 91,04 e^{-11649t}.$$

Постоянная времени τ определяется как величина, обратная минимальному по модулю корню характеристического уравнения

$$\tau = \frac{1}{|p_{\min}|} = \frac{1}{|-4798|} = 0,208 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Теоретически переходные процессы длятся бесконечно долго. Практически же – оканчиваются за время, равное трем постоянным времени $t_{\text{пн}} = 3\tau$. За это время свободная составляющая переходного процесса будет иметь значение, составляющее 5% от значения при $t = 0 +$. Для рассматриваемого примера длительность переходного процесса будет равна

$$t_{\text{пн}} = 3 \cdot 0,208 \cdot 10^{-3} = 0,624 \cdot 10^{-3} \approx 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Экспериментальная проверка результатов расчета

Экспериментальная проверка полученных результатов заключается в измерении величин, характеризующих изменение напряжения на конденсаторе при размыкании ключа.

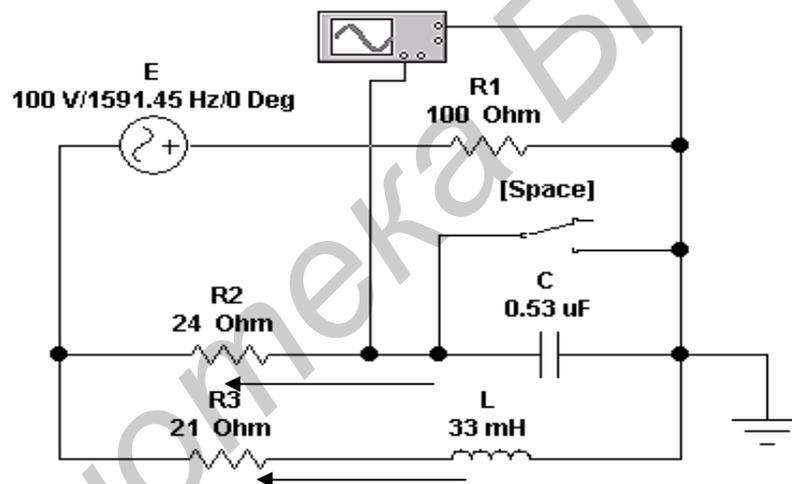


Рис. 5.2

Для получения осциллограммы процесса нужно правильно собрать схему измерений. Общий вывод осциллографа и один из узлов исследуемой схемы нужно заземлить (рис.5.2). На рис. 5.3 изображена кривая изменения напряжения на конденсаторе при отключении ключа.

Краткие сведения из теории

Операторный метод расчета переходных процессов

Операторный метод анализа переходных процессов получил широкое применение для расчета и исследования переходных процессов в устройствах связи и автоматического регулирования, в импульсных цепях и т.п.

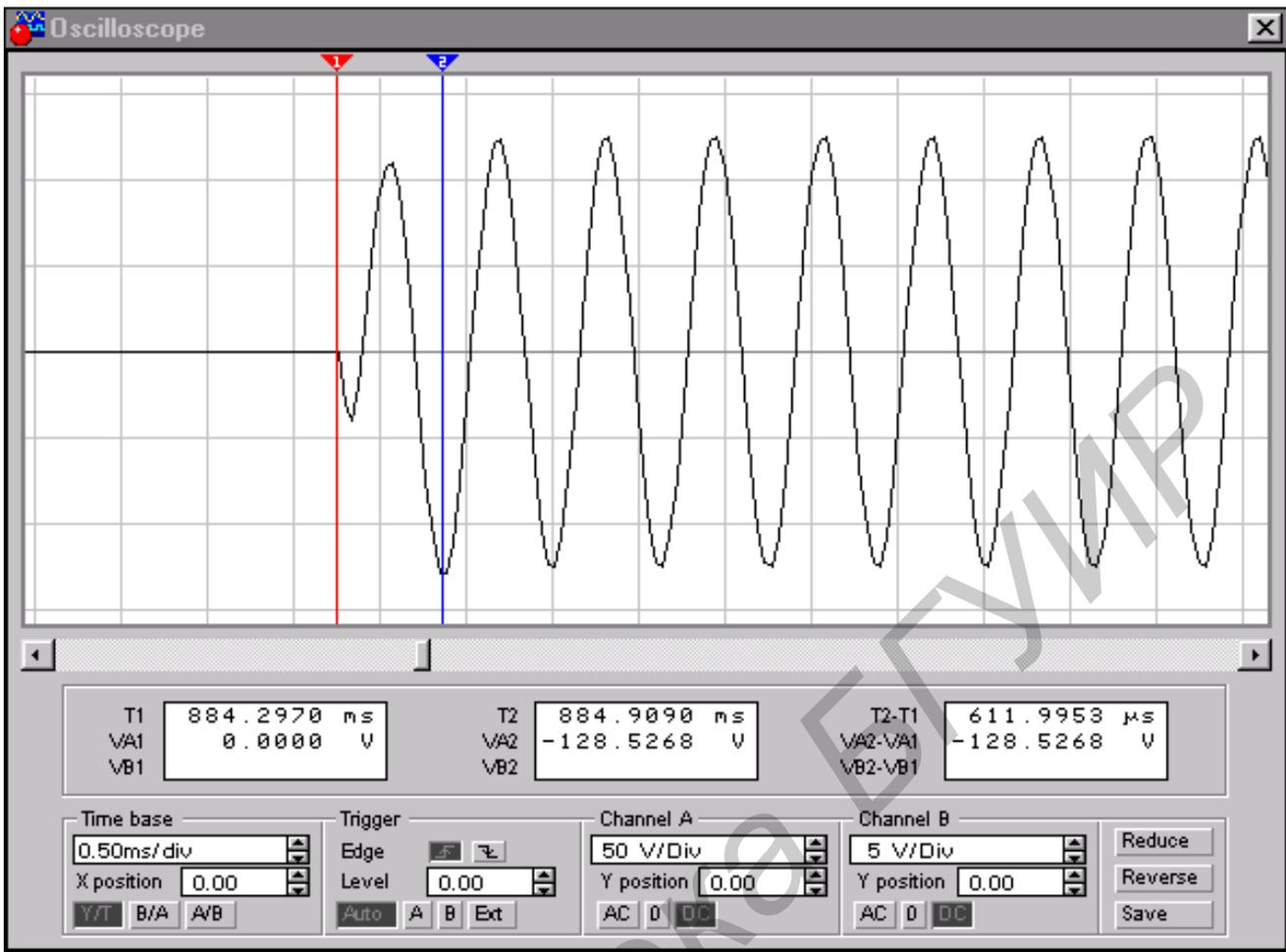


Рис. 5.3

Операторный метод лишен крупных недостатков классического метода анализа переходных процессов в линейных электрических цепях (ЛЭЦ), связанных со значительными трудностями в вычислении постоянных интегрирования: отыскания принужденной составляющей, если внешнее воздействие не является периодической функцией. Операторный метод пригоден для расчета переходных процессов ЛЭЦ с сосредоточенными и распределенными параметрами при нулевых и ненулевых начальных условиях. Он составляет основу не только анализа, но и синтеза цепей.

Функция $i(t)$ или $u(t)$, называемая **оригиналом**, удовлетворяющая условиям Дирихле на любом конечном промежутке времени и равная нулю при $t < 0$, заменяется соответствующей ей функцией $F(p)$ комплексного переменного p , называемой **изображением**. Эти функции связаны соотношением

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad \text{или} \quad F(p) = L\{f(t)\},$$

называемым прямым преобразованием Лапласа.

В табл. 5.1 приводятся оригиналы простейших функций и их изображения.

Таблица 5.1

Оригинал	Изображение	Оригинал	Изображение
$i(t)$	$I(p)$	$(1-at) e^{-at}$	$p/(p+a)^2$
$u(t)$	$U(p)$	$1 - e^{-at}$	$a/[p(p+a)]$
1	$1/p$	$(1 - e^{-at})/a$	$1/[p(p+a)]$
te^{-at}	$1/(p+a)^2$	$E_m \sin \omega t$	$\omega E_m / (p^2 + \omega^2)$
t^n	$n! / p^{n+1}$	$E_m e^{-at} \sin(\omega t)$	$\omega E_m / [(p+a)^2 + \omega^2]$
t	$1/p^2$	$E_m \cos \omega t$	$p E_m / (p^2 + \omega^2)$
$E(\text{const})$	E/p	$e^{-at} \cos \omega t$	$(p+a) / [(p+a)^2 + \omega^2]$
$E e^{\pm at}$	$E / (p \pm a)$	chat	$p / (p^2 - a^2)$
$L di(t)/dt$	$pL \cdot I(p) - Li(0)$	$e^{j(\omega t + \psi)}$	$e^{j\psi} / (p - j\omega)$
$(1/C) \int i(t) dt$	$I(p)/pC + u_c(0)/p$	sh at	$a / (p^2 - a^2)$

Выберем направления токов против часовой стрелки и запишем систему уравнений по 1- и 2-му законам Кирхгофа для схемы, приведенной на рис.5.4,а.

$$i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) = 0,$$

$$r_1 i_1(t) + L di_1/dt + (1/C)[i_1(t)dt - r_2 i_2(t)] = 0,$$

$$r_1 i_1(t) + L di_1/dt + (1/C)[i_1(t)dt + r i(t)] = e(t).$$

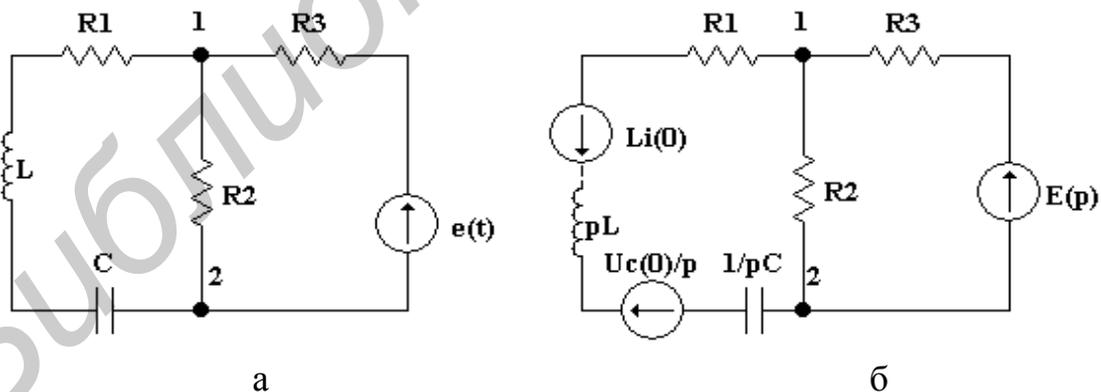


Рис. 5.4

Используя табл. 5.1, перейдем от оригиналов к изображениям, получим систему алгебраических уравнений:

$$I_1(p) + I_2(p) - I(p) = 0,$$

$$r_1 I_1(p) + LpI_1(p) - Li_1(0) + I_1(p)/pC + u_c(0)/p - r_2 I_2(p) = 0,$$

$$r_1 I_1(p) + LpI_1(p) - Li_1(0) + I_1(p)/pC + u_c(0)/p + rI(p) = E(p).$$

Операторная схема, соответствующая этой системе уравнений, показана на рис. 5.4,б. Как видно из схемы, в ветвях с параметрами L и C при ненулевых начальных условиях должны быть учтены источники ЭДС $Li_L(0)$, $u_c(0)/p$ и $Mi_L(0)$ (в цепях с индуктивными связями).

На рис. 5.5 показан переход от индуктивных и емкостных элементов с

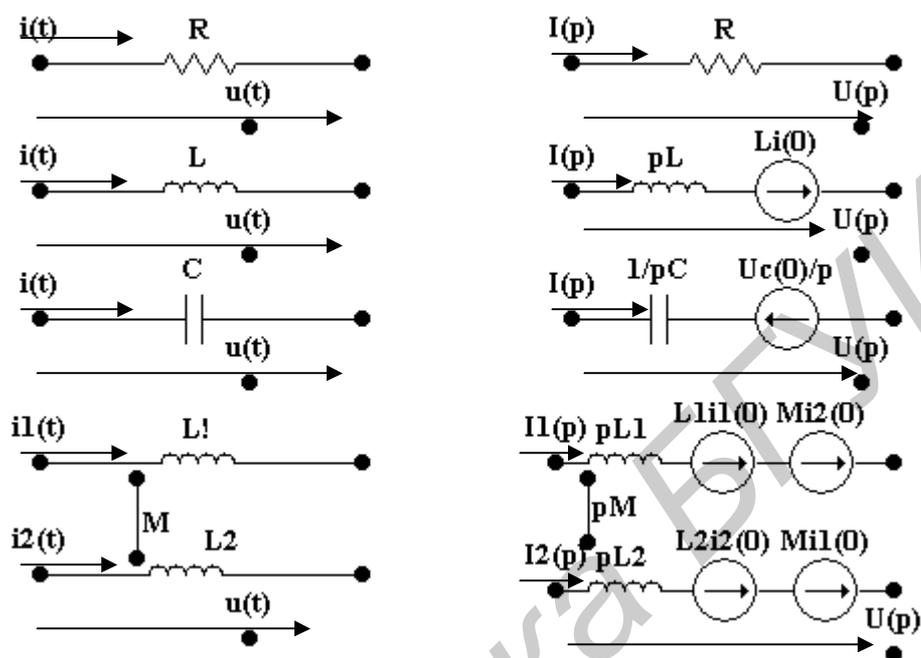


Рис.5.5

мгновенными значениями токов и напряжений к элементам операторной схемы, причем направление источника напряжения $Li_L(0)$ совпадает с направлением тока $i_L(0)$, а источник напряжения $u_c(0)/p$ направлен против тока, который заряжал конденсатор в схеме до коммутации.

Запишем напряжение $U_{12}(p)$ в операторной форме:

$$U_{12}(p) = R_2 I_2(p) = (R_1 + Lp + 1/Cp) I_1(p) - Li_1(0) + u_c(0)/p = E(p) - R_3 I(p).$$

Токи в ветвях найдем по закону Ома в операторной форме:

$$I_1(p) = \frac{U_{12}(p) + Li_1(0) - u_c(0)/p}{Z_1(p)}; I_2(p) = \frac{U_{12}(p)}{R_2}; I(p) = Y_3(p)(E(p) - U_{12}(p)),$$

где $Z_1(p) = R_1 + Lp + 1/Cp$ - операторное сопротивление первой ветви. Величина, обратная операторному сопротивлению, называется операторной проводимостью: $Y(p) = 1/Z(p)$.

Операторные сопротивления записывают так же, как и сопротивления в комплексной форме, в которых $j\omega$ заменено на p .

Первый закон Кирхгофа в операторной форме:

$$I_1(p) + I_2(p) + \dots + I_n(p) = \sum_{k=1}^n I_k(p) = 0.$$

Второй закон Кирхгофа в операторной форме:

$$\sum_{k=1}^n Z_k(p) \cdot I_k(p) = \sum_{k=1}^n [E_k(p) + L_k i_{Lk}(0) - u_{Ck}(0)/p],$$

где $i_{Lk}(0)$ и $u_{Ck}(0)$ – начальные значения токов в катушках индуктивности и напряжений на конденсаторах в соответствующих ветвях.

При нулевых начальных условиях ($i_{Lk}(0) = 0$ и $u_{Ck}(0) = 0$) второй закон Кирхгофа имеет вид

$$\sum_{k=1}^n Z_k(p) \cdot I_k(p) = \sum_{k=1}^n [E_k(p)].$$

Он аналогичен второму закону Кирхгофа в комплексной форме. Чаще всего изображение искомой величины имеет вид рациональной дроби:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0},$$

где a_k и b_k – вещественные числа, а $m < n$.

В зависимости от вида корней характеристического уравнения $F_2(p) = 0$ выражение теоремы разложения имеет вид:

а) если корни вещественные, отрицательные и различные, то оригинал определяется выражением $f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}$;

б) если знаменатель уравнения $F_2(p) = p F_3(p) = 0$ имеет один корень, равный нулю, то оригинал находят по формуле

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3'(p_k)} e^{p_k t};$$

в) если уравнение $F_2(p) = 0$ имеет один нулевой корень и два комплексных корня $p_{k1,2} = -\delta \pm j\omega_{св}$, то выражение теоремы разложения имеет вид

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + 2 \operatorname{Re} \frac{F_1(p_{k1})}{p_{k1} F_3'(p_{k1})} e^{p_{k1} t}.$$

Теорема запаздывания (смещения) оригинала имеет вид

$$f(t - t_0) \dots F(p) e^{-p t_0}.$$

Теорема смещения изображения

$$F(p + \alpha) \dots f(t) e^{-\alpha t}.$$

Произведение изображений имеет вид

$$F_1(p) F_2(p) \dots \int_0^t f_1(t-x) f_2(x) dx.$$

Этапы решения задач операторным методом:

а) из схемы до коммутации определяются ННУ и составляется операторная схема замещения;

б) любым методом расчета определяются изображения искомых величин;

в) с помощью теоремы разложения, таблиц, связывающих оригиналы и их изображения, или обратного преобразования Лапласа находятся оригиналы по найденным изображениям.

Необходимо подчеркнуть, что для составления операторных уравнений применимы все известные методы расчета цепей (метод уравнений Кирхгофа, метод контурных токов, метод эквивалентного источника и т.д.). Надо обратить внимание на то, что полученная система операторных уравнений может быть решена относительно неизвестных либо путем сведения ее к одному неизвестному (сложение и вычитание, подстановка), либо с помощью определителей.

Пример расчета операторным методом тока в индуктивной катушке и напряжения на емкости при отключении источника постоянной ЭДС

Исходные данные для схемы на рис.5.6 следующие:
 $E = 100$ мВ, $R_1 = 100$ Ом; $R_2 = 21$ Ом; $R_3 = 24$ Ом; $C = 0.53$ мкФ; $L = 0,033$ Гн. Требуется рассчитать ток в ветви с индуктивностью $i_L(t)$ и напряжение $u_c(t)$ операторным методом, если источник отключается. Построить графики $i_L(t)$ и $u_c(t)$.

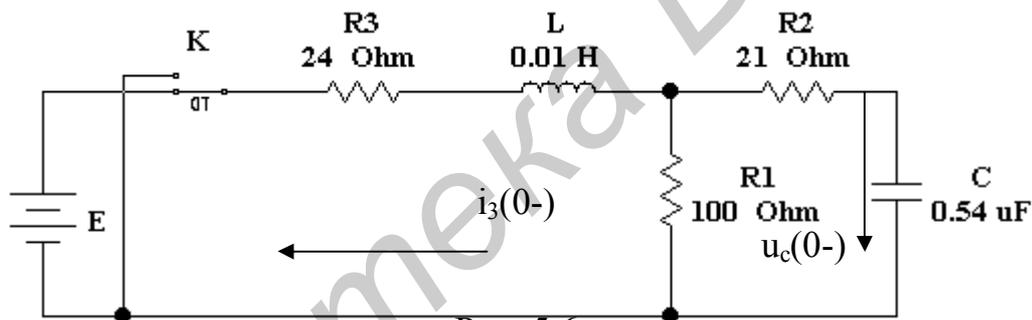


Рис. 5.6

Шаг 1. Расчет схемы до коммутации (рис. 5.6).

Задача с ненулевыми начальными условиями. Через индуктивную катушку до отключения ЭДС протекает постоянный ток:

$$i_3(0-) = E / (R_1 + R_3) = 100 / (100 + 24) = 0,806 \text{ мА.}$$

Напряжение на конденсаторе до коммутации:

$$u_c(0-) = R_1 i_3(0-) = 100 \cdot 0,806 = 80,6 \text{ мВ.}$$

По законам коммутации запишем независимые начальные условия (ННУ)

$$i_L(0) = i_3(0) = i_3(0-) = 0,806 \text{ мА,}$$

$$u_C(0) = u_C(0-) = 80,6 \text{ мВ.}$$

Шаги 2,3. Составим операторную схему замещения и найдем изображения искомых величин. Операторная схема замещения согласно (см. рис. 5.6) изображена на рис. 5.7.

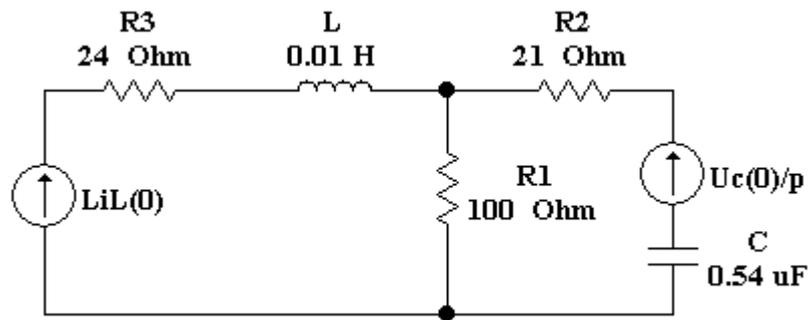


Рис. 5.7

По методу контурных токов запишем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} (R_1 + R_2 + \frac{1}{pC})I_{11}(p) + R_1 I_{22}(p) &= -\frac{u_c(0)}{p}; \\ R_1 I_{11}(p) + (R_1 + R_3 + pL)I_{22}(p) &= -Li_3(0). \end{aligned} \right.$$

Решая эти уравнения и учитывая, что ток второй ветви $I_2(p)$ совпадает по направлению с контурным током $I_{11}(p)$, а ток третьей ветви $I_3(p)$ направлен против контурного тока $I_{22}(p)$, получим после подстановки численных значений окончательные выражения операторных токов второй и третьей ветвей:

$$I_2(p) = I_{11}(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{-8259,835}{p^2 + 19440,1p + 189776550};$$

$$I_3(p) = -I_{22}(p) = \frac{M_1(p)}{M_2(p)} = \frac{-0,806p - 5673,6}{p^2 + 19440,1p + 189776550}.$$

Емкость на операторной схеме замещения цепи изображается операторным сопротивлением и источником ЭДС, учитывающим ненулевые начальные условия. Запишем изображение напряжения на емкости (см. рис. 5.5):

$$U_C(p) = \frac{u_c(0)}{p} + \frac{1}{pC} I_2(p).$$

Подставляя числовые значения, получим

$$U_C(p) = \frac{80,6}{p} + \frac{-15295,99 \cdot 10^{-6}}{p(p^2 + 19440,098 \cdot p + 189776550)} = U_{C1}(p) + U_{C2}(p).$$

Шаг 4. Определяем искомые токи и напряжения. По изображению $I_3(p)$ найдем оригинал тока $i_3(t)$ с помощью теоремы разложения

$$i_3(t) = \sum_{k=1}^n \frac{M_1(p_k)}{M_2'(p_k)} e^{p_k \cdot t},$$

где p_k – k -й корень характеристического уравнения $M_2(p)=0$; n – порядок характеристического уравнения; $M_2'(p) = [dM_2(p)/dp]$ – производная полинома $M_2(p)$.

Для тока в индуктивности $i_3(t)$ запишем:

$$M_1(p) = 0,806p + 18996,633;$$

$$M_2(p) = p^2 + 19440,098p + 189776550;$$

$$M'_2(p) = 2p + 19440,098.$$

Решая характеристическое уравнение

$$M_2(p) = p^2 + 19440,098p + 189776550 = 0,$$

находим два корня:

$$p_1 = -9720,049 + j9762,028;$$

$$p_2 = -9720,049 - j9762,028.$$

Коэффициенты при экспонентах в случае комплексно сопряженных корней тоже будут комплексно сопряженными, поэтому при суммировании мнимая часть будет равна нулю и ток $i_3(t)$ можно определить как удвоенное значение вещественной части первого или второго слагаемого:

$$i_3(t) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{M_1(p_1)}{M'_2(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} \right].$$

После подстановки в последнее выражение численных значений получим:

$$i_3(t) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{0,806(-9720,049 + j9762,028) + 5673,66}{2(-9720,049 + j9762,028) + 19440,098} e^{-(9720,049 + j9762,028)t} \right] =$$

$$= 0,8359 e^{-9720,049t} \sin(9762,028t + 105^\circ) \text{ мА.}$$

Переходное напряжение на емкости вычислим, используя полученное ранее изображение $U_C(p)$ и свойство линейности преобразования Лапласа. Сумме изображений $U_C(p) = U_1(p) + U_2(p)$ будет соответствовать сумма оригиналов $u_C(t) = u_1(t) + u_2(t)$, где

$$U_1(p) = \frac{80,6}{p}; U_2(p) = \frac{N_1(p)}{N_2(p)} = \frac{15295,99 \cdot 10^6}{p \cdot (p^2 + 19440,098p + 189776550)}.$$

Изображению $U_1(p)$ в области оригиналов будет соответствовать константа $u_1(t) = U_1 = 80,6$. Оригинал $u_2(t)$ находим по теореме разложения. Характеристическое уравнение $N_2(p) = 0$ имеет три корня: $p_1 = 0$; $p_2 = -9720 + j9762$; $p_3 = -9720 - j9762$. Следовательно, $u_2(t) = \frac{N_1(0)}{N_2(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{N_1(p_2)}{p_2 N'_2(p_2)} e^{p_2 t} \right]$.

После подстановки численных значений и выполнения всех преобразований получим

$$u_{C2}(t) = -80,6 + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{-15295 \cdot 10^6}{2(-9720 + j9762)^2 + 19440(-9720 + j9762)} \right] =$$

$$= 113,72 e^{-9720t} \sin(9762t + 45,1^\circ) - 80,6.$$

Складывая $u_1(t)$ и $u_2(t)$, находим напряжение на емкости:

$$u_C(t) = 113,72e^{-9720t} \sin(9762t + 45,1^\circ) \text{ мВ.}$$

Кривые тока $i_3(t)$ и напряжения на емкости $u_C(t)$ изображены на рис. 5.8, где $T_{CB} = 2\pi/\omega_{CB} = 6,28159/9762 = 6,436 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $\tau = 1/\delta = 1/9720 = 1,029 \cdot 10^{-4} \text{ с}$;

$$t_{CB} = 5\tau = 5,145 \cdot 10^{-4} \text{ с};$$

$$t_1 = \pi(180 - \psi_i)/(180\omega_{CB}) = 3,14159(180 - 105)/(9762 \cdot 180) = 1,31 \cdot 10^{-4} \text{ с};$$

$$t_2 = \pi(180 - \psi_i)/(180\omega_{CB}) = 3,14159(180 - 45,1)/(9762 \cdot 180) = 2,35 \cdot 10^{-4} \text{ с};$$

$$m_t = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ с/см}; \quad m_i = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ мА/см}; \quad m_u = 20 \cdot 10^{-4} \text{ мВ/см.}$$

Результаты расчета сведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

t	0	τ	t_1	2τ	t_2	3τ	$t_1 + \pi$	$t_2 + \pi$	5τ
$i_3(t), \text{мА}$	0,807	0,092	0	-0,073	-0,069	-0,042	0	0,003	0,002
$u_C(t), \text{мВ}$	80,5	40,7	26,8	5,3	0	-3,5	-1,2	0	0,1

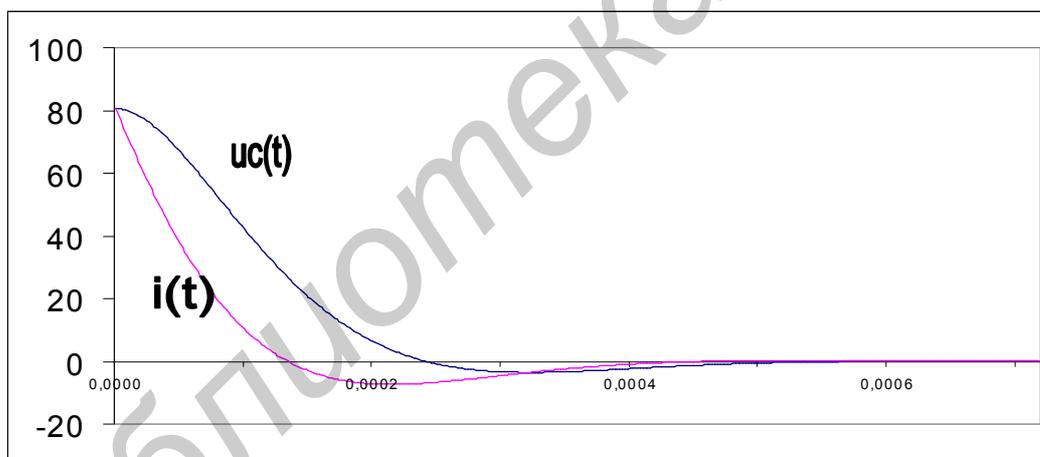


Рис. 5.8

Экспериментальная проверка результатов расчета

Подключив осциллограф, как показано на рис. 5.9, отключим источник ЭДС и наблюдаем на входе А переходной процесс (свободную составляющую). Получим осциллограмму напряжения на резисторе R_3 (рис. 5.10), совпадающую по форме с током $i_L(t)$. На рис. 5.10 видно, что переходный процесс практически заканчивается к моменту времени появления второго максимума и процесс можно считать установившимся, т.е. $i_{Lуст}(t) = 0$. На рис. 5.11 курсор 1 выставлен в момент прохождения максимума $u(t_1) = a_1 = -1,7914 \text{ мВ}$ при $t_1 = 10,208 \text{ мс}$, а курсор 2 – на момент прохождения максимума $u(t_2) = a_2 = -0,35874 \cdot 10^{-3} \text{ мВ}$ при $t_2 = 10,850 \text{ мс}$,

сдвинутого на один период свободных колебаний $T_{св} = t_2 - t_1 = 10,850 - 10,208 = 0,642$ (мс).

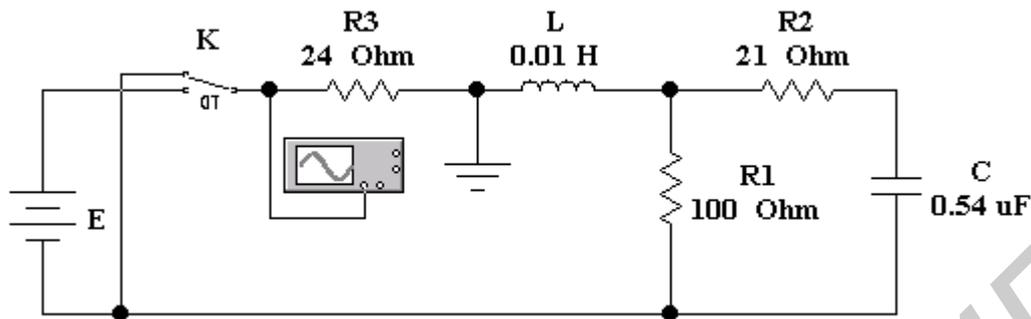


Рис.5.9

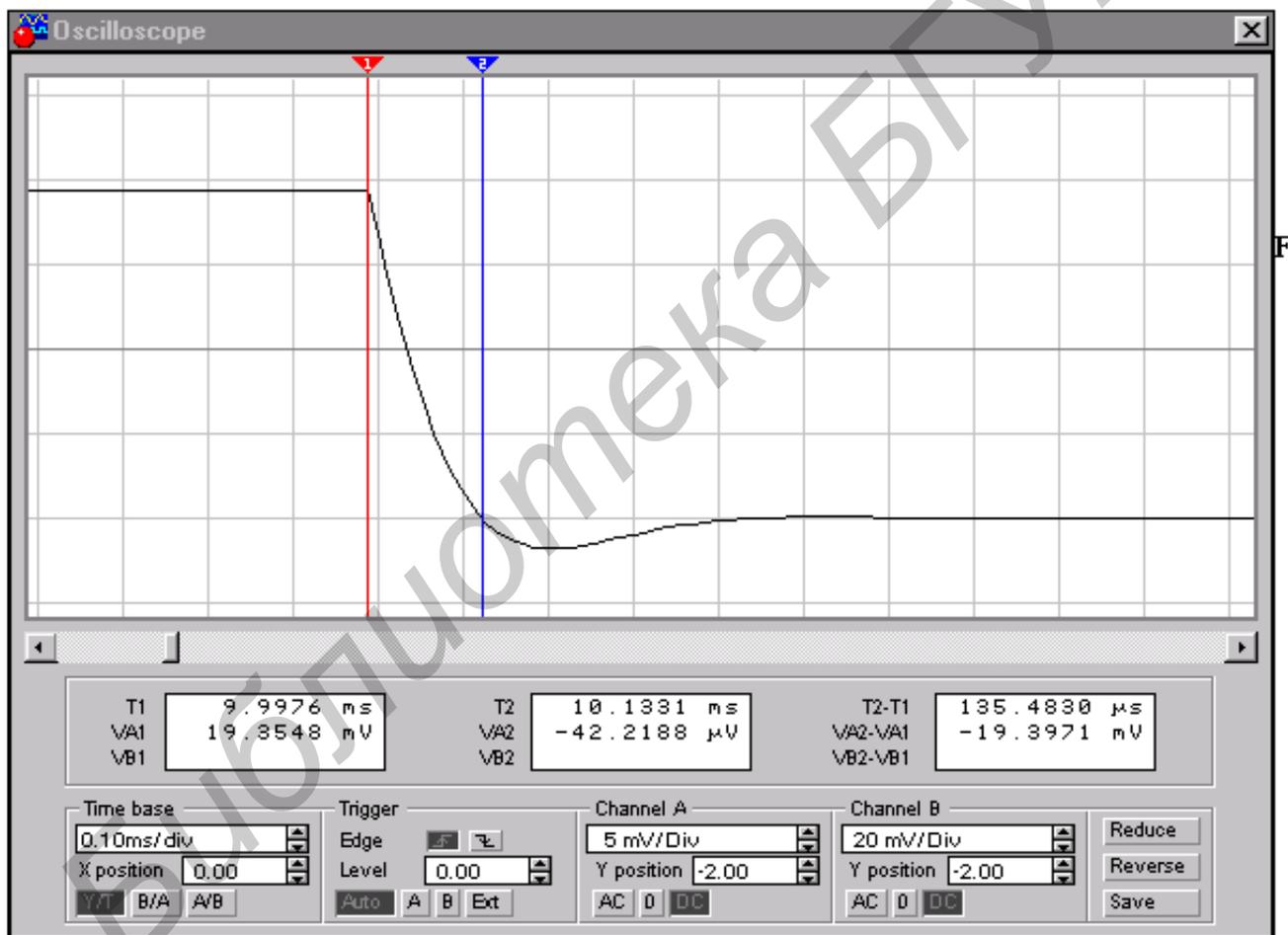


Рис. 5.10

Характер переходного процесса – колебательный с угловой частотой $\omega_{св} = 2\pi/T_{св} = 6,2831/0,000642 = 9786$ рад/с, что близко к расчетной частоте. Скорость затухания переходного процесса принято оценивать логарифмическим декрементом колебаний, равным $\theta = \ln(a_1/a_2) = \delta T_{св} = 6,213$. Свободная составляющая $i_{Lсв}(t)$ имеет вид затухающей синусоиды с начальной фазой ψ_1 . Время начала пере-

ходного процесса (момент замыкания ключа $u(t(0)) = 19,3548 \text{ мВ}$ рис. 5.10) $t(0) = 9,9976 \text{ мс}$, а время прохождения синусоиды через нуль $t = 10,1331 \text{ мс}$. Начальную фазу определим из выражения

$$\psi_i = 180 - 360[t - t(0)] / T_{\text{св}} = 180 - 360 \cdot 0,137883 / 0,648 = 103,4^\circ.$$

Получили результат, близкий к вышеприведенному расчету. Огибающая колебаний определяется кривой $Ae^{-\delta t}$. Чем больше $\delta = \theta / T_{\text{св}} = 6,213 / 0,000642 = 9677 \text{ 1/с}$, тем быстрее затухает колебательный процесс. Коэффициент A определим из выражения $A = i_L(0) / \sin(103,4^\circ) = 0,80645 / 0,9728 = 0,829 \text{ мА}$, где $i_L(0) = u(t(0)) / R_3 = 19,3548 / 24 = 0,80645 \text{ мА}$.

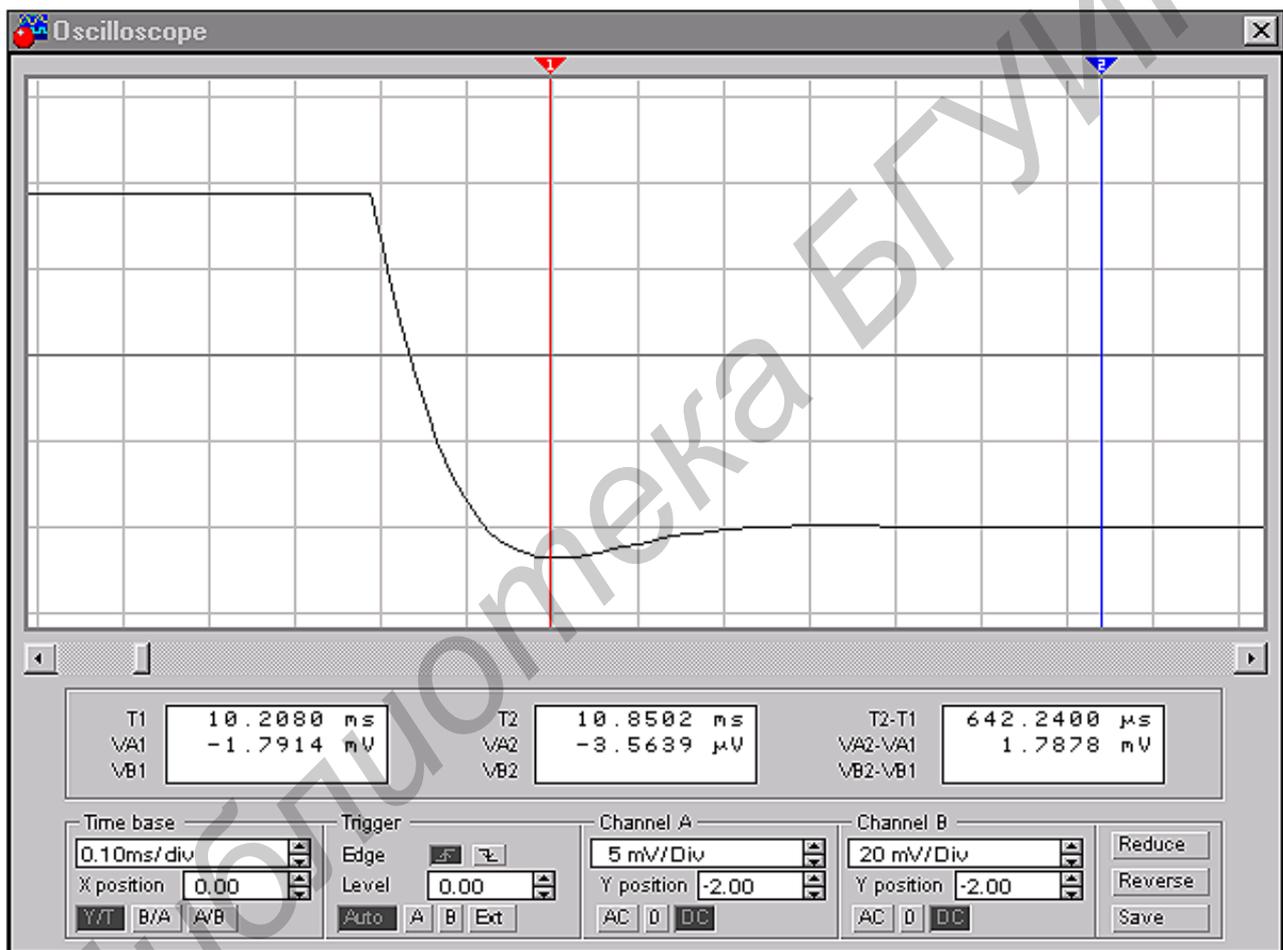


Рис.5.11

Амплитуду и фазу напряжения $u_c(t)$ найдем по кривой на рис. 5.13, полученной из схемы рис. 5.12.

$$\psi_u = 180 - 360[t - t(0)] / T_{\text{св}} = 180 - 360 \cdot 0,2444 / 0,648 = 44,2^\circ,$$

$$B = u_c(0) / \sin(44,2^\circ) = 80,645 / 0,697 = 115,7 \text{ мВ}.$$

результате расчета по экспериментальным данным мы имеем

Р

В

$$i_L(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_{CB}t + \psi_i) = 0,829e^{-9677t} \sin(9786t + 103,4^\circ) \text{ mA};$$

$$u_c(t) = Be^{-\delta t} \sin(\omega_{CB}t + \psi_u) = 115,7e^{-9677t} \sin(9786t + 44,2^\circ) \text{ mB}.$$

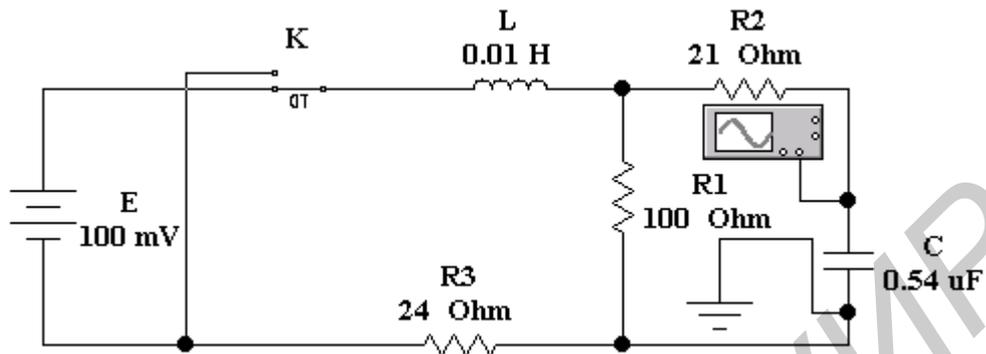


Рис. 5.12

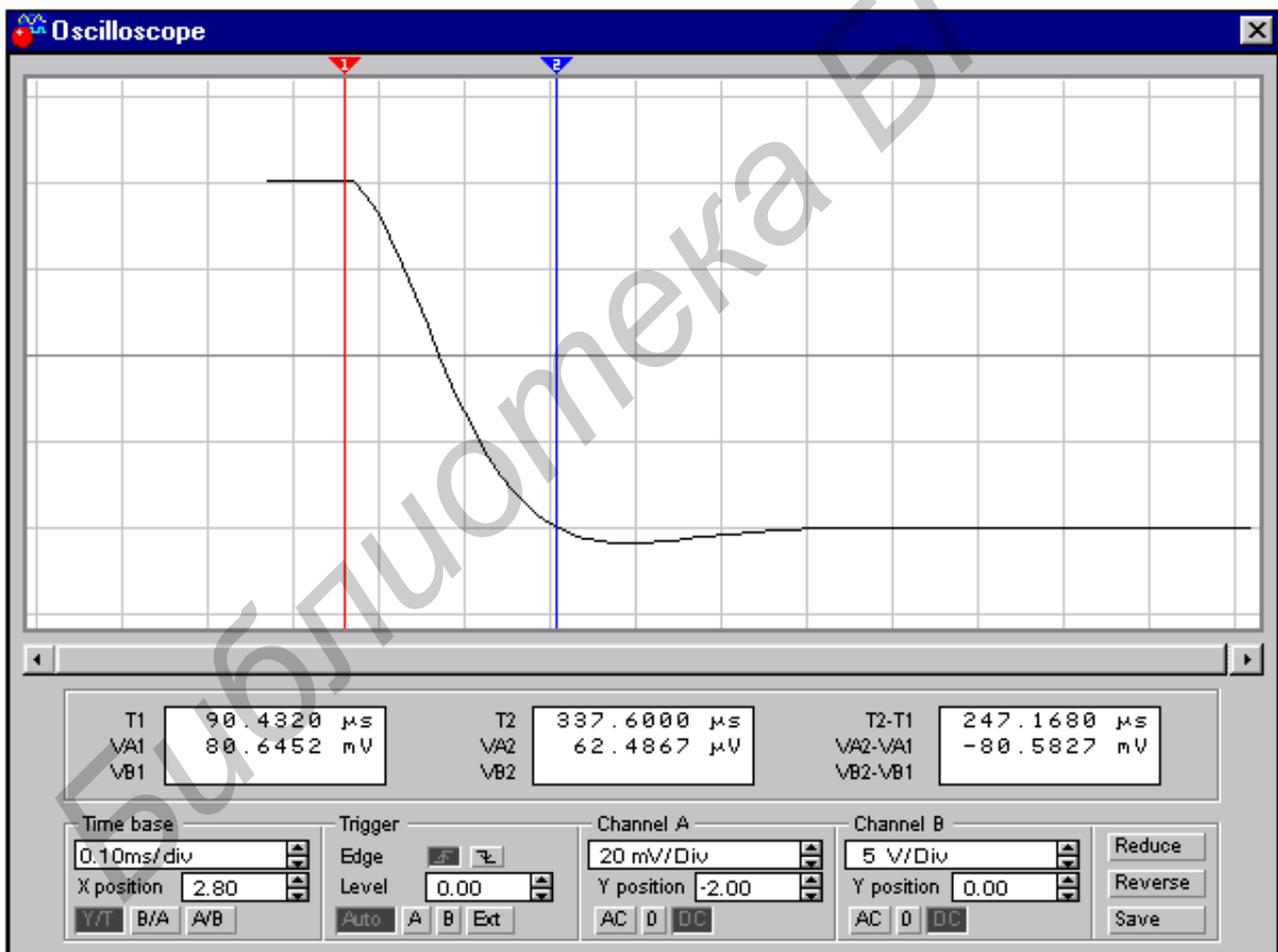


Рис. 5.13

Оциллограмма $u_c(t)$ с визирными линиями для $t(0)$ и t , полученная экспериментально (рис.5.13), соответствует расчетной кривой (см. рис. 5.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Панфилов Д.И., Иванов В.С., Чепурин И.Н. Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях: Практикум на Electronics Workbench: В 2 т./Под общей ред. Д.И. Панфилова. – М.:ДОДЭКА, 1999. - 304с.

2. Методические указания к выполнению контрольных заданий по курсу “Электротехника” для студентов специальности Т.09.01.00 заочной формы обучения/ Сост. Ф.Г.Шевченко.– Мн.: БГУИР, 2000. - 56с.

3. Методические указания к выполнению контрольных заданий по курсу “Электротехника” для студентов специальности Т.09.01.00 заочной формы обучения/ Сост. Ф.Г.Шевченко.– Мн.: БГУИР, 2002. - 48с.

Библиотека БГУИР

Учебное издание

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА С ОСНОВАМИ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ

Методические указания
к самостоятельной работе
для студентов специальности “Радиотехника”
всех форм обучения

Составители:
Свито Игорь Леонтьевич,
Шевченко Феликс Георгиевич

Редактор Е.Н. Батурчик

Подписано в печать 05.06.2004.

Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Печать ризографическая.
Уч.-изд. л. 3,0. Тираж 150 экз.

Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 3,37.

Заказ 134.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».

Лицензия на осуществление издательской деятельности № 02330/0056964 от 01.04.2004.

Лицензия на осуществление полиграфической деятельности № 02330/0133108 от 30.04.2004.

220013, Минск, П. Бровки, 6