

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»**

**Кафедра электроники**

**В.Т.Першин**

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**  
по выполнению контрольного задания по курсу  
«Основы радиоэлектроники и схемотехники»  
для студентов специальности  
«Э.01.03.00.Экономика и управление на предприятии»  
заочной формы обучения

**М и н с к 2 0 0 1**

УДК 621.391 (075.8)

ББК 31.211 я73

П27

Першин В.Т. Методическое пособие по выполнению контрольного задания по курсу «Основы радиоэлектроники и схемотехники» для студентов специальности «Э.01.03.00. Экономика и управление на предприятии» заочной формы обучения. – Мн.: БГУИР, 2001. – 53 с.: ил. 38.

ISBN 985-444-062-1

Рассмотрены основные вопросы курса «Основы радиоэлектроники и схемотехники» для студентов специальности «Э.01.03.00. Экономика и управление на предприятии», необходимые для выполнения контрольного задания, включающего решение задач спектрального анализа одиночных и периодических сигналов и их прохождения через линейные радиоэлектронные цепи, расчета сложных схемотехнических цепей, работающих на постоянном и переменном токах с использованием математического пакета Mathcad.

Приведены краткие теоретические сведения по спектральному анализу сигналов, составлению систем линейных уравнений, необходимых для расчета токов в ветвях сложных электрических схем.

Рассмотрены примеры расчетов, выполненных с помощью математического пакета Mathcad 2000 Professional, использующего средства символьной алгебры.

Приведены работающие программы для использования пакета в расчетах прохождения сигналов через линейные цепи и в анализе цепей постоянного и переменного токов.

УДК 621.391 (075.8)

ББК 31.211 я73

ISBN 985-444-062-1

С В.Т.Першин, 2001

## Введение

Цель курса «Основы радиоэлектроники и схемотехники» состоит в изучении основ теории сигналов и электрических цепей, принципов работы и характеристик дискретных и интегральных элементов полупроводниковой техники, основ аналоговой и аналого-цифровой схемотехники, принципов построения и проектирования радиоэлектронных устройств на полупроводниковых приборах и интегральных схемах.

В результате изучения дисциплины будущие экономисты-менеджеры должны научиться понимать физические процессы, протекающие в радиоэлектронных цепях и устройствах с учетом влияния паразитных параметров и отклонений параметров элементов схем от расчетных значений, ознакомиться с современными методами построения радиоэлектронных схем.

Главная задача курса «Основы радиоэлектроники и схемотехники» – получить знания, необходимые для обеспечения взаимопонимания между экономистом-менеджером, с одной стороны, и инженером-схемотехником и инженером-конструктором-технологом – с другой.

Работать над изучением курса следует систематически, изучая тему за темой в указанном в «Методических материалах по курсу «Основы радиоэлектроники и схемотехники» для студентов специальности «Экономика и управление предприятием (фирмой)» заочной формы обучения» порядке, не допуская пропусков.

Материал каждой части курса может быть изучен в основном по одному из указанных в «Методических материалах» литературных источников. В тех случаях, когда порядок изложения материала отличается от программы курса, его следует изучать по рекомендуемой книге выборочно, руководствуясь содержанием темы. Закончив изучение темы, следует обязательно ответить на все приведенные вопросы для самопроверки.

В контрольное задание по курсу «Основы радиоэлектроники и схемотехники» включены задачи по практическому изучению спектрального анализа одиночных и периодических сигналов и условий их прохождения через линейные радиоэлектронные цепи, расчету сложных электрических цепей постоянного и переменного токов, расчету простейшего однокаскадного усилительного устройства.

Без применения ЭВМ решение задач по спектральному анализу сигналов и условий их прохождения через линейные цепи, равно как и достаточно сложных схемотехнических устройств, содержащих 10...20 ветвей, представляется бесперспективным делом. В то же время есть немало специализированных математических пакетов для персональных ЭВМ, с помощью которых эти задачи решаются легко и просто. Поэтому заложенная в основу выполнения контрольного задания методика предполагает, что студент сначала должен разобраться в существе задачи, наметить ход ее решения, а потом обратиться, например, к пакету Mathcad и провести анализ физического смысла полученного решения.

При выполнении контрольного задания можно пользоваться любой версией математического пакета. Тем не менее следует иметь в виду, что эти пакеты постоянно совершенствуются, с каждой новой версией увеличиваются возможности решения новых задач. Поэтому надеемся, что выполнение контрольного задания с помощью математического пакета позволит освоить практику работы с этими средствами и использовать их для решения других задач, которые встретятся в дальнейшей практической деятельности.

В данном методическом пособии приведены также краткие теоретические сведения о встроенных функциях по спектральному анализу, расчету цепей с помощью составления и решения матричных уравнений и сведения о работе с пакетом. Это сделано специально для тех студентов, которые по разным причинам не овладели теоретическим материалом, необходимым для решения поставленных задач, а также имеющим слабые навыки пользования пакетом Mathcad.

## **1. АНАЛИЗ ПРОХОЖДЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ**

### **1.1. Понятие периодического и непериодического сигнала**

Для изучения условий прохождения сигналов через линейные цепи целесообразно разделить все сигналы на две категории: периодические и непериодические.

К периодическим сигналам отнесем те, которые можно описать некоторой временной функцией  $s(t)$ , для которой можно указать какое-то число  $T$ , такое, что для всякого  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  будет выполняться условие  $s(t) = s(t + nT)$ . Если такого числа  $T$  для функции  $s(t)$  указать невозможно, то тогда сигнал, описываемый функцией  $s(t)$ , называется непериодическим.

Число  $T$  называют периодом функции, а значит, и сигнала  $s(t)$  и для определенности полагают  $T > 0$ . Период сигнала связан с его частотой  $F$  известным соотношением  $T = 1/F$ . Частота колебания, имеющего период  $T = 1$  с называется 1 Гц.

В радиотехнике широко используется так называемая циклическая частота  $\Omega = 2\pi F = 2\pi/T$ , размерность которой представляет отношение радиан/с.

## 1.2. Понятие гармонического анализа

Гармонический анализ - это раздел математики, который изучает возможности представления функций в виде тригонометрических рядов и интегралов. Основным понятием в гармоническом анализе является гармоническое колебание, которое математически можно записать следующим образом:

$$s(t) = A \cos(\Omega t + \varphi),$$

где  $A$ ,  $\Omega$ ,  $\varphi$  – соответственно амплитуда, циклическая частота, начальная фаза колебания.

В гармоническом анализе вводится понятие  $n$  – й гармоники гармонического колебания частоты  $\Omega$ , под которой понимают опять же гармоническое колебание с частотой, в  $n$  раз превышающей частоту основного гармонического колебания. Математически выражение для  $n$  – й гармоники  $s_n(t)$  основного тона  $\Omega$  можно записать следующим образом:

$$s_n(t) = A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n),$$

где  $A_n$ ,  $n\Omega$ ,  $\varphi_n$  – амплитуда, циклическая частота, начальная фаза  $n$  – ой гармоники основного тона  $\Omega$  соответственно.

Следующим важным понятием является спектр сигнала. Под спектром сигнала понимают совокупность его гармонических составляющих.

## 1.3. Спектральный анализ периодических сигналов

### 1.3.1. Тригонометрическая форма ряда Фурье

Основа спектрального анализа периодических сигналов – ряд Фурье для периодической функции  $s(t)$ : практически всякую периодическую функцию  $s(t)$  можно представить в виде ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t), \quad (1)$$

где  $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt$  - соответствует постоянной составляющей сигнала, а

$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos n\Omega t dt$  и  $b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\Omega t dt$  - представляют амплитуды косинусоидальных и синусоидальных гармоник сигнала соответственно.

На практике удобнее пользоваться представлением функции  $s(t)$  в виде суммы только косинусоидальных гармоник. Если в формуле (1) выражение, стоящее под суммой, умножить и разделить на  $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ , то получим:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_n \cos n\Omega t}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} + \frac{b_n \sin n\Omega t}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \right) \sqrt{a_n^2 + b_n^2}.$$

Так как

$$\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \leq 1, \quad \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \leq 1$$

и

$$\left( \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \right)^2 + \left( \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \right)^2 = 1,$$

то можно обозначить

$$\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} = \cos \varphi_n \quad \text{и} \quad \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} = \sin \varphi_n.$$

И тогда можно записать:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(n\Omega t - \varphi_n), \quad \varphi_n = \operatorname{arctg}(b_n / a_n).$$

Введя обозначения  $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ ,  $c_0 = a_0$ , окончательно получим:

$$s(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\Omega t - \varphi_n). \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) следует, что спектр периодического сигнала дискретен. Спектр периодического сигнала состоит из отдельных частот, соответствующих дискретным частотам  $0, \Omega, 2\Omega, 3\Omega, \dots$ . Важно отметить, что если периодический сигнал следует с частотой, например, 1 кГц, то в его спектре могут быть только частоты, кратные частоте 1 кГц, т.е. 0, 1 кГц, 2 кГц и т.д. Это означает, что в спектре такого периодического сигнала не может быть частот, отличных от вышеперечисленных, например, частоты 1.5 кГц или 1.2 кГц.

Графически спектр сигнала можно представить следующим образом. По оси ординат будем откладывать величины амплитуд гармонических составляющих сигнала, а по оси абсцисс - частоты этих гармоник. Для исчерпывающей характеристики спектра это графическое изображение нужно дополнить заданием начальной фазы каждой гармонической составляющей спектра. Это обстоятельство и определяет название спектра периодического сигнала: линейчатый

или дискретный спектр. Рис.1.1 дает общее представление о виде амплитудно-частотной и фазочастотной характеристиках периодического сигнала, из которого видно, что частоты спектральных составляющих кратны частоте следования периодического сигнала.

Таким образом, структура спектра периодического сигнала полностью определяется двумя характеристиками: амплитудной и фазовой, т.е. модулем и аргументом комплексной амплитуды спектральной составляющей. Графическое изображение спектра дает наглядное представление об относительной величине отдельных составляющих, позволяя легко оценить техническую ширину спектра сигнала.

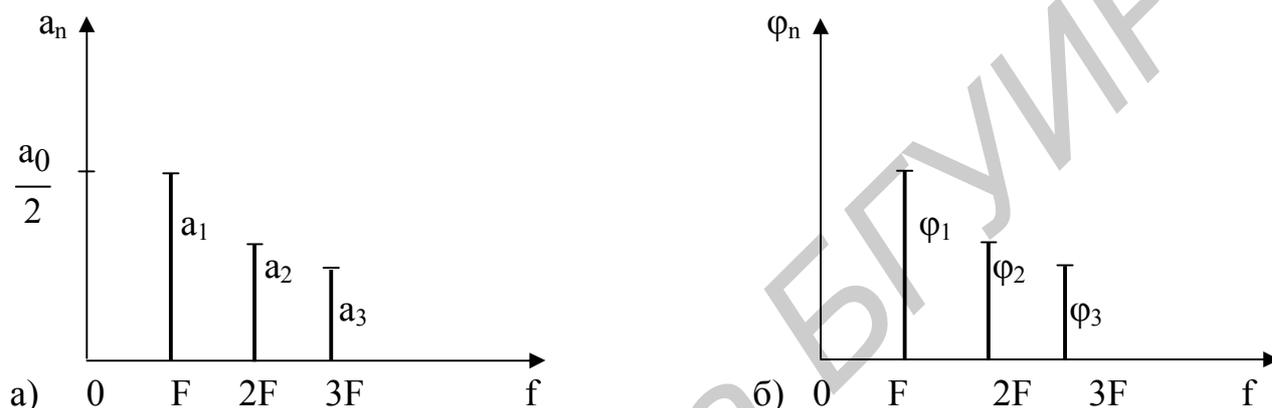


Рис.1.1. Амплитудно-частотная характеристика (а) и фазочастотная характеристика (б) периодического сигнала с периодом  $T = 1/F$

### 1.3.2. Комплексная форма ряда Фурье

В радиотехнических устройствах сигнал подвергается различным формам обработки. И для того, чтобы рассчитать результат этих преобразований, используется комплексная форма ряда Фурье. Эти преобразования имеют формальный характер и связаны с применением комплексной формы для представления функции вещественной переменной. Поэтому при проведении расчётов реальный сигнал можно представить в виде функции комплексной переменной, преобразовав его соответствующим образом, а затем снова перейти к вещественному представлению.

Для вывода ряда Фурье в комплексной форме за основу возьмём уравнение (2). Учитывая, что

$$\cos(n\Omega t - \varphi_n) = \frac{e^{i(n\Omega t - \varphi_n)} + e^{-i(n\Omega t - \varphi_n)}}{2},$$

подставим это выражение в (2). Получим

$$s(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{e^{i(n\Omega t - \varphi_n)} + e^{-i(n\Omega t - \varphi_n)}}{2} =$$

$$= \frac{c_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{i(n\Omega t - \varphi_n)} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-i(n\Omega t - \varphi_n)}.$$

Преобразуем третье слагаемое следующим образом:

$$\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-i(n\Omega t - \varphi_n)} = \frac{1}{2} \sum_{n=-1}^{-\infty} c_{-n} e^{i(n\Omega t - \varphi_{-n})}$$

Теперь все три слагаемых можно записать в виде одной формулы

$$s(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n e^{i(n\Omega t - \varphi_n)} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n e^{-i\varphi_n} e^{in\Omega t} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \hat{c}_n e^{in\Omega t}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{c}_n &= a_n - ib_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos n\Omega t dt - i \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\Omega t dt = \\ &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-in\Omega t} dt. \end{aligned}$$

Входящая в (3) комплексная амплитуда  $\hat{c}_n$  связана с  $a_n$  и  $b_n$  очевидными соотношениями

$$\begin{aligned} \hat{c}_n &= c_n e^{-i\varphi_n} = a_n - ib_n, \\ \hat{c}_{-n} &= c_n e^{i\varphi_n} = a_n + ib_n. \end{aligned}$$

Отсюда мы видим, что комплексные амплитуды  $\hat{c}_n$  и  $\hat{c}_{-n}$  являются взаимно сопряженными комплексными величинами

Нетрудно убедиться, что функция  $\varphi_n$  нечетная относительно  $n$ , а, следовательно, и частоты, т.е.  $\varphi_n = -\varphi_{-n}$ . Четность модуля  $c_n$  вытекает непосредственно из его определения.

Отрицательные частоты, которые получаются в результате комплексного представления ряда Фурье, носят формальный характер и не имеют никакого физического смысла.

Сравним величины коэффициентов в выражениях (2) и (3) разложения функции  $s(t)$  в ряд Фурье при тригонометрической и комплексной формах представления ряда. Сравнивая выражения (2) и (3), обнаруживаем, что при  $n = 0$  имеет место равенство коэффициентов, рассчитанных по каждому из этих выражений. Сравнение же коэффициентов, рассчитываемых по каждому из этих рядов при других значениях  $n$ , приводит к следующему выводу. Коэффициент  $c_n$ , определяемый из ряда (3), составляет только половину такого же коэффициента, определяемого из ряда (2). Рис.1.2 и рис.1.3 показывают, как при переходе от тригонометрической к экспоненциальной форме ряда Фурье с ис-

кусственным введением в рассмотрение области отрицательных частот уменьшаются в два раза амплитудные значения коэффициентов разложения. Конечно, для полного представления о коэффициентах соответствующего ряда должны быть учтены и фазы, обозначенные в выражениях (2) и (3) величиной  $\varphi_n$ .

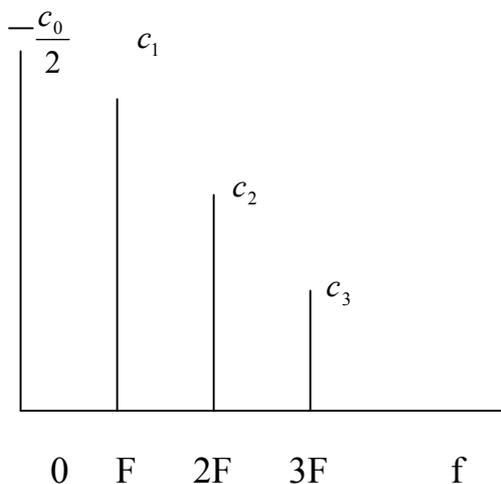


Рис.1.2. Форма спектра, полученная с помощью ряда Фурье в тригонометрической форме

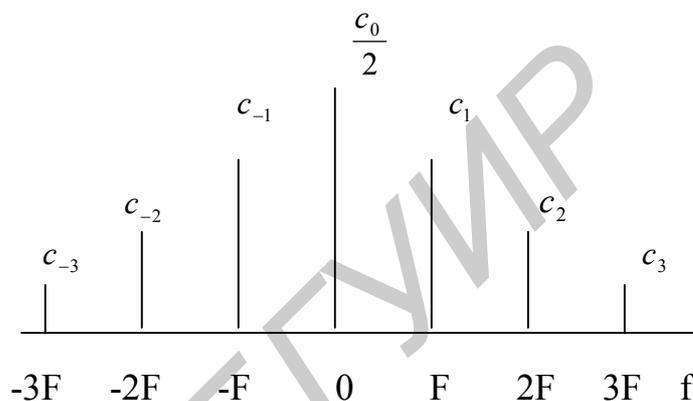


Рис.1.3. Форма спектра, полученная с помощью ряда Фурье в экспоненциальной форме

**Пример 1.** Найти спектр последовательности прямоугольных импульсов, имеющих амплитуду  $E$ , длительность  $\tau$  и следующих с периодом  $T$ .

Запишем анализируемый импульс в виде (рис. 1.4)

$$s(t) = \begin{cases} E, & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2, \\ 0, & \tau/2 < t < T/2, -T/2 < t < -\tau/2. \end{cases}$$

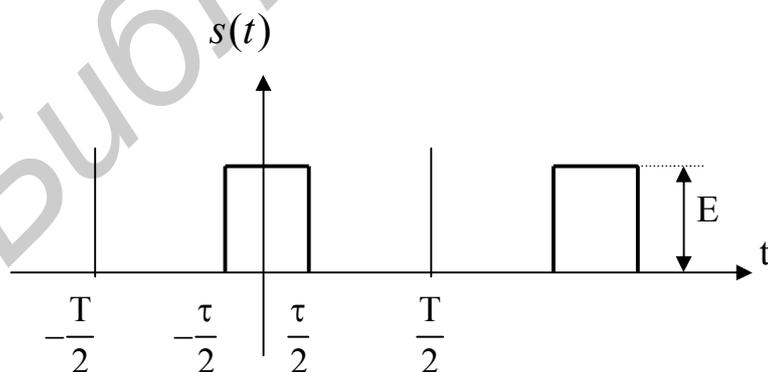


Рис.1.4. Последовательность прямоугольных импульсов, следующих с периодом  $T$  и описываемых четной функцией  $s(t)$

Так как функция  $s(t)$  чётная, то:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\Omega t dt = 0.$$

Тогда функцию  $s(t)$  можно представить в виде ряда

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Omega t.$$

Найдем величину постоянной составляющей сигнала

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E dt = \frac{E\tau}{T}.$$

Эта формула показывает, что постоянная составляющая исследуемого сигнала зависит от отношения длительности импульса  $\tau$  к его периоду следования  $T$ . Чем короче длительность импульса по отношению к периоду следования, тем меньше уровень постоянной составляющей сигнала. Полученная формула правильно оценивает также постоянную составляющую импульса с длительностью, равной периоду их следования ( $\tau = T$ ).

Теперь найдем амплитуды косинусоидальных составляющих сигнала

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E \cos n\Omega t dt = \frac{2E}{T} \frac{1}{n\Omega} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \cos n\Omega t d(n\Omega t) = \\ &= \frac{E}{\pi n} \sin n\Omega t \Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{2E}{\pi n} \sin \frac{n\Omega\tau}{2} = \frac{2E\tau}{T} \frac{\sin \frac{\pi n\tau}{T}}{\frac{\pi n\tau}{T}}. \end{aligned}$$

Здесь было учтено, что  $\Omega = 2\pi/T$ . Второй множитель в выражении для  $a_n$  представляет собой функцию  $\sin x/x$ , график которой показан на рис. 1.5 и является огибающей амплитуд спектральных составляющих исследуемого сигнала.

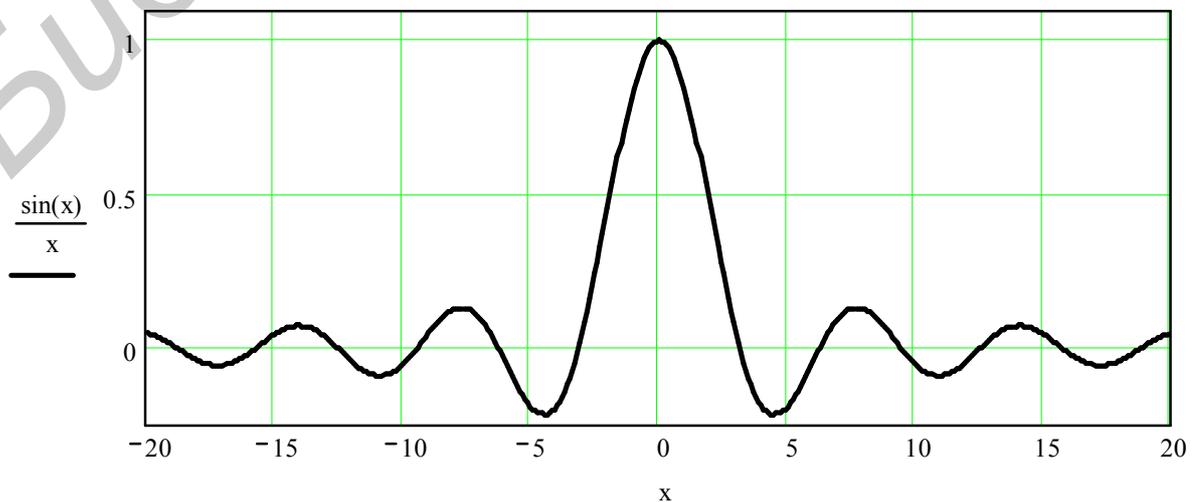


Рис.1.5. График функции  $\sin x/x$



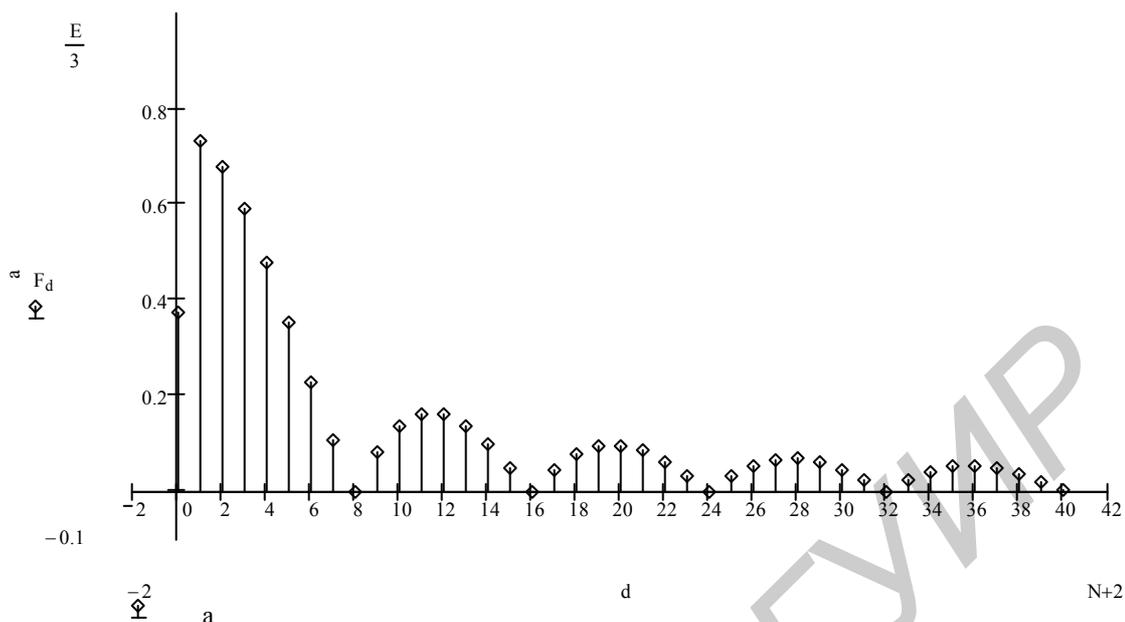


Рис.1.7. Спектр последовательности прямоугольных импульсов с отношением периода следования импульсов к их длительности, равным 8

Если мы уменьшим длительность импульса вдвое, сохранив при этом период следования, то первой составляющей спектра, обратившейся в нуль, станет восьмая гармоника, а следующей – шестнадцатая (рис. 1.7).

Мы видим, что с уменьшением длительности импульса возрастает номер его спектральной составляющей, амплитуда которой первой обращается в нуль. Это обстоятельство хорошо иллюстрирует соотношение для простых сигналов  $\Delta f_{cn} = 1/\tau$ , связывающее техническую ширину спектра  $\Delta f_{cn}$  с длительностью сигнала  $\tau$ . Кроме того, с уменьшением длительности сигнала относительно периода следования спектр сигнала становится более насыщенным, что несомненно должно учитываться, например, при разработке хороших музыкальных инструментов.

#### 1.4. Спектральный анализ непериодических сигналов

Для проведения гармонического анализа непериодического сигнала  $s(t)$ , действующего в конечном интервале  $t_1 < t < t_2$ , поступим следующим образом. Превратим наш непериодический сигнал  $s(t)$  в периодический путем повторения его с периодом  $T > t_2 - t_1$ . Теперь для этого сигнала можно записать ряд Фурье. Устремив период  $T$  к бесконечности, в пределе получим бесконечно малые амплитуды гармонических составляющих, сумма которых изображает исходную непериодическую функцию  $s(t)$ , заданную в интервале  $t_1 < t < t_2$ .

Число гармонических составляющих, входящих в ряд Фурье для функции  $s(t)$ , будет при этом бесконечно большим, так как при  $T \rightarrow \infty$  частота первой гармоники функции  $\Omega = 2\pi/T \rightarrow 0$ . Это значит, что расстояние между спектральными линиями, равное первой гармонике сигнала, становится бесконечно малым и спектр становится сплошным.

Отсюда следует, что при гармоническом анализе непериодического сигнала получается сплошной спектр, состоящий из бесконечно большого числа гармоник с бесконечно малыми амплитудами.

Математически это можно выразить следующим образом:



Рис.1.8. Одиночный (непериодический) сигнал

Полагая, что наш непериодический сигнал является периодическим, запишем для него ряд Фурье в комплексной форме

$$s(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \hat{c}_n e^{in\Omega t}.$$

Подставим в этот ряд значение  $\hat{c}_n$

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left( \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-in\Omega t} dt \right) e^{in\Omega t} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left( \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-n\Omega t} dt \right) e^{in\Omega t} \Omega. \end{aligned}$$

Теперь устремим период  $T$  следования сигнала к бесконечности. При этом сигнал из периодического превращается в сигнал с бесконечно большим периодом, т.е. сигнал непериодический. Суммирование можно заменить интегрированием в бесконечных пределах. Частоту  $n\Omega$  заменим текущей частотой  $\omega$ , а частоту  $\Omega$  - приращением текущей частоты  $d\omega$ . Тогда получим

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (4)$$

где внутренний интеграл

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

называется спектральной плотностью, или спектральной характеристикой сигнала  $s(t)$ .

Выражение (4) представляет непериодический сигнал в виде суммы (интеграла) гармонических колебаний с бесконечно малыми амплитудами. Сравнивая выражение (4) с выражением (3) ряда Фурье для периодического сигнала, мы видим, что амплитуды составляющих непериодического сигнала равны

$$\frac{1}{\pi} S(\omega) d\omega.$$

Выясним смысл названия спектральной плотности. Для этого выделим какую-либо дискретную частоту  $\Omega_n = n\Omega$ , соответствующую в случае периодической функции  $s(t)$   $n$ -й гармонике, и получим для амплитуды этой гармоники выражение

$$\hat{c}_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-i\Omega_n t} dt.$$

В случае же непериодической функции, совпадающей с  $s(t)$  в интервале  $t_1 < t < t_2$ , получим для спектральной плотности, соответствующей той же частоте  $\Omega_n$ , следующее выражение:

$$S(\Omega_n) = \int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-i\Omega_n t} dt.$$

Отсюда видно, что

$$S(\Omega_n) = T \frac{\hat{c}_n}{2} = \frac{\hat{c}_n}{F}.$$

Таким образом, значение спектральной плотности  $S(\Omega_n)$  получается путем деления амплитуды  $\hat{c}_n$  (поскольку одной действительной амплитуде спектральной составляющей сигнала соответствуют две спектральные составляющие с амплитудами  $\hat{c}_n/2$  и  $\hat{c}_{-n}/2$ ) гармоники на полосу частот  $F$ , отделяющую соседние линии дискретного спектра, т.е.  $S(\Omega)$  имеет смысл *плотности амплитуд* и размерность [амплитуда/герц].

Из полученного выражения вытекает также следующее важное положение: *огibaющая сплошного спектра* (модуль спектральной плотности) *непериодической функции* и *огibaющая линейчатого спектра периодической функции* (полученной из непериодической путем продолжения ее с периодом  $T$ ) *совпадают по форме и отличаются только масштабом и, конечно, размерностью*.

**Пример 2.** Оценить влияние грозových разрядов на приём сигналов радиовещательных станций, работающих в диапазонах ДВ, СВ, КВ, УКВ .

В качестве модели тока, формирующего грозовой разряд, возьмем уравнение  $i(t) = I_0 e^{-\alpha t}$ , где  $\alpha = 10^4 \dots 10^5 \text{ c}^{-1}$  характеризует скорость убывания тока грозowego разряда (рис.1.9). Чтобы оценить влияние грозowego разряда на прием вешательных станций, оценим спектр тока, формирующего этот разряд, и по его спектру сделаем соответствующие выводы.

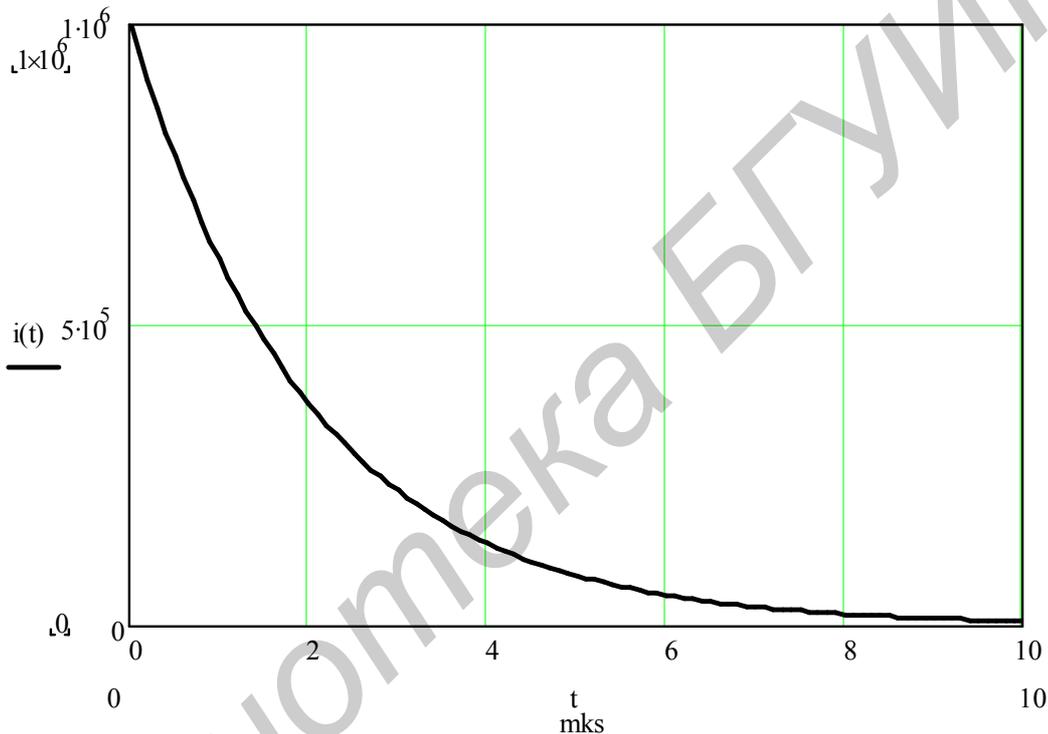


Рис.1.9. Временная диаграмма модели тока грозowego разряда

Итак, имеем

$$S(\omega) = \int_0^{\infty} i(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} I_0 e^{-\alpha t} e^{-i\omega t} dt =$$

$$= \frac{I_0}{-(\alpha + i\omega)} \int_0^{\infty} e^{-(\alpha + i\omega)t} d[-(\alpha + i\omega)t] = \frac{I_0}{\alpha + i\omega}.$$

Поскольку для оценки влияния грозových разрядов на прием сигналов станций, работающих в диапазонах ДВ, СВ, КВ, УКВ, основное значение имеет амплитудный спектр излучения грозowego разряда, то запишем

$$S(\omega) = \frac{I_0}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$

Оценим частоту, на которой мощность излучения грозового разряда умень-

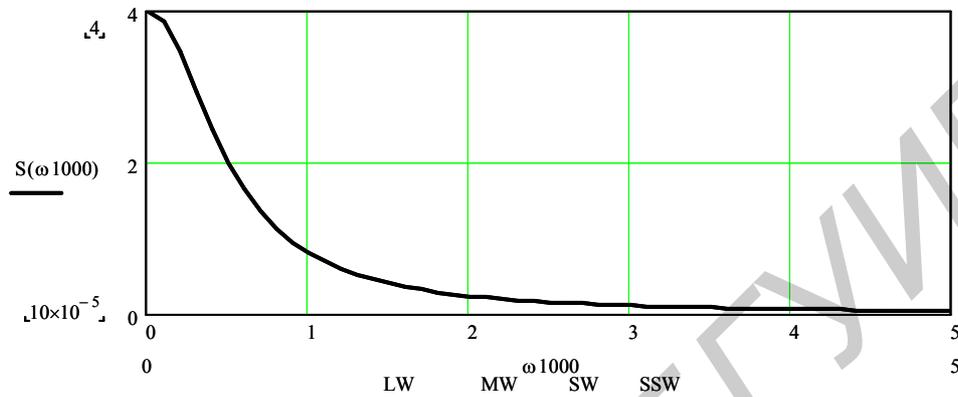


Рис.1.10. Огибающая спектра тока грозового разряда

шается вдвое. Это легко сделать, составив уравнение

$$\frac{I_0}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_{zp}^2}} = \frac{I_0}{\alpha \sqrt{2}}$$

Из этого уравнения легко находим  $\omega_{zp} = \alpha = 10^4 \dots 10^5 \text{ с}^{-1}$ . Это значит, что на частоте

$$f_{zp} = \omega_{zp} / 2\pi = (10^4 \dots 10^5) / 2\pi = 10^3 \dots 10^4 \text{ Гц}$$

мощность излучения грозового разряда составит половину от максимальной в начальный момент и с течением времени будет уменьшаться по тому же закону, по какому изменяется избирательность колебательного контура, поскольку график модуля спектральной плотности сигнала по форме напоминает форму резонансной кривой колебательного контура (рис.1.10). Этот результат дает возможность заключить, что наиболее сильно будет сказываться излучение грозовых разрядов на прием сигналов станций, работающих в диапазоне ДВ, менее значительно оно будет сказываться на приеме сигналов радиостанций, работающих в диапазоне СВ и КВ, и почти никак не будет проявляться в диапазоне УКВ.

## 1.5. Порядок проведения анализа прохождения сигналов через линейную цепь

Порядок проведения анализа прохождения сигналов через линейную цепь спектральным методом состоит в следующем:

- по известной временной функции  $S_{ex}(t)$ , описывающей изменения сигнала во времени на входе линейной цепи, определим его спектральную плотность  $S_{ex}(\omega)$ ;
- полагая известным комплексный коэффициент передачи линейной цепи  $\hat{K}(\omega)$ , представляющий собой отношение комплексной амплитуды выходного напряжения к комплексной амплитуде входного как функцию частоты соответствующих гармонических составляющих, составим аналитическое выражение для спектральной плотности выходного сигнала  $S_{вых}(\omega) = \hat{K}(\omega) S_{ex}(\omega)$ ;
- по известной спектральной плотности  $S_{вых}(\omega)$ , выполнив операцию обратного преобразования Фурье над  $S_{вых}(\omega)$ , получим временную функцию  $S_{вых}(t)$ , описывающую поведение выходного сигнала во времени.

Выполнив эти операции, мы получаем исчерпывающую информацию о прохождении сигнала через линейную цепь с известным комплексным коэффициентом передачи, т.е. мы можем построить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики комплексного коэффициента передачи линейной цепи, входного и выходного сигналов, спектральных плотностей входного и выходного сигналов. Используя графические системы пакета, для всех этих зависимостей можно получить графические изображения всех этих зависимостей.

## 1.6. Встроенные функции пакета Mathcad спектрального анализа сигналов

Для анализа прохождения непериодического сигнала через линейную цепь с комплексным коэффициентом передачи  $\hat{K}(\omega)$  воспользуемся функциями  $fft(v)$  и  $ifft(v)$ . При этом функция  $fft(v)$  представляет собой преобразование Фурье действительных данных вектора  $v$ ,  $k$ -й элемент которого дается формулой

$$c_j = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_k v_k e^{i(2\pi j/n)k},$$

где  $n$  – число элементов в  $v$ .

Функция  $ifft(v)$  возвращает вектор  $v$ , если  $u = fft(v)$ , т.е. выполняет обратное преобразование Фурье, соответствующее функции  $fft$ . Результат выполнения функции  $ifft(u)$  представляет собой вектор, содержащий  $2^m$  элементов,  $k$ -й элемент которого определяется формулой

$$c_j = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_k u_k e^{-i(2\pi j/n)k},$$

где  $n$  – число элементов в векторе  $v$ .

### 1.7. Анализ прохождения неперiodического сигнала через линейную цепь

Для задания временной функции, описывающей сигнал, поступающий на вход линейной цепи, используем встроенный модуль, содержащий основные элементы входного языка системы Mathcad, такие как *if*, *otherwise*, *add line* и другие. Рассмотрим задачу о прохождении импульса прямоугольной формы с заданными амплитудой и длительностью через разделительную  $RC$  – цепь с постоянной времени  $\tau = RC$ . Опишем это входное воздействие средствами входного языка системы Mathcad. Имеем

$$s_{ex}(t) := \begin{cases} E & \text{if } 0 \leq t \leq 10 \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

где  $E = 3$ , а время  $t$  изменяется дискретно от 0 до 10 с шагом 0.01, т.е.  $t := 0, 0.01..10$ .

График входного сигнала построим с помощью графического модуля, входящего в систему Mathcad.

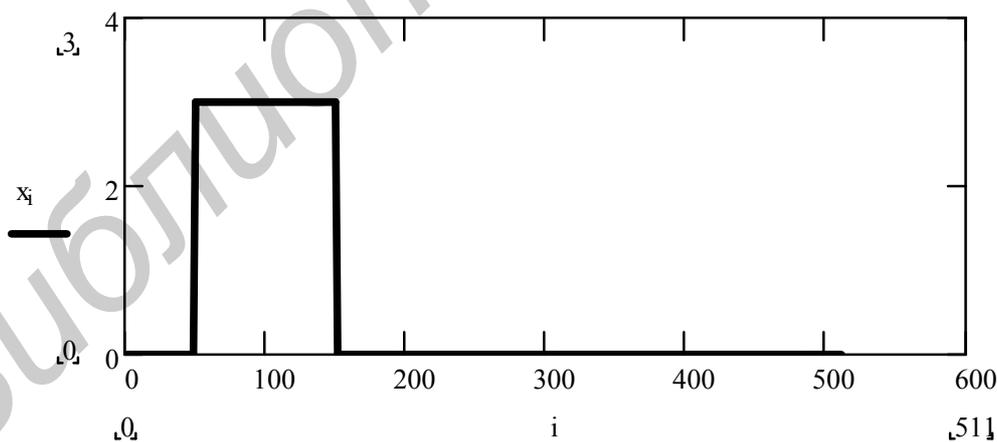


Рис.1.11. Сигнал на входе разделительной  $RC$ -цепи

Комплексный коэффициент передачи разделительной  $RC$  – цепи запишем в виде:

$$\hat{K}(\omega) := \frac{1}{1 + \frac{1}{i\omega RC}} = |\hat{K}(\omega)|e^{i\varphi(\omega)},$$

где  $|\hat{K}(\omega)|$ ,  $\varphi(\omega)$  – соответственно амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики разделительной цепи, а  $\omega$  – угловая частота, изменяющаяся в преде-

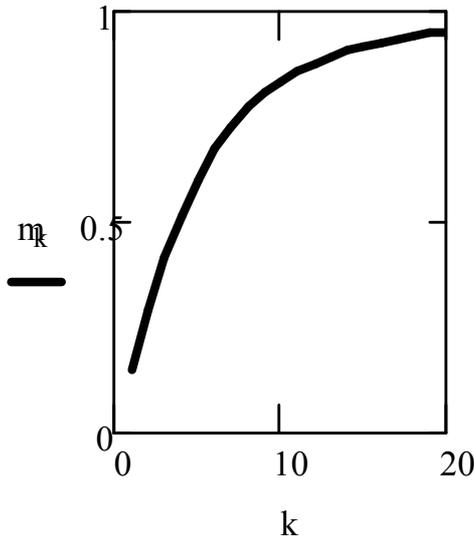


Рис.1.12. График АЧХ комплексного коэффициента передачи RC-цепи

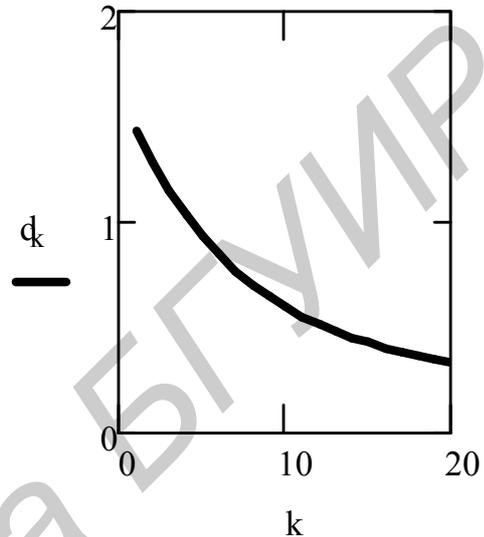


Рис.1.13. График ФЧХ комплексного коэффициента передачи RC-цепи

лах  $\omega := 1..120$ .

С помощью графического модуля системы Mathcad построим графики  $|\hat{K}(\omega)|$  и  $\varphi(\omega)$ .

Проведем расчет спектра входного сигнала, используя встроенную функцию  $fft(s)$ . Имеем

$$c := fft(s_{ex}).$$

Поскольку результат выполнения этой функции представляет собой набор комплексных чисел вида

$$c := \text{Re}(c) - \text{Im}(c)i,$$

то для построения графических зависимостей АЧХ и ФЧХ входного сигнала запишем их аналитические зависимости в виде:

$$|c| := \sqrt{\text{Re}(c)^2 + \text{Im}(c)^2}$$

и

$$\varphi_{\text{вх}} := a \tan \frac{\text{Im}(c)}{\text{Re}(c)}.$$

Графики этих зависимостей имеют вид:

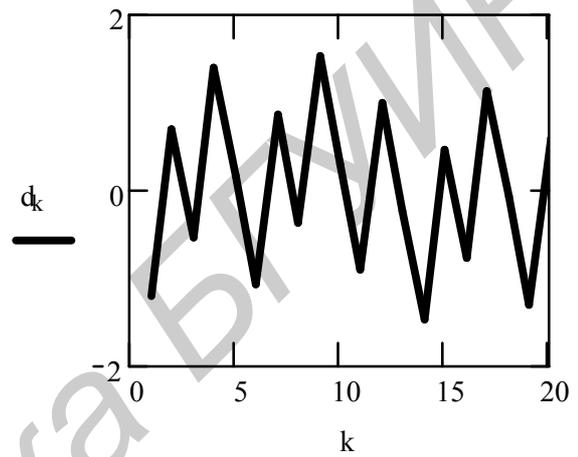
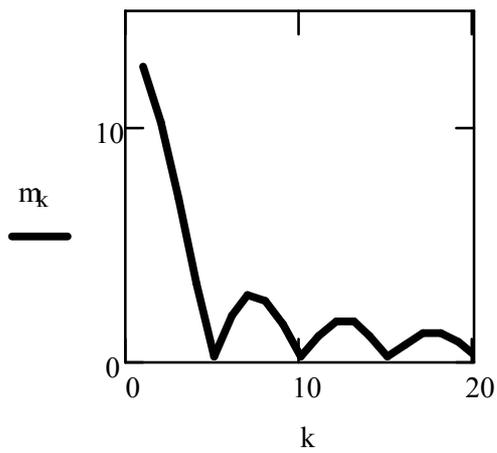


Рис.1.14. График АЧХ входного сигнала

Рис.1.15. График ФЧХ входного сигнала

Проведем расчет спектра выходного сигнала

$$S_{\text{вых}}(\omega) := \hat{K}(\omega) S_{\text{вх}}(\omega) = |S_{\text{вых}}(\omega)| e^{j\varphi_{\text{вых}}(\omega)}$$

и построим графики АЧХ и ФЧХ спектра выходного сигнала.

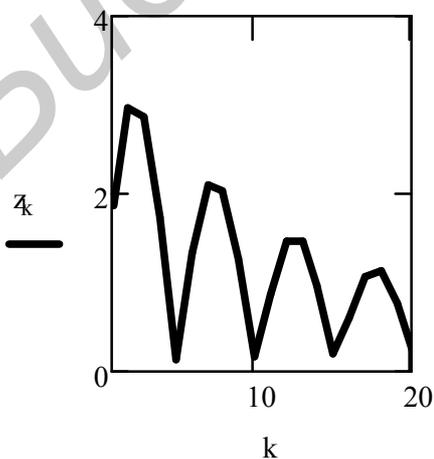


Рис.1.16. График АЧХ  
выходного сигнала

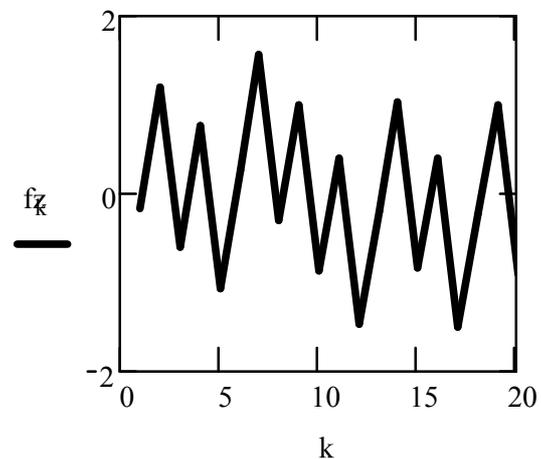


Рис.1.17. График ФЧХ  
выходного сигнала

Теперь для завершения анализа прохождения прямоугольного видеоимпульса через разделительную  $RC$  – цепь достаточно получить информацию о форме

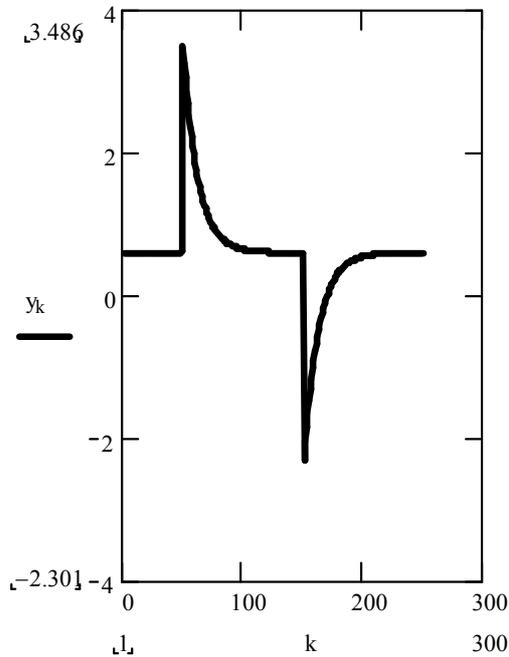


Рис.1.18. Форма выходного сигнала  $RC$ -цепи с малым значением постоянной времени

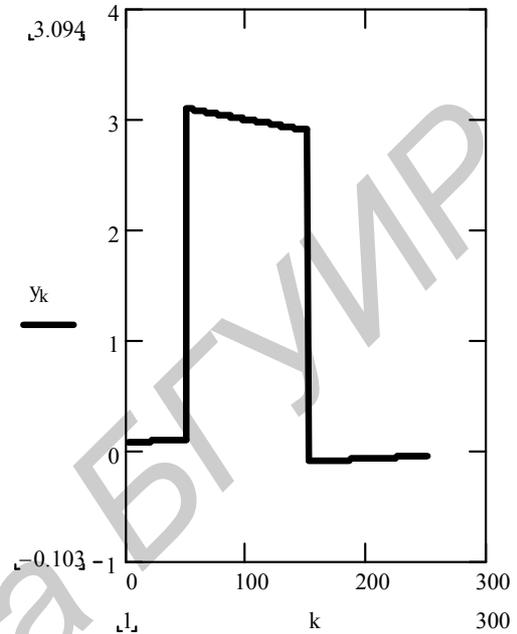


Рис.1.19. Форма выходного сигнала  $RC$ -цепи с большим значением постоянной времени

выходного сигнала. Для этого можно воспользоваться встроенной функцией  $ifft(t)$  системы. Графики функции, описывающей форму выходного сигнала, сильно зависят от величины постоянной времени разделительной  $RC$  – цепи и показаны на рис. 1.18 и рис. 1.19 для двух различных значений постоянной времени  $\tau = RC$ : малого и большого. Мы видим отчетливое изменение формы выходного сигнала в зависимости от параметров линейной цепи, через которую этот сигнал проходит. Пользуясь изложенной методикой, легко перейти к построению любой формы входного сигнала и оценить форму и спектр сигнала, получающегося на выходе практически любой конфигурации линейной цепи.

## 1.8. Анализ прохождения периодического сигнала через линейную цепь

Для проведения этого анализа достаточно описать поведение сигнала на одном его периоде. Для этого используем те же возможности пакета, которые мы применили для задания формы непериодического сигнала. Рассмотрим прохождение последовательности прямоугольных импульсов, следующих друг за другом с периодом  $T$  через ту же разделительную  $RC$  – цепочку. Запишем аналитическое выражение для входного сигнала

$$s_{ex}(t) := \begin{cases} E & \text{if } 0 \leq \tau \leq 10 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},$$

предварительно определив длительность периода  $T := 100$ .

Используя графический модуль пакета Mathcad, построим график последовательности прямоугольных импульсов, следующих с периодом  $T$ .

Отдельно можно рассмотреть вопросы, связанные с проявлением эффекта Гиббса при построении результатов суммирования рядов Фурье разрывных функций, однако здесь мы это не будем делать. Отметим только, что величина выбросов в точках разрыва функции не зависит от количества суммируемых членов ряда и величина длительности выброса сокращается с увеличением числа суммируемых членов ряда. Эти явления очень наглядно демонстрируются путем непосредственного выполнения суммирования рядов Фурье.

В используемом для проведения гармонического анализа пакете нет встроенных функций, аналогичных тем, которые мы применяли для анализа прохождения непериодического сигнала через линейную цепь. Поэтому нужно обратить

$$\begin{array}{l}
 \text{FC}(f, N, L) := \mathbf{R}^{\langle 0 \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \int_{-L}^L f(x) dx \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \text{for } n \in 1.. N \\
 \mathbf{R}^{\langle n \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) dx \\ \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) dx \\ n \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}^T
 \end{array}$$

$$\text{res} := \text{FC}(f, N, L) \quad \mathbf{A} := \text{res}^{\langle 0 \rangle} \quad \mathbf{B} := \text{res}^{\langle 1 \rangle} \quad \mathbf{C} := \text{res}^{\langle 2 \rangle}$$

Рис.1.20. Программный модуль вычисления коэффициентов ряда Фурье

ся к модулю программирования, входящему в состав системы Mathcad и составить программу для вычисления спектра входного сигнала (рис.1.20).

Мы видим, что спектр входного сигнала, приведенный на рис.1.21, является линейчатым, а форма огибающей спектра этого сигнала совпадает с формой огибающей непериодического сигнала. Это обстоятельство дает возможность

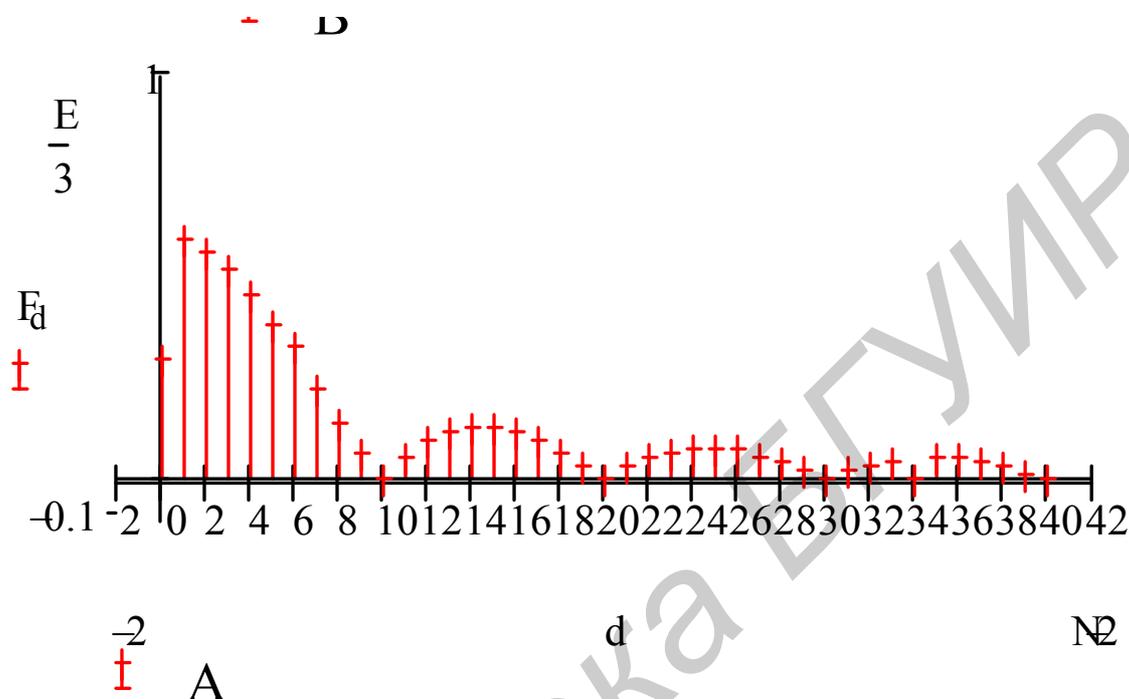


Рис.1.21. График АЧХ спектра последовательности прямоугольных импульсов с отношением периода следования импульсов к его длительности, равным десяти

оценивать техническую ширину спектра как периодических, так и непериодических сигналов исходя из одних и тех же предпосылок. При этом очевидно, что спектр одиночного сигнала является сплошным, а спектр периодического сигнала является дискретным, причем расстояния между частотными составляющими равны или кратны (при нулевых величинах амплитуд некоторых гармоник) частоте следования периодического сигнала.

Для того чтобы получить спектр выходного сигнала, достаточно перемножить выражения, определяющие спектр входного сигнала и комплексный коэффициент передачи разделительной  $RC$  – цепи. Для получения формы выходного сигнала нужно сложить гармонические составляющие спектра выходного сигнала, т.е. нужно выполнить операцию, определяемую выражением

$$s_{вых}(t) := \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t).$$

График выходного сигнала приведен на рис.1.22.

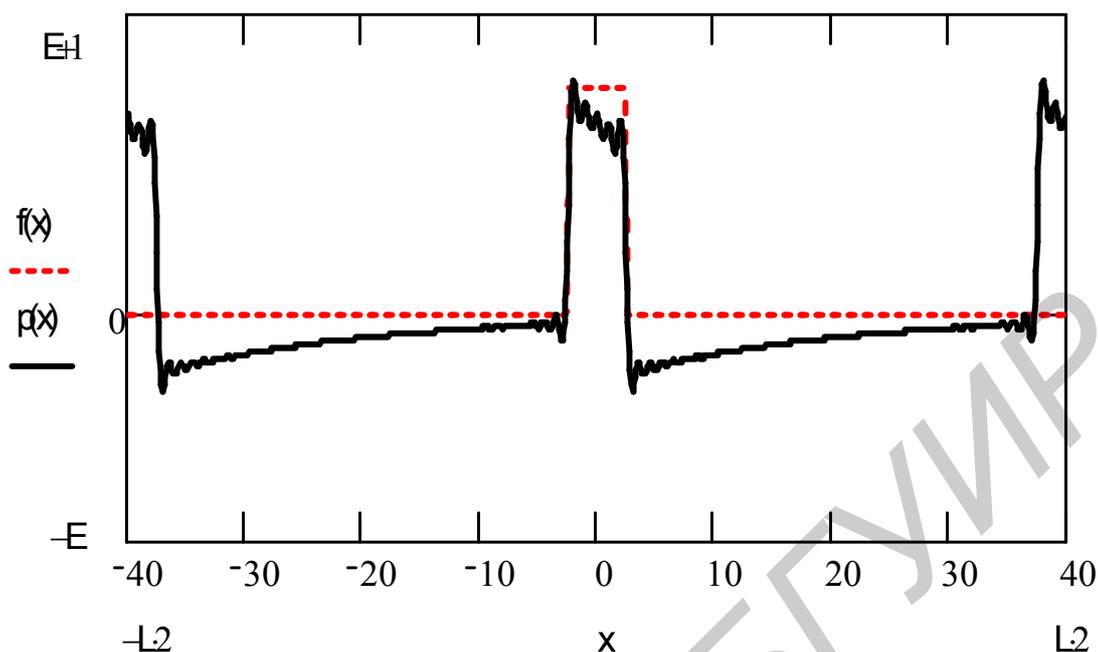


Рис.1.22. Форма периодического сигнала на выходе линейной RC-цепи

Приведенная на рис.1.22 форма сигнала на выходе линейной цепи показывает, как искажается выходной сигнал при прохождении линейной цепи с недостаточно большой постоянной времени. Кроме того, на этом рисунке заметны явления, обусловленные эффектом Гиббса, проявляющемся всегда, когда в ряд Фурье разлагается функция, претерпевающая разрыв. Взяв другие исходные данные для исследуемой цепи, можно показать, что возникающие всплески у фронтов выходного импульса сохраняют свою величину несмотря на увеличивающееся количество членов суммируемого ряда. Последнее обстоятельство приобретает исключительно важное значение в связи с неуклонным ростом тактовой частоты современных компьютеров и учетом влияния всплесков на фоне прямоугольных импульсов при разработке печатных плат устройств вычислительной техники.

## 1.9.Работа с размерными переменными

Данные и переменные могут быть размерными, т.е. характеризоваться не только своими численными значениями, но и указанием физической величины, значение которой они хранят. Для присваивания таким переменным значений используются обычные знаки присваивания, но после численного значения со знаком умножения или пробела указывается единица измерения. Ее удобно выбирать из окна размерных величин, которое появляется при активации кнопки с

изображением мерной кружки на стандартной панели инструментов. Можно также вызвать это окно, исполнив команду Units в позиции Insert главного меню.

Mathcad допускает записывать значения размерных величин символами национальных алфавитов (в том числе буквами русского языка) и задавать свои единицы размерных величин. В процессе вычислений Mathcad следит за соответствием размерных величин и выдает сигнал ошибки в случае нарушения такого соответствия.

Проведение расчетов с размерными величинами и переменными особенно удобно при решении различных физических задач. При этом правильная размерность результата является дополнительным фактором, свидетельствующем о корректности таких расчетов.

Например, спектр периодического сигнала представляется отрезками, длина которых численно равна амплитудам гармонических составляющих. Эти отрезки расставляются по оси частот с указанием начальной фазы каждой составляющей спектра. Понятие спектра непериодического сигнала сложнее. Если выделить какую-либо дискретную частоту, соответствующую в случае периодической функции  $s(t)$   $n$ -й гармонике, тогда для непериодической функции, совпадающей с  $s(t)$  на временном участке, равном ее периоду, мы приходим к понятию спектральной плотности непериодического сигнала. Спектральная плотность непериодического сигнала определяется путем деления амплитуды  $n$ -й гармоники периодического сигнала на полосу частот, отделяющую соседние линии дискретного спектра, т.е. спектральная плотность имеет смысл плотности амплитуд на оси частот и имеет размерность [амплитуда/Герц].

Поэтому огибающая сплошного спектра (модуль спектральной плотности или АЧХ сигнала) непериодической функции и огибающая линейчатого спектра периодической функции (полученной из непериодической путем продолжения ее с периодом  $T$ ) совпадают по форме и различаются только масштабом.

Обратите внимание на то обстоятельство, что размерности спектра периодической и непериодической функции разные. Особенность спектра непериодической функции позволяет очень рельефно выявить система Mathcad, работающая с размерными величинами данных и переменных. Поэтому рекомендуем использовать эту возможность Mathcad при выполнении задания.

## 2. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Описываемые ниже методы анализа сложных электрических цепей применимы для цепей постоянного и переменного тока. Задача анализа предполагает, что в схеме, содержащей  $p$  ветвей и  $q$  узлов, известны параметры источников э.д.с. (величина э.д.с. и внутреннее сопротивление каждого источника) и величины всех сопротивлений, входящих в каждую ветвь схемы. Искомыми являются токи в ветвях схемы. Следовательно, для решения поставленной задачи нужно научиться правильно составлять и решать системы независимых линейных уравнений с количеством уравнений в них, равным числу ветвей схемы.

Напомним, что под ветвью электрической цепи будем понимать ту ее часть, в пределах которой сохраняется постоянной величина проходящего по ней тока, а под узлом – точку, в которой соединяются более двух ветвей анализируемой схемы.

### 2.1. Анализ сложной электрической схемы путем составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа выражает равенство нулю алгебраической суммы токов в узле. По первому закону Кирхгофа можно составить  $q-1$  независимых уравнений.

Второй закон Кирхгофа выражает равенство алгебраической суммы э.д.с. в замкнутом контуре алгебраической сумме падений напряжений, создаваемых токами, протекающими по сопротивлениям, входящим в этот замкнутый контур. Для электрической схемы, содержащей  $p$  ветвей, по второму закону достаточно составить  $p-(q-1)=p-q+1$  независимых уравнений.

Для того чтобы уравнения по второму закону Кирхгофа, а следовательно, и сами контуры были независимыми, достаточно, чтобы каждый последующий контур отличался от предыдущего хотя бы одной новой ветвью.

Возьмем в качестве примера схему, приведенную на рис.2.1, и составим для расчета токов в ней систему уравнений по законам Кирхгофа.

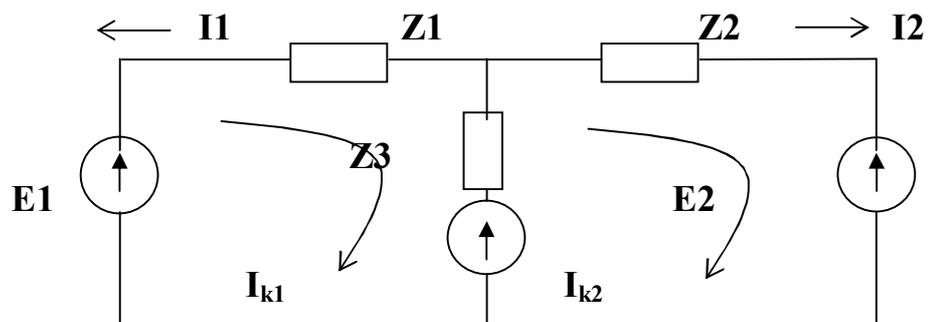


Рис. 2.1. Электрическая схема с контурными токами

Данная схема содержит три ветви и два узла. Поэтому для расчета токов, протекающих в каждой ветви, надо составить систему из трех независимых уравнений. Поскольку в схеме есть два узла, то можно составить только одно уравнение по первому закону Кирхгофа. Два других уравнения составляем по второму закону Кирхгофа. Итак, получаем такую систему:

$$\begin{aligned}I_1 + I_2 - I_3 &= 0, \\I_1 Z_1 + I_3 Z_3 &= E_1 + E_3, \\-I_2 Z_2 - I_3 Z_3 &= E_3 - E_2.\end{aligned}$$

Решение этой системы не вызывает никаких трудностей, поэтому перейдем к составлению уравнений по методу контурных токов.

## 2.2. Анализ сложной электрической схемы путем составления системы уравнений по методу контурных токов

Идея метода контурных токов заключается в том, что с его помощью можно вместо составления одной системы уравнений, содержащей  $p$  неизвестных (по числу ветвей), составить две формально не зависимых друг от друга системы уравнений, одна из которых составляется по первому закону Кирхгофа и содержит  $q-1$  уравнений, а другая – по второму закону Кирхгофа и содержит  $p-(q-1)$  уравнений. В настоящее время этот метод не имеет того значения, какое он имел до появления современных вычислительных средств, так как в былые времена решать систему из  $p$  уравнений было намного сложнее, чем решать две системы, одна из которых содержала  $q-1$  уравнений, а другая –  $p-(q-1)$  уравнений.

Составим уравнения для расчета токов в той же схеме, что приведена на рис.2.1, на которой токи  $I_{k1}$  и  $I_{k2}$  - контурные токи. Токи  $I_1$  и  $I_2$ , протекающие по сопротивлениям  $Z_1$  и  $Z_2$ , равны соответствующим контурным токам  $I_{k1}$  и  $I_{k2}$ . При этом ток, протекающий по сопротивлению  $Z_3$ , общему для обоих контуров, равен разности контурных токов  $I_{k1}$  и  $I_{k2}$ , так как эти токи направлены в ветви с  $Z_3$  навстречу друг другу. Само собой разумеется, что если положительное направление искомого тока в ветви с  $Z_3$  принять совпадающим с направлением тока  $I_1$ , то ток в ветви с  $Z_3$  будет равен  $I_1 - I_2$ . В противном случае он будет равен  $I_2 - I_1$ .

Надо сказать, что контурные токи являются фиктивными, поскольку их введение предполагает постоянство тока в каждой точке замкнутого контура, хотя на самом деле в различных частях этого контура протекают разные токи.

Уравнения системы, составленной по методу контурных токов, получаются следующим образом. Число уравнений, записываемых для контурных токов по второму закону Кирхгофа, равно числу независимых контуров, т.е. для электрической схемы с числом узлов  $q$  и числом ветвей  $p$  достаточно записать  $p-(q-1)$  уравнений. Так, в схеме рис.2.1  $q=2$ ,  $p=3$ , следовательно, число уравнений, соответствующих числу независимых контуров, равно  $3-(2-1)=2$ .

Положительные направления контурных токов задаются произвольно. Направление обхода каждого контура принимается обычно совпадающим с выбранным положительным направлением контурного тока. Поэтому при составлении уравнений по второму закону Кирхгофа падение напряжения от данного контурного тока в собственном сопротивлении контура берется со знаком плюс. При этом собственное сопротивление контура представляет собой сумму комплексных сопротивлений, входящих в контур.

Падение напряжения, создаваемого током смежного контура в общем сопротивлении, принадлежащем одновременно двум или нескольким контурам, берется со знаком минус, если контурные токи в этом сопротивлении направлены навстречу друг другу, как это имеет место в схеме рис.2.1, где в качестве положительного направления обоих контурных токов выбрано направление по ходу часовой стрелки. Для схемы рис.2.1 можно записать два уравнения в соответствии со вторым законом Кирхгофа, а именно:

$$\begin{aligned}(Z_1 + Z_2)I_{k_1} - Z_2 I_{k_2} &= E_1 + E_3, \\ -Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 &= -E_2 - E_3.\end{aligned}$$

Здесь  $Z_1 + Z_2$  и  $Z_2 + Z_3$  - собственные сопротивления контуров,  $Z_3$  - общее сопротивление контуров.

Решая эту систему, мы находим величины контурных токов, а так как контурные токи в данном случае совпадают с реальными токами  $I_1$  и  $I_2$ , то приходим к выводу, что  $I_1 = I_{k_1}$  и  $I_2 = I_{k_2}$ .

Чтобы определить величину тока  $I_3$ , полученную систему уравнений надо дополнить уравнением, составленным по первому закону Кирхгофа:

$$I_{k_1} + I_{k_2} - I_3 = 0.$$

Отсюда легко находим  $I_3 = I_{k_1} + I_{k_2}$ .

### 2.3.Примеры решения задач на анализ сложных электрических схем постоянного и переменного тока

Задача 1. Составить электрическую схему, содержащую 10 ветвей и шесть узлов. Предусмотреть в каждой ветви наличие источника постоянной э.д.с. Составить систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа. Решить эту систему. Записать выражения для токов в каждой ветви. Составить систему уравнений по методу контурных токов. Решить

эту систему. Сравнить результаты расчета схемы, полученные двумя разными способами.

Задача 2. Составить электрическую схему, содержащую 10 ветвей и шесть узлов. Предусмотреть в каждой ветви наличие источника переменной э.д.с., постоянного сопротивления и хотя бы одной реактивности. Составить систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа. Решить эту систему. Записать выражения для токов в каждой ветви. Затем составить систему уравнений по методу контурных токов. Решить эту систему. Сравнить результаты расчета, полученные двумя разными способами.

#### **2.4. Методические рекомендации по решению задач**

При проведении анализа следует придерживаться следующего плана работы.

1. Сосчитать число ветвей в схеме и обозначить его буквой  $p$  (в данном случае  $p=10$ ).

2. Обозначить направления токов в каждой ветви. Этот пункт выполняется формально, так как истинное направление тока до решения задачи неизвестно. Если направление какого-то тока будет выбрано ошибочно, то в ответе получится знак минус. Тогда мы изменим направление стрелки, указывающей направление этого тока.

3. Выбрать в качестве положительного направления обхода замкнутого контура направление движения часовой стрелки.

4. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа направления токов, втекающих в узел, будем считать положительным, а вытекающих – отрицательным.

5. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа падения напряжения, создаваемые током, движущимся в положительном направлении, брать со знаком плюс, а падения напряжения, создаваемые током, движущимся в отрицательном направлении, - со знаком минус.

#### **2.5. Решение задачи анализа сложной электрической схемы постоянного тока методом составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа**

В качестве примера рассмотрим анализ схемы, приведенной на рис.2.2. На этой схеме обозначим направления токов в каждой ветви. Затем составим уравнения по первому закону Кирхгофа. Таких уравнений можно составить только  $q-1=6-1=5$ . Еще пять уравнений составим по второму закону Кирхгофа. Для этого выберем независимые контуры  $E1-R1-R2-E2$ ,  $E2-R2-R3-E3-R5-E5-R4-E4$ ,  $E5-R5-E6-R6-R8-E8-R7-E7$ ,  $E8-R8-E9-R9$ ,  $R9-$

E9-R10-R10 и для каждого выбранного контура запишем уравнение по второму закону Кирхгофа.

Получим следующую систему уравнений для расчета токов в электрической схеме.

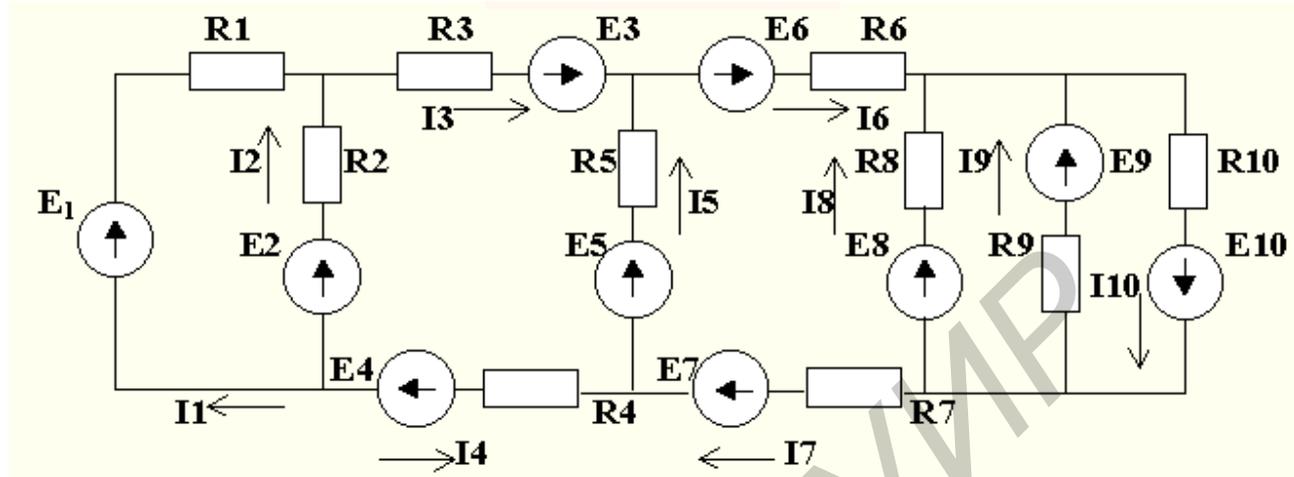


Рис. 2.2. Электрическая схема постоянного тока

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 + I_2 + I_4 = 0, \\ I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ I_4 - I_5 + I_7 = 0, \\ I_6 + I_8 + I_9 - I_{10} = 0, \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2, \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = E_2 + E_3 + E_4 - E_5, \\ I_5 R_5 + I_6 R_6 + I_7 R_7 - I_8 R_8 = E_5 + E_6 + E_7 - E_8, \\ I_8 R_8 - I_9 R_9 = E_8 - E_9, \\ I_9 R_9 + I_{10} R_{10} = -E_9 + E_{10}. \end{cases}$$

Теперь подставим численные значения. Положим, что  $R_1=1$  Ом,  $R_2=2$  Ом, ...,  $R_{10}=10$  Ом,  $E_1=1$  В,  $E_2=2$  В, ...,  $E_{10}=10$  В.

Тогда получим систему уравнений

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 + I_2 + I_4 = 0, \\ I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ I_4 - I_5 + I_7 = 0, \\ I_6 + I_8 + I_9 - I_{10} = 0, \\ I_1 - 2I_2 = -1, \\ 2I_2 + 3I_3 - 4I_4 - 5I_5 = 4, \\ 5I_5 + 6I_6 - 7I_7 - 8I_8 = 10, \\ 8I_8 - 9I_9 = -1, \\ 9I_9 + 10I_{10} = 1. \end{cases}$$

Представим эту систему в виде матричного уравнения  $Ax=B$ , где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 6 & 7 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 10 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 10 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Решение матричного уравнения получаем в виде

$$x = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 0.068 \\ 0.534 \\ 0.603 \\ -0.603 \\ 0.257 \\ 0.86 \\ 0.86 \\ 0.308 \\ 0.385 \\ 1.553 \end{bmatrix}.$$

Обратите внимание, что число в четвертой строке записано со знаком минус. Это говорит о том, что предварительно установленное направление тока в соответствующей ветви схемы выбрано ошибочно и должно быть изменено на обратное.

Делаем вывод, что в схеме протекают токи  $I_1 = 0.068 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0.534 \text{ A}$ ,  $\dots$ ,  $I_{10} = 1.553 \text{ A}$ .

## 2.6. Решение задачи анализа сложной электрической схемы постоянного тока путем составления уравнений по методу контурных токов

Теперь составим уравнения по методу контурных токов для рассматриваемой схемы, приведенной на рис.2.2. Поскольку схема содержит шесть узлов, то по второму закону Кирхгофа для контурных токов  $I_{k1}$ ,  $I_{k2}$ ,  $I_{k3}$ ,  $I_{k4}$ ,  $I_{k5}$  составим такую систему уравнений:

$$\begin{cases} I_{k1}(R1 + R2) - I_{k2}R2 = E1 - E2, \\ -I_{k1}R2 + I_{k2}(R2 + R3 + R4 + R5) - I_{k3}R5 = E2 + E3 + E4 - E5, \\ -I_{k2}R5 + I_{k3}(R5 + R6 + R7 + R8) - I_{k4}R8 = E5 + E6 + E7 - E8, \\ -I_{k3}R8 + I_{k4}(R8 + R9) - I_{k5}R9 = E8 - E9, \\ -I_{k4}R9 + I_{k5}(R9 + R10) = E9 + E10. \end{cases}$$

После подстановки в эту систему числовых параметров она приобретает вид

$$\begin{cases} 3I_{k1} - 2I_{k2} = -1, \\ -2I_{k1} + 14I_{k2} - 5I_{k3} = 4, \\ -5I_{k2} + 26I_{k3} - 8I_{k4} = 10, \\ -8I_{k3} + 17I_{k4} - 9I_{k5} = -1, \\ -9I_{k4} + 19I_{k5} = 19. \end{cases}$$

Решая эту систему с помощью пакета Mathcad, получаем для контурных токов  $I_{k1}$ ,  $I_{k2}$ ,  $I_{k3}$ ,  $I_{k4}$ ,  $I_{k5}$  матричное уравнение  $C \cdot y = D$ , где

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 14 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 26 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 17 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 19 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 10 \\ -1 \\ 19 \end{bmatrix}.$$

Решение, полученное с помощью пакета, имеет вид

$$y = C^{-1}D = \begin{bmatrix} 0.056 \\ 0.583 \\ 0.855 \\ 1.165 \\ 1.553 \end{bmatrix},$$

откуда следует, что величины контурных токов равны  $I_{k1} = 0.056 \text{ A}$ ,  $I_{k2} = 0.583 \text{ A}$ ,  $I_{k3} = 0.855 \text{ A}$ ,  $I_{k4} = 1.165 \text{ A}$ ,  $I_{k5} = 1.553 \text{ A}$ . Обратившись к схеме, приведенной на рис. 2, видим, что контурный ток  $I_{k1}$  совпадает с током, протекающим в первой ветви, поэтому делаем вывод, что  $I_1 = I_{k1}$ . Аналогично получаем  $I_3 = -I_4 = I_{k2}$ ,  $I_6 = I_7 = I_{k3}$ ,  $I_{10} = I_{k5}$ . Остается определить токи  $I_2$ ,  $I_5$ ,  $I_8$  и  $I_9$ . Для расчета этих токов составим систему уравнений

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ I_{k4} - I_{k5} + I_9 = 0, \\ I_{k3} - I_{k4} + I_8 = 0, \end{cases}$$

решить которую не представляет никакого труда. Сравнивая оба решения, приходим к выводу, что задача решена правильно. Проведенный анализ показывает, что действительно, если бы мы решали эту задачу вручную, т.е. без применения средств вычислительной техники, то применение метода контурных токов предпочтительнее, поскольку решение двух систем линейных уравнений, состоящих из пяти уравнений каждая, значительно проще, чем решение одной системы с 10 неизвестными. Однако применение ЭВМ для решения систем линейных уравнений сводит это преимущество метода контурных токов на нет.

## 2.7. Потенциальная диаграмма цепи постоянного тока

Исследования электрических цепей, изучение режимов их работы значительно упрощаются, если для цепи ввести вспомогательное понятие о потенциале. При вычислении потенциалов отдельных точек электрической цепи потенциал точки, соединенной с землей, принимается равным нулю. При этом под потенциалом точки электрической цепи понимают напряжение между этой точкой и землей.

Графическое изображение распределения потенциала в электрической цепи в зависимости от сопротивления участков цепи называется *потенциальной*

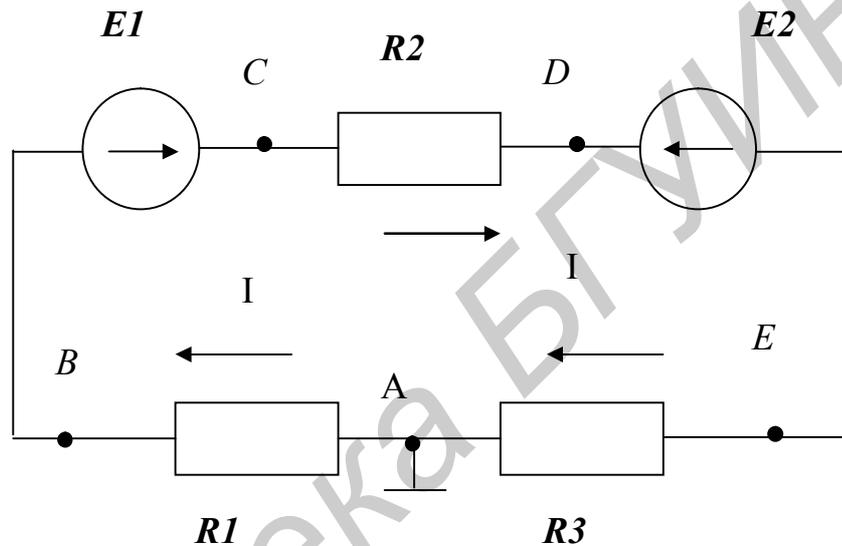


Рис.2.3 Схема электрической цепи постоянного тока

*диаграммой*. При построении потенциальной диаграммы по оси абсцисс откладываются в масштабе сопротивления в том порядке, в котором они следуют друг за другом в цепи ( иногда вместо сопротивлений по оси абсцисс откладываются длины участков, из которых составлена цепь), а по оси ординат – значения потенциала.

**Пример 3.** Построить потенциальную диаграмму для цепи, изображенной на рис.2.3 по следующим данным:  $R1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R3 = 6 \text{ Ом}$ ,  $r_{01} = r_{02} = r_0 = 1 \text{ Ом}$ ,  $E1 = 18 \text{ В}$ ,  $E2 = 46 \text{ В}$ .

Сначала вычислим ток в цепи:

$$I = \frac{E2 - E1}{R1 + R2 + R3 + r_{01} + r_{02}} = 2 \text{ А.}$$

Проведем расчет потенциалов всех точек. Потенциал точки  $A$ , соединенной с землей, примем равным нулю:  $\varphi_A = 0$ . Из уравнения  $\varphi_A - \varphi_B = IR_1$  найдем:  $\varphi_B = \varphi_A - IR_1 = -8B$ .

Между точками  $B$  и  $C$  в анализируемой цепи включен источник э.д.с., работающий в режиме потребителя. Разность потенциалов на его зажимах  $\varphi_B - \varphi_C = E_1 + Ir_0$ , откуда  $\varphi_C = -28B$ .

Потенциал точки  $D$  найдем из уравнения  $\varphi_D - \varphi_C = E_2 - IR_2$ , откуда  $\varphi_D = -32B$ .

Положительный зажим второго источника э.д.с., работающего в режиме генератора, присоединен к точке  $E$ , а отрицательный – к точке  $D$ , поэтому  $\varphi_E - \varphi_D = E_2 - Ir_0$ , откуда  $\varphi_E = 12B$ .

Наконец из уравнения  $\varphi_E - \varphi_A = IR_3$  убеждаемся, что  $\varphi_A = \varphi_E - IR_3 = 0$ .

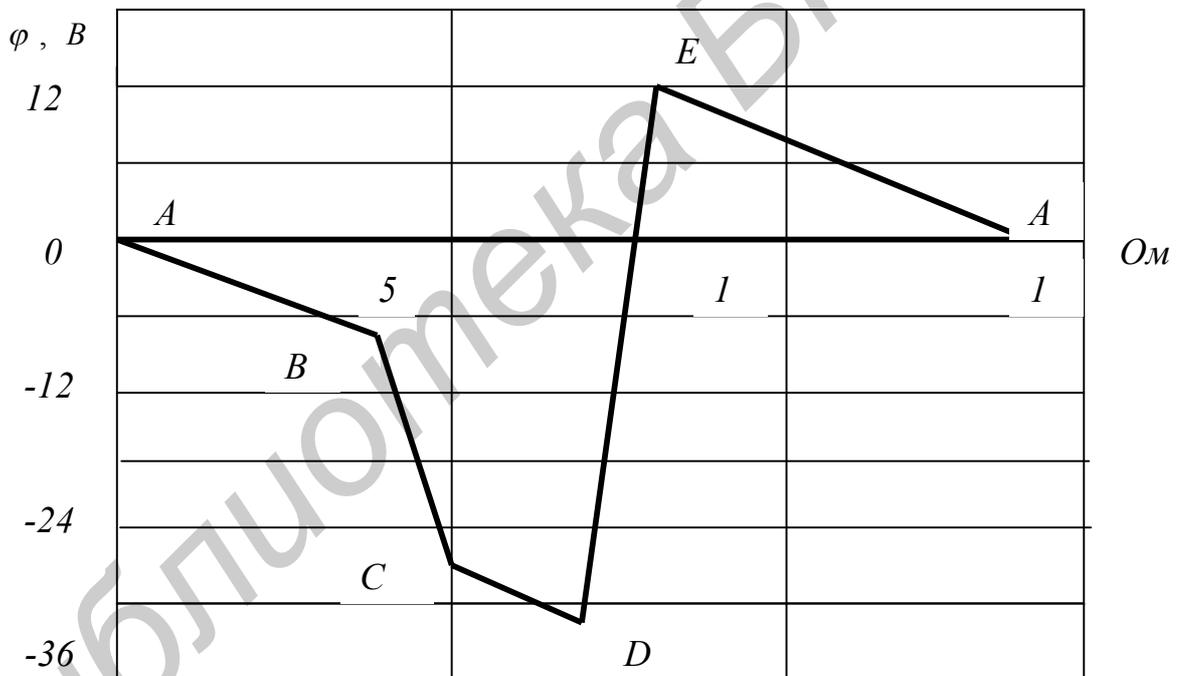


Рис. 2.4. Потенциальная диаграмма к схеме рис.2.3

На рис. 2.4 представлена потенциальная диаграмма к схеме рис.2.3, построенная по полученным результатам.

## 2.8. Решение задачи анализа сложной электрической схемы переменного тока путем составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа

Составим уравнения по первому и второму законам Кирхгофа для схемы, показанной на рис. 2.5. Имеем систему

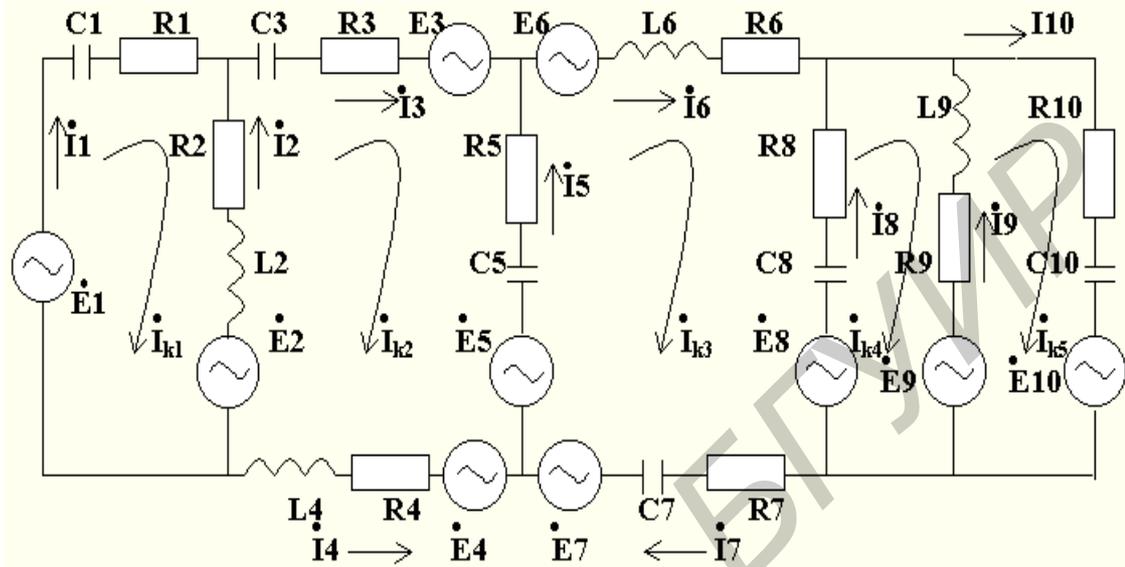


Рис.2.5. Электрическая схема переменного

$$\begin{cases}
 I_1(R_1 - iX_{C1}) + I_2(R_2 + iX_{L2}) = E_1 - E_2, \\
 -I_2(R_2 + iX_{L2}) + I_3(R_3 - iX_{C3}) + I_4(R_4 + iX_{L4}) - I_5(R_5 - iX_{C5}) = \\
 = E_2 + E_3 + E_4 - E_5, \\
 I_5(R_5 - iX_{C5}) + I_6(R_6 + iX_{C6}) + I_7(R_7 - iX_{C7}) - I_8(R_8 - iX_{C8}) = \\
 = E_5 + E_6 + E_7 - E_8, \\
 I_8(R_8 - iX_{C8}) - I_9(R_9 + iX_{L9}) = E_8 - E_9, \\
 I_9(R_9 + iX_{L9}) + I_{10}(R_{10} - iX_{C10}) = E_9 + E_{10}, \\
 I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\
 I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\
 I_6 + I_8 + I_9 + I_{10} = 0, \\
 -I_7 - I_8 - I_9 + I_{10} = 0, \\
 -I_4 - I_5 + I_7 = 0.
 \end{cases}$$

Первые пять уравнений этой системы записаны по второму закону Кирхгофа для независимых контуров, указанных стрелками на рис.2.5. Следующие пять уравнений записаны в соответствии с требованиями первого закона Кирхгофа. Методика составления этих уравнений полностью совпадает с уже рассмотренной выше при составлении систем уравнений, описывающих работу схемы, анализ которой проводился на постоянном токе. Однако легко видеть, что уровень анализа электрических схем на переменном токе значительно выше уровня анализа схем, работающих на постоянном токе. Поэтому, чтобы овладеть методикой такого анализа, надо хорошо изучить возможности анализа схем на постоянном токе, и, только усвоив практику составления уравнений для схем на постоянном токе, можно переходить к анализу схем, работающих на переменном токе.

После подстановки числовых данных в каждое уравнение системы ее можно переписать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1(1-i) - I_2(2+2i) = -1, \\ -I_2(2+2i) + I_3(3-3i) + I_4(4+4i) - I_5(5-5i) = 4, \\ I_5(5-5i) + I_6(6+6i) + I_7(7-7i) - I_8(8-8i) = 10, \\ I_8(8-8i) - I_9(9+9i) = -1, \\ I_9(9+9i) + I_{10}(10-i10) = 19, \\ I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ I_6 + I_8 + I_9 - I_{10} = 0, \\ -I_7 - I_8 - I_9 + I_{10} = 0, \\ -I_4 - I_5 + I_7 = 0. \end{array} \right.$$

Представим в матричной форме эту систему  $Sy=D$ , где матрицы  $S$  и  $D$  составлены из комплексных в общем случае коэффициентов, стоящих перед соответствующими токами в записанной системе уравнений и отражающих наличие реактивных сопротивлений в анализируемой схеме. Применительно к рассматриваемой задаче эти матрицы имеют следующий вид:

$$C = \begin{bmatrix} 1-i & 1+i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2-2i & 3-3i & 4+4i & -5+5i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5-5i & 6+6i & 7-7i & -8+8i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8-8i & -9-9i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9+9i & 10-10i \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 10 \\ -1 \\ 19 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Решение этого уравнения получаем в форме  $y = C^{-1} D$ , где  $y$  представляет собой вектор-столбец, составленный из токов в соответствующих ветвях анализируемой схемы. Таким образом, элементом этого вектора-столбца является ток, протекающий в соответствующей ветви схемы. В общем случае этот ток представляет собой комплексное число, которое отражает комплексный характер анализируемой схемы. Благодаря использованию средств вычислительной техники решение таких систем не представляет трудностей, однако требуется некоторый опыт, чтобы правильно интерпретировать результаты выполненных расчетов. По данным параметрам анализируемой схемы решение системы уравнений, описывающей ее поведение, можно записать в следующем виде:

$$y = \begin{bmatrix} 0.2 + 0.348i \\ 0.424 - 0.35i \\ 0.624 - 0.002i \\ -0.624 + 0.002i \\ 0.116 + 0.268i \\ 0.74 + 0.267i \\ 0.74 + 0.267i \\ -0.105 + 0.331i \\ 0.35 + 0.038i \\ 0.984 + 0.635i \end{bmatrix}.$$

Отсюда следует, что  $I_1 = 0.2 + 0.348 A$ ,  $I_2 = 0.424 - 0.35i A$ ,  $I_3 = 0.624 - 0.002i A$ ,  $I_4 = -0.624 + 0.002i A$ ,  $I_5 = 0.116 + 0.0268i A$ ,  $I_6 = 0.74 + 0.267i A$ ,  $I_7 = 0.74 + 0.276i A$ ,  $I_8 = -0.105 + 0.331i A$ ,  $I_9 = 0.35 + 0.038i A$ ,  $I_{10} = 0.984 + 0.635i A$ .

## 2.9. Решение задачи анализа сложной электрической схемы переменного тока путем составления уравнений по методу контурных токов

Теперь составим уравнения по методу контурных токов. Оставим те же контуры, что и при решении предыдущей задачи, и выберем те же направления контурных токов. Поскольку схема содержит шесть узлов, то мы можем выделить пять независимых контуров с протекающими в них контурными токами и составить пять независимых линейных уравнений для расчета контурных токов, протекающих в контурах этой схемы.

Имеем

$$\begin{aligned}
& I_{k1}[R1+R2+i(X_{L2}-X_{C1})]-I_{k2}(R2+iX_{L2})=E1-E2, \\
& -I_{k1}(R2+iX_{L2})+I_{k2}[R2+R3+R4+R5+ \\
& \quad +i(X_{L2}-X_{C3}+X_{L4}-X_{C5})]-I_{k3}(R8-iX_{C5})=E2+E3+E4-E5, \\
& -I_{k2}(R2-iX_{C2})+I_{k3}[R5+R6+R7+R8+ \\
& \quad +i(-X_{C5}+X_{L6}-X_{C7}-X_{C8})]-I_{k4}(R8-iX_{C8})=E5+E6+E7-E8, \\
& -I_{k3}(R8-iX_{C8})+I_{k4}[R8+R9+i(-X_{C8}+X_{L9})]- \\
& \quad \quad \quad -I_{k5}(R9+iX_{L9})=E8-E9, \\
& -I_{k4}(R9+iX_{L9})+I_{k5}[R9+R10+i(X_{L9}-X_{C10})]=E9+E10
\end{aligned}$$

Эта система после подстановки в нее числовых величин  $E1=1$  В,  $E2=2$  В, ...,  $E10=10$  В,  $R1=1$  Ом,  $R2=2$  Ом, ...,  $R10=10$  Ом,  $C1=1$  Ом,  $C3=3$  Ом,  $C5=5$  Ом,  $C7=7$  Ом,  $C8=8$  Ом,  $C10=10$  Ом,  $L2=2$  Ом,  $L4=4$  Ом,  $L6=6$  Ом,  $L9=9$  Ом принимает вид

$$\begin{cases}
I_{k1}(3+i) - I_{k2}(2+2i) = -1, \\
-I_{k1}(2+2i) + I_{k2}(14-2i) - I_{k3}(5-5i) = 4, \\
-I_{k2}(5-5i) + I_{k3}(26-14i) - I_{k4}(8-8i) = 10, \\
-I_{k3}(8-8i) + I_{k4}(17+i) - I_{k5}(9+9i) = -1, \\
-I_{k4}(9+9i) + I_{k5}(19-i) = 19.
\end{cases}$$

Для решения этой системы с помощью пакета Mathcad 2000 запишем ее в матричной форме  $Ez = F$ , где

$$E = \begin{bmatrix} 3+i & -2-2i & 0 & 0 & 0 \\ -2-2i & 14-2i & -5+5i & 0 & 0 \\ 0 & -5+5i & 26-14i & -8+8i & 0 \\ 0 & 0 & -8+8i & 17+i & -9-9i \\ 0 & 0 & 0 & -9-9i & 19-i \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 10 \\ -1 \\ 19 \end{bmatrix}.$$

Решение этого уравнения

$$z = E^{-1} F = \begin{bmatrix} 0.2 + 0.348i \\ 0.624 - 0.002i \\ 0.74 + 0.267i \\ 0.635 + 0.597i \\ 0.984 + 0.635i \end{bmatrix}.$$

Поскольку контурные токи  $I_{k1} = I_1$ ,  $I_{k2} = I_3 = I_4$ ,  $I_{k3} = I_6 = I_7$ ,  $I_{k5} = I_{10}$ , то теперь остается найти только токи  $I_2$ ,  $I_5$ ,  $I_8$ ,  $I_9$ . Для их расчета составим систему уравнений

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ I_8 = I_{k3} - I_{k4}, \\ I_9 = I_{k4} - I_{k5}. \end{cases}$$

Решение этой системы приводит к тем же результатам, что и решение системы уравнений, составленной по первому и второму законам Кирхгофа.

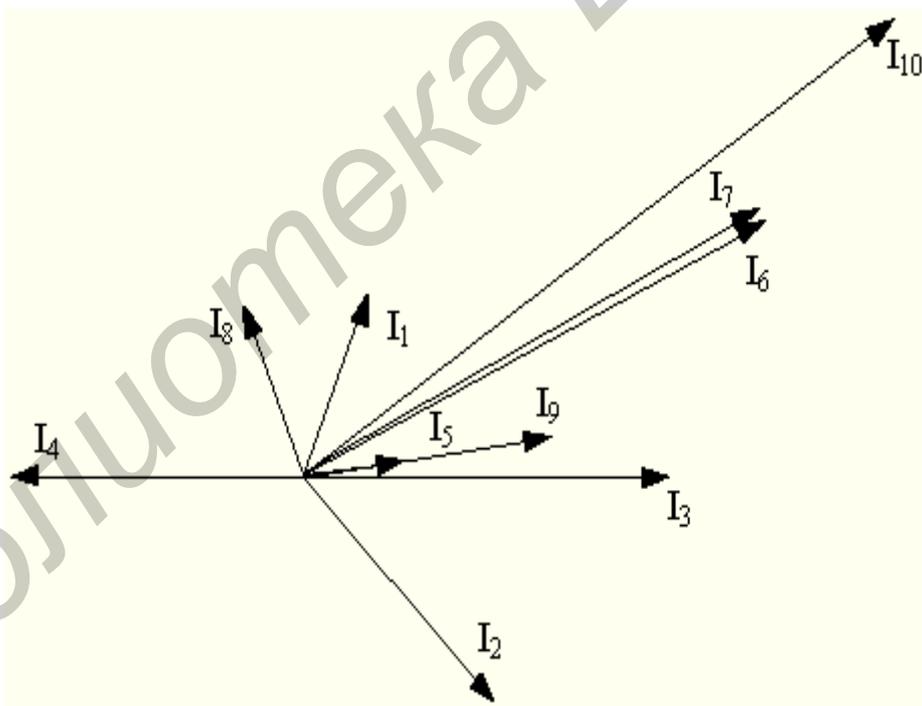


Рис.2.6. Векторная диаграмма токов, протекающих в схеме, приведенной на рис.2.5

Легко видеть, что полученные результаты позволяют немедленно построить векторную диаграмму для токов, протекающих в схеме (рис.2.6).

Можно также построить и векторную диаграмму всех напряжений на элементах анализируемой схемы, предварительно рассчитав их величины с помощью пакета Mathcad 2000 Professional или микрокалькулятора.



Когда по результатам анализа сложной электрической схемы записана система линейных уравнений, то достаточно теперь составить выражения для  $A$  и  $B$ , чтобы получить с помощью пакета Mathcad 2000 результат в виде вектора-столбца для искомых токов.

Чтобы составить выражение для матрицы  $A$ , можно сделать следующее:

- выбрать Matrixes из меню Math (или нажать Ctrl+M),
- указать число строк и столбцов в диалоговом окне,
- щелкнуть мышью на окошке Create (создать),
- ввести содержимое матрицы  $A$ , переходя с места на место в открывшемся шаблоне с помощью клавиши Tab.

Для обозначения мнимой единицы в комплексных числах используются буквы,  $i$  и  $j$ . Пользователь может выбрать обозначение мнимой единицы по своему усмотрению. Для этого нужно воспользоваться главным меню Math/Numerical Format.

Вектор-столбец свободных членов  $B$  создается аналогичным образом, но его нужно располагать ниже матрицы  $A$ .

Затем надо записать формулу для решения матричного уравнения  $x := A^{-1}B$ .

Чтобы набрать эту формулу, надо сделать следующее:

- набрать букву  $x$ ,
- затем набрать знак := (двоеточие), на экране появится  $x:=$ ,
- набрать букву  $A$ ,
- перейти к верхнему индексу, нажав Ctrl+6 (это соответствует знаку ^),
- набрать  $-1$ ,
- выделить курсором  $A^{-1}$  в выражении  $x := A^{-1}B$ ,
- нажать клавишу Shift+8 (это соответствует знаку \*),
- набрать букву  $B$ .

Когда формула набрана, чтобы получить выражение для  $x$ , достаточно набрать  $x =$ . Пакет сразу же выдаст результат.

Примечание. Курсор в Mathcad 2000 Professional может иметь три формы: + (crosshair), | (insertion point) и (selection box). Если нажать клавишу “стрелка вниз”, то selection box переходит в insertion point. Если нажать клавишу “стрелка вверх”, то insertion point переходит в selection box.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Методические материалы по курсу «Основы радиоэлектроники и схемотехники» для студентов специальности «Экономика и управление предприятием (фирмой)» заочной формы обучения. Сост. Першин В.Т., Гололобов Д.В. –Мн.: БГУИР, 2000, с.30.

2. Першин В.Т. Методическое пособие по расчету сложных цепей на ПЭВМ с использованием пакета Mathcad PLUS 6 для студентов специальности Э.01.03.00 «Экономика и управление на предприятии». –Мн.: БГУИР, 1999, с.18.

3. Атабеков Г.Н. Основы теории цепей. -М.: Энергия, 1969, 386 с.

4. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – М.: Энергия, 1972, 830 с.

5. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. –М.: Сов. Радио, 1986, 608 с.

Библиотека БГУИР

# СОДЕРЖАНИЕ

## Введение

### 1. АНАЛИЗ ПРОХОЖДЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

- 1.1. Понятие периодического и непериодического сигнала
- 1.2. Понятие гармонического анализа
- 1.3. Спектральный анализ периодических сигналов
  - 1.3.1. Тригонометрическая форма ряда Фурье
  - 1.3.2. Комплексная форма ряда Фурье
- 1.4. Спектральный анализ непериодических сигналов
- 1.5. Порядок проведения анализа прохождения сигналов через линейную цепь
- 1.6. Встроенные функции пакета Mathcad спектрального анализа сигналов
- 1.7. Анализ прохождения непериодического сигнала через линейную цепь
- 1.8. Анализ прохождения периодического сигнала через линейную цепь
- 1.9. Работа с размерными переменными

### 2. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

- 2.1. Анализ сложной электрической схемы путем составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа
- 2.2. Анализ сложной электрической схемы путем составления системы уравнений по методу контурных токов
- 2.3. Примеры решения задач на анализ сложных электрических схем постоянного и переменного тока
- 2.4. Методические рекомендации по решению задач
- 2.5. Решение задачи анализа сложной электрической схемы постоянного тока методом составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа
- 2.6. Решение задачи анализа сложной электрической схемы постоянного тока путем составления уравнений по методу контурных токов
- 2.7. Потенциальная диаграмма
- 2.8. Решение задачи анализа сложной электрической схемы переменного тока путем составления уравнений по первому и второму законам Кирхгофа
- 2.9. Решение задачи анализа сложной электрической схемы переменного тока путем составления уравнений по методу контурных токов
- 2.10. Решение матричных уравнений с помощью пакета Mathcad

## ЛИТЕРАТУРА

Учебное издание

Першин Виктор Тихонович

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
по выполнению контрольного задания по курсу  
«Основы радиоэлектроники и схемотехники»  
для студентов специальности  
«Э.01.03.00. Экономика и управление на предприятии»  
заочной формы обучения

Редактор Т.Н.Крюкова  
Корректор Е.Н.Батурчик

---

Подписано в печать  
60x84 1/16.

Бумага офсетная.  
Уч.-изд.

Печать офсетная.  
Тираж 150 экз.

Формат

Усл.печ.л.  
Заказ

---

Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»  
Отпечатано в БГУИР. Лицензия ЛП №156. 220013, Минск, П.Бровки, 6