# ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ КЛАССИЧЕСКИХ ТЕОРЕМ

*Институт информационных технологий БГУИР, г.Минск, Республика Беларусь*

*Ламчановский А.Г.*

*Ермолицкий А.А. – канд. физ.-мат. наук, доцент*

Решены вероятностные задачи с целью определения классических констант (например, $e$ и $\pi$). Дана вероятностная интерпретация теоремы Дирихле-Вирзинга о приближении действительных чисел алгебраическими числами.

Известны несколько вероятностных задач, в которых возникают классические константы, например $e$ и $\pi$. Приведём примеры.

Пример 1. Задача Бюффона. На плоскости нарисованы параллельные прямые на одинаковом расстоянии $2a$ друг от друга. На плоскость бросается игла длины $2l$ ($l < a$). Найти вероятность того, что игла пересечет какую-нибудь прямую.

Эта задача на геометрическую вероятность. Обозначим через $x$ расстояние от середины иглы до ближайшей параллельной прямой и через $\varphi$ – угол между иглой и прямой. Нетрудно получить, что условие пересечения имеет вид $x \le l\sin\varphi$ и искомая вероятность может быть найдена по формуле:

$$P = \frac{1}{a\pi}\int_0^{\pi} l\sin\varphi d\varphi = \frac{2l}{a\pi} \qquad (1)$$

По закону больших чисел $P \approx \frac{m}{n}$, где $\frac{m}{n}$ – частота, с которой происходит искомое событие. Отсюда (1) принимает вид $\frac{m}{n} \approx \frac{2l}{a\pi}$ и $\pi \approx \frac{2nl}{am}$. Проделав эксперимент достаточно большое количество раз, мы можем вычислить $\pi$. В известных нам экспериментах $n$ было равно 5000 и $\pi$ было определено с точностью до третьего знака после запятой.

Пример 2. Для выпечки $1000$ булочек с изюмом было использовано $m$ изюминок. При каком значении $m$ в наудачу выбранной булочке окажется хотя бы одна изюминка?

Пусть $A$ – искомое событие. Тогда

$$\overline{A} = B_1 \cdot B_2 \cdot \ldots \cdot B_m, \qquad (2)$$

где $B_j,\ j = 1,2,\ldots,m$ – случайное событие, состоящее в том, что $j$ – я изюминка не попадет в данную булочку. Ясно, что $P(B_j) = 1 - \frac{1}{1000} = 0{,}999$.

Из (2) имеем

$$P(\overline{A}) = P(B_1)P(B_2)\ldots P(B_m) = (P(B_1))^m = (0{,}999)^m = \left(1-\frac{1}{1000}\right)^m = \left(1-\frac{1}{1000}\right)^{\frac{1000m}{1000}} \approx e^{\frac{-m}{1000}}. \qquad (3)$$

Если $e^{\frac{-m}{1000}} < \frac{1}{100}$, то $P(A) > 1 - \frac{1}{100} = 0{,}99$

Осталось найти такое $m$, что $e^{\frac{-m}{1000}} < \frac{1}{100}$. Для этого достаточно взять $m \ge 5000$, т.е. изюминок должно быть в 5 раз больше чем булочек.

Для решения задачи мы использовали равенство $e \approx (1+\lambda)^{\frac{1}{\lambda}}$ при малых $\lambda$.

Покажем, как с помощью вероятных соображений можно интерпретировать классические теоремы в теории диофантовых приближений, например, теорему Дирихле-Вирзинга о приближении действительных чисел алгебраическими числами.

Пусть $x$ – действительное число и $\alpha$ алгебраическое число степени $n$ и высоты $H = H(\alpha)$. При $Q \ge 1$ рассмотрим класс многочленов

$$P_n(Q) = \{P(x) \in Z[x] : \deg P \le n, H(P) \le Q\}.$$

Какой величины должна быть длина интервала $I$, чтобы с вероятностью сколь угодно близкой к единице действительное алгебраическое число $\alpha$ попало в интервал $I$.

Обозначим длину интервала $Q^{-\gamma}, \gamma > 0$. Нетрудно доказать, что количество алгебраических чисел $\alpha$ таких, что $P(\alpha) = 0, P(x) \in P_n(Q)$ не менее $c_1(n)Q^{n+1}$. Занумеруем их $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_k$. Пусть $A$ – искомое событие. Тогда $\overline{A} = B_1 \cdot B_2 \cdot \ldots \cdot B_k$, где $B_j, j = 1,2,\ldots k$ – случайное событие, состоящее в том, что алгебраическое число $\alpha_j$ не попало в интервал $I$. Ясно, что $P(B_j) = 1 - c_2(n)Q^{-\gamma}$.

$$P(\overline{A}) = (1 - c_2(n)Q^{-\gamma})^{c_1(n)Q^{n+1}} = (1 - c_2Q^{-\gamma})^{\frac{1}{c_2Q^{-\gamma}}c_1c_2Q^{n+1}Q^{-\gamma}} \approx e^{-c_1c_2Q^{n+1-\gamma}}$$

Если $\gamma < n+1$ и $Q \to \infty$, то $P(\overline{A}) \to 0$ и $P(A) \to 1$. Следовательно, длина интервала $I > Q^{n+1}$.

Автор выражает искреннюю благодарность за консультацию по теме статьи главному научному сотруднику отдела теории чисел Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси» доктору физико-математических наук профессору Бернику В.И.

Список использованных источников:

1. Шмидт, В.М. Диофантовы приближения / В.М. Шмидт. – М.: Мир, 1983. – 224 с.
2. Касселс, Дж.В.С. Введение в теорию диофантовых приближений / Дж.В.С. Касселс. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. – 213 с.
3. Beresnevich, V. Metric diophantine approximation: The Khintchine-Groshev theorem for nondegenerate manifolds / V. Beresnevich, V. Bernik,. D. Kleinbock, G. Margulis // Mosc. Math. J. – 2002. – V. 2, No. 2. P. 203-225.

# ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПОКУПАТЕЛЕЙ К ТОВАРУ В УСЛОВИЯХ СОВРЕМЕННОГО «РЫНКА ПОКУПАТЕЛЯ»

*Институт информационных технологий БГУИР, г.Минск, Республика Беларусь*

*Малахов В.В.*

*Анохин Е. В. − м. э. н., ст. преподаватель*

Проведён анализ основных требований покупателей к товарам в условиях современного «рынка покупателей», целесообразность изучения потребительских предпочтений, а также проанализированы требования потребителей к качеству, полезности и цене продукта.

«Рынок покупателя» представляет собой ситуацию, при которой величина предложения товара со стороны продавцов, которые представлены на рынке, превышает величину спроса на данный товар со стороны покупателей.

В качестве характерных черт такого рынка могут быть выделены: отсутствие дефицита, удовлетворительное качество товаров, тенденция к снижению цен.

Именно рынок покупателя является непременным условием применения концепций маркетинга, так как на данном типе рынка покупатели имеют большую власть, и более активным деятелем рынка является продавец, нацеленный на завоевание потребителей.

Для анализа основных требований покупателей к товарам в условиях современного «рынка покупателей» целесообразно изучить исследование потребительских предпочтений (факторов, которые оказывают влияние на потребительское поведение и потребительские требования и запросы) на «рынке покупателей» продовольственных товаров, проведенное С.Л. Фроловой, которая исследовала структуру потребления и продовольственные предпочтения в современных рыночных условиях.

Так, в разрезе продовольственных товаров, среди всех продуктов питания по ежедневной частоте употребления первое место занимают хлебобулочные изделия (50%). Также наиболее часто употребляемым продуктам относятся молоко и молокопродукты (27%), мясопродукты (17%), сахар и кондитерские изделия (13%). В категории «часто» находятся: овощи и бахчевые культуры (80%), фрукты (70%); мясопродукты (66%); сахар и кондитерские изделия (54%) и т.д. В категории «редко» находятся: рыбопродукты (53%), масла и другие жиры (42%), сахар и кондитерские изделия, а также молоко и молокопродукты (по 33%). В категории «никогда» в 4% случаев отмечены масла и другие жиры, причём этот вариант был выбран респондентами женского пола, в возрасте от 35 до 45 лет, оценивающими свой уровень доходов как «выше среднего».

Также в данном исследовании, анализировались требования потребителей к качеству, полезности и цене продукта. Результаты исследования показали, что процент потребителей, сознательно и ответственно подходящих к выбору продуктов питания, достаточно высок. Это может свидетельствовать о постепенном росте потребительской «грамотности» и культуры.

Сопоставив полученные результаты с такими социально-демографическими характеристиками, как пол, возраст, семейное и экономическое положение, можно сказать следующее.

Самыми внимательными и требовательными к качественным характеристикам товаров являются женщины в возрасте от 35 до 55 лет, состоящие в зарегистрированном браке и имеющие детей. Меньше