

Пусть наблюдается последовательность  $x_1, \dots, x_n \in V = \{0, 1\}$ . Определим энтропию Реньи для фрагментов  $(x_{t+1}, \dots, x_{t+m})$  длины  $m$  с распределением вероятностей  $p_{i_1, \dots, i_m} = P\{x_{t+1} = i_1, \dots, x_{t+m} = i_m\}$  не зависящим от  $t \in N \cup \{0\}$ .

Заменяем  $p_x^\alpha$  в (1) на  $p_{i_1, \dots, i_m}^\alpha$ :

$$H_\alpha m = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i_1, \dots, i_m} p_{i_1, \dots, i_m}^\alpha.$$

Обозначим:  $i = \sum_{j=1}^m 2^{j-1} i_j$  – представление числа  $i$  ( $i = 0, 2^m - 1$ ) в двоичной системе счисления,

$$p_i(m) = P\left\{\sum_{j=1}^m 2^{j-1} x_j = i\right\} = p_{i_1, \dots, i_m},$$

Построим частотные статистические оценки распределения вероятностей:

$$\hat{p}_i(m) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \delta_{\bar{X}^{(k)}, i}, \quad \bar{X}^{(k)} = \sum_{j=1}^m 2^{j-1} x_{k-1+j}, \quad \delta_{\bar{X}^{(k)}, i} = \begin{cases} 1, & \bar{X}^{(k)} = i; \\ 0, & \bar{X}^{(k)} \neq i. \end{cases} \quad (4)$$

Далее, используя подстановочный принцип, рассмотрим различные способы оценки энтропии, используя полученную оценку (4).

Для энтропии Реньи справедливо соотношение:

$$H_\alpha p = \frac{1}{1-\alpha} \ln P_\alpha p,$$

где

$$P_\alpha p = \sum_{x \in X} p_x^\alpha$$

– сумма степеней распределений вероятностей порядка  $\alpha$ . Таким образом, оценивание энтропии Реньи эквивалентно оцениванию суммы  $P_\alpha p$ . Нашей задачей являлось построение оценки сумм распределений вероятности.

### РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1) В ходе проведенных нами экспериментов с последовательностями небольших длин порядка 100 Мб (последовательности взяты с сайта <http://qrng.physik.hu-berlin.de/download>) было выяснено, что для порядков  $s \leq 35$  оценка (2) является более эффективной, чем оценка (3), то есть при относительно небольших порядках энтропии факториальное возведение в степень, используемое в несмещенной оценке, не дает значительного улучшения результатов вычислений.

2) При подсчете энтропии более высоких порядков результаты, полученные с использованием оценки (3), отличаются от теоретической оценки  $H_2 s = s \ln 2$ . Для последовательностей небольшой длины значение энтропии существенно превышает теоретическую оценку.

Список использованных источников:

1. Jayadev Acharya, Alon Orliky, Ananda Theertha Suresh. Estimating Renyi Entropy of Discrete Distributions. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://people.csail.mit.edu/jayadev/papers/main-renyi.pdf>. Дата доступа: 27.04.2017.

## МИКРООРГАНИЗАЦИИ И ИХ МЕСТО В ЭКОНОМИКЕ

Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

Самец М.М.

Анохин Е. В. – м. э. н., ст. преподаватель

Малый бизнес – важнейший элемент рыночной экономики, без которого не может гармонично развиваться государство. Малый бизнес во многом определяет темпы экономического роста, структуру и качество валового национального продукта. В связи с этим анализ факторов развития сектора малого предпринимательства для любой страны является задачей актуальной и значимой как в научном, так и в практическом отношении.

В таблице 1 представлена роль малого бизнеса в развитии экономического благосостояния Беларуси. Как видно, вклад частного сектора начинает падать. Если в 2013 г. доля малого бизнеса в ВВП составляла 14,9 %, то в 2015 г. она упала до 14,2 %. Около трети экспорта формируется за счет малых предприятий. Доля занятости упала в среднем на 0,8 %, что является своего рода индикатором того, что уровень

привлекательности предпринимательской деятельности для экономически активного населения начинает понижаться.

Таблица 1 – Доля микроорганизаций и малых организаций в основных экономических показателях, %.

Показатель	2013 г.	2014 г.	Отклонение, +/-	2015 г.	Отклонение, +/-
ВВП	14,9	14,8	-0,1	14,2	-0,6
Средняя численность работников	19,4	19,1	-0,3	18,3	-0,8
Объём промышленного производства	9,5	9,1	-0,4	9,3	0,2
Инвестиции в основной капитал	26,7	30,7	4,0	23,5	-7,2
Экспорт товаров	26,2	32,7	6,5	41,4	8,7

Примечание. Источник: собственная разработка на основе [1].

Если говорить о степени изменения числа микроорганизаций и малых организаций, то следует отметить негативную динамику падения, который в 2015 г. упал на 6,9 % по сравнению с 2014 г. (таблица 2).

Таблица 2 – Число микро, малых организаций и количество работающих в них.

Показатель	2013 г.	2014 г.	Отклонение, +/-	2015 г.	Отклонение, +/-
Число микроорганизаций и малых организаций, ед.	108689	111792	3103	105047	-6745
Темп роста, %	-	102,9	-	94,0	-6,9
Число людей, занятых в микроорганизациях и малых организациях, чел	846699	818466	-28233	762793	-55673
Темп роста, %	-	96,5	-	93,2	-2,3

Примечание. Источник: собственная разработка на основе [1].

Из множества факторов, влияющих на развитие белорусского малого бизнеса, для дальнейшего анализа выделены следующие: инвестиции в основной капитал и строительство ( $x_1$ ); объем привлеченных в малое производство трудовых ресурсов ( $x_2$ ).

Задача исследования состояла в выявлении количественных зависимостей, характеризующих взаимосвязи между перечисленными выше факторами и объемом выпуска. Для решения поставленной задачи были использованы статистические ряды данных за 2000–2015 гг. по Беларуси.

Применив корреляционно-регрессионный анализ, была получена линейная функция зависимости объема выпуска продукции микроорганизаций и малых организаций от инвестиций в их основной капитал и строительство, которая имеет вид:  $y = 3,482 \times x_1 + 5036,751$

Проведенный анализ позволяет оценить значимость факторов, влияющих на развитие малого бизнеса в Беларуси, и сформулировать основные направления государственной политики в области малого предпринимательства.

Список использованных источников:

1. Малое и среднее предпринимательство в Республике Беларусь : статистический сборник / под ред. И. В. Медведева [и др.]. – Мн. : Национальный статистический комитет Республики Беларусь, 2016. – 368 с.

## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ МИРЫ ХЬЮ ЭВЕРЕТТА III

Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

Шпилевский В. В.

Тараканов А. Н. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Излагается суть теории Эверетта универсальной волновой функции, приводящей к многомировой интерпретации квантовой механики, и её последующее развитие, а также её достоинства и недостатки.

11 ноября 1930 в Вашингтоне, США, родился Хью Эверетт III, учёный, который придумал новую, так называемую многомировую интерпретацию квантовой механики. Его родители, отец Хью Эверетт младший, и