

**Игорь Иванович Абрамов**

**Лекции по моделированию  
элементов интегральных схем  
микроэлектроники**

**Учебное пособие**

Библиотека БГУИР

## **Impressum/Imprint (nur für Deutschland/only for Germany)**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Coverbild: [www.ingimage.com](http://www.ingimage.com)

Verlag: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG  
Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland  
Telefon +49 681 3720-310, Telefax +49 681 3720-3109  
Email: [info@lap-publishing.com](mailto:info@lap-publishing.com)

Herstellung in Deutschland:  
Schaltungsdienst Lange o.H.G., Berlin  
Books on Demand GmbH, Norderstedt  
Reha GmbH, Saarbrücken  
Amazon Distribution GmbH, Leipzig  
ISBN: 978-3-8484-8201-6

### **Только для России и стран СНГ**

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Изображение на обложке предоставлено: [www.ingimage.com](http://www.ingimage.com)

Издатель: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG  
Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Germany  
Телефон +49 681 3720-310, Факс +49 681 3720-3109  
Email: [info@lap-publishing.com](mailto:info@lap-publishing.com)

Напечатано в России  
ISBN: 978-3-8484-8201-6

АВТОРСКОЕ ПРАВО ©2012 принадлежат автору и LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG и лицензиарам  
Все права защищены. Saarbrücken 2012

## Содержание

Предисловие.....	3
Глава 1. Основы моделирования элементов ИС .....	7
1.1. Основные задачи моделирования элементов ИС .....	7
1.2. Общая классификация и подходы к синтезу моделей элементов ИС .....	7
1.2.1. Первый подход к синтезу моделей.....	8
1.2.2. Второй и третий подходы к синтезу моделей .....	10
1.3. Класс диффузионно-дрейфовых моделей .....	12
Глава 2. Моделирование биполярных элементов ИС.....	15
2.1. Упрощенные физико-топологические и электрические модели биполярных транзисторов одномерного приближения .....	15
2.1.1. Представление интегрального биполярного транзистора в одномерном приближении.....	15
2.1.2. Модель Эберса-Молла и ее разновидности .....	16
2.1.3. Интегральное соотношение Гуммеля. Модель Гуммеля-Пуна .....	22
2.1.4. Вольт-амперные характеристики. Эффекты высокого уровня инжекции .....	28
2.1.5. Коэффициент передачи и граничная частота .....	31
2.1.6. Эффекты второго порядка. Понятие об упрощенных моделях двумерного приближения .....	34
2.2. Численное моделирование биполярного транзистора.....	35
2.2.1. Одно-, двух- и трехмерные модели .....	35
2.2.2. Конечно-разностная аппроксимация – переход к дискретной модели.....	39
2.2.3. Численные методы. Методы Ньютона и Гуммеля.....	42
2.2.4. Расчет статических и динамических характеристик, параметров электрических моделей .....	45
2.2.5. Специфика моделирования мощных биполярных транзисторов....	47

2.3. Моделирование И <sup>2</sup> Л-элемента.....	48
2.3.1. Принцип построения упрощенных моделей .....	48
2.3.2. Двумерная модель .....	48
Глава 3. Моделирование МДП-транзисторов .....	51
3.1. Упрощенные модели МДП-транзисторов .....	51
3.1.1. Физико-топологические модели длинноканального МОП-транзистора. Параметры транзистора .....	51
3.1.2. Эффекты, связанные с малыми размерами.....	57
3.1.3. Электрические модели МОП-транзисторов. Граничная частота ....	64
3.1.4. Специфика моделирования различных разновидностей МДП-транзисторов.....	69
3.1.5. Модель для эффекта защелкивания КМОП-структур.....	69
3.2. Численное моделирование МОП-структур.....	71
3.2.1. Двух- и трехмерные модели МОП-транзисторов. Дополнительные допущения.....	71
3.2.2. Численные методы .....	74
3.2.3. Специфика моделирования элементов с непланарными границами раздела.....	78
3.2.4. Специфика численного моделирования КМОП - элемента.....	82
Глава 4. Общие вопросы моделирования элементов ИС .....	83
4.1. Модели диодов и пассивных элементов ИС. Паразитные элементы ....	83
4.2. Общее определение и общие характеристики модели. Настройка модели .....	88
4.3. Классификация рассмотренных моделей элементов ИС.....	94
4.4. Классификация программного обеспечения численного моделирования элементов и фрагментов интегральных схем и тенденции его развития.....	95
4.5. Организация процесса сквозного моделирования в многоуровневых системах .....	100
Литература .....	105

## Предисловие

Предлагаемые читателю лекции посвящены одному из наиболее актуальных и важных направлений микроэлектроники – моделированию элементов интегральных схем (ИС). Курс лекций по данному предмету читается автором в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники (БГУИР, г. Минск), начиная с 1994 года, и отражает мой опыт работы в этой области с 1975 года. При этом в лекции был включен лишь «золотой фонд» дисциплины.

Курс состоит из 17 лекций (один семестр, одна лекция в неделю) и преподается автором по методике, сочетающей элементы модульно-рейтинговой методики и бессессионного подхода. Ее узловыми моментами являются:

- 1) лекции читаются на основе сжатого опорного текста (5–7 страниц на лекцию), имеющегося у студентов;
- 2) на лекции осуществляется разбор материала лекции, с которым студентам предлагается ознакомиться до лекции, и даются необходимые пояснения к тексту, дополнительная информация о новых достижениях в рассматриваемой области знаний, а также ответы на вопросы студентов, выделяются ключевые вопросы дисциплины, которые могут встретиться на контрольной работе;
- 3) весь материал лекций разбит на три смысловых блока (модуля), по завершению каждого из которых проводится контрольная работа, результаты которой студент узнает до экзамена;
- 4) по результатам контрольных работ и работы студента на практических занятиях выставляется предварительная итоговая оценка (по десятибалльной системе), о которой студент узнает до экзамена;
- 5) в случае несогласия студента с итоговой оценкой, она может быть либо повышена на 1 балл, либо экзамен проводится традиционным способом на основе экзаменационных билетов по всей дисциплине;
- 6) при повышении оценки на 1 балл студенту необходимо пересдать на экзамене материал того блока дисциплины, который наименее освоен, а в случае равенства оценок (по двум или трем блокам) выбор блока осуществляется студентом;
- 7) на первой (установочной) лекции студент в деталях знакомится с методикой преподавания дисциплины, а также с методикой оценки знаний.

На первой установочной лекции студентам также предлагается высказать пожелания (например, к концу лекций) о дополнительном материале, который

следовало бы включить в лекции. Предложения от студентов, конечно же, поступают, однако, при этом мною отмечается, что полный объем курса лекций не может быть увеличен. Это связано с тем, что объем, реально усваиваемый студентом за лекцию при обучении, как правило, не превышает 5–7 страниц текста. А это означает, что в этом случае кое-что необходимо удалить из текста лекций. Поэтому традиционный вопрос, задаваемый в этом случае студенту: «Что конкретно удалить?» В результате, за прошедшие годы основной текст лекций фактически не изменился. При этом отмечу, что лекции в вариантах с определенными отличиями дважды издавались в Белоруссии (1997 и 1999 гг.) и дважды в Российской Федерации (2002 и 2005 гг.). По имеющейся у меня информации они вызвали положительную оценку со стороны как специалистов, преподавателей, так и студентов.

И тем не менее хотелось бы все же сделать несколько замечаний.

При подготовке курса лекций наибольшие сложности, как это может показаться ни парадоксальным, были вызваны обозначениями на эквивалентных схемах элементов. К сожалению, в литературе для одних и тех же компонентов эквивалентных схем (диоды, сопротивления, источники тока и напряжения) используются различные обозначения. В итоге автором был выбран простой и, как мне кажется, единственно правильный путь. Обозначения на эквивалентных схемах курса лекций соответствуют таковым в одной из фундаментальных книг, в частности, Зи С. «Физика полупроводниковых приборов», 1984 г. (второе издание). Замечу, что такие же обозначения используются и в третьем издании этой книги, вышедшей в 2006 году (оригинал на английском языке), о чем автор, конечно же, не мог знать в 1997, 1999, 2002 и 2005 годах.

В курсе лекций практически ничего не говорится о таких известных на настоящий момент времени коммерческих комплексах программ моделирования элементов, как ATLAS, ISE TCAD и др. Эти вопросы рассматриваются автором на практических занятиях.

Нет информации и о таких важных для САПР моделях, как BSIM3, BSIM4 и т.п. В соответствии с классификацией автора их следует отнести к классу комбинированных моделей, включающих элементы электрических, физико-топологических и формальных моделей. С точки зрения автора, эти модели целесообразнее изучать именно в дисциплине «САПР ИС».

И последнее. В курсе лекций рассматриваются только модели элементов ИС микроэлектроники, т.е. с характеристическими размерами более 100 нм. Сведения же о моделировании элементов нанoeлектроники, включая систематизацию их моделей, даются автором для магистрантов БГУИР в другом курсе лекций «Моделирование приборов микро- и нанoeлектроники». Опорным текстом в этом случае является цикл статей [1–8]. Прежде чем читать этот цикл статей, автор, однако, рекомендует ознакомиться с предлагаемым курсом лекций, как введением в рассматриваемую область знаний.

Автор выражает глубокую признательность своим ученицам Н.В. Коломейцевой и И.Ю. Щербаковой за подготовку рукописи лекций к печати.

### **Список литературы к предисловию**

1. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. I. Основные положения // Нано- и микросистемная техника. – 2006. – №8. – С. 34–37.
2. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. II. Модели полуклассического подхода // Нано- и микросистемная техника. – 2006. – №9. – С. 26–36.
3. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. III. Численное моделирование в рамках полуклассического подхода // Нано- и микросистемная техника. – 2007. – № 1. – С. 36–47.
4. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. IV. Квантовомеханические формализмы // Нано- и микросистемная техника. – 2007. – № 2. – С. 24–32.
5. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. V. Резонансно-туннельные структуры // Нано- и микросистемная техника. – 2007. – № 3. – С. 57–70.
6. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. VI. Одноэлектронные структуры // Нано- и микросистемная техника. – 2007. – № 7. – С. 10–24.
7. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. VII. Структуры на квантовых

проводах // Нано- и микросистемная техника. – 2009. – № 7. – С. 14–29 ;  
№ 8. – С. 7–23.

8. Абрамов И.И. Проблемы и принципы физики и моделирования приборных структур микро- и нанoeлектроники. VIII. Нанотранзисторы с МДП-структурой // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 9. – С. 27–37; № 10. – С. 28–41; № 11. – С. 29–42.

Библиотека БГУИР

## **Глава 1. Основы моделирования элементов ИС**

В данной главе остановимся на сведениях, которые будут являться для нас исходными при изучении дисциплины, именуемой в дальнейшем: «Моделирование элементов ИС микроэлектроники».

### **1.1. Основные задачи моделирования элементов ИС**

Задачами моделирования элементов ИС являются: 1) исследование физики процессов, протекающих в элементах ИС; 2) исследование новых конструктивно-технологических вариантов элементов ИС и экстремальных режимов их работы; 3) определение параметров эквивалентных электрических схем; 4) осуществление связи с другими этапами проектирования ИС.

Поясним сказанное. Задача 1. Очевидно, что без глубокого понимания физики процессов, протекающих в элементах ИС, невозможно разрабатывать новые элементы, в частности, с субмикронными размерами. Задача 2. Весьма полезным оказывается ее решение в процессе проектирования, осуществляемого на производстве технологами. Задача 3. Представляет значительный интерес, например, для последующего схемотехнического моделирования элементов ИС. Задача 4. Как правило, моделирование элементов ИС является составной частью единого многоуровневого процесса автоматизированного проектирования ИС и следующего после этапа моделирования технологии.

Отметим, что указанные задачи часто объединяются. Например, технологов при исследовании конструктивно-технологических вариантов элементов ИС интересуют также и параметры эквивалентных схем, так как на них разрабатывается техническое задание (ТЗ) технологом.

### **1.2. Общая классификация и подходы к синтезу моделей элементов ИС**

Современное состояние изучаемой нами динамично развиваемой научной дисциплины хорошо отражает описываемая ниже общая классификация известных моделей.

Выделяются два общих подхода к описанию явлений переноса в элементах ИС:

1) полуклассический; 2) квантовомеханический.

Первый служит в качестве основы моделей структур, когда электронно-дырочная плазма является классической системой, а сам он основывается на

статистической физике и некоторых квантовомеханических представлениях о полупроводниках. Второй общий подход необходимо применять при существенном влиянии квантовомеханических эффектов на процессы переноса, наблюдаемые при соизмеримости волны де Бройля носителей заряда с характеристической длиной прибора или размерами технологических неоднородностей  $L_{хар}$ . На этой физико-математической основе с использованием трех основных подходов к синтезу моделей разработано большое количество разнообразных математических моделей (физический тип) элементов ИС. В основе этих трех подходов к синтезу моделей лежат: первого – физические допущения с огрублением по пространству, времени и в результате статистического усреднения; второго – использование различных модельных зависимостей для параметров моделей; третьего – аппроксимации о характере поведения искомым функций.

### 1.2.1. Первый подход к синтезу моделей

Процесс создания моделей элементов ИС в рамках первого подхода к синтезу моделей, приводящего к построению классов исходных моделей, схематично отображен в табл. 1.

Рассмотрим лишь полуклассический подход. В этом случае традиционно используется метод кинетического уравнения Больцмана (КУБ). КУБ и уравнения Максвелла служат основой класса кинетических моделей. К сожалению, эти уравнения формируют сложную нелинейную систему интегро-дифференциальных уравнений. Решение этой системы уравнений в строгом виде – чрезвычайно трудоемкая задача даже для современных суперЭВМ и в настоящее время не выполнена. Поэтому необходимы упрощения. Существует и еще один достаточно строгий метод в рамках полуклассического – метод Монте-Карло. К сожалению, он требует для своей реализации огромных вычислительных ресурсов ЭВМ даже для простейших структур.

Для преодоления отмеченных сложностей при построении моделей элементов ИС на основе указанных двух методов используются дальнейшие упрощения (огрубления по пространству и времени) и преобразования. Иерархия этих базовых приближений указана в табл.1, которая и порождает основные известные классы моделей элементов ИС.

Уровень	Составляющие
Общий подход	1) полуклассический; 2) квантовомеханический
Метод	1) кинетических уравнений; 2) Монте-Карло (имитация движения частиц)
Базовое приближение	1) времени релаксации; 2) группировка носителей в макрочастицы; 3) гидродинамическое; 4) квазигидродинамическое; 5) диффузионно-дрейфовое
Основной класс	1) кинетические модели; 2) методы Монте-Карло частиц (имитация движения макрочастиц); 3) гидродинамические модели; 4) квазигидродинамические модели; 5) диффузионно-дрейфовые модели; 6) комбинированные модели

Обычным при создании моделей, полученных первым методом КУБ, является приближение времени релаксации. Для второго метода Монте-Карло обычным является объединение носителей заряда в макрочастицы. Для нас больший интерес представляет приближение времени релаксации вследствие следующих причин: 1) оно приводит к радикальному упрощению исходной непрерывной кинетической модели, после введения которого может быть получена иерархия «практичных» моделей для самых разнообразных и сложных структур; 2) данное приближение приводит к построению модели, которая обеспечивает приемлемую для субмикронных элементов ИС точность расчета. Так, в настоящее время показано, что приближение времени релаксации обеспечивает

приемлемую точность расчета МОП-транзисторов вплоть до длин канала в 0,1 мкм (уровень интеграции УБИС).

Приближение времени релаксации позволяет существенным образом упростить столкновительные члены в КУБ и получить более простые уравнения. Привлечение дополнительных физических допущений приводит к получению классов следующих макроскопических моделей: гидродинамических, квазигидродинамических, диффузионно-дрейфовых. Ввиду своей относительно высокой сложности гидродинамические и квазигидродинамические модели в многомерном случае, как правило, применяются для простейших униполярных элементов ИС. Наиболее популярен в настоящее время класс диффузионно-дрейфовых моделей.

### 1.2.2. Второй и третий подходы к синтезу моделей

К сожалению, полные системы уравнений, составляющие исходные модели рассмотренных классов, не могут быть решены традиционными методами математической физики. По этим причинам используются и два других подхода к синтезу моделей. Их привлечение приводит к существенному увеличению количества моделей в рамках указанных классов.

Рассмотрим второй подход к синтезу моделей элементов ИС, т.е. на основе использования различных модельных зависимостей для параметров исходных моделей. В его рамках применяются как полуклассический, так и квантовомеханический подходы к описанию полупроводников. При этом возможны два пути синтеза моделей в рамках данного подхода: 1) «строгий», состоящий в создании гибридных моделей; 2) феноменологический.

При «строгом» пути синтеза модель более высокого уровня адекватности используется для определения некоторых параметров в областях, где нарушается справедливость менее адекватной базовой модели. Основная цель – сделать эквивалентными в этих локальных областях более адекватную и менее адекватную модели в определенном смысле, например, при вычислении плотностей токов. Гибридные модели могут быть отнесены к классу комбинированных моделей.

В основе второго менее громоздкого феноменологического пути синтеза моделей лежит использование смыслового физического содержания параметра. Данный путь широко использовался, в частности, при создании классических теорий в физике полупроводниковых приборов.

С использованием третьего подхода к синтезу моделей на основе аппроксимаций о характере поведения искомым функций удастся построить практически реализуемые модели элементов ИС из моделей, синтезированных в результате применения первого и второго подходов. По этой причине рассматриваемых три подхода к синтезу моделей могут часто интерпретироваться и в качестве трех стадий процесса построения моделей.

Анализ известных моделей элементов ИС позволяет представить процесс их создания в рамках третьего подхода к синтезу, как схематично показано в табл.2.

Таблица 2

Уровень	Составляющие
Среда	1) дискретная; 2) непрерывная
Способ построения	1) физический; 2) формальный
Вид модели	1) распределенная; 2) с сосредоточенными параметрами
Разновидность модели	1) электрическая; 2) физико-топологическая; 3) макромодель

Выделяются два принципиально различных типа представления среды (т.е. элемента): дискретная (соответственно дискретные модели) и непрерывная (непрерывные модели). При этом возможны два способа получения моделей: физический и формальный. Формальный (чисто математический) способ представляет меньший интерес и нами рассматриваться не будет. Физический способ предполагает применение физических допущений об изменении тех или иных искомым функций. Этот способ интенсивно используется при построении упрощенных непрерывных аналитических моделей физики полупроводниковых

приборов. Это электрические и физико-топологические модели. При моделировании и проектировании ИС часто используются и макромоделли.

В соответствии с типом среды обычно выделяют и два вида моделей: распределенные и с сосредоточенными параметрами. Первые, как правило, используются в рамках дискретного представления о среде, вторые – в рамках непрерывного. При схемотехническом моделировании применяются как распределенные модели, так и модели с сосредоточенными параметрами. В физике полупроводниковых приборов чаще используются модели с сосредоточенными параметрами.

Таким образом, проведенное краткое рассмотрение позволяет показать, что с использованием отмеченных трех подходов к синтезу моделей может быть синтезировано огромное количество моделей элементов ИС. Применение той или иной модели производится в зависимости от цели моделирования и возможностей исследователя.

В нашем курсе лекций остановимся только на классе диффузионно-дрейфовых моделей (ДДМ). Это означает, что в результате применения первого подхода к синтезу моделей мы пришли к классу ДДМ. Осуществление этого перехода – предмет изучения научной дисциплины и здесь ввиду сложности рассматриваться не будет. Отметим лишь причины, по которым мы будем изучать именно этот класс: 1) ДДМ наиболее развиты и здесь уже достигнуто определенное устойчивое состояние; 2) на ДДМ базировалась практически вся физика полупроводниковых приборов, рассматриваемая вами ранее, а следовательно, эти модели будут вам более понятны; 3) для элементов кремниевых ИС данный класс моделей обеспечивает приемлемую точность моделирования вплоть до элементов УБИС.

### **1.3. Класс диффузионно-дрейфовых моделей**

В основе диффузионно-дрейфовых моделей лежит фундаментальная система уравнений (ФСУ) физики полупроводниковых приборов. Она была впервые введена Ван Рузброеком (W. Van Roosbroeck) в 1950 году.

Приведем ее вид:

$$\partial n / \partial t = \nabla \vec{J}_n / q - R; \quad (1.1)$$

$$\partial p / \partial t = -\nabla \vec{J}_p / q - R; \quad (1.2)$$

$$-\nabla\varepsilon\nabla\varphi = q(p - n + N_D^+ - N_A^-); \quad (1.3)$$

$$\vec{J}_n = -qn\mu_n\nabla\varphi + q\varphi_T\mu_n\nabla n; \quad (1.4)$$

$$\vec{J}_p = -qp\mu_p\nabla\varphi - q\varphi_T\mu_p\nabla p, \quad (1.5)$$

где в случае справедливости статистики Больцмана

$$n = n_{i0} \exp[(\varphi - \phi_n) / \varphi_T]; \quad (1.6)$$

$$p = n_{i0} \exp[(\phi_p - \varphi) / \varphi_T]. \quad (1.7)$$

Здесь (1.1), (1.2) – уравнения непрерывности электронов и дырок; (1.3) – уравнение Пуассона; (1.4), (1.5) – уравнения переноса для плотностей токов электронов и дырок.

В (1.1) – (1.7) введены следующие обозначения:  $n, p$  – концентрации подвижных или свободных электронов и дырок;  $t$  – время;  $\vec{J}_n, \vec{J}_p$  – векторы плотности токов электронов и дырок;  $q$  – заряд электрона;  $R$  – превышение скорости рекомбинации над скоростью генерации;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость материала;  $\varphi$  – электростатический потенциал;  $N_D^+, N_A^-$  – концентрации ионизированных доноров и акцепторов;  $\mu_n, \mu_p$  – подвижности электронов и дырок;  $\varphi_T$  – температурный потенциал, равный  $k_B T / q$ ;  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура;  $n_{i0}$  – собственная концентрация;  $\phi_n, \phi_p$  – квазиуровни Ферми электронов и дырок, выраженные в вольтах.

Вид ФСУ (1.1) – (1.5) со вспомогательными соотношениями (1.6), (1.7) иногда называется традиционным.

Будем также использовать модифицированный вид ФСУ на случай учета эффектов сильного легирования (ЭСЛ). В соответствии с эффективным подходом Адлера (Adler M.S., 1979 г.) уравнения (1.4), (1.5) и (1.6), (1.7) модифицируются к виду:

$$\vec{J}_n = -qn\mu_n\nabla\left(\varphi + A\Delta\tilde{V}_s\right) + q\varphi_T\mu_n\nabla n; \quad (1.8)$$

$$\vec{J}_p = -q\mu_p \nabla \left[ \varphi - (1-A)\Delta\tilde{V}_g \right] - q\varphi_T \mu_p \nabla p; \quad (1.9)$$

$$n = n_{i0} \exp\left( A\Delta\tilde{V}_g / \varphi_T \right) \exp\left[ (\varphi - \varphi_n) / \varphi_T \right]; \quad (1.10)$$

$$p = n_{i0} \exp\left[ (1-A)\Delta\tilde{V}_g / \varphi_T \right] \exp\left[ (\varphi_p - \varphi) / \varphi_T \right], \quad (1.11)$$

где  $A$  и  $\Delta\tilde{V}_g$  – эффективные параметры, описывающие совместное влияние эффектов сильного легирования. К ЭСЛ относятся: 1) эффект сужения ширины запрещенной зоны (СПЗЗ); 2) вырождение носителей.

Для полной физико-математической постановки задачи необходимо определить граничные условия, являющиеся математическим описанием взаимодействия прибора с внешней средой и характеризующие неоднородности среды самого прибора, а также начальные условия. Граничные условия зависят от вида элемента, явлений, происходящих на границе с элементом. Этот вопрос будет рассматриваться нами далее.

ФСУ в виде (1.1) – (1.5) (или модифицированная ФСУ в виде (1.1) – (1.3), (1.8), (1.9)) со вспомогательными соотношениями (граничные условия и др.) и является исходной непрерывной диффузионно-дрейфовой моделью.

Для полной завершенности задачи в каждом конкретном случае необходимо задание исходных данных о структуре элемента. Их можно условно разделить на три группы параметров: 1) технологические (геометрические размеры структуры, профиль легирования, т.е.  $N_D^+ - N_A^-$ ); 2) электрофизические (подвижности, параметры ЭСЛ, процессов рекомбинации-генерации, свойств поверхности раздела и др.); 3) управляющие воздействия. Технологические (конструктивно-технологические) параметры могут быть заданы в результате моделирования технологических процессов.

В заключение отметим, что в последующих главах будем рассматривать модели, синтезированные только из исходной непрерывной ДДМ в результате применения второго и третьего подходов к синтезу моделей. Таким образом, будем рассматривать лишь модели класса ДДМ.

## Глава 2. Моделирование биполярных элементов ИС

### 2.1. Упрощенные физико-топологические и электрические модели биполярных транзисторов одномерного приближения

#### 2.1.1. Представление интегрального биполярного транзистора в одномерном приближении

Рассмотрим элементарный фрагмент ИС, который и будем интерпретировать в качестве интегрального биполярного транзистора. Один из его конструктивно-технологических вариантов представлен на рис.1.

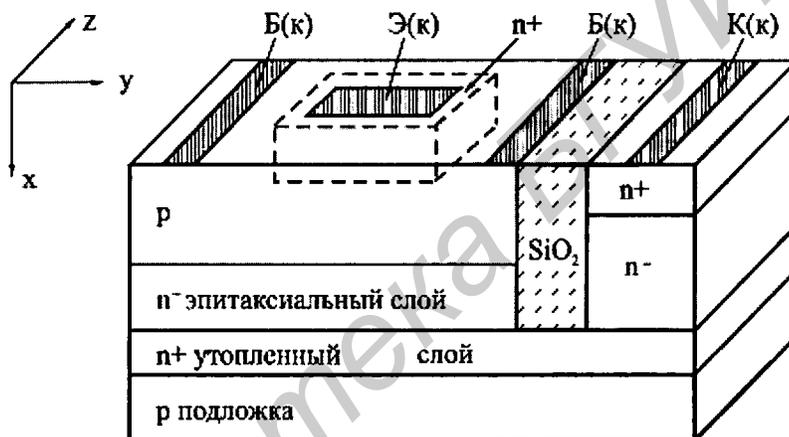


Рис.1. Интегральный биполярный транзистор (БТ).

Контакты: Э(к) – эмиттера; Б(к) – базы; К(к) – коллектора

В теории и при моделировании очень часто рассматривается упрощенный одномерный вариант БТ, который можно представить, как показано на рис.2.

Сравнивая рис.2 и рис.1, видно, что расположение контактов базы и коллектора, строго говоря, не соответствует действительности, т.е. мы пренебрегаем протеканием токов во многих областях транзистора. Обычно полагается, что площадь одномерного прибора в измерении  $y, z$  соответствует площади контакта эмиттера или дна перехода эмиттер-база ( $S_j$ ). Распределение концентрации примеси соответствует распределению под центром контакта

эмиттера (рис.3). При синтезе моделей часто считается, что контакт коллектора расположен не в точке  $x_1$ , а в точке  $x_2$ .

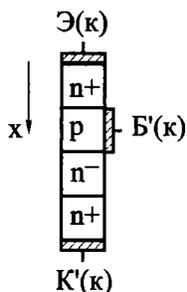


Рис.2. Биполярный транзистор в одномерном приближении

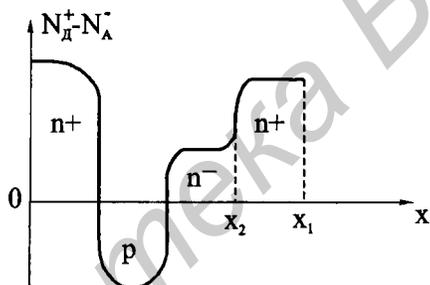


Рис.3. Одномерный профиль легирования

В рассмотренном случае в исходной непрерывной ДДМ (п.1.3) оператор  $\nabla$  принимает вид  $\frac{\partial}{\partial x} \vec{i}$ , т.е. ФСУ значительно упрощается (становится одномерной). Описанные действия означают, что мы применили третий подход к синтезу моделей.

### 2.1.2. Модель Эберса-Молла и ее разновидности

Исторически первой наиболее важной моделью БТ была модель Эберса-Молла (Ebers J.J., Moll J.L., 1954г.). Она была первоначально введена для р-п-р-транзистора.

Рассмотрим эту модель. Опять применим третий подход к синтезу моделей, т.е. используем аппроксимации о характере поведения искомым функций.

Используем физические аппроксимации в ФСУ (1.1) – (1.5) в стационарном случае ( $\partial p / \partial t = \partial n / \partial t = 0$ ), а именно: предполагаем, что отсутствуют омические падения напряжения в областях эмиттера, базы и коллектора транзистора, т.е. напряжения эмиттер-база  $V_{ЭБ}$  и коллектор-база  $V_{КБ}$  падают в обедненных областях р-п-переходов эмиттер-база и коллектор-база; низкий уровень инжекции, т.е. поток неосновных носителей не может существенно повлиять на концентрацию основных носителей; рекомбинация-генерация происходит в нейтральных областях. Кроме того, считаем закон рекомбинации-генерации  $R$  линейным, а подвижность и время жизни постоянными по областям прибора. Последнее означает, что мы применили и второй подход к синтезу моделей.

В результате для нейтральной базы получим три уравнения:

$$D_B \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{(p - p_B)}{\tau_B} = 0; \quad (2.1)$$

$$J_p = -qD_B \partial p / \partial x; \quad (2.2)$$

$$J_n = J_{полн} + qD_B \partial p / \partial x, \quad (2.3)$$

где  $p_B$  – равновесная плотность неосновных носителей в базе;  $J_{полн}$  – полная плотность тока ( $J_{полн} = J_p + J_n$  в стационарном случае);  $\tau_B$  – время жизни неосновных носителей в базе;  $D_B$  – коэффициент диффузии дырок в базе, равный  $\Phi_T \mu_B$ .

Уравнение (2.2) получено из (1.5), так как в соответствии с принятыми аппроксимациями  $\nabla \phi = 0$  в нейтральной базе. Уравнение (2.1) получено из

(1.2) с учетом линейности закона рекомбинации-генерации  $R = \frac{p - p_B}{\tau_B}$  и

уравнения (2.2). Уравнение (2.3) получено из соотношения для плотности полного тока  $J_{полн}$ . Уравнение (1.3) не надо рассматривать, так как база нейтральна и  $\nabla \phi = 0$ .

БТ в этом случае представляется, как показано на рис.4.

Граничные условия для концентрации избыточных носителей на границах обедненных областей устанавливаются из уравнений р-п-переходов, а именно:

$$p'(0) = p(0) - p_B = p_B [\exp(V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.4)$$

$$n'(-x_Э) = n(-x_Э) - n_E = n_E [\exp(V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.5)$$

$$p'(W) = p(W) - p_B = p_B [\exp(V_{КБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.6)$$

$$n'(x_К) = n(x_К) - n_C = n_C [\exp(V_{КБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.7)$$

где  $n_E, n_C$  – равновесные плотности электронов в эмиттере и коллекторе.

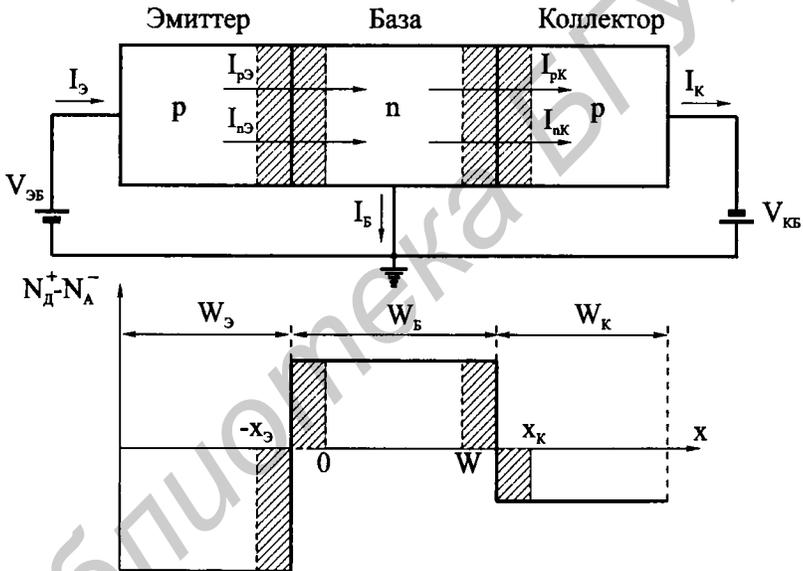


Рис.4. Одномерный р-п-р-транзистор в схеме с общей базой и профиль легирования (ступенчатый)

Общее решение (2.1) хорошо известно и имеет вид

$$p(x) = A_1 \exp(x / L_B) + A_2 \exp(-x / L_B) + p_B, \quad (2.8)$$

где  $L_B = \sqrt{\tau_B D_B}$  – диффузионная длина дырок в базе. Заметим, что аналогичное (2.1) уравнение справедливо для электронов в эмиттере и

коллекторе ( $p$  заменяется на  $n$ ). Учтя граничные условия (2.4) – (2.7), могут быть найдены коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  в (2.8) и в аналогичном соотношении для  $n(x)$ .

В результате для тока эмиттера и коллектора получим

$$\begin{aligned}
 I_3 &= S_3 [J_p(x=0) + J_n(x=-x_3)] = \\
 &= S_3 \left( -qD_B \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} \right) + S_3 \left( qD_E \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=-x_3} \right) = \\
 &= a_{11} [\exp(V_{эб} / \varphi_T) - 1] + a_{12} [\exp(V_{кб} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_K &= S_3 [J_p(x=W) + J_n(x=x_K)] = \\
 &= S_3 \left( -qD_B \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=W} \right) + S_3 \left( qD_C \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=x_K} \right) = \\
 &= a_{21} [\exp(V_{эб} / \varphi_T) - 1] + a_{22} [\exp(V_{кб} / \varphi_T) - 1], \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

где  $D_E$ ,  $D_C$  – коэффициенты диффузии электронов в эмиттере и коллекторе.

Коэффициенты  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$  зависят от технологических ( $S_3$ ,  $W$  и т.д.) и электрофизических ( $D_B$ ,  $D_E$ ,  $D_C$ ,  $\tau_B$  и т.д.) параметров. Их вывод не сложен и часто приводится в литературе.

Для тока базы имеем

$$I_B = I_3 - I_K. \quad (2.11)$$

Определение. Физико-топологической моделью (ФТМ) будем называть модель элемента, параметрами которой являются технологические и электрофизические параметры.

Модель (2.9) – (2.11) – упрощенная ФТМ Эберса-Молла.

Определение. Электрической моделью (ЭМ) на уровне эквивалентных электрических схем будем называть модель элемента, аналоговыми компонентами которой являются диоды, источники тока, напряжения, сопротивления, емкости и индуктивности или их сочетания.

В принципе могут входить и простые элементы, например, транзисторы, однако при моделировании они представляются отмеченными компонентами.

Модель Эберса-Молла (2.9) – (2.11) может быть представлена и в виде ЭМ. Основная модель Эберса-Молла включает два диода и два источника тока (рис.5).

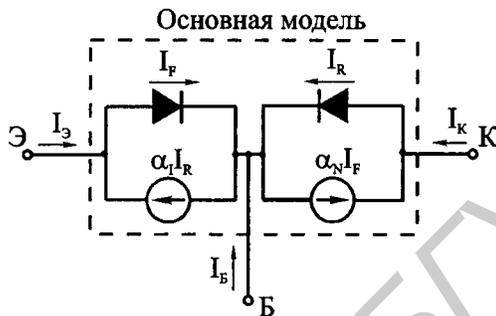


Рис.5. Основная ЭМ Эберса-Молла

Диоды идеальны и имеют характеристики

$$I_F = I_{F0} [\exp(V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.12)$$

$$I_R = I_{R0} [\exp(V_{КБ} / \varphi_T) - 1], \quad (2.13)$$

где  $I_{F0}$ ,  $I_{R0}$  – токи насыщения диодов, смещенных в прямом и обратном направлениях. Тогда имеем

$$I_E = I_F - \alpha_I I_R; \quad (2.14)$$

$$I_C = I_R - \alpha_N I_F; \quad (2.15)$$

$$I_B = -(1 - \alpha_N) I_F - (1 - \alpha_I) I_R, \quad (2.16)$$

где  $\alpha_N$ ,  $\alpha_I$  – прямой и инверсный коэффициенты передачи тока в схеме включения с общей базой. Видно, что ЭМ Эберса-Молла содержит четыре параметра:  $I_{R0}$ ,  $I_{F0}$ ,  $\alpha_N$  и  $\alpha_I$ . Заметим, что переход от ФТМ к ЭМ Эберса-Молла осуществляется с помощью

$$a_{11} = I_{F0}; \quad a_{12} = -\alpha_I I_{R0}; \quad a_{21} = -\alpha_N I_{F0}; \quad a_{22} = I_{R0}. \quad (2.17)$$

Таким образом, у основной модели Эберса-Молла есть две разновидности: ФТМ и ЭМ.

Заметим, что уравнения моделей Эберса-Молла аналогичны для  $n$ - $p$ - $n$ -транзисторов. Изменяются только знаки у токов и напряжений в (2.12) – (2.16):  $V_{ЭБ}$ ,  $V_{КБ}$  заменяются на  $-V_{ЭБ}$ ,  $-V_{КБ}$ ;  $I_Э$ ,  $I_К$ ,  $I_Б$  – на  $-I_Э$ ,  $-I_К$ ,  $-I_Б$ . Две компоненты характеризуют ЭМ – математические выражения и соответствующая им эквивалентная схема. Мы для краткости будем часто ограничиваться лишь одной из них.

Существует ряд модификаций ЭМ Эберса-Молла. Здесь отметим лишь две. Описанная ЭМ Эберса-Молла получила название инжекционной модели Эберса-Молла. Существует и еще один важный вариант модели Эберса-Молла – передаточная ЭМ Эберса-Молла. Здесь лишь запишем ее вид

$$I_Э = (1 + 1/\beta_N)I_N - I_I; \quad (2.14')$$

$$I_К = -I_N + (1 + 1/\beta_I)I_I; \quad (2.15')$$

$$I_Б = -(I_N/\beta_N) - (I_I/\beta_I), \quad (2.16')$$

где  $\beta_N, \beta_I$  – нормальный и инверсный коэффициенты передачи в схеме включения с общим эмиттером,

$$I_N = I_S [\exp(V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.12')$$

$$I_I = I_S [\exp(V_{КБ} / \varphi_T) - 1], \quad (2.13')$$

$I_S$  – ток «отсечки». Заметим, что инжекционная и передаточная модели Эберса-Молла с математической точки зрения идентичны.

Другая модификация связана с тем, что для учета омических падений напряжений в модель вводят последовательные сопротивления эмиттера  $r_Э$ , базы  $r_Б$  и коллектора  $r_К$ . Кроме того, обычно вводят барьерные емкости эмиттерного  $C_{БЭ}$  и коллекторного  $C_{БК}$   $p$ - $n$ -переходов. В результате модифицированная модель принимает вид рис.6. В этом случае диоды управляются напряжениями непосредственно на  $p$ - $n$ -переходах  $V'_{ЭБ}$  и  $V'_{КБ}$ , а не внешними приложенными напряжениями  $V_{ЭБ}$  и  $V_{КБ}$ .

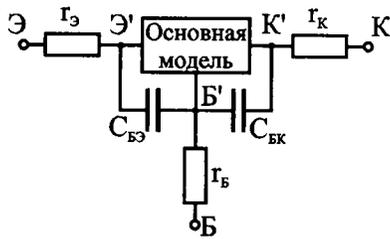


Рис.6. Модифицированная электрическая модель Эберса-Молла

### 2.1.3. Интегральное соотношение Гуммеля. Модель Гуммеля-Пуна

В основе популярной в настоящее время в программах схемотехнического моделирования (типа SPICE) модели Гуммеля-Пуна (1970 г.) лежит интегральное зарядовое соотношение, полученное Гуммелем (1970 г.) (Н.К. Gummel-Н.С. Poon; Н.К. Gummel) первоначально для p-n-p-транзистора.

Рассмотрим соотношение Гуммеля. Вывод приведен традиционно используемый сейчас в литературе. Этот вывод отличается от используемого Гуммелем.

Применяем третий подход к синтезу моделей. Рассматриваем перенос только в базе n-p-n-транзистора (рис.7).

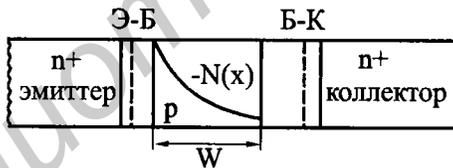


Рис.7. База n-p-n-транзистора и распределение примеси ( $N(x) = N_D^+ - N_A^-$ )

Используем соотношения для плотностей токов (1.4) и (1.5). Применяем квазиравновесное предположение для тока основных носителей, т.е. в базе для дырок  $J_p \approx 0$ . Из (1.5) получим

$$\partial \varphi / \partial x = -(\varphi_T / p) \partial p / \partial x. \quad (2.18)$$

Умножая обе части уравнения (1.4) на  $p$  и подставляя в него (2.18), получаем для тока

$$J_n = \frac{q\Phi_T \mu_n}{p} \frac{\partial(pn)}{\partial x}. \quad (2.19)$$

Полагаем, что отсутствует рекомбинация  $R = 0$ , т.е. применяем второй подход к синтезу моделей (время жизни в законе рекомбинации-генерации устремим к бесконечности). Допускаем, что ток, протекающий от эмиттера к коллектору, не зависит от координаты. Последнее означает, что ток протекает приблизительно с единичным коэффициентом передачи. Принятые предположения позволяют записать

$$I_K^G = -I_n = -S_{\varnothing} J_n. \quad (2.20)$$

Подставляя (2.19) в (2.20) и интегрируя, получим

$$I_K^G \int_0^w \frac{p dx}{q\Phi_T \mu_n} = -S_{\varnothing} \int_0^w \frac{\partial(pn)}{\partial x} dx. \quad (2.21)$$

В результате получим

$$I_K^G = \frac{-S_{\varnothing} [p(W)n(W) - p(0)n(0)]}{\int_0^w \frac{p dx}{q\Phi_T \mu_n}}. \quad (2.22)$$

Подстановка (1.6), (1.7) в (1.4), (1.5) позволяет получить

$$J_n = -q\mu_n n \partial\phi_n / \partial x; \quad (2.23)$$

$$J_p = -q\mu_p p \partial\phi_p / \partial x. \quad (2.24)$$

В соответствии с (1.6), (1.7) имеем

$$pn \Big|_{x=0}^{x=w} = n_{i0}^2 \exp\left[\left(\phi_p - \phi_n\right) / \Phi_T\right] \Big|_{x=w}^{x=0}. \quad (2.25)$$

Используя квазиравновесные предположения, (2.23), (2.24), получим

$$V_{ЭБ} = \phi_n(0) - \phi_p(0); \quad (2.26)$$

$$V_{КБ} = \phi_n(W) - \phi_p(W). \quad (2.27)$$

Предполагаем постоянство подвижности в базе, т.е.  $D_n = \varphi_T \mu_n = const$  (второй подход). Подставляя (2.26), (2.27) в (2.25), а затем в (2.22), окончательно получим\*

$$I_K^G = \frac{(qn_{i0}S_{\mathcal{E}})^2 D_n [\exp(-V_{ЭБ} / \varphi_T) - \exp(-V_{КБ} / \varphi_T)]}{qS_{\mathcal{E}} \int_0^w p dx}. \quad (2.28)$$

Уравнение (2.28) – интегральное зарядовое соотношение Гуммеля, связывающее напряжения на переходах (для п-р-п-транзисторов прямые смещения – отрицательные, а обратные – положительные), коллекторный ток и заряд базы, т.е.  $qS_{\mathcal{E}} \int_0^w p dx = Q_B$ . Видно, что модель Гуммеля является физико-топологической моделью.

Аналогичное (2.28) соотношение справедливо и для р-п-р-транзисторов

$$I_K^G = - \frac{(qn_{i0}S_{\mathcal{E}})^2 D_p [\exp(V_{ЭБ} / \varphi_T) - \exp(V_{КБ} / \varphi_T)]}{qS_{\mathcal{E}} \int_0^w n dx}. \quad (2.29)$$

$D_p$  может интерпретироваться как усредненное значение коэффициента диффузии в базе.

Модель Гуммеля-Пуна была первоначально предложена для р-п-р-транзистора и основана на ФТМ Гуммеля. Видно, что в соответствии с (2.29) задача моделирования БТ свелась к моделированию заряда в базе

$$Q_B = qS_{\mathcal{E}} \int_0^w n dx. \quad (2.30)$$

В рассматриваемой модели заряд  $Q_B$  разбит на ряд составляющих, которые в соответствии с физическим смыслом зависят от прикладываемых смещений и легко рассчитываются, а именно:

$$Q_B = Q_{Б0} + Q_{бЭ} + Q_{бК} + Q_{оЭ} + Q_{оК}, \quad (2.31)$$

---

\* За положительное направление токов выбрано направление, указанное на схеме рис.5.

где  $Q_{Б0}$  – заряд в базе при нулевом смещении;  $Q_{бэ}$ ,  $Q_{бк}$  – заряды, связанные с барьерными емкостями эмиттера и коллектора;  $Q_{дэ}$ ,  $Q_{дк}$  – заряды, обусловленные диффузионными емкостями эмиттера и коллектора.

В модели имеется так называемый «встроенный» заряд базы

$$Q_{Б0} = qS_{Э} \int_0^w (N_D^+ - N_A^-) dx, \quad (2.32)$$

который определяется распределением концентрации примеси в базе ( $N_D^+ - N_A^- > 0$  для р-п-р-транзистора). Количество примесных атомов на  $1 \text{ см}^2$  площади квазинейтральной области базы

$$G_B = Q_{Б0} / qS_{Э} = \int_0^w (N_D^+ - N_A^-) dx \quad (2.33)$$

получило название числа Гуммеля.

Исходное соотношение для тока (2.29) можно представить в виде

$$I_K^G = -(I_N^G - I_I^G), \quad (2.34)$$

где

$$I_N^G = I_S (Q_{Б0} / Q_B) [\exp(V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1]; \quad (2.35)$$

$$I_I^G = I_S (Q_{Б0} / Q_B) [\exp(V_{КБ} / \varphi_T) - 1], \quad (2.36)$$

где  $I_N^G$  и  $I_I^G$  имеют смысл прямой и инверсной компонент тока  $I_K^G$ .

Составляющие заряда в (2.31) можно представить в следующем виде:

$$Q_{бэ} = C_{БЭ} V_{ЭБ}; \quad Q_{бк} = C_{БК} V_{КБ}; \quad Q_{дэ} = \tau_F I_N^G; \quad Q_{дк} = \tau_R I_I^G, \quad (2.37)$$

где  $C_{БЭ}$ ,  $C_{БК}$  – барьерные емкости переходов эмиттер-база и коллектор-база;  $\tau_F$ ,  $\tau_R$  – прямое и обратное времена переноса.

Вводим несколько удобных переменных

$$q_B = Q_B / Q_{Б0}; \quad I_{KF} = Q_{Б0} / \tau_F; \quad I_{KR} = Q_{Б0} / \tau_R; \\ V_A = Q_{Б0} / C_{БК}; \quad V_B = Q_{Б0} / C_{БЭ}. \quad (2.38)$$

В результате после деления (2.31) на  $Q_{Б0}$  получим

$$q_B = q_1 + q_2 / q_B, \quad (2.39)$$

где в соответствии с (2.37), (2.38)

$$q_1 = 1 + (V_{KB} / V_A) + (V_{ЭБ} / V_B); \quad (2.40)$$

$$q_2 = (I_S / I_{KF}) [\exp(V_{ЭБ} / \Phi_T) - 1] + \\ + (I_S / I_{KR}) [\exp(V_{KB} / \Phi_T) - 1]. \quad (2.41)$$

Перепишем (2.39) в виде квадратного уравнения

$$q_B^2 - q_1 q_B - q_2 = 0. \quad (2.42)$$

Решение (2.42) даст явную зависимость для  $q_B$  через напряжения на p-n-переходах

$$q_B = \frac{q_1}{2} + \left[ \left( \frac{q_1}{2} \right)^2 + q_2 \right]^{1/2}. \quad (2.43)$$

Одна из основных идей модели Гуммеля-Пуна заключается в том, чтобы в передаточном варианте модели Эберса-Молла модифицировать ток, не связанный с составляющей тока базы, т.е. в токе коллектора (2.15') – это  $(-I_N + I_I)$ . Таким образом, заменяя  $-I_N + I_I$  на  $I_K^G$ , получим

$$I_K = I_K^G + (1 / \beta_I) I_I = -(I_S / q_B) [\exp(V_{ЭБ} / \Phi_T) - \\ - \exp(V_{KB} / \Phi_T)] + (1 / \beta_I) I_S [\exp(V_{KB} / \Phi_T) - 1]. \quad (2.44)$$

Для тока базы соотношение (2.16') остается без изменений

$$I_B = -(I_S / \beta_N) [\exp(V_{ЭБ} / \Phi_T) - 1] - \\ - (I_S / \beta_I) [\exp(V_{KB} / \Phi_T) - 1]. \quad (2.45)$$

Уравнения (2.44), (2.45), (2.43), (2.40), (2.41) являются основными уравнениями модели Гуммеля-Пуна для p-n-p-транзистора. Аналогичные уравнения могут быть получены для n-p-n-транзистора

$$I_K = (I_S / q_B) [\exp(-V_{ЭБ} / \Phi_T) - \exp(-V_{KB} / \Phi_T)] - \\ - (I_S / \beta_I) [\exp(-V_{KB} / \Phi_T) - 1]; \quad (2.46)$$

$$I_B = (I_S / \beta_N) [\exp(-V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1] + (I_S / \beta_I) [\exp(-V_{КБ} / \varphi_T) - 1], \quad (2.47)$$

$$q_B = q_1 / 2 + \frac{1}{2} (q_1^2 + 4q_2)^{1/2}; \quad (2.48)$$

$$q_1 = 1 - (V_{ЭБ} / |V_B|) - (V_{КБ} / |V_A|); \quad (2.49)$$

$$q_2 = (I_S / I_{KF}) [\exp(-V_{ЭБ} / \varphi_T) - 1] + (I_S / I_{KR}) [\exp(-V_{КБ} / \varphi_T) - 1]. \quad (2.50)$$

Т.е. изменяются знаки у токов и напряжений.

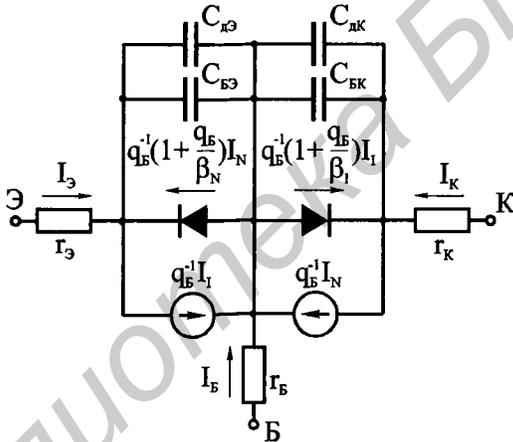


Рис.8. Эквивалентная схема модели Гуммеля-Пуна

Эквивалентная схема модели Гуммеля-Пуна, дополненная последовательными сопротивлениями, приведена на рис. 8. Заметим, что  $I_N$ ,  $I_I$  – из передаточной модели Эберса-Молла, а эквивалентная схема приведена для динамического режима работы БТ.

### 2.1.4. Вольт-амперные характеристики. Эффекты высокого уровня инжекции

На рис.9 приведены типичные экспериментальные вольт-амперные характеристики  $n$ - $p$ - $p$ -транзистора. Выделяются четыре традиционных участка на характеристике тока базы: 1) область малых токов, где он изменяется по закону  $\sim \exp(-V_{эб} / m \varphi_T)$  с  $m \approx 2$ ; 2) область идеального поведения с законом  $\sim \exp(-V_{эб} / \varphi_T)$ ; 3) область среднего уровня инжекции, характеризующаяся значительным падением напряжения на сопротивлении базы  $r_b$ ; 4) область высокого уровня инжекции.

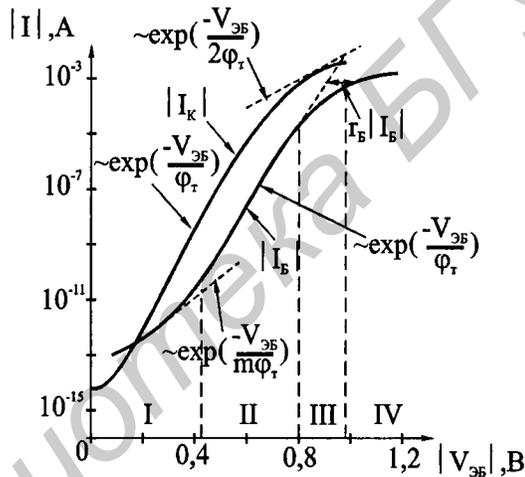


Рис.9. Зависимость коллекторного и базового токов от прямого смещения эмиттер-база для  $n$ - $p$ - $p$ -транзистора ( $V_{эб} \leq 0B$ ,  $V_{кб} \geq 0B$ )

Область I. Малые токи. В этой области ток базы аппроксимируется выражением

$$|I_b| \approx I_0 \exp(-V_{эб} / m \varphi_T), \quad (2.51)$$

где  $m$ -фактор обычно лежит в диапазоне от 1 до 2, а  $I_0$  превышает значение в идеальной области. Источник дополнительного тока – рекомбинация-генерация в области объемного заряда эмиттерного перехода (эффект Са-Нойса-Шокли). Вспомним, что мы не учитывали процессы рекомбинации-генерации в областях

p-n-переходов в моделях Эберса-Молла и Гуммеля-Пуна. С целью учета данного эффекта в модель Эберса-Молла вводят  $m$ -факторы, которые считаются зависимыми от тока. В модели Гуммеля-Пуна дополнительно вводятся токи, определяемые процессами рекомбинации-генерации в p-n-переходах. Так, например, в выражение для тока базы (2.47) токи

$$I_{r_{ЭБ}} = I_1 \left[ \exp(-V_{ЭБ} / m_{Э} \varphi_T) - 1 \right]; \quad (2.52)$$

$$I_{r_{КБ}} = I_2 \left[ \exp(-V_{КБ} / m_{К} \varphi_T) - 1 \right] \quad (2.53)$$

добавляются со знаком "+", а в ток коллектора (2.46) добавляется  $I_{r_{КБ}}$  со знаком "-".

Область II. Идеальные токи. Не требует пояснений для рассмотренных моделей и характеризуется низким уровнем инжекции (НУИ).

Область III. Средний уровень инжекции. С увеличением токов, протекающих в БТ, становится невозможным пренебрегать омическим падением напряжения в областях эмиттера, базы и коллектора. С этой целью в ЭМ и были введены сопротивления  $r_{Э}$ ,  $r_{Б}$ ,  $r_{К}$ . Так как для интегральных БТ традиционно  $r_{К} > r_{Б} > r_{Э}$ , а  $|I_{К}| > |I_{Б}|$ , то влияние омического падения напряжения раньше проявляется для тока коллектора, чем для тока базы (рис.9). Учет этого эффекта производится путем пересчета напряжения, падающего непосредственно на p-n-переходе. Так, омическое падение напряжения в коллекторе учитывается путем уменьшения напряжения  $V_{КБ}$  на величину  $I_{К} r_{К}$ .

Область IV. Высокого уровня инжекции (ВУИ). ВУИ называется случай, когда концентрация инжектированных неосновных носителей больше или приблизительно равна концентрации легирующей примеси. Для базы p-p-транзистора это означает

$$n \geq |N_{Д}^{+} - N_{А}^{-}|. \quad (2.54)$$

Следовательно эффекты ВУИ прежде всего связаны с эффектом модуляции проводимости по областям БТ. Когда модуляция проводимости с соотношением (2.54) происходит в базе у эмиттерного p-n-перехода, говорят об эффекте Вебстера. Когда модуляция проводимости с соотношением (2.54) происходит в базе и

$$p \geq |N_d^+ - N_a^-| \quad (2.55)$$

в коллекторе у коллекторного р-п-перехода, говорят об эффекте Кирка.

ЭМ Эберса-Молла построена в предположении низкого уровня инжекции, поэтому ее модификации на случай ВУИ носят искусственный характер (вводят зависимости коэффициентов передачи от тока,  $m$ -факторы и т.д.). Более естественным является учет эффектов ВУИ с помощью интегрального соотношения Гуммеля.

Учет эффекта Вебстера. Для учета этого эффекта необходимо учесть зависимость заряда базы  $Q_b$  в (2.28) от напряжения  $V_{эб}$ . Аналитически эта задача может быть решена с использованием физических допущений для некоторых конкретных видов профилей легирования, например, для случая равномерного легирования базы.

Учет эффекта Кирка. С ростом  $|I_K|$  большое число подвижных носителей, проходящих через обедненный переход коллектор-база, существенно образом изменяет суммарный объемный заряд в переходе. В результате положение краев обедненной области сдвигается (рис.10). Причем

$$|I_3| > |I_2| > |I_1|. \quad (2.56)$$

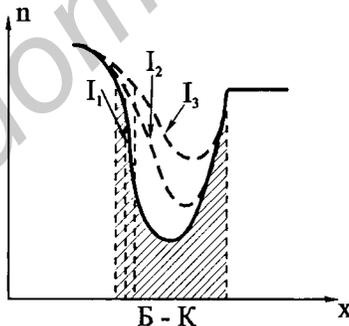


Рис.10. Модуляция толщины обедненной области перехода коллектор-база в нормальном активном режиме работы БТ (п-р-п)

Эта модуляция толщины обедненной области с ростом величины тока коллектора  $|I_K|$  и называется эффектом Кирка. Следовательно, ВУИ у коллектора влияет на толщину нейтральной базы  $W$ .

Упрощенная теория данного эффекта может быть построена при ряде допущений, основным из которых является предположение о профиле легирования. Традиционным является предположение о ступенчатости профиля.

Здесь приведем лишь те модификации, которые входят в модель Гуммеля-Пуна:

1) полагается в (2.37)

$$\tau_F = \tau_{F0} B, \quad (2.57)$$

где  $B$  – коэффициент, учитывающий эффект Кирка;

$$2) \quad B = (W_{эф} / W_B)^2, \quad (2.58)$$

где  $W_{эф}$  – эффективная ширина базы;

$$3) \quad W_{эф} = W_B + W_{эн} \left[ 1 - \left( |I_{Km}| / |I_K| \right) \right] \quad \text{для } |I_K| > |I_{Km}|, \quad (2.59)$$

где  $W_{эн}$  – ширина эпитаксиальной области  $n^-$ -коллектора (см. рис.1);  $W_B$  – металлургическая ширина базы;  $I_{Km}$  – критический ток, при котором  $W \approx W_B$ .

На практике для  $B$  вводится аппроксимирующая зависимость от тока  $I_K$  и  $V_{КБ}$ . При НУИ  $B=1$ , а при ВУИ  $B>1$ .

Заметим, что в модели Гуммеля-Пуна учитывается и другой эффект модуляции ширины базы – эффект Эрли, не являющийся эффектом ВУИ. Он состоит в расширении области объемного заряда с ростом обратного смещения коллектор-база. Так, в (2.38)  $V_A$  и  $V_B$  – напряжения Эрли для нормального и инверсного режимов работы БТ.

### 2.1.5. Коэффициент передачи и граничная частота

Важными показателями качества БТ являются: коэффициент передачи (усиления) в схеме с общим эмиттером  $\beta_0$  и граничная частота  $f_T$ .

Рассмотрим коэффициент передачи. Исходное соотношение для него имеет вид

$$\beta_0 = \left| \frac{\partial I_K}{\partial I_B} \right|. \quad (2.60)$$

Легко заметить, что  $\beta_0 \approx \beta_N$ .

В общем случае коэффициент передачи зависит от тока коллектора. На рис. 11 приведена типичная зависимость  $\beta_0$ , полученная из графиков рис. 9 согласно формуле (2.60). Выделяются три области на кривой.

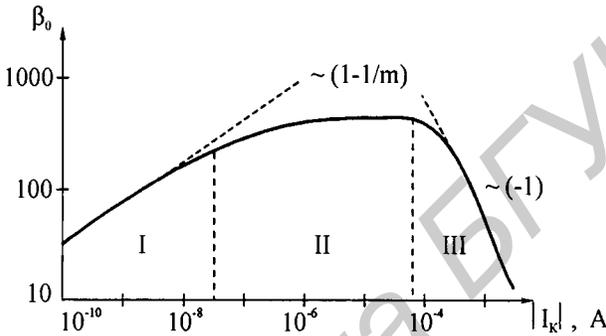


Рис. 11. Зависимость коэффициента передачи  $\beta_0$  от тока коллектора

Область I. При малых токах коллектора рекомбинационно-генерационный ток Са-Нойса-Шокли и поверхностные токи утечки могут превышать полезный диффузионный ток неосновных носителей в базе. В результате  $\beta_0$  возрастает с током коллектора по закону

$$\beta_0 = \left| \frac{\partial I_K}{\partial I_B} \right| \sim \frac{\exp\left(\frac{-V_{ЭБ}}{\varphi_T}\right)}{\exp\left(\frac{-V_{ЭБ}}{\varphi_T m}\right)} = \exp\left[\frac{-V_{ЭБ}}{\varphi_T}(1-1/m)\right] \sim |I_K|^{1-1/m}. \quad (2.61)$$

Область II. Когда величина базового тока попадает в интервал, соответствующий идеальному поведению,  $\beta_0$  достигает максимума.

Область III. Уменьшение  $\beta_0$  при возрастании  $|I_K|$  известно под названием эффекта Вебстера, т.е. первоначально было объяснено модуляцией проводимости в базе у эмиттерного перехода. Дополнительное влияние

оказывает эффект Кирка. Какой эффект ВУИ начинает раньше оказывать влияние зависит от профиля легирования БТ. Коэффициент при этом изменяется по закону

$$\beta_0 = \left| \frac{\partial I_K}{\partial I_B} \right| \sim \frac{\exp\left(\frac{-V_{ЭБ}}{2\varphi_T}\right)}{\exp\left(\frac{-V_{ЭБ}}{\varphi_T}\right)} \sim |I_K|^{-1}. \quad (2.62)$$

Было установлено, что важное влияние на  $\beta_0$  оказывают эффекты сильного легирования и Оже-рекомбинация. Так, оказывается, что учет ЭСЛ приводит к уменьшению  $\beta_0$  приблизительно в 2 раза (и более).

Граничная частота  $f_T$  является основным показателем быстродействия БТ и соответствует частоте, при которой  $\beta_0$  в режиме короткого замыкания выхода схемы с общим эмиттером равен 1. Она определяется из формулы

$$f_T = (2\pi\tau_{ЭК})^{-1}, \quad (2.63)$$

где  $\tau_{ЭК}$  – время задержки носителей, протекающих от эмиттера к коллектору. Оно состоит из следующих составляющих:

$$\tau_{ЭК} = \tau_Э + \tau_Б + \tau_К + \tau'_К, \quad (2.64)$$

где  $\tau_Э$  – время зарядки обедненного слоя эмиттера;  $\tau_Б$  – время пролета через базу;  $\tau_К$  – время пролета через обедненный слой коллектора;  $\tau'_К$  – время зарядки обедненного слоя коллектора. В упрощенной теории получены соотношения для этих времен, позволяющие оценить характер изменения  $\tau_{ЭК}$ . Одномерная «точная» численная модель приводит к зависимости вида рис.12.

Выделяются две области.

Область I. Падение при низких плотностях токов, прежде всего, связано с тем, что  $\tau_Э$  обратно пропорционально току.

Область II. Связана с эффектом Кирка, т.е. в первую очередь с увеличением времени пролета через базу вследствие модуляции ее ширины.

Поведение  $f_T$  становится понятным, учитывая формулу (2.63).

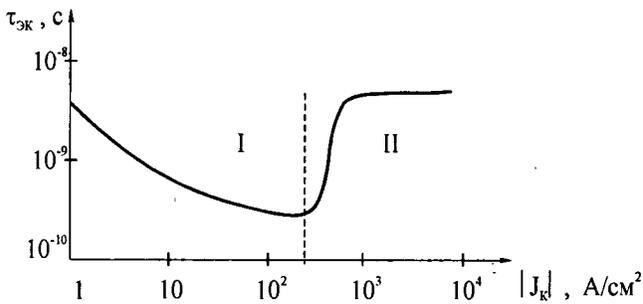


Рис.12. Зависимость  $\tau_{эк}$  от плотности тока коллектора

### 2.1.6. Эффекты второго порядка. Понятие об упрощенных моделях двумерного приближения

К эффектам второго порядка в БТ будем относить: 1) эффекты высокого уровня инжекции (эффекты Вебстера и Кирка); 2) эффект Са-Нойса-Шокли; 3) эффекты, определяемые сильным легированием (вырождение и сужение ширины запрещенной зоны) и токами рекомбинации Оже; 4) эффект Эрли; 5) омическое падение напряжения в коллекторе; 6) эффекты, связанные с двумерностью: а) эффект отгеснения эмиттерного тока; б) боковая инжекция из эмиттера; в) растекание токов в коллекторе; 7) эффекты, связанные с трехмерностью; 8) паразитные эффекты. Из предыдущего рассмотрения было видно, что в упрощенных ФТМ и ЭМ трудно учесть эти эффекты на основе естественного вывода из ФСУ. Как правило, модификации носили искусственный характер (феноменологический путь синтеза). При этом, как было показано, модификации возможны на случай учета эффектов 1 – 5. Еще большую проблему представляет учет эффектов 6 – 8.

Например, двумерный эффект отгеснения эмиттерного тока включается путем учета распределенного характера базового сопротивления или введением эффективного базового сопротивления. Первый подход более естественен и реализуется в упрощенных двумерных ФТМ и ЭМ. Во втором подходе, по существу, эффективное базовое сопротивление – «подгоночный» параметр. По крайней мере в ЭМ. Среди ЭМ эффект отгеснения эмиттерного тока наиболее естественным образом учитывается в распределенных моделях, например, Линвилла. Однако проблемы возникают с идентификацией параметров модели.

С общих позиций ЭМ БТ можно разделить на две большие группы – линейные для анализа переходных и частотных характеристик на малом сигнале и нелинейные для анализа переходных процессов на большом сигнале и статических режимов. Среди малосигнальных моделей БТ первой группы наиболее известны: гибридные П- и Т-образные модели; модель Голубева-Малышева; модель BIRD. В данных моделях может быть учтен эффект отгеснения эмиттерного тока. Среди моделей БТ для режима большого сигнала второй группы наиболее известны: модель Эберса-Молла;  $\pi$ -секционная модель Линвилла; модель управления зарядом; модель Агаханяна; модель Гуммеля-Пуна; модель Голубева-Кремлева. Ранее мы подробно рассмотрели две наиболее важные ЭМ из второй группы более общих моделей.

В целом анализ упрощенных ФТМ и ЭМ показывает сложность учета в них двумерных эффектов, как правило, перерастающих в проблему идентификации параметров, отражающих двумерные эффекты.

В то же время по мере уменьшения размеров транзисторов (переход к субмикронным размерам) роль эффектов второго порядка все более возрастает, так что их, по-видимому, корректнее уже называть эффектами первого порядка. В связи с этим необходимы модели, более полно учитывающие данные эффекты, т.е. характеризующиеся повышенной адекватностью. Такие модели будут рассматриваться ниже.

## **2.2. Численное моделирование биполярного транзистора**

### **2.2.1. Одно-, двух- и трехмерные модели**

В данном параграфе будут рассмотрены ДДМ БТ, основанные на численном решении системы уравнений. В литературе такие модели называются «точными». Разница между одно-, двух- и трехмерными моделями проистекает, прежде всего, из разницы представления структуры БТ и операторов в ДДМ.

Структура и операторы модели. Рассмотрим простейшую структуру БТ (рис.13, а). Представление структуры в трех-, двух- и одномерной моделях показаны на рис.13 а, б и в соответственно. При этом в ДДМ оператор  $\nabla$  имеет соответствующий вид в (1.1) – (1.5), (1.8), (1.9).

В одномерной модели базовая область не может заканчиваться омическим контактом, так как такой контакт не будет давать возможности достигать коллектора неосновным носителям, инжектированным из эмиттера. Проблема

разрешается наложением псевдоконтакта на область базы, что приводит к главной неестественности одномерных моделей. Кроме того, видно, что одно- и двумерные модели не учитывают ряд реально существующих областей прибора, что и приводит к их погрешностям. Какова будет эта погрешность зависит от структуры и режимов работы БТ.

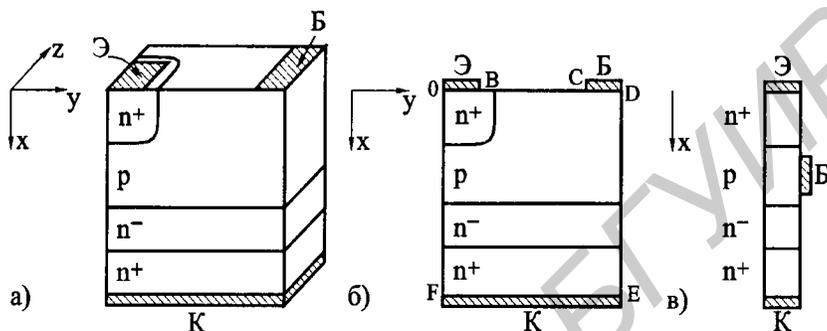


Рис.13. Представление структуры БТ: а– в трехмерной модели; б– в двумерной модели; в– в одномерной модели. Контакты: Э – эмиттер; Б – база; К – коллектор

Граничные условия. Традиционно используются следующие физические принципы и соответствующие им граничные условия.

1. Нормальная составляющая плотности полного тока через поверхность, не покрытую контактом, равна нулю

$$\vec{n}_s \vec{J}_{полн} = 0, \quad (2.65)$$

что дает

$$\vec{n}_s \vec{J}_n = -q R_s^n; \quad \vec{n}_s \vec{J}_p = q R_s^p, \quad (2.66)$$

где  $\vec{n}_s$  – нормаль к поверхности;  $R_s^n$ ,  $R_s^p$  – электронные и дырочные скорости поверхностной рекомбинации (обычно  $R_s^n = R_s^p = R_s$ , причем, часто  $R_s = 0$ ).

2. Для поверхности раздела двух сред граничные условия определяются на основе закона Гаусса-Остроградского

$$\vec{n}_s \varepsilon_1 \vec{E}_1 - \vec{n}_s \varepsilon_2 \vec{E}_2 = -\sigma_{нов}; \quad \vec{\tau}_s \vec{E}_1 - \vec{\tau}_s \vec{E}_2 = 0, \quad (2.67)$$

где индексы 1, 2 обозначают номера областей;  $\vec{\tau}_s$  – вектор, коллинеарный поверхности раздела;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля ( $\vec{E} = -\nabla\phi$ );  $\sigma_{нов}$  – плотность поверхностного заряда.

3. На омических контактах предполагается неограниченная скорость поверхностной рекомбинации, что дает

$$n = n_0; \quad p = p_0; \quad (2.68)$$

$$n_0 p_0 = n_{ie}^2 = \left[ n_{i0} \exp\left(\Delta\bar{V}_g / 2\phi_T\right) \right]^2, \quad (2.69)$$

где  $n_0$ ,  $p_0$  – равновесные концентрации;  $n_{ie}$  – эффективная собственная концентрация. Допускается нейтральность объемного заряда

$$q(p - n + N_D^+ - N_A^-) = 0. \quad (2.70)$$

4. Выходной ток определяется интегралом по площади омического контакта  $S_K$  плотности полного тока

$$I_{ом.к.} = \int_{S_K} \vec{n}_s \vec{J}_{полн} ds. \quad (2.71)$$

Например, для структуры рис. 13, б граничные условия имеют следующий вид.

На свободных поверхностях BC, DE и OF условия (2.66) дадут

$$\vec{n}_s \nabla\phi_n = 0; \quad \vec{n}_s \nabla\phi_p = 0; \quad \vec{n}_s \vec{E} = 0. \quad (2.72)$$

На омических контактах OB, CD, FE из (2.68) – (2.70) получим

$$\phi_p = \phi_n = V_{np} \quad (2.73)$$

или

$$n = \sqrt{(C_N / 2)^2 + n_{ie}^2} + C_N / 2; \quad (2.74)$$

$$p = \sqrt{(C_N / 2)^2 + n_{ie}^2} - C_N / 2, \quad (2.75)$$

а также

$$\varphi = V_{np} + \varphi_T \operatorname{sign} C_N \ln \left\{ \left[ \sqrt{(C_N / 2)^2 + n_{ie}^2} + |C_N| / 2 \right] / n_{ie} \right\}, \quad (2.76)$$

где  $V_{np}$  – прикладываемое к контакту напряжение;  $C_N = N_D^+ - N_A^-$ . Условие (2.71) без изменений.

Модели. В настоящее время при моделировании БТ используется широкий ассортимент моделей процессов рекомбинации-генерации, моделей подвижностей и моделей учета эффектов сильного легирования. Однако обычно привлекаются следующие модели.

Для описания процессов рекомбинации-генерации используют модели Шокли-Рида-Холла и рекомбинации Оже вида

$$R_{Ш-Р-Х} = \frac{p n - n_{ie}^2}{\tau_p (n + n_{ie}) + \tau_n (p + n_{ie})}; \quad (2.77)$$

$$R_O = (p n - n_{ie}^2) (c_n n + c_p p), \quad (2.78)$$

где  $\tau_n$ ,  $\tau_p$  – времена жизни электронов и дырок;  $c_n$ ,  $c_p$  – коэффициенты рекомбинации Оже. Суммарная скорость рекомбинации-генерации имеет вид

$$R = R_{Ш-Р-Х} + R_O. \quad (2.79)$$

Параметры  $\tau_n$ ,  $\tau_p$ ,  $c_n$ ,  $c_p$  задаются исходя из экспериментальных данных.

Для разнообразных структур БТ чаще других применяется эмпирическая модель подвижностей Коугей-Томаса

$$\mu(N_T, E) = \mu(N_T) \left[ 1 + (\mu(N_T) E / v_m)^{\beta_{II}} \right]^{-1/\beta_{II}}; \quad (2.80)$$

$$\mu(N_T) = \mu_{min} + \frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{1 + (N_T / N_{ref})^{\alpha_{II}}}, \quad (2.81)$$

где  $N_T = N_D^+ + N_A^-$ , а параметры приведены в табл. 3.

Для описания ЭСЛ традиционно используется эмпирическая модель Слотбумаде Грааффа

$$\Delta \tilde{V}_s = V_C \left[ \ln(N_T / N_0) + \sqrt{\ln^2(N_T / N_0) + A_0} \right], \quad (2.82)$$

где  $N_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $V_C = 9 \text{ мВ}$ ;  $A_0 = 0,5$ . Причем  $A$  в (1.8) – (1.11) любое в диапазоне  $[0, 1]$ .

### Параметры модели Коугей-Томаса

Таблица 3

Носители	$\mu_{max}$ , $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	$\mu_{min}$ , $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	$\alpha_p$	$N_{ref}$ , $\text{см}^{-3}$	$v_m$ , $\text{см/с}$	$\beta_p$
Дырки	495	47,7	0,76	$6,3 \cdot 10^{16}$	$9,5 \cdot 10^6$	1
Электроны	1330	65	0,72	$8,5 \cdot 10^{16}$	$1,1 \cdot 10^7$	2

#### 2.2.2. Конечно-разностная аппроксимация – переход к дискретной модели

Методы получения дискретных моделей проще всего рассмотреть на примере уравнений (1.1) – (1.5) в стационарном случае, т.е.  $\partial n / \partial t = \partial p / \partial t = 0$ . Построение в случае необходимости учета ЭСЛ осуществляется аналогичным образом.

Рассмотрим двумерный случай. Пусть непрерывные независимые переменные  $x, y$  изменяются в пределах  $x_1 \leq x \leq x_{N_x}$ ;  $y_1 \leq y \leq y_{N_y}$ , т.е. элемент – прямоугольный (см. рис.13, б). Заменим данный континуум двумерной сеткой из точек

$$x_i = x_1 + \sum_{i=1}^{i-1} h x_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq N_x; \quad y_j = y_1 + \sum_{j=1}^{j-1} h y_{j+1}, \quad 1 \leq j \leq N_y, \quad (2.83)$$

где  $h x_{i+1}, h y_{j+1}$  – шаги сетки;  $N_x, N_y$  – количество узлов в измерениях  $x$  и  $y$ . Следовательно, некоторую произвольную функцию  $u(x, y)$  в данной прямоугольной области можно аппроксимировать сеточным вектором  $\{u_{i,j}\}$ , определенным в узлах сетки (2.83), т.е.  $u_{i,j} = u(x_i, y_j)$ .

В то же время для аппроксимации производных в методе конечных разностей используются следующие разностные отношения:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i+1/2,j} = (u_{i+1,j} - u_{i,j}) / hx_{i+1};$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{i,j} = \frac{2[hx_i u_{i+1,j} - (hx_{i+1} + hx_i)u_{i,j} + hx_{i+1}u_{i-1,j}]}{hx_i hx_{i+1} (hx_i + hx_{i+1})} \quad \text{и т.д.} \quad (2.84)$$

Заметим, что  $u_{i+1/2,j} = u\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}, y_j\right)$ .

Аналогичные соотношения справедливы и для производных по  $y$ . Вывод этих формул и оценка их погрешности может быть осуществлена с использованием разложений  $u_{i+1,j}$ ,  $u_{i-1,j}$ ,  $u_{i,j}$  в ряды Тейлора. Использование таких аппроксимаций для вторых производных в уравнении Пуассона (1.3) приводит к следующей его конечно-разностной аппроксимации в точке с индексами  $i, j$

$$b_{i,j}^\circ \Phi_{i-1,j} + c_{i,j}^\circ \Phi_{i+1,j} + a_{i,j}^\circ \Phi_{i,j} + d_{i,j}^\circ \Phi_{i,j-1} + e_{i,j}^\circ \Phi_{i,j+1} = f_{i,j}^\circ, \quad (2.85)$$

где  $a_{i,j}^\circ = -(b_{i,j}^\circ + c_{i,j}^\circ + d_{i,j}^\circ + e_{i,j}^\circ)$ ;

$$b_{i,j}^\circ = 2 / [hx_i (hx_i + hx_{i+1})]; \quad c_{i,j}^\circ = 2 / [hx_{i+1} (hx_i + hx_{i+1})];$$

$$d_{i,j}^\circ = 2 / [hy_j (hy_j + hy_{j+1})]; \quad e_{i,j}^\circ = 2 / [hy_{j+1} (hy_j + hy_{j+1})];$$

$$f_{i,j}^\circ = \frac{q}{\varepsilon} (n_{i,j} - p_{i,j} - N_{д.и,j}^+ + N_{д.и,j}^-).$$

Приближение (2.85) справедливо для всех других внутренних точек сетки, покрывающей прямоугольную область решения, т.е.  $2 \leq i \leq N_x - 1$ ;  $2 \leq j \leq N_y - 1$ .

Применение аналогичного подхода к уравнениям непрерывности (1.1), (1.2) ( $\partial n / \partial t = \partial p / \partial t = 0$ ) позволяет для каждой внутренней точки  $i, j$  получить аппроксимации

$$\frac{J_{n_{i+1/2,j}} - J_{n_{i-1/2,j}}}{0,5 (hx_{i+1} + hx_i)} + \frac{J_{n_{i,j+1/2}} - J_{n_{i,j-1/2}}}{0,5 (hy_{j+1} + hy_j)} = q R_{i,j}; \quad (2.86)$$

$$\frac{J_{p^{i+1/2,j}} - J_{p^{i-1/2,j}}}{0,5(hx_{i+1} + hx_i)} + \frac{J_{p^{i,j+1/2}} - J_{p^{i,j-1/2}}}{0,5(hy_{j+1} + hy_j)} = -q R_{i,j}. \quad (2.87)$$

Из (1.4) получим следующее приближение для  $J_{n^{i+1/2,j}}$ :

$$J_{n^{i+1/2,j}} = -q\mu_{n^{i+1/2,j}} n_{i+1/2,j} \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j}}{hx_{i+1}} + q\varphi_T \mu_{n^{i+1/2,j}} \frac{n_{i+1,j} - n_{i,j}}{hx_{i+1}}, \quad (2.88)$$

где  $\mu_{n^{i+1/2,j}} = (\mu_{n^{i+1,j}} + \mu_{n_{i,j}}) / 2$ ;  $n_{i+1/2,j} = (n_{i+1,j} + n_{i,j}) / 2$ . Аналогичные соотношения могут быть получены для  $J_{p^{i+1/2,j}}$  и т.д.

На практике, однако, для плотностей токов чаще используется конечно-разностная аппроксимация Шарфеттера-Гуммеля для плотностей токов. Она может рассматриваться как модернизация интегрального соотношения Гуммеля на случай элементарной ячейки сетки пространственной дискретизации.

Для граничных условий применяются подобные рассмотренным аппроксимации.

С помощью описанных методов аппроксимации из исходной непрерывной ДДМ может быть сконструирована аппроксимирующая ее полная разностная схема вида:

$$L_{hk}^\varphi \varphi^{hk} = f_\varphi^{hk}(n, p, \varphi); \quad (2.89)$$

$$L_{hk}^n(\varphi^{hk}, p^{hk}) n^{hk} = f_n^{hk}(n, p, \varphi); \quad (2.90)$$

$$L_{hk}^p(\varphi^{hk}, n^{hk}) p^{hk} = f_p^{hk}(n, p, \varphi), \quad (2.91)$$

где  $L_{hk}^\varphi$ ,  $L_{hk}^n(\varphi^{hk}, p^{hk})$ ,  $L_{hk}^p(\varphi^{hk}, n^{hk})$  – разностные операторы краевых задач для уравнений Пуассона, непрерывности электронов и дырок;  $f_\varphi^{hk}(n, p, \varphi)$ ,  $f_n^{hk}(n, p, \varphi)$ ,  $f_p^{hk}(n, p, \varphi)$  – сеточные векторы правых частей соответствующих краевых задач;  $\varphi^{hk} = \{\varphi_{i,j}\}$ ;  $p^{hk} = \{p_{i,j}\}$ ;  $n^{hk} = \{n_{i,j}\}$ . Например, во внутренних узлах сетки пространственной дискретизации (2.89) задается в виде уравнений (2.85).

Таким образом, система нелинейных алгебраических уравнений (2.89) – (2.91) является дискретной моделью элемента на сетке, покрывающей этот элемент. В соответствии с нашей классификацией модель характеризуется следующими основными признаками: 1) класс – ДДМ; 2) вид – распределенная (дискретная); 3) разновидность – физико-топологическая. При ее построении использовался третий подход к синтезу моделей, т.е. аппроксимации о характере поведения искомых функций  $(n, p, \Phi)$ .

### 2.2.3. Численные методы. Методы Ньютона и Гуммеля

После этапа построения дискретной физико-топологической (ДФТ) модели следует процесс ее реализации, т.е. решение уравнений (2.89) – (2.91).

При решении нелинейных алгебраических уравнений ДФТ модели возможны два итерационных подхода, или концепции, в рамках принципа последовательных приближений (итераций). В первом случае полная система нелинейных уравнений (2.89) – (2.91) решается одновременно с использованием метода Ньютона или его модификаций. Во втором предварительно осуществляется разбиение (2.89) – (2.91) на подсистемы, в которых выделяются векторы неизвестных, а затем они решаются последовательно методом нелинейной векторной релаксации. Первый метод в рамках такой последовательной концепции был предложен Гуммелем в 1964 году.

Рассмотрим в чем состоит сущность основного метода одновременной концепции – метода Ньютона. После ряда простых преобразований ДФТ модель (2.89) – (2.91) может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} f_1(u_1, u_2, \dots, u_v) &= 0; \\ f_2(u_1, u_2, \dots, u_v) &= 0; \\ &\dots \\ f_v(u_1, u_2, \dots, u_v) &= 0, \end{aligned} \tag{2.92}$$

где  $u = (u_1, u_2, \dots, u_v)^T$  – вектор всех неизвестных решаемой задачи в узлах сетки пространственной дискретизации. Система уравнений (2.92) может быть переписана в виде

$$F(u) = 0. \quad (2.92)$$

Пусть имеется начальное приближение  $u^0 = (u_1^0, u_2^0, \dots, u_v^0)^T$  к решению системы (2.92)  $u^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_v^*)^T$ . Метод Ньютона для решения (2.92) состоит в том, что для каждого значения  $u_i^*$  получается последовательность приближений  $u_i^{k+1}$  из решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{j=1}^v (u_j^{k+1} - u_j^k) \frac{\partial}{\partial u_j} f_i(u^k) = -f_i(u^k), \quad i = 1, 2, \dots, v \quad (2.93)$$

или в матричном виде

$$F'(u^k) \Delta u^{k+1} = -F(u^k), \quad u^{k+1} = u^k + \Delta u^{k+1} \quad (2.93')$$

с последовательностью индексов  $k=0, 1, 2, \dots$ ;  $k$  – номер итерации метода Ньютона. Матрица  $F'(u)$  – матрица Якоби.

Впервые метод Ньютона был применен в работе Гокхейла (Gokhale V.V.) в 1970 году для одномерного анализа БТ. В рассматриваемой задаче в случае сходимости метода Ньютона типичное число требуемых итераций, как правило, мало и равно 7 – 10, что и является основным его преимуществом. Несомненное достоинство – его универсальность.

Рассмотрим в чем состоит сущность основного метода последовательной концепции – метода Гуммеля. Этот метод являлся первым методом, учитывающим специфику ДФТ модели. Для упрощения описания метода Гуммеля будем использовать непрерывные формы уравнений Пуассона и непрерывности, а именно:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{q}{\varepsilon} (n - p - N_d^+ + N_A^-); \quad (2.94)$$

$$\nabla[\mu_p (\varphi_T \nabla p + p \nabla \varphi)] = R; \quad (2.95)$$

$$\nabla[\mu_n (\varphi_T \nabla n - n \nabla \varphi)] = R, \quad (2.96)$$

где

$$n = n_{i0} \exp[(\varphi - \varphi_n) / \varphi_T]; \quad p = n_{i0} \exp[(\varphi_p - \varphi) / \varphi_T]. \quad (2.97)$$

При этом будем подразумевать, что решение этих уравнений получается путем решения их дискретных аналогов, составляющих ДФТ модель. Такой способ описания традиционен в литературе.

Рассмотрим уравнение Пуассона. В методе Гуммеля его предлагается заменить линеаризованным дифференциальным уравнением

$$\nabla^2 \delta\varphi - \delta\varphi \left( \frac{q}{\varepsilon \varphi_T} \right) (n + p) = -\nabla^2 \varphi + \frac{q}{\varepsilon} (n - p - N_D^+ + N_A^-). \quad (2.98)$$

При получении этого уравнения учитывалась зависимость  $p$ ,  $n$  от  $\varphi$  в соответствии со статистикой Больцмана (2.97). Согласно предположению автора,  $\delta\varphi$  – разница между приемлемым «начальным решением»  $\varphi^H$  и точным решением  $\varphi^T$ .

После этого метод Гуммеля может быть представлен в виде: 1) задается начальное приближение  $\varphi, n, p$  по структуре анализируемого элемента; 2) рассчитываются значения рекомбинации  $R$  при фиксированных  $n, p, \varphi$ ; 3) решаются уравнения (2.95), (2.96) относительно  $p$  и  $n$  при фиксированных  $\varphi$  и  $R$ ; 4) находится поправка  $\delta\varphi$  посредством решения линеаризованного уравнения Пуассона (2.98) при фиксированных  $\varphi, n, p, R$ ; 5) улучшается старое значение  $\varphi$  по формуле  $\varphi = \varphi + \delta\varphi$ ; 6) п.п. 2 – 5 повторяются до требуемой сходимости.

Впервые метод Гуммеля был применен в 1964 году для одномерного анализа БТ. В целом, данный метод использовался в большом количестве работ по одно- и двумерному численному моделированию полупроводниковых приборов и структур. В начале 80-х годов он был с успехом применен и для трехмерного численного анализа элементов ИС.

В настоящее время при решении СЛАУ, возникающих на каждой полной итерации рассмотренных методов, используется широкий ассортимент известных прямых и итерационных методов. Среди них методы прогонки, последовательной верхней релаксации, Булеева, неполного разложения Холецкого с сопряженными градиентами и др.

## 2.2.4. Расчет статических и динамических характеристик, параметров электрических моделей

Принцип расчета статических характеристик БТ может быть пояснен с помощью блок-схемы рис.14.

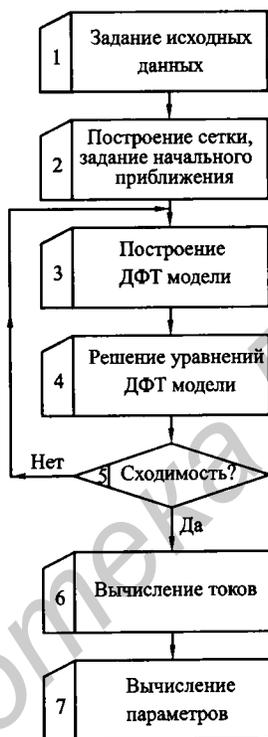


Рис.14. Блок-схема расчета статических характеристик БТ

В блоке 1 осуществляется задание технологических параметров, электрофизических параметров и управляющих воздействий, например, напряжений  $V_{ЭБ}$  и  $V_{КБ}$ .

В блоке 2 исследуемый БТ покрывается сеткой пространственной дискретизации и задается начальное приближение для  $n, p, \varphi$  на этой сетке, исходя из физических соображений.

На практике построение и реализация ДФТ модели осуществляется в едином итерационном процессе, так как коэффициенты разностных схем зависят от  $n, p, \varphi$  (см.(2.89) – (2.91)). Это отражено в блоках 3 – 5.

После того как найдены значения искомым неизвестных на сетке, т.е.  $n, p, \varphi$ , производится определение токов путем вычисления  $\vec{J}_{полн} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$  и интегрирования по контактам (см.(2.71)). В результате находятся токи  $I_\sigma, I_B$  и  $I_K$ .

На основе полученной информации в блоке 7 могут быть вычислены коэффициенты передачи

$$\alpha = I_K / I_\sigma, \quad \beta = I_K / I_B.$$

Для расчета ВАХ вводится дополнительный итерационный процесс, охватывающий блоки 3 – 7. В этом случае наращиваются соответствующие напряжения.

При расчете параметров эквивалентных схем на основе ДФТ модели возможны несколько подходов.

В первом подходе, по существу, реальный эксперимент (прямые измерения) заменяется вычислительным. Это означает, что с помощью вычислительного эксперимента на основе ДФТ модели моделируются прямые измерения параметров электрических моделей.

Во втором подходе вычисление параметров ЭМ производится на основе распределений  $n, p, \varphi$ , ВАХ,  $\alpha, \beta$  и других параметров, определенных с помощью ДФТ модели.

В третьем подходе применяются оптимизационные методы. В результате их применения делается так, чтобы расчет на основе ДФТ модели и ЭМ приводил приблизительно к одинаковым результатам, например, по выходным токам БТ. При этом варьируются параметры ЭМ.

На практике обычно используются второй и третий подходы.

При расчете переходных процессов осуществляется аппроксимация ДДМ ( $\partial n / \partial t \neq 0, \partial p / \partial t \neq 0$ ) с использованием, как правило, абсолютно устойчивых неявных методов интегрирования. Далее проводится конечно-разностная аппроксимация уравнений (см. п. 2.2.2). В остальном процесс

расчета токов на каждом временном шаге соответствует описанному ранее (см. рис. 14)

## 2.2.5. Специфика моделирования мощных биполярных транзисторов

Существует два главных дополнительных специфических момента при моделировании мощных БТ: 1) необходимо учитывать неравномерность распределения температуры  $T$  по структуре элемента вследствие протекания больших токов; 2) необходимо учитывать процессы ударной ионизации с целью описания работы БТ в областях лавинного и вторичного пробоя.

Для учета первого фактора ДДМ дополняется уравнением теплопроводности

$$\rho_T c (\partial T / \partial t) = \nabla(K \nabla T) + Q; \quad (2.99)$$

$$Q = (\vec{J}_n + \vec{J}_p)(-\nabla\varphi), \quad (2.100)$$

где  $\rho_T$  – плотность тела;  $c$  – удельная теплоемкость тела;  $K$  – коэффициент теплопроводности;  $Q$  – плотность мощности, выделяемая в структуре, и учитывает джоулево тепло. Вводится также зависимость электрофизических параметров от температуры окружающей среды  $T_{oc}$ . Краевые условия для уравнения (2.99) следующие:

1) на границе корпус-кристалл

$$T = T_{oc};$$

2) через все остальные поверхности поток тепла отсутствует

$$\nabla T \vec{n}_s = 0.$$

Такая модифицированная ДДМ называется диффузионно-дрейфовой тепловой моделью (ДДТМ). Методы конечно-разностной аппроксимации ДДТМ подобны рассмотренным в п. 2.2.2.

Второй фактор необходимо учитывать в сочетании с первым. В этом случае (2.79) заменяется на

$$R = R_{ш-р-х} + R_0 - G_L; \quad (2.101)$$

$$G_L = \alpha_n \left| \vec{J}_n \right| + \alpha_p \left| \vec{J}_p \right|, \quad (2.102)$$

где  $G_d$  – скорость генерации вследствие ударной ионизации;  $\alpha_n, \alpha_p$  – коэффициенты ударной ионизации, описываемые моделью Чиновета.

### **2.3. Моделирование И<sup>2</sup>Л-элемента**

#### **2.3.1. Принцип построения упрощенных моделей**

Если упрощенные ФТМ и ЭМ БТ все же достаточно хорошо развиты, то этого нельзя сказать о моделях И<sup>2</sup>Л-элемента. В целом это связано с тем, что он является гораздо более сложным функционально-интегрированным элементом.

Традиционно рассматривается одноколлекторный И<sup>2</sup>Л-элемент, так как на его примере хорошо иллюстрируются базовые закономерности работы данного класса элементов ИС. При этом обычно в известных упрощенных подходах к моделированию он рассматривается как совокупность транзисторов n-p-n- и p-p-p-типа, описываемых одномерными моделями. Т.е. основным при построении упрощенных моделей является принцип суперпозиции.

На основе принципа суперпозиции удастся осуществить ряд упрощенных теоретических оценок, полезных в инженерных приложениях.

Наиболее последовательными упрощенными подходами при моделировании И<sup>2</sup>Л-элементов являются: 1) многосекционный подход; 2) квазимногомерный подход. В первом подходе структура разбивается на секции, каждая из которых описывается эквивалентными схемами различного уровня сложности. Здесь также явно используется принцип суперпозиции. Во втором подходе к непрерывной ДДМ применяется третий подход к синтезу моделей в результате чего получается более простая квазимногомерная непрерывная модель. В дальнейшем осуществляется переход к дискретным моделям.

К сожалению, в данных подходах используются серьезные физические допущения, не позволяющие корректно учесть внутреннее взаимодействие различных областей структуры. Причем насколько велико искажение картины физических процессов в И<sup>2</sup>Л-элементе в общем случае не известно.

#### **2.3.2. Двумерная модель**

По изложенным причинам в настоящее время часто используются многомерные ДФТ модели И<sup>2</sup>Л-элементов.

Рассмотрим двумерный случай и структуру И<sup>2</sup>Л-элемента вида, показанного на рис.15. ДДМ, модели электрофизических параметров, процессов

рекомбинации-генерации, методы построения и реализации ДФТ модели в целом соответствуют используемым для БТ. При задании граничных условий применяются те же физические принципы. В частности, на свободных поверхностях BC, DE, FK, KL, OM используются условия (2.72). На омических контактах OB, CD, EF, LM полагается справедливость (2.71), (2.73) – (2.76).

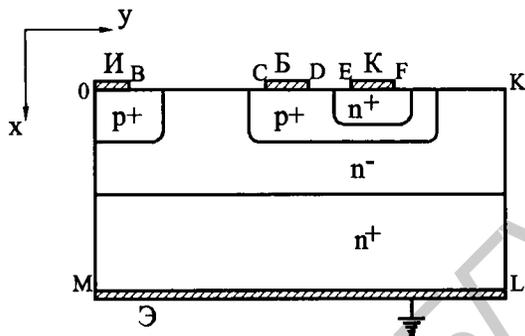


Рис. 15. И<sup>2</sup>Л-элемент. Контакты: И – инжектор; Б – база; К – коллектор; Э – эмиттер

## Глава 3. Моделирование МДП-транзисторов

### 3.1. Упрощенные модели МДП-транзисторов

Главное отличие униполярных транзисторов от биполярных заключается в том, что перенос тока в элементе осуществляется основными носителями, поведение неосновных носителей практически не влияет на его работу. В данной главе остановимся на МДП-транзисторах ввиду их большей важности для современных кремниевых ИС.

#### 3.1.1. Физико-топологические модели длинноканального МОП-транзистора. Параметры транзистора

Рассмотрим n-канальный МОП-транзистор обогатненного типа с инверсионным слоем, индуцированным электрическим полем (рис.16). Исток и подложка заземлены, а между истоком и затвором существует положительное напряжение  $V_3 > V_{пор}$  ( $V_{пор}$  – пороговое напряжение). Следовательно, между истоком и стоком существует проводящий инверсионный слой.

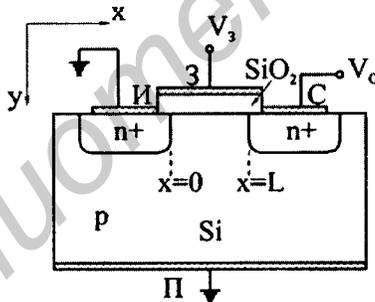


Рис.16. n-канальный МОП-транзистор обогатненного типа. Контакты: И – исток; С – сток; З – затвор; П – подложка. Концентрация примеси подложки  $N_A = const$

Между затвором и каналом существует вертикальное электрическое поле, а в канале существует горизонтальное электрическое поле между истоком и стоком. Таким образом, вследствие взаимодействия этих полей задача о выводе ВАХ является двумерной. Она распадается на две одномерные задачи, если глубина канала очень мала (модель мелкого и длинного канала).

Рассмотрим линейную область ВАХ. Считаем, что в ней ток протекает в основном за счет дрейфа. Из уравнения (1.4) получим в канале

$$J_n = -q\mu_n n dV / dx, \quad (3.1)$$

где  $V$  – падение напряжения между истоком и точкой  $x$ . В стационарных условиях в предположении отсутствия рекомбинации-генерации ток, протекающий через любое поперечное сечение канала, равен току стока (согласно (1.1) и (2.71)), а именно:

$$I_C = \int_0^{y_0} \int_0^{z_0} J_n dz dy = -q z_0 \int_0^{y_0} \mu_n n (dV / dx) dy, \quad (3.2)$$

где  $y_0$  – глубина канала;  $z_0$  – ширина прибора в измерении  $z$ . Так как инверсионный слой – тонкий, сильно проводящий слой, предположив постоянство  $dV / dx$  по  $y$ , получим

$$I_C = -z_0 \mu_{ns} Q_n dV / dx; \quad Q_n = q \int_0^{y_0} n dy, \quad (3.3)$$

где  $Q_n$  – заряд электронов;  $\mu_{ns}$  – поверхностная подвижность электронов. Заметим, что поверхностная подвижность примерно вдвое меньше объемной. Причина этого состоит в дополнительных механизмах рассеяния, обусловленных поверхностью раздела. При выводе (3.3) полагали, что  $\mu_{ns} = const$  в канале.

Интегрирование (3.3) дает

$$I_C = -(z_0 \mu_{ns} / L) \int_0^{V_C} Q_n dV. \quad (3.4)$$

Заряд электронов в инверсионном слое равен

$$Q_n(x) = Q_s(x) - Q_b(x), \quad (3.5)$$

где  $Q_s$  – суммарный заряд, индуцированный в полупроводнике на единицу площади;  $Q_b$  – заряд ионов в подложке на единицу площади. При записи (3.5) полагалось, что отсутствуют поверхностные состояния, заряд в окисле, так как

подзатворная область считается идеальной МОП-структурой. Для зарядов, входящих в (3.5), справедливы соотношения\*

$$Q_s(x) = [-V_3 + \varphi_s(x)] C_{ox}; \quad (3.6)$$

$$Q_b(x) = -qN_A y_D = -[2\varepsilon_n q N_A \varphi_s(x)]^{1/2}. \quad (3.7)$$

В (3.6), (3.7) приняты обозначения:  $\varphi_B$  – потенциал подложки в объеме;  $C_{ox}$  – удельная емкость окисла ( $C_{ox} = \varepsilon_{ox} / l_{ox}$ );  $\varepsilon_{ox}$  – диэлектрическая проницаемость окисла;  $l_{ox}$  – толщина окисла;  $y_D$  – глубина проникновения области обеднения дырками в подложку;  $\varepsilon_n$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника. Потенциал подложки в объеме равен

$$\varphi_B = \varphi_T \ln(N_A / n_{i0}). \quad (3.8)$$

Величина  $\varphi_s(x) = V(x) + 2\varphi_B$  оценивает в неравновесном состоянии потенциал в инверсионной области в условиях сильной инверсии в точке  $x$ . Заметим, что постоянство  $\varphi_B$  и позволило записать уравнение для  $J_n$  в виде (3.1).

Интегрирование (3.4) с учетом (3.5) – (3.7) дает

$$I_C = (z_0 / L) \mu_{ns} C_{ox} \left\{ [(V_3 - 2\varphi_B - V_C / 2) V_C] - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} [(2\varepsilon_n q N_A)^{1/2} / C_{ox}] [(V_C + 2\varphi_B)^{3/2} - (2\varphi_B)^{3/2}] \right\}. \quad (3.9)$$

Для малых  $V_C$  уравнение (3.9) упрощается к

$$I_C = (z_0 / L) \mu_{ns} C_{ox} [(V_3 - V_{пор}) V_C - V_C^2 / 2], \quad (3.10)$$

где 
$$V_{пор} = 2\varphi_B + [2\varepsilon_n q N_A (2\varphi_B)]^{1/2} / C_{ox}. \quad (3.11)$$

Уравнение ВАХ (3.10) работы МОП-транзистора на линейном участке. Оно справедливо, когда инверсионный слой существует от истока до стока. При этом  $V_3 > V_{пор}$ , а  $V_3 - V_{пор} > V_C$ .

---

\* Выражения легко выводятся для идеальной МОП-структуры, исходя из закона Гаусса-Остроградского и уравнения Пуассона соответственно.

При  $V_C > V_3 - V_{ПОР}$  МОП-транзистор работает в области насыщения, для которой характерно перекрытие канала. Напряжение стока наступления перекрытия (отсечки) канала  $V_{СПЕР} = V_3 - V_{ПОР}$ . Подставив в (3.10), получим

$$I_{C_{насыщ}} = \frac{z_0 \mu_{ns} C_{ox}}{L} \frac{(V_3 - V_{ПОР})^2}{2}. \quad (3.12)$$

Уравнение ВАХ (3.12) работы МОП-транзистора в области насыщения. Из него следует: 1) при  $V_3 = const$   $I_{C_{насыщ}} = const$ ; 2) связь между  $I_{C_{насыщ}}$  и  $(V_3 - V_{ПОР})$  – квадратичная.

На рис.17 показаны типичные ВАХ длинноканального п-МОП-транзистора. Пунктирной линией отмечена граница линейной области и области насыщения.

При напряжении на затворе МОП-транзистора ниже порогового, когда реализуются условия слабой инверсии, соответствующая область называется подпороговой. В этом случае основной компонентой тока канала является диффузионная составляющая. Используем уравнение (1.4) с  $\nabla\varphi \approx 0$ . Считая также, что плотность тока постоянна по  $x$  и по поперечному сечению канала  $A_K$ , ток стока можно записать в виде (см. рис.16):

$$I_C = -qA_K D_n \frac{\partial n}{\partial x} = qA_K D_n \frac{n(0) - n(L)}{L}, \quad (3.12, a)$$

где  $D_n$  ( $=\varphi_T \mu_n$ ) – коэффициент диффузии электронов в канале (полагается постоянным). Концентрации  $n(0)$  и  $n(L)$  в (3.12 а) согласно (1.6) имеют вид

$$n(0) = n_{i0} \exp[(\varphi_s - \varphi_B) / \varphi_T]; \quad n(L) = n_{i0} \exp[(\varphi_s - \varphi_B - V_C) / \varphi_T],$$

т.е. полагается  $\varphi_n = \varphi_B$  у истока и  $\varphi_n = V_C + \varphi_B$  у стока. В результате получим

$$I_C = q \frac{A_K D_n n_{i0}}{L} \exp[(\varphi_s - \varphi_B) / \varphi_T] [1 - \exp(-V_C / \varphi_T)]. \quad (3.12, б)$$

Полагая зависимость  $\varphi_s$  от  $V_3$  линейной, получим, что график изменения логарифма подпорогового тока с ростом напряжения на затворе  $V_3$  с высокой степенью точности линеен и не зависит от  $V_C$  уже при  $V_C \geq (3-4) \varphi_T$ .

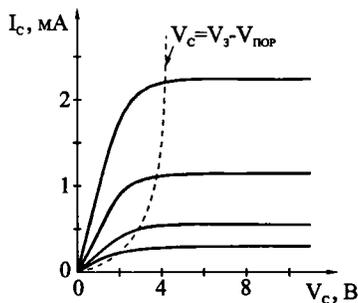


Рис.17. Вид выходных (стоковых) ВАХ длинноканального n-МОП-транзистора

Характеристика линейна до тех пор пока прибор не открывается. В результате пороговое напряжение  $V_{ПОР}$  может быть определено как напряжение на затворе, при котором характеристика начинает отклоняться от линейного закона (рис.18).

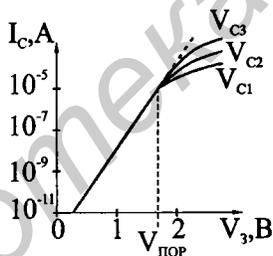


Рис.18. Зависимость подпорогового тока от  $V_g$  для длинноканального МОП-транзистора ( $V_{c3} > V_{c2} > V_{c1}$ )

Отметим, что при выводе ВАХ во всех областях применялся второй и третий подходы к синтезу моделей.

Параметры транзисторов. Параметр «поверхностная подвижность»  $\mu_{ns}$  в моделях является эффективным (согласующим или «подгоночным») параметром. На практике эффективную подвижность часто аппроксимируют выражением

$$\mu_{eff} = \mu_0 / [1 + \theta (V_3 - V_{пор})], \quad V_3 \geq V_{пор}, \quad (3.13)$$

где  $\mu_0$ ,  $\theta$  – параметры, определяемые в результате согласования ВАХ с экспериментальными данными.

Пороговое напряжение  $V_{пор}$  вычисляется согласно формуле (3.11). Это выражение справедливо для однородно легированной подложки. Пороговое напряжение может быть измерено различными экспериментальными методами. Наиболее популярный метод – экстраполяция зависимости  $I_c$  от  $V_3$  к нулевому значению (рис. 19).

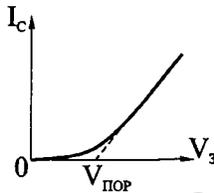


Рис.19. Пояснение метода определения порогового напряжения

Однако из (3.10) следует, что это пересечение зависит и от  $V_c$ , так что  $V_{пор}$  необходимо уменьшить на  $V_c / 2$ . Обычно эта поправка в пределах 25–50 мВ и ее, как правило, не учитывают.

Крутизна определяется из выражения

$$g_m = \partial I_c / \partial V_3 |_{V_c=const} \quad (3.14)$$

и является одной из основных характеристик МОП-транзистора, так как оценивает его усилительные свойства. Из уравнений (3.10), (3.12) следует, что

$$g_m = (z_0 / L) \mu_{ns} C_{ox} V_c; \quad (3.15)$$

$$g_m = (z_0 / L) \mu_{ns} C_{ox} (V_3 - V_{пор}) \quad (3.16)$$

в линейной области и области насыщения соответственно. Видно, что  $g_m$  увеличивается при уменьшении длины канала, порогового напряжения, толщины окисла или увеличении ширины канала.

Проводимость канала определяется соотношением

$$g_D = \partial I_C / \partial V_C |_{V_3 = \text{const}}. \quad (3.17)$$

Из уравнений (3.10), (3.12) следует, что

$$g_D = (z_0 / L) \mu_{ns} C_{ox} (V_3 - V_{пор}) \text{ для } V_C \ll (V_3 - V_{пор}); \quad (3.18)$$

$$g_D = 0 \quad (3.19)$$

в линейной области и области насыщения.

Для улучшения свойств МОП-транзисторов  $g_m$  и  $g_D$  максимизируют.

### 3.1.2. Эффекты, связанные с малыми размерами

Уменьшение размеров МОП-транзисторов привело к уменьшению длин канала с десятков мкм до десятков нм (в настоящее время минимально достигнутые длины канала около 10 нм). Это позволило резко увеличить быстродействие МОП-транзисторов (приблизить к быстродействию БТ) и перейти к созданию УБИС. В результате большое влияние на характеристики транзисторов стали оказывать эффекты второго порядка, связанные с малыми размерами элементов, а именно: 1) изменение порогового напряжения; 2) модуляция подпорогового тока напряжением стока; 3) насыщение скорости; 4) горячие носители и др. Для упрощенного описания этих эффектов также используются квазимономерные ФТМ.

Изменение порогового напряжения. Влияние на пороговое напряжение оказывают следующие факторы: 1) неравномерное легирование подложки; 2) малая длина канала; 3) малая ширина канала; 4) малая длина и ширина канала.

1. Неравномерное легирование подложки позволяет управлять пороговым напряжением. Предположим, что профиль концентрации имплантированных ионов в подложку можно аппроксимировать ступенчатой функцией с глубиной  $y_s$ . Высота ступеньки  $N_s - N_B$  определяется соотношением

$$(N_s - N_B) y_s = - \int_0^{\infty} C_N(y) dy - N_B y_s = N_I, \quad (3.20)$$

где  $C_N(y)$  – распределение примеси в p-подложке;  $N_B$  – уровень равномерного легирования в глубине подложки. При  $y_s \rightarrow 0$  (распределение имплантированных ионов примеси имеет вид  $\delta$ -функции) влияние акцепторов

сведется к уменьшению положительного заряда на величину  $qN_I$ . В результате получим

$$V_{\text{ПОР}} = V_{\text{FB}} + 2\varphi_B + [2\varepsilon_{\text{II}} qN_B (2\varphi_B + V_{\text{ПО}})]^{1/2} / C_{\text{OX}} + qN_I / C_{\text{OX}}. \quad (3.21)$$

Видно, что в (3.21) по сравнению с (3.11) также входят две величины:  $V_{\text{FB}}$  и  $V_{\text{ПО}}$ .  $V_{\text{FB}}$  – напряжение плоских зон, которое учитывает неидеальность МОП-структуры, т.е. влияние заряда окисла и разность работ выхода электрона из металла и полупроводника.  $V_{\text{ПО}}$  – напряжение обратного смещения подложки, которое равнялось 0 при выводе (3.11). Таким образом, в первом приближении сдвиг порога вследствие неравномерного легирования имеет вид

$$\Delta V_{\text{ПОР}} = V_{\text{ПОР}}(N_I) - V_{\text{ПОР}}(0) = qN_I / C_{\text{OX}}. \quad (3.22)$$

Для получения более точного результата необходимо численно решать уравнение Пуассона (1.3) с профилем  $C_N(y)$ .

2. Экспериментальные измерения  $V_{\text{ПОР}}$  показали, что с уменьшением длины канала  $V_{\text{ПОР}}$  уменьшается. В первом приближении отклонение от длинноканального поведения можно проанализировать, воспользовавшись принципом электронейтральности, а именно: полный заряд в МОП-структуре равен 0. Это означает, что

$$Q_3 + Q_0 + Q_n + Q_B = 0, \quad (3.23)$$

где  $Q_3$  – полный заряд затвора;  $Q_0$  – полный (отнесенный к границе раздела Si-SiO<sub>2</sub>) заряд окисла;  $Q_n$  – полный заряд инверсионного слоя;  $Q_B$  – полный заряд ионизированных примесей в области обеднения под затвором. Все заряды – приведенные на единицу площади. Поделив (3.23) на  $C_{\text{OX}}$ , получим

$$V_3 = V_{\text{FB}} + \varphi_S + |Q_B| / C_{\text{OX}}. \quad (3.24)$$

Используя определение порогового напряжения, т.е.  $V_3 = V_{\text{ПОР}}$ , когда  $\varphi_S = 2\varphi_B$ , приходим к выражению

$$V_{\text{ПОР}} = V_{\text{FB}} + 2\varphi_B + |Q_B| / C_{\text{OX}}, \quad (3.25)$$

которое для длинноканального прибора соответствует (3.11) (с учетом неидеальности МОП- структуры). Принцип электронейтральности поясняет рис.20.

Оценим  $V_{пор}$  для короткоканального элемента из простых геометрических соображений (рис.20). Предполагаем, что полный заряд равен заряду ионизированных примесей в трапециевидной области под затвором

$$|Q_B| = \frac{|Q_{BT}|}{z_0 L} = \frac{qN_A y_D}{L} \left( \frac{L + L'}{2} \right), \quad (3.26)$$

где  $Q_{BT}$  – полный заряд не приведенный на единицу площади.

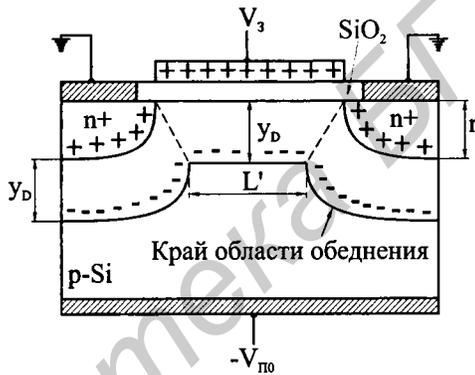


Рис.20. Пояснение принципа электронейтральности для МОП-структуры

Таким образом, сдвиг порогового напряжения для короткоканального МОП-транзистора (относительно длинноканального выражения) имеет вид

$$\Delta V_{пор} = -\frac{qN_A y_D}{C_{ox}} \left( 1 - \frac{L + L'}{2L} \right) = -\frac{qN_A y_D r_j}{C_{ox} L} \left( \sqrt{1 + \frac{2y_D}{r_j}} - 1 \right), \quad (3.27)$$

т.е. пороговое напряжение уменьшается. Следствием пренебрежения влиянием напряжения стока на ширину обедненной области у стока ( $V_c$  мало) является приближенный характер выражения (3.27). Учет этого фактора приводит к выражению

$$V_{пор} = V_{FB} + 2\phi_B + \frac{qN_A y_D^0}{C_{ox}} \times \left\{ 1 - \frac{r_j}{2L} \left[ \left( 1 + \frac{2y'_s}{r_j} \right)^{1/2} - 1 + \left( 1 + \frac{2y'_D}{r_j} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}, \quad (3.28)$$

где  $y_D^0 = [2\varepsilon_{II}(2\phi_B + V_{по}) / qN_A]^{1/2}$ ;

$$y'_s \approx [2\varepsilon_{II}(V_{Bi} - \phi_s) / qN_A]^{1/2}$$
;

$$y'_D \approx [2\varepsilon_{II}(V_{Bi} - \phi_s + V_c) / qN_A]^{1/2}$$
;

$y'_s, y'_D$  – «горизонтальные» толщины обеднения р-п-переходов истока и стока соответственно;  $V_{Bi}$  – контактная разность потенциалов р-п-перехода. Отметим, что при  $y'_s = y'_D = y_D^0$  сдвиг порога будет соответствовать (3.27). Ясно, что снижение  $V_{пор}$  становится заметным, когда  $L$  имеет тот же порядок величины, что и  $y'_s$  или  $y'_D$ . Обычно это имеет место при  $L \leq 3$  мкм.

3. Ширина прибора существенным образом влияет на характеристики транзистора. С одной стороны, для увеличения  $I_c$  и быстродействия нужна большая ширина  $z_0$ , а с другой, – для увеличения уровня интеграции  $z_0$  надо уменьшать. Считается, что МОП- транзистор с узким каналом, если  $z_0$  имеет тот же порядок величины, что и  $y_D^0$ . Обычно это имеет место для  $z_0 \leq 4$  мкм.

При уменьшении ширины канала поведение  $V_{пор}$  зависит от конструктивных особенностей транзистора и может увеличиваться или падать.

4. Для МОП-транзисторов УБИС характерна малая длина и ширина канала. В результате в этих структурах проявляются эффекты, которые являются следствием одновременного воздействия этих двух факторов. Поэтому в таких элементах раздельный учет влияния уменьшения длины и ширины канала не позволяет точно рассчитать  $V_{пор}$ .

Рассмотрим МОП-транзистор с малыми размерами, т.е.  $L \leq 3$  мкм и  $z_0 \leq 4$  мкм. Трехмерная аппроксимация заряда в нем может быть получена аналогичным, как и ранее, образом. Площадь трапециевидальной области на рис.20 имеет вид

$$S_T = \left\{ 1 - \left[ \left( 1 + 2y_D^0 / r_j \right)^{1/2} - 1 \right] r_j / L \right\} L y_D^0. \quad (3.29)$$

Интегрируя (3.29) по ширине равной  $z_0 + \delta z_0$ , где  $\delta z_0$  – расширение обедненной области с обеих сторон канала, можно получить следующее выражение для суммарного заряда обедненной области

$$|Q_{BT}| = qN_A \left[ S_T z_0 - \left\{ \left[ \left( 1 + 2y_D^0 / r_j \right)^{1/2} - 1 \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{2y_D^0 r_j}{z_0 L} + \frac{2y_D^0}{z_0} \right\} L z_0 y_D^0 \right]. \quad (3.30)$$

В результате выражение для  $V_{пор}$  МОП-транзистора с малой длиной и шириной канала имеет вид

$$V_{пор} = V_{FB} + 2\phi_B + \frac{qN_A y_D^0}{C_{ox}} \times \\ \times \left\{ 1 - \left[ \left( 1 + 2y_D^0 / r_j \right)^{1/2} - 1 \right] \left( \frac{r_j}{L} + \frac{2y_D^0 r_j}{z_0 L} \right) + \frac{2y_D^0}{z_0} \right\}. \quad (3.31)$$

Характерная зависимость для  $V_{пор}$  от  $L$  и  $z_0$  приведена на рис.21.

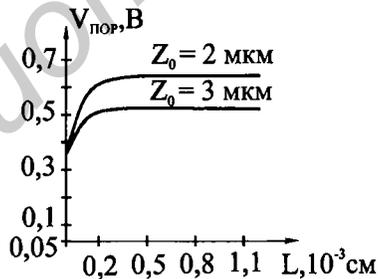


Рис.21. Зависимость  $V_{пор}$  от  $L$  и  $z_0$  МОП-транзистора с малыми размерами

Влияние на ВАХ. Уменьшение длины канала при сохранении неизменными других параметров должно приводить к соответствующему увеличению тока (см. (3.10)). В действительности это увеличение тока с уменьшением  $L$  более

медленное, что связано со взаимным влиянием эффектов второго порядка, а именно : уменьшением эффективной длины канала с ростом  $V_c$ ; уменьшением  $V_{пор}$  с ростом  $V_c$ ; насыщением скорости; уменьшением подвижности вследствие роста поперечного поля; влиянием последовательных сопротивлений стока и истока.

Однако вследствие сложной природы многомерного распределения  $\phi$  выразить в простой аналитической форме ВАХ МОП-транзисторов с малыми размерами невозможно.\* Приближения первого порядка удается получить, модифицируя выражения (3.9), (3.10), (3.12), (3.12, б), вводя «подгоночные» параметры и тем самым обеспечивая удовлетворительное согласование с экспериментом. Например, уменьшение эффективной длины канала с ростом  $V_c$  учитывается с помощью выражения (сравните с (3.12))

$$I_{C \text{ насыщ}} = \frac{z_0 \mu_{ns}}{2L} C_{ox} (V_3 - V_{пор})^2 \left[ 1 + \lambda (V_c - V_{c \text{ пер}}) \right],$$

$$V_c \geq V_{c \text{ пер}}, \quad (3.32)$$

где  $\lambda$  – коэффициент модуляции длины канала, являющийся «подгоночным» параметром. В результате выходные ВАХ имеют следующий вид.

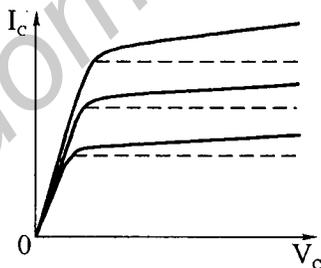


Рис.22. Выходные ВАХ при учете модуляции длины канала (сплошные линии) и без модуляции длины канала (штриховые линии)

\* Существуют более сложные упрощенные ФТМ, с помощью которых можно учесть ряд отмеченных эффектов.

Особую сложность представляет моделирование МОП-транзистора, работающего в режиме смыкания (прокола), когда  $y'_s + y'_d > L$ . Выходные характеристики при этом трансформируются к следующему виду.

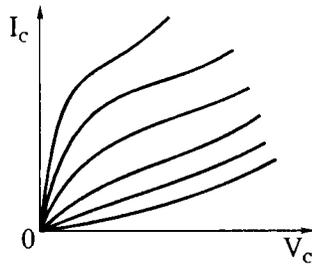


Рис.23. Выходные ВАХ для МОП-транзистора при смыкании р-п-переходов стока и истока при  $V_c = 0B$

В подпороговой области передаточные характеристики имеют вид, приведенный на рис.24. Видно, что характеристики кардинально отличаются от характеристик длинноканального прибора (рис.18). В частности, ток стока в подпороговой области зависит от напряжения на стоке. Причина такого поведения заключается в эффекте снижения барьера истока индуцированного стоком при малых длинах канала. Сущность эффекта в следующем. Если переходы истока и стока находятся вблизи друг от друга, то увеличение напряжения на стоке создает распределение поля, понижающее потенциальный барьер истока. В результате исток начинает инжектировать дополнительный ток.

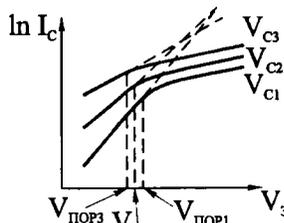


Рис.24. Передаточная ВАХ МОП-транзистора с коротким каналом  
(  $V_{c3} > V_{c2} > V_{c1}$  )

Отмеченное отличие передаточных характеристик служит одним из удачных критериев, характеризующих длинноканальные МОП-транзисторы.

**Критерий.** Для длинноканального МОП-транзистора характерна независимость подпорогового тока от напряжения на стоке при  $V_c \geq (3 - 4) \phi_T$ .

### 3.1.3. Электрические модели МОП-транзисторов. Граничная частота

С использованием второго и третьего подходов к синтезу моделей из ДДМ в нестационарном случае можно получить более простое дифференциальное уравнение для  $\phi$  и уравнение связи  $Q_n$  с  $\phi$ . Соответствующая этим упрощенным уравнениям эквивалентная схема активной области МОП-транзистора представлена на рис.25. Эквивалентная схема содержит емкостные элементы диэлектрика  $C_d dx$ , обедненного слоя  $C_{oc} dx$  и элемент проводимости канала  $g_k / dx$ . Распределенная эквивалентная схема учитывает собственную инерционность прибора и может использоваться при расчете высокочастотных и низкочастотных характеристик.

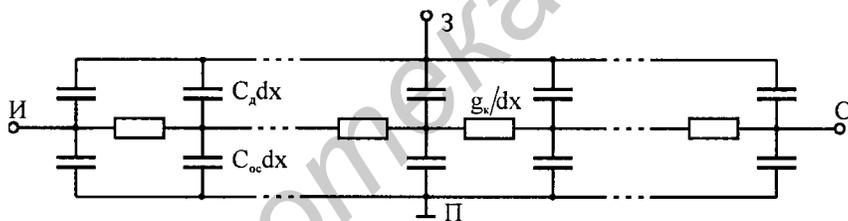


Рис.25. Представление активной области МОП-транзистора эквивалентной схемой с распределенными параметрами

На практике, однако, используется еще более простая динамическая ЭМ. Рассматриваем активную область (канальную часть) идеальной МОП-структуры. Полные токи затвора  $I_3$  и подложки  $I_{II}$  обусловлены токами смещения канал-затвор и канал-подложка и определяются изменением во времени заряда на затворе и обедненной области, а именно:

$$\frac{dQ_3}{dt} = I_3; \quad (3.33)$$

$$\frac{dQ_B}{dt} = I_{II}. \quad (3.34)$$

Исходя из первого закона Кирхгофа ((3.35) выводится из ДДМ)

$$I_3 + I_{II} + I_{II} + I_C = 0, \quad (3.35)$$

получим

$$I_3 + I_{II} = \frac{d(Q_3 + Q_B)}{dt} = -(I_{II} + I_C), \quad (3.36)$$

где  $I_{II}$  — полный ток истока. За положительные направления приняты направления токов, втекающих в транзистор. Выбрав систему независимых переменных

$$Q_3 = Q_3(V_3; V_{II}; V_C - V_3); \quad Q_B = Q_B(V_{II}; V_3; V_C - V_{II})$$

и применив правило дифференцирования, получим

$$\begin{aligned} -(I_{II} + I_C) &= C_{3II} \frac{dV_3}{dt} - C_3 \frac{dV_{II}}{dt} + C_{3C} \frac{d(V_C - V_3)}{dt} + \\ &+ C_{III} \frac{dV_{II}}{dt} - C_{II} \frac{dV_3}{dt} + C_{CII} \frac{d(V_C - V_{II})}{dt}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

где

$$\begin{aligned} C_{3II} &= \left. \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \right|_{V_{II}; V_C - V_3} = \frac{dQ_3}{dV_3} - \left. \frac{\partial Q_3}{\partial (V_C - V_3)} \right|_{V_3; V_{II}} = \frac{dQ_3}{dV_3} - \frac{dQ_3}{dV_C}; \\ C_{III} &= \left. \frac{\partial Q_B}{\partial V_{II}} \right|_{V_3; V_C - V_{II}} = \frac{dQ_B}{dV_{II}} - \left. \frac{\partial Q_B}{\partial (V_C - V_{II})} \right|_{V_{II}; V_3} = \frac{dQ_B}{dV_{II}} - \frac{dQ_B}{dV_C}; \\ C_{3C} &= \left. \frac{\partial Q_3}{\partial (V_C - V_3)} \right|_{V_3; V_{II}} = \frac{dQ_3}{dV_C}; \\ C_{CII} &= \left. \frac{\partial Q_B}{\partial (V_C - V_{II})} \right|_{V_{II}; V_3} = \frac{dQ_B}{dV_C}; \\ C_3 &= - \left. \frac{\partial Q_3}{\partial V_{II}} \right|_{V_3; V_C - V_3} = - \frac{dQ_3}{dV_{II}}; \\ C_{II} &= - \left. \frac{\partial Q_B}{\partial V_3} \right|_{V_{II}; V_C - V_{II}} = - \frac{dQ_B}{dV_3}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Последних два элемента в выражениях (3.38) представляют собой управляемые «емкостные генераторы», определяющие ток смещения через затвор или подложку при изменении напряжения на подложке или затворе соответственно. Остальные элементы являются эквивалентными емкостями, включенными между контактами транзистора в соответствии с напряжениями, по которым проводилось дифференцирование. Заметим, что

$$I_{и} + I_{с} = I'_{и} + I''_{и} + I'_{с} + I''_{с} ; \quad (3.39)$$

$$I''_{и} = -I''_{с} , \quad (3.40)$$

где с одним штрихом обозначаются соответствующие токи смещения, а с двумя штрихами – токи проводимости. С учетом (3.39), (3.40) можно перейти от (3.37), (3.38) к схеме замещения рис.26.

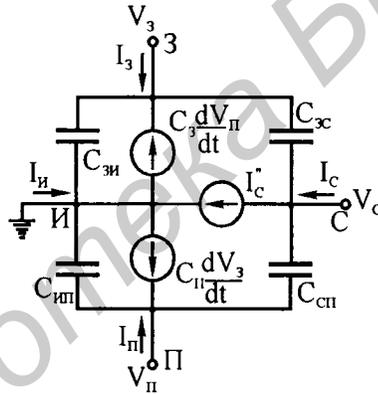


Рис.26. Полная эквивалентная схема активной области МОП-транзистора, полученная методом заряда

Справедливость схемы рис.26 легко проверить, используя первый закон Кирхгофа для каждого узла схемы. Применяв квазистационарную аппроксимацию, т.е. предположив, что распределение заряда и потенциала в любой момент времени соответствует стационарному, можно получить выражения для зарядов. Вывод подобен приведенному в п.3.1.1 и здесь не приводится.

Упрощенная ЭМ получается, если предположить, что

$$Q_3 = Q_3(V_3 - V_C, V_3 - V_H); \quad Q_B = Q_B(V_C, V_H). \quad (3.41)$$

Ее вид приведен на рис.27.

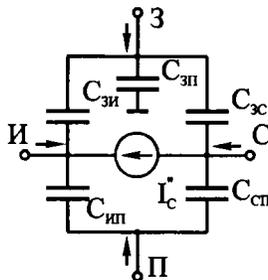


Рис.27. Упрощенная ЭМ активной области МОП-транзистора

Используя различные аппроксимации для заряда и подвижности, можно получить различные по точности динамические модели прибора.

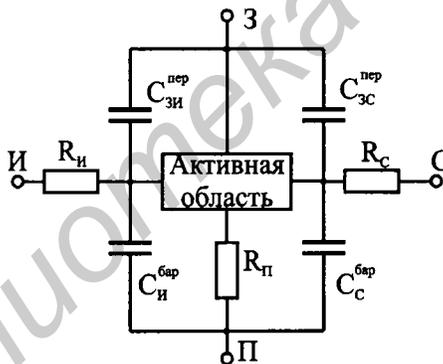


Рис.28. Полная низкочастотная модель МОП-транзистора

Полная электрическая модель МОП-транзистора получается после дополнения эквивалентной схемы активной области паразитными сопротивлениями и емкостями, относящимися к внешней области (рис.28). Здесь  $C_{зи}^{пер}$ ,  $C_{эс}^{пер}$  – паразитные емкости вследствие перекрытия областей истока и стока затвором;  $C_{ип}^{бар}$ ,  $C_{сп}^{бар}$  – барьерные емкости р-п-переходов истока и стока;  $R_и$ ,  $R_с$ ,  $R_п$  – сопротивления истока, стока, подложки.

Существуют и другие ЭМ МОП-транзисторов. Здесь лишь отметим еще одну физически «прозрачную» модель (рис.29).

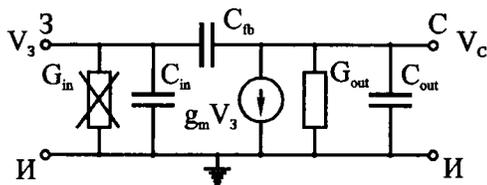


Рис.29. Малосигнальная эквивалентная схема МОП-транзистора в схеме включения с общим истоком

Здесь  $G_{in}$  – входная проводимость, определяемая током утечки затвора ( $G_{in} \approx 0$ );  $C_{in}$  – входная емкость ( $\partial Q_3 / \partial V_3$ );  $C_{fb}$  – проходная емкость, учитывающая перекрытие областей истока и стока затвором;  $G_{out}$  – выходная проводимость, равная проводимости стокового р-п-перехода;  $C_{out}$  – выходная емкость, представляющая емкости р-п-переходов стока и истока, последовательно соединенные через подложку.

По определению граничная частота (отсечки) соответствует частоте, при которой ток через входную емкость эквивалентной схемы равен току генератора тока, т.е.

$$I \approx \omega_T C_{in} V_3 \approx g_m V_3.$$

Так как  $\omega_T = 2\pi f_T$ , то граничная частота выражается в виде

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi C_{in}}. \quad (3.42)$$

В результате получим

$$f_T \approx \frac{\mu_{ns} V_c}{2\pi L^2}; \quad (3.43)$$

$$f_T \approx \frac{v_s}{2\pi L} \quad (3.44)$$

в линейной области и области насыщения. При выводе (3.43), (3.44) учитывалось, что  $C_{in} \approx z_0 LC_{ox}$ , а в области насыщения время пролета канала  $\tau$  осуществляется со скоростью насыщения  $v_s$ , т.е.  $\tau = L / v_s$ .

### 3.1.4. Специфика моделирования различных разновидностей МДП-транзисторов

Для улучшения характеристик МДП-транзисторов (быстродействия, энергопотребления и др.) предложено большое разнообразие конструктивно-технологических решений и разновидностей структур. Ряд из них могут потребовать определенных модификаций в ФТМ и ЭМ элементов.

Примером таких структур могут являться МОП-транзисторы с использованием подлегирования с применением ионной имплантации. Сдвиг порогового напряжения в одном из случаев нами рассматривался в п.3.1.2.

В то же время для структур типа «кремний на изоляторе» (КНИ) характерны низкие значения паразитных емкостей в ЭМ, что обеспечивает высокое быстродействие этих приборов. Специфику также вносит отсутствие в приборах контакта к подложке. В результате при описании ВАХ в области насыщения важно учитывать лавинное умножение. Характерна также большая плотность поверхностных состояний на границе раздела кремний-изолятор.

В приборах с плавающим затвором необходимо учитывать сдвиг порогового напряжения в результате накопления заряда в плавающем затворе вследствие разбаланса токов в двух диэлектриках за время действия большого положительного напряжения  $V_3$ , приложенного к внешнему затвору. Аналогичную модификацию необходимо вводить в модель МНОП-структур (металл-Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>-SiO<sub>2</sub>-Si).

В мощных МДП-транзисторах необходимо вводить модификации, определяемые явлениями саморазогрева (вследствие протекания больших токов в структуре) и ударной ионизации. При этом надо обязательно учитывать зависимости электрофизических параметров (прежде всего подвижностей, см. формулы (3.9), (3.10), (3.12)) от температуры.

### 3.1.5. Модель для эффекта защелкивания КМОП-структур

В комплементарных МОП (КМОП) схемах п- и р-канальный МОП-транзисторы включены последовательно между источником питания и землей. Поэтому традиционно моделирование КМОП-структур осуществляется после замены

каждого МОП-транзистора соответствующей ЭМ с учетом схемного включения транзисторов. В действительности КМОП-элемент является функционально-интегрированным элементом и его поведение, к сожалению, в ряде случаев не может быть описано на базе этого упрощенного суперпозиционного подхода. Примером такого случая является паразитный эффект защелкивания.

Рассмотрим КМОП-элемент с карманом р-типа (рис.30). На этом же рисунке показаны основные паразитные элементы, ответственные за эффект защелкивания. Видно, что паразитные n-p-n- и p-n-p-транзисторы соединены по перекрестной схеме, т.е. образуют по существу тиристор. Здесь  $R_n, R_k$  – резисторы подложки и кармана;  $R_{p2}, R_{n2}$  – описывают сопротивления эмиттерных контактов и диффузионных областей;  $C_{пк}$  – емкость подложка-карман;  $I_0$  – паразитный источник тока.

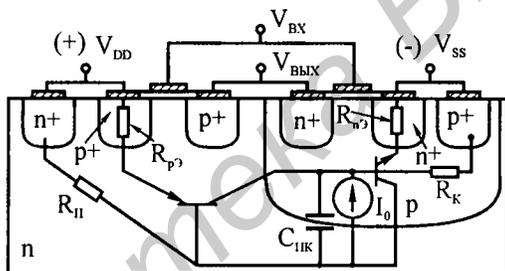


Рис.30. КМОП-элемент с карманом р-типа и ЭМ для эффекта защелкивания

Если оба БТ обладают умеренными коэффициентами усиления, то в такой схеме включения оба они могут попасть в режим насыщения. В результате между источником питания и землей схемы образуется низкоомная проводящая цепь (закорачивание).

В нормальных режимах работы КМОП-схем эмиттерные переходы обоих БТ смещены в обратном направлении, так что защелкивание КМОП-элемента невозможно.

Рассмотрим как может возникнуть защелкивание. В нормальном режиме источник тока  $I_0$  моделирует только утечку р-п-перехода, т.е. очень мал. Существует несколько механизмов, которые могут значительно увеличить ток

$I_0$ , а именно: 1) неосновные носители, инжектированные в подложку при импульсах прямого смещения на переходах; 2) носители, генерируемые излучением; 3) носители, генерируемые в результате ударной ионизации; 4) токи, генерируемые  $C_{пк}$  при быстрых переходных процессах, например включении ИС. Любой из отмеченных механизмов может приводить к включению одного или обоих БТ, а следовательно, к эффекту защелкивания (тиристорному эффекту). Данный эффект особенно критичен для элементов с малыми размерами, в особенности УБИС, что приводит к значительной модификации технологии их изготовления.

## **3.2. Численное моделирование МОП-структур**

### **3.2.1. Двух- и трехмерные модели МОП-транзисторов. Дополнительные допущения**

В данном параграфе рассмотрим специфику ДДМ МОП-структур, основанных на численном решении системы уравнений модели. Так же, как и ранее, разница между двух- и трехмерными моделями проистекает, прежде всего, из разницы представления структуры МОП-транзистора и операторов в ДДМ.

Структура и операторы модели. Рассмотрим простейшую структуру МОП-транзистора рис. 31, а. Представление структуры в трех- и двумерных моделях показаны на рис. 31, а и б соответственно. При этом оператор  $\nabla$  имеет соответствующий вид в (1.1) – (1.5), (1.8), (1.9). Заметим, что одномерных численных моделей МОП-транзисторов практически не существует. Это связано с тем, что распределение поля в МОП-транзисторе носит принципиально многомерный характер. Самыми простыми в настоящее время среди численных моделей являются квазидвумерные модели.

Граничные условия. Как правило, устанавливаются из тех же физических соображений, что и для БТ, и в двумерном случае имеют следующий вид.

1. На свободных поверхностях AD и BC справедливы условия (2.72).
2. На омических контактах к полупроводнику (И, С, П) предполагается неограниченная скорость поверхностной рекомбинации-генерации и нейтральность объемного заряда (2.68) – (2.70), что приводит к соотношениям (2.73) – (2.76).

3. На границе раздела полупроводник-диэлектрик справедливы соотношения (2.66), причем часто  $R_s^n = R_s^p = 0$ , а также закон Гаусса-Остроградского (2.67).
4. Выходной ток определяется из соотношения (2.71).

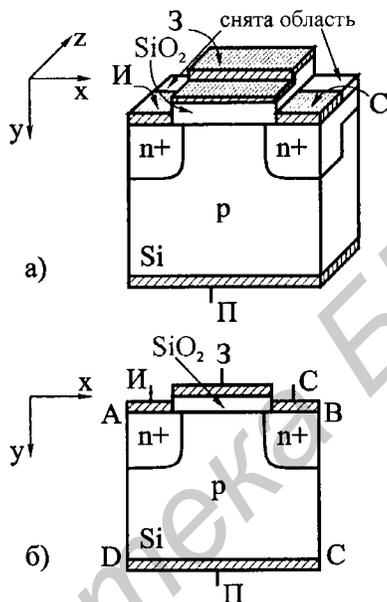


Рис.31. Представление структуры МОП-транзистора: а) трехмерный случай; б) двумерный случай. Контакты: И – исток; З – затвор; С – сток; П – подложка

**Модели.** При моделировании МОП-транзисторов используется, вообще говоря, широкий ассортимент моделей процессов рекомбинации-генерации и моделей подвижностей. Однако обычно привлекаются следующие модели.

Для описания процессов рекомбинации-генерации используются модели Шокли-Рида-Холла (2.77), рекомбинации Оже (2.78) и скорости генерации вследствие ударной ионизации (2.102). Суммарная скорость рекомбинации-генерации задается в виде (2.101).

Для подвижностей используется эмпирическая модель Ямагучи вида:

$$\mu(N_T, E_{\parallel}, E_{\perp}) = \mu(N_T, E_{\perp}) f_{\parallel}(N_T, E_{\perp}, E_{\parallel}); \quad (3.45)$$

$$\mu(N_T, E_{\perp}) = \mu(N_T) (1 + \alpha_n^* E_{\perp})^{-1/2};$$

$$\mu(N_T) = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 + [N_T / (N_T / S + N_{ref})]}};$$

$$f_{\Pi}(N_T, E_{\perp}, E_{\Pi}) = \left[ 1 + \left( \frac{\mu(N_T, E_{\perp}) E_{\Pi}}{v_c} \right)^2 \left( F + \frac{\mu(N_T, E_{\perp}) E_{\Pi}}{v_c} \right)^{-1} + \left( \frac{\mu(N_T, E_{\perp}) E_{\Pi}}{v_s} \right)^2 \right]^{-1/2},$$

где  $N_T = N_D^+ + N_A^-$ , а  $\mu_0$ ,  $\alpha_n^*$ ,  $v_c$ ,  $v_s$ ,  $S$ ,  $F$ ,  $N_{ref}$  – параметры, приведенные в табл. 4, которые могут корректироваться для конкретных структур, исходя из экспериментальных данных по ВАХ МОП-транзистора. Как правило, эти девиации от указанных в табл. 4 значений незначительны и составляют менее 5–10%, причем часто только для одного параметра –  $\mu_0$ . Важной особенностью модели Ямагучи является учет в ней зависимостей подвижностей от продольного  $E_{\Pi}$  и поперечного полей  $E_{\perp}$  инверсионных слоев

$$E_{\Pi} = \left( \vec{E} \vec{J}_{\text{пров}} \right) / \left| \vec{J}_{\text{пров}} \right|, \quad E_{\perp} = \left| \vec{E} \times \vec{J}_{\text{пров}} \right| / \left| \vec{J}_{\text{пров}} \right|,$$

где  $\vec{J}_{\text{пров}}$  – ток проводимости ( $\vec{J}_{\text{пров}} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$ ), который равен  $\vec{J}_{\text{полн}}$  в стационарном случае.

#### Параметры модели подвижностей Ямагучи

Таблица 4

Носители	$\mu_0$ , см <sup>2</sup> /(В·с)	$S$	$N_{ref}$ , см <sup>-3</sup>	$F$	$v_c$ , см/с	$v_s$ , см/с
Электроны	1400	350	$3 \cdot 10^{16}$	8,8	$4,9 \cdot 10^6$	$1,036 \cdot 10^7$
Дырки	480	81	$4 \cdot 10^{16}$	1,6	$2,928 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^7$

Дополнительные допущения. При численном моделировании МОП-транзисторов часто используются следующие предположения.

1. Подзатворный диэлектрик предполагается достаточно тонким так, что в нем не решается уравнение Пуассона, а распределение потенциала  $\phi$  считается линейным. Наличием зарядов в  $\text{SiO}_2$  пренебрегают. В результате введения этих предположений решать уравнения типа (1.1) – (1.5) в диэлектрике не надо.

2. Традиционно полагается, что  $\sigma_{\text{нов}} = 0$  в (2.67), а влияние зарядов в окисле и на границе раздела Si-SiO<sub>2</sub> учитывается с помощью эмпирического параметра – напряжения плоских зон ( $V_{FB}$ ). В результате на контакте затвора потенциал постоянен и равен  $\phi = V_3 - V_{FB}$ .

3. ЭСЛ обычно не учитываются, т.е.  $A$  и  $\Delta \vec{V}_g$  равны 0.

4. Учитывая униполярный характер рассматриваемого класса элементов, в случае возможности неучета ударной ионизации для n-МОП-транзисторов используются уравнение Пуассона (1.3), уравнение непрерывности электронов (1.1) с  $R=0$  и уравнение для плотности тока электронов (1.4). Также полагается в (1.7)  $\phi_p = V_{pp}$  (к контакту подложки) по всему прибору или  $\vec{J}_p = 0$ , что практически не влияет на  $\phi$  и  $n$ . Аналогичный подход используется для p-канального МОП-транзистора.

### 3.2.2. Численные методы

В принципе при численном моделировании МОП-структур могут использоваться методы, рассмотренные в п.2.2.3 для БТ. Однако имеется ряд специфических моментов. Рассмотрим некоторые из них.

1. Хотя при выборе начального приближения для основных переменных ( $n$ ,  $p$ ,  $\phi$ ;  $\phi_n$ ,  $\phi_p$ ,  $\phi$ ;  $\exp(-\phi_n/\phi_T)$ ,  $\exp(\phi_p/\phi_T)$ ,  $\phi$ ), как и при моделировании БТ, используются различные физические допущения, однако, ввиду традиционно больших прикладываемых напряжений при моделировании МОП-транзисторов часто применяются экстраполяционные процедуры. В этом случае начальное приближение для текущих значений прикладываемых смещений с индексом  $r$  получается в результате экстраполяции рассчитанных ранее значений переменных для предыдущих смещений, как правило, с индексами  $r-1$  и  $r-2$ .

Здесь используется линейный закон и другие. Такие схемы выбора начального приближения особенно популярны в случае применения методов одновременной концепции (Ньютона и его модификаций).

2. При использовании экстраполяционных схем выбора начального приближения в методе Ньютона для избежания расходимости итерационного процесса часто применяется демпфирование приращения переменных. В этом случае (2.93') обычно заменяется на

$$F'(u^k)\Delta u^{k+1} = -F(u^k), \quad u^{k+1} = u^k + d\Delta u^{k+1}, \quad (3.46)$$

где  $k$  – номер итерации;  $d$  – демпфирующий множитель (коэффициент сжатия), который постоянен и лежит в диапазоне значений  $d \in (0, 1]$ . Применяются и более сложные методики демпфирования.

3. Ввиду того, что точное решение неизвестно, в качестве критериев завершения итераций обычно используются следующие критерии: 1) по минимизации невязки с требуемой точностью; 2) по уменьшению изменения электростатического потенциала с требуемой точностью; 3) по выполнению свойства консервативности плотности полного тока  $\nabla \vec{J}_{\text{полн}} = 0$  с требуемой степенью точности.

Так, в методе Гуммеля в двумерном случае часто используются критерии

$$|\delta\varphi|_{\max}^{k+1} \leq \varepsilon^*, \quad (3.47)$$

где

$$|\delta\varphi|_{\max}^{k+1} = \max_{i,j} |\varphi_{i,j}^{k+1} - \varphi_{i,j}^k|$$

и

$$\bar{\varepsilon}_\varphi \leq \varepsilon^*, \quad (3.48)$$

где

$$\bar{\varepsilon}_\varphi = \max_{i,j} \bar{\varepsilon}_{i,j}, \quad \bar{\varepsilon}_{i,j} = \begin{cases} \left| \frac{\varphi_{i,j}^{k+1} - \varphi_{i,j}^k}{|\varphi_{i,j}^k|} \right|, & \left| \varphi_{i,j}^{k+1} \right| \leq \varphi_T, \\ \left| \frac{\varphi_{i,j}^{k+1} - \varphi_{i,j}^k}{|\varphi_{i,j}^k|} \right|, & \left| \varphi_{i,j}^{k+1} \right| > \varphi_T. \end{cases}$$

Здесь  $k$  – номер итерации метода Гуммеля;  $\epsilon^*$  – задаваемая погрешность. Если для МОП-структур более популярен критерий (3.47), то для БТ – (3.48).

Число требуемых итераций при численном моделировании МОП-транзисторов зависит от прикладываемых смещений, методов выбора начального приближения и ряда других факторов. Обычно для метода Гуммеля оно лежит в диапазоне 40–200 итераций на одну точку ВАХ.

4. Эффективный алгоритм расчета тока стока МОП-транзистора основывается на принципе консервативности плотности полного тока

$$\nabla \vec{J}_{\text{полн}} = 0, \quad (3.49)$$

следующего из первого уравнения Максвелла в принятых физических допущениях при выводе ДДМ. Соотношение (2.71) непосредственно применять трудно, что связано со сложностью вычисления на ЭВМ разности почти одинаковых чисел. В результате погрешность вычисления  $\vec{J}_{\text{полн}} \vec{n}_S$  на контакте стока может быть значительной ввиду высокой степени легирования стока.

Применение (3.49) позволяет рассчитывать ток стока как интеграл от  $\vec{J}_{\text{полн}} \vec{n}_S$  по контуру F'FEE', указанному на рис.32, так как ток через F'G' и E'E не проходит (см. граничные условия). Вычисление других выходных (интегральных) параметров осуществляется либо с помощью подобных специально разработанных алгоритмов, либо после расчета ВАХ.

Так, например, пороговое напряжение вычисляется после расчета сток-затворных характеристик на основе использования известного свойства подпороговых характеристик (см. п.3.1.1 и 3.1.2). Соответствующие пояснения показаны на рис.33.

5. При необходимости учета ударной ионизации метод Гуммеля целесообразно модифицировать, как показано на блок-схеме рис.34 для случая n-канального МОП-транзистора.

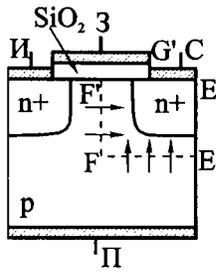


Рис.32. Пояснение для алгоритма вычисления тока стока

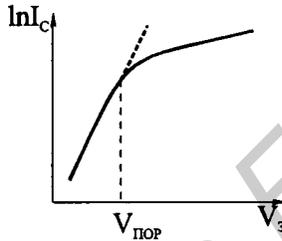


Рис.33. Пояснение для способа вычисления порогового напряжения

В данной модификации учитывается то, что в МОП-транзисторах без сильной ударной ионизации ток дырок пренебрежимо мал. Таким образом, машинное время может экономиться, чаще решая уравнение Пуассона и уравнение непрерывности электронов, чем уравнение непрерывности дырок. Это и отражено на блок-схеме рис.34.

В блоках 1 и 5 осуществляется проверка необходимости решения уравнения непрерывности дырок. В блоке 2 вычисляется скорость ударной ионизации. В блоке 3 решается уравнение непрерывности электронов. В блоке 4 решается уравнение Пуассона. В блоке 6 в случае необходимости решается уравнение непрерывности дырок. В блоке 7 проверяется сходимость при решении уравнения непрерывности дырок. В блоке 8 осуществляется общая проверка сходимости.

Заметим, что критерий, используемый в блоках 1 и 5, выбрать непросто. Поэтому на практике уравнение непрерывности для дырок решается после того, как изменение в  $n$  становится малым, но не реже каждой пятой полной итерации.

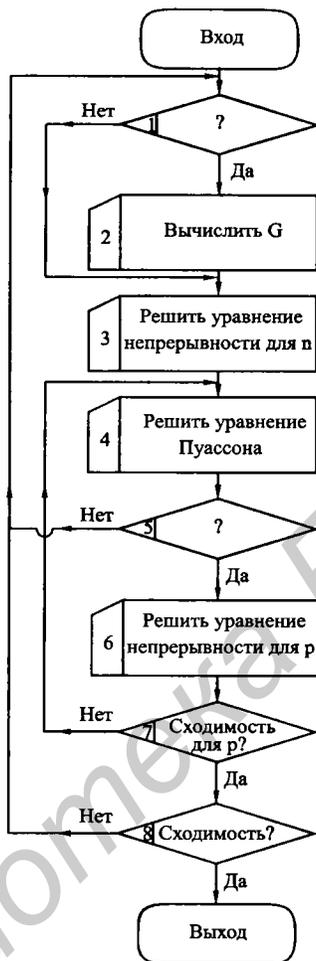


Рис.34. Модификация метода Гуммеля для n-канального МОП-транзистора

### 3.2.3. Специфика моделирования элементов с непланарными границами раздела

Для современных интегральных схем характерно наличие непланарных областей. В связи с этим интерес представляет анализ специфики моделирования элементов с непланарными границами. В качестве примера рассмотрим МОП-транзистор (рис.35) с характерными областями,

называемыми «птичьим клювом». При детальном моделировании элемента необходимо учесть непланарность границы раздела Si-SiO<sub>2</sub>.

Для анализа таких элементов необходимо тщательно выбрать: 1) метод построения дискретной модели; 2) алгоритм выбора сетки пространственной дискретизации; 3) метод реализации дискретной модели. Наиболее важным является метод построения дискретной модели. Традиционно в этих случаях используется метод интегрирования на ячейке.

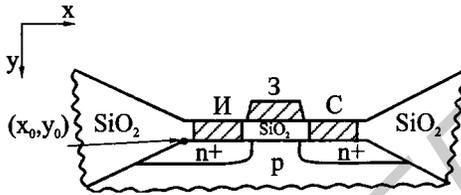


Рис.35. МОП-транзистор с непланарными границами раздела

Рассмотрим применение этого метода для уравнения Пуассона в двумерном случае. Непланарная поверхность в этом случае вырождается в линию, причем сетка построена так, что составляющие ее отрезки соединяют смежные узлы сетки. Это легко осуществляется, например, путем задания координат узлов в измерении  $x$  (см. рис.36). Узлы в измерении  $y$  вычисляются, зная уравнение линии АВ. В результате, если точка принадлежит непланарной границе раздела двух сред, то эта граница может проходить одним из способов, как показано на рис.37. Следовательно, граница в элементарной прямоугольной области рис.37 (обведена пунктиром) может быть представлена состоящей из треугольников, заполненных полупроводником или диэлектриком (в том числе окружающей средой). Пример приведен на рис.37 для точки  $(x_0, y_0)$  рис.35. Область диэлектрика – заштрихована.

Уравнение Пуассона (1.3) для диэлектрика и полупроводника может быть представлено в виде

$$\nabla \epsilon \nabla \phi = \begin{cases} 0 & \text{в диэлектрике,} \\ -\rho & \text{в полупроводнике,} \end{cases} \quad (3.50)$$

где  $\rho = q(p - n + N_d^+ - N_A^-)$ . Следовательно, для простоты предполагается, что в диэлектрике отсутствует объемный заряд.

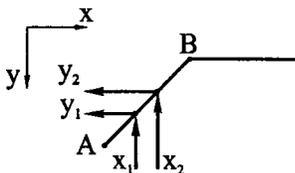


Рис.36. Пояснение способа построения сетки пространственной дискретизации. Координаты точек А и В – известны

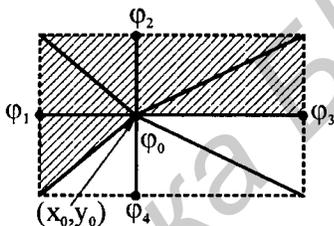


Рис.37. Возможное прохождение границ раздела через узел  $(x_0, y_0)$

Рассмотрим аппроксимацию уравнения Пуассона в узле с индексом 0. Для этого осуществляется интегрирование уравнения (3.50) по площади прямоугольника ABCD, окружающего узел  $(x_0, y_0)$  (рис.38).

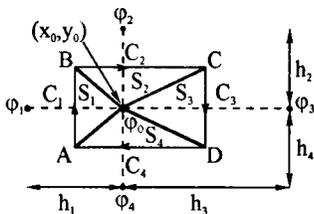


Рис.38. Узел и его четыре соседних узла. Пояснение метода интегрирования на ячейке

Пусть  $\varphi_0$  – значение потенциала в центральном узле  $(x_0, y_0)$ , а  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  – значения в соседних узлах. Линии  $C_m$  проходят через середины соединяющих соседние узлы отрезков. Общая площадь ABCD –  $S$ , состоящая из треугольников площадью  $S_m$ . Конечно-разностную аппроксимацию в узле  $(x_0, y_0)$  получаем интегрированием (3.50) по  $S$ , а именно:

$$\iint_S \nabla \epsilon \nabla \varphi ds = - \iint_S \rho(x, y, \varphi) ds. \quad (3.51)$$

Применяя интегральную теорему Гаусса-Остроградского о дивергенции, в двумерном случае получим

$$\oint_C \epsilon \nabla \varphi n_s \vec{dl} = - \iint_S \rho(x, y, \varphi) ds.$$

Предполагая  $\epsilon$  и  $\nabla \varphi n_s$  постоянными на  $C_m$ , находим

$$\sum_{m=1}^4 \epsilon_m \frac{\varphi_0 - \varphi_m}{h_m} C_m = + \iint_S \rho(x, y, \varphi) ds. \quad (3.52)$$

При раскрытии интеграла по площади необходимо учесть существует ли в ABCD область диэлектрика. Если рассматривается только область полупроводника, то правая часть (3.52) в предположении постоянства  $\rho$  на ячейке ABCD дает

$$\iint_S \rho(x, y, \varphi) ds = S \rho(x_0, y_0, \varphi_0). \quad (3.53)$$

Легко показать, что в этом случае мы приходим к аппроксимации (2.85).

Соотношения для более сложных случаев, когда точка  $(x_0, y_0)$  лежит на границе раздела двух сред, легко получить, если предположить, что  $\rho = 0$  в диэлектрике и  $\rho = \rho(x_0, y_0, \varphi_0)$  в полупроводнике. В этом случае  $S$  в (3.53) – площадь в области полупроводника.

Уравнения вида (3.52), (3.53) записываются для всех областей элемента за исключением контактов, где имеют место условия Дирихле, т.е. заданы значения  $\varphi$ .

Подобным образом могут быть построены конечно-разностные аппроксимации уравнений непрерывностей.

Впервые метод интегрирования на ячейке для численного моделирования элементов ИС с непланарными границами был применен Даттоном (R. W. Dutton) и его учеником в 1980 году.

### 3.2.4. Специфика численного моделирования КМОП - элемента

Так же, как и И<sup>2</sup>Л-элемент, КМОП-элемент является функционально-интегрированным элементом. Это означает, что с уменьшением размеров активных областей необходимо использовать многомерные ДФТ модели для всей КМОП-структуры, а не отдельных составляющих ее транзисторов. В целом, ДДМ, модели электрофизических параметров, процессов рекомбинации-генерации, методы построения и реализации ДФТ модели, как правило, аналогичны рассмотренным для МОП-транзистора. При задании граничных условий применяются те же физические принципы и предположения. Здесь лишь заметим, что вследствие того, что КМОП-элемент является динамическим элементом, наибольший интерес для него представляет анализ нестационарных процессов. В связи с этим при численном моделировании КМОП-элементов повышенные требования предъявляются к быстродействию используемой ЭВМ.

## Глава 4. Общие вопросы моделирования элементов ИС

### 4.1. Модели диодов и пассивных элементов ИС. Паразитные элементы

Характерным для ИС является наличие не только активных элементов (диодов, транзисторов и др.), но и пассивных элементов. К последним обычно относят: резисторы, конденсаторы, контактные системы и межсоединения. В целом, для построения их моделей используются те же принципы, что были рассмотрены в главах 1–3. Однако имеется ряд специфических моментов. В частности, модели диодов и пассивных элементов, как правило, более просты, нежели рассмотренных активных элементов. Здесь остановимся на моделях диодов, резисторов и конденсаторов.

Диоды. Хорошо известной ФТМ диода является классическая одномерная модель Шокли

$$I = I_s [\exp(V / \varphi_T) - 1], \quad (4.1)$$

где

$$I_s = q A \left( \frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n} \right), \quad (4.2)$$

а  $D_p, D_n$  – коэффициенты диффузии дырок и электронов;  $p_{n0}$  – равновесная концентрация дырок в *n*-области;  $n_{p0}$  – равновесная концентрация электронов в *p*-области;  $L_p, L_n$  – диффузионные длины дырок и электронов;  $A$  – площадь поперечного сечения *p-n*-перехода;  $V$  – напряжение, прикладываемое к *p-n*-переходу.

Заметим, что модель Шокли получается с использованием второго и третьего подходов к синтезу моделей.

На практике модель Шокли в виде (4.1) и (4.2), как правило, не применяется за исключением, быть может, очень грубых инженерных оценок. Традиционно используются следующие модификации: применяется только формула (4.1); вводится *m*-фактор; включаются сопротивления, описывающие омическое падение напряжения. В этих случаях согласуемыми с экспериментом параметрами являются: ток насыщения  $I_s$ ; *m*-фактор; сопротивления.

Сложность моделирования диодов ИС на уровне упрощенных ФТМ связана с несколькими причинами: многомерностью процессов переноса в них; диоды, как правило, реализуются с помощью специального включения активных элементов; влиянием паразитных элементов.

Так, например, в качестве диода в ИС часто используется биполярный п-р-п-транзистор в диодном включении. В быстродействующих схемах в качестве диода чаще применяется эмиттерный р-п-переход, при этом коллекторный р-п-переход закорочен. Такие структуры характеризуются наименьшим временем переключения, малой паразитной емкостью, однако пробивные напряжения невелики. Для повышения последних используется коллекторный р-п-переход. На характеристики диодов в зависимости от схемы включения могут оказывать влияние такие паразитные элементы, как р-п-р-транзистор, емкость изоляции и др.

В ряде случаев сложности удастся обойти с помощью ЭМ. Здесь опишем лишь одну модель.

Динамическую модель диода получают добавлением к «идеальному» диоду схемных элементов, отражающих влияние реально существующих областей и процессов (рис.39).

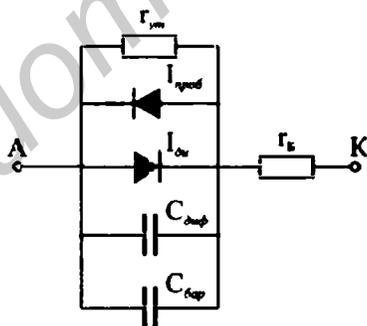


Рис.39. Динамическая модель диода: А – анод; К– катод

Здесь  $r_b$  – сопротивление базы (высокоомная область диода);  $r_m$  – сопротивление утечки реального диода;  $C_{diff}, C_{бар}$  – диффузионная и барьерная

емкости, моделирующие динамические свойства диода;  $I_{ду}$  – идеальный диод;  $I_{проб}$  – источник тока (вблизи области пробоя), а именно:

$$I_{проб} = I_0 [\exp(-V_\delta / m_0 \phi_T) - 1], \quad V_\delta \approx -V_{проб}, \quad (4.3)$$

где  $I_0, m_0$  – аппроксимирующие параметры;  $V_{проб}$  – пробивное напряжение.  $I_{ду}$  моделируется (4.1), как правило, с введением  $m$ -фактора.

Для емкостей используются аппроксимации

$$C_{бар} = C_{бар0} / (1 - V_\delta / V_{\delta бар})^\gamma; \quad (4.4)$$

$$C_{диф} = dQ_B / dV_\delta = d(I_{ду} \tau_\varepsilon) / dV_\delta = \tau_\varepsilon (I_S + I_{ду}) / m \phi_T, \quad (4.5)$$

где  $C_{бар0}$  – барьерная емкость при  $V_\delta = 0$ ;  $V_{\delta бар}, \gamma$  – параметры;  $\tau_\varepsilon$  – эффективная постоянная времени, оценивающая время жизни неосновных носителей в базе диода (широкая база) или время пролета (узкая база).

Следовательно, параметрами модели являются:  $I_S, m, I_0, m_0, r_B, r_{ym}, C_{бар0}, V_{\delta бар}, \gamma, \tau_\varepsilon, V_{проб}$ .

Модели пассивных элементов. Прежде всего вспомним электрические модели идеальных резистора, конденсатора и катушки индуктивности, связывающие токи и напряжения, а именно:

$$V = RI; \quad I = C dV / dt; \quad V = L di / dt, \quad (4.6)$$

где  $V$  – напряжение;  $I$  – ток;  $R$  – сопротивление;  $C$  – емкость;  $L$  – индуктивность.

Резисторы. Простейшая ФТМ резистора строится для бруска однородного проводящего кристаллического материала, исходя из закона Ома, а именно:

$$R = L / A\sigma, \quad (4.7)$$

где  $L$  – длина бруска;  $A$  – площадь поперечного сечения;  $\sigma$  – удельная проводимость. Для  $\sigma$  легко получается выражение, суммируя (1.4) и (1.5) в пренебрежении диффузионными составляющими, а именно:

$$\sigma = q\mu_n n + q\mu_p p. \quad (4.8)$$

Сложность использования модели сразу очевидна, так как в (4.8) входят концентрации подвижных носителей, а не профиль легирования. Традиционно

для упрощения привлекается предположение электронейтральности (2.70). В результате для полупроводника р-типа в (4.8)

$$p \approx N_A^-, \quad n = n_{i0}^2 / N_A^- \approx 0. \quad (4.9)$$

Так как  $N_A^- = const$  в данном случае, то легко получить окончательное выражение для  $R = L / Aq\mu_p N_A^-$ .

Рассмотрим более сложный случай, в частности, резистор р-типа с  $N_A^- \neq const$ , показанный на рис.40.

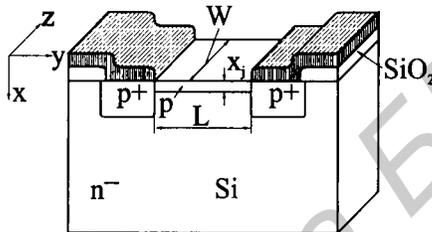


Рис.40. Интегральный резистор

Дифференциальная проводимость  $dG$  тонкого слоя области р-типа, имеющего толщину  $dx$  и расположенного параллельно плоскости  $x = const$ , равна

$$dG(x) = q\mu_p p(x)(W / L) dx. \quad (4.10)$$

В результате проводимость всей р-области

$$G = (W / L) \int_0^{x_j} q\mu_p p(x) dx = R^{-1}, \quad (4.11)$$

где  $x_j$  – глубина области  $p$ . Вычисление  $G(R)$  для конкретного случая обычно осуществляется с использованием (4.9), усреднения  $\mu_p$  и выражения для  $N_A^-$ .

Видно, что и здесь мы использовали второй и третий подход к синтезу моделей элементов ИС.

Среди ЭМ резисторов рассмотрим лишь то, как преобразуется их динамическая модель с ростом рабочей частоты. Соответствующие эквивалентные схемы приведены на рис.41.

Так, при низких частотах ЭМ представляет собой собственно резистор (рис.41, а). При средних и высоких частотах начинают оказывать влияние индуктивность выводов и паразитная емкость (рис.41, б). На очень высоких частотах резистор моделируется длинной линией (рис.41, в).

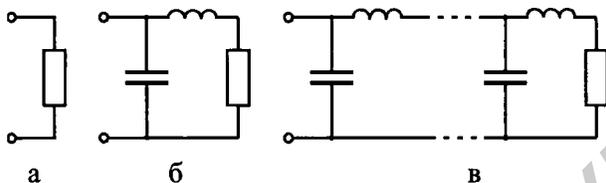


Рис.41. Изменение ЭМ интегрального реального резистора с ростом частоты

Конденсаторы. В ИС, как правило, используются конденсаторы двух видов: на основе барьерной емкости р-п-перехода и с МОП-структурой.

Для первого вида конденсаторов привлекаются емкости обратно смещенных р-п-переходов. В результате емкость определяется выражением

$$C = C'_g S_g + C'_d S_d, \quad (4.12)$$

где  $C'_g, C'_d$  – удельные емкости боковой и донной частей р-п-перехода с площадями  $S_g$  и  $S_d$  соответственно. Для  $C'_g, C'_d$  используются известные выражения для барьерных емкостей или вида (4.4).

Конденсаторы на МОП-транзисторах имеют более высокие электрические характеристики, однако за счет усложнения технологии. В этом случае толщина диэлектрика определяется исходя из заданного рабочего напряжения, а емкость – из соотношения

$$C = C_{ox} S, \quad (4.13)$$

$C_{ox}$  – удельная емкость окисла;  $S$  – площадь затвора.

Видно, что модели (4.12), (4.13), по существу, не учитывают влияние паразитных элементов. Их учет осуществляется подобным, как и для резисторов, образом.

Влияние степени интеграции. С ростом степени интеграции уменьшаются размеры областей и начинают все более важную роль играть паразитные

элементы. Становится трудным выделить просто пассивные элементы. Небольшие фрагменты ИС необходимо уже рассматривать как единое целое, а не разделять их на пассивные и активные элементы. Примером такого активного взаимного влияния является эффект защелкивания в КМОП-элементах (п.3.1.5). В принципе и в этом случае, как было видно, могут использоваться упрощенные ФТМ и ЭМ. Однако, наибольшую адекватность можно достичь лишь на уровне распределенных ЭМ и ФТМ. В связи с этим все большее значение начинают приобретать численные модели, в частности, дискретные ФТМ. Принципы их построения те же, что и для активных элементов. Сложность такого рассмотрения фрагментов ИС определяется прежде всего высокими требованиями к вычислительным ресурсам ЭВМ.

#### **4.2. Общее определение и общие характеристики модели.**

##### ***Настройка модели***

До сих пор мы ограничивались минимальным количеством определений. Здесь остановимся на общем определении модели и ее общих характеристиках, необходимых для описания процесса настройки модели на экспериментальные данные. Напомним, что в курсе лекций мы рассматривали только физический тип моделей элементов ИС.

Определение модели: Под математической моделью (или просто моделью) элемента ИС понимаем набор математических объектов (чисел, переменных, векторов, множеств и т.п.) и математических соотношений, в совокупности отражающих тем или иным образом физические процессы, происходящие в элементе.

Пример: Как правило, это система уравнений, например, ДДМ.

Определение: Адекватность модели – это степень соответствия или правильность отображения описываемых моделью физических процессов, реально протекающим в элементе.

Пример: Адекватность ДФТ модели БТ выше, чем адекватность ФТМ Эберса-Молла.

Определение: Точность модели обычно оценивается по точности описания выходных (интегральных) характеристик элемента ИС относительно экспериментальных данных.

Пример: Можно формально описать ВАХ с высокой точностью полиномами определенной степени, но такая модель не будет адекватной, так как никак не вытекает из физической сущности работы элемента.

Определение: Универсальность определяется применимостью модели к описанию элементов с необходимой степенью точности в определенном диапазоне управляющих воздействий (токов, напряжений, температур и т.д.).

Определение: Экономичность модели характеризуется затратами времени и памяти системы «оборудование (ЭВМ, измерительная установка и т.п.) – человек» для подготовки исходных данных модели, ее реализацию и обработку результатов.

Легко заметить противоречивость требования высокой точности, универсальности и экономичности модели. Так как чем выше точность и универсальность модели, тем, как правило, ниже ее экономичность; больше требуемые затраты времени и памяти ЭВМ.

С диалектической точки зрения модель не может быть полностью адекватной самому элементу, т.е. она всегда лишь приближенно отображает свойства реальных элементов. В связи с этим, так же, как и для измерительного оборудования, вообще говоря, необходима калибровка или настройка модели.

Отметим лишь ряд случаев, когда модель может использоваться без предварительной явной настройки. Это следующие случаи: 1) исследование физики работы элемента; 2) оценка потенциальных возможностей структур; 3) сравнительная оценка характеристик элементов. Для данных целей, однако, должны использоваться модели, характеризующиеся определенной адекватностью, т.е. уже проверенные тем или иным способом (прямым или косвенным) ранее.

Примеры: Модели Эберса-Молла, Гуммеля-Пуна, ДФТ модели БТ и МОП-транзисторов и т.д. Чем выше адекватность модели, тем с большей достоверностью ее можно использовать для отмеченных целей, например, ДФТ модели.

Настройка модели. В настоящее время можно выделить два качественно различных метода идентификации (определения) параметров моделей, используемых при настройке моделей на экспериментальные данные, а именно: 1) прямые измерения; 2) на основе оптимизационных процедур. Существуют,

однако, отличия в методиках идентификации параметров упрощенных ФТМ и ЭМ с сосредоточенными параметрами и распределенных ДФТ моделей и ЭМ. Здесь лишь заметим, что методика идентификации параметров является важным условием эффективного использования модели на практике для проектирования или автоматизированного проектирования ИС.

Рассмотрим процесс идентификации параметров моделей с сосредоточенными параметрами. При прямом измерении параметры ЭМ непосредственно измеряются в установленных для данного элемента режимах работы. При этом количество процедур измерения должно быть не меньше количества параметров модели. Так как процедуры идентификации каждого параметра могут отличаться, то измерения осуществляются по различным измерительным схемам и в общем случае требуют несопадающих наборов измерительной аппаратуры. Таким образом, для реализации данного метода требуется: 1) дорогостоящее измерительное оборудование; 2) наличие отработанной методики идентификации параметров, состоящей из набора отмеченных ранее процедур; 3) набор тестовых структур. Одновременное обеспечение этих трех условий, как правило, требует больших финансовых затрат и трудно реализуемо для элементов современных СБИС и УБИС. Кроме того, процесс измерений достаточно трудоемкий, а в процедуры идентификации закладываются приближения, которые могут быть существенными.

Для упрощенных ФТМ ситуация еще хуже, так как прямое измерение электрофизических параметров, входящих в модели, исходя из физического смысла редко приводит к хорошим результатам. Например, параметр  $\mu_{ns}$  в модели (3.9) постоянен, хотя очевидно, что это в действительности не так. Таким образом, для данной модели он является «подгоночным» параметром. В связи с этим упрощенные ФТМ на практике, как правило, используются лишь на этапе предварительных инженерных оценок процесса проектирования.

По изложенным причинам в настоящее время более популярен второй метод идентификации параметров ЭМ, т.е. использование методов оптимизации на ЭВМ. Исходной информацией здесь могут быть результаты измерений по упрощенным методикам на стандартной аппаратуре, оценок по ФТМ и экспертные оценки. В результате с помощью специализированных программ определяются такие значения параметров модели, которые обеспечивают требуемую точность согласования результатов моделирования с

экспериментальными данными, как правило, по ВАХ. В качестве критерия точности модели (минимизируемой целевой функции) можно выбрать взвешенную сумму квадратов ошибок для токов через диоды и напряжений на р-п-переходах. В результате существенно ускоряется процедура идентификации и становится возможным ее автоматизация.

Условиями применимости метода является наличие надежного специального программного обеспечения. Кроме того, хорошие результаты получаются для модели достаточно высокой адекватности с небольшим количеством варьируемых параметров (как правило, менее 5). К сожалению, это требование, как правило, противоречиво для упрощенных ЭМ. Так, наиболее адекватная и универсальная ЭМ БТ Гуммеля-Пуна в зависимости от используемого в библиотеке моделей элементов САПР варианта (модификации) имеет не менее 25 параметров. Оптимизация по всем этим параметрам практически невозможна ввиду требуемых огромных затрат машинного времени и может приводить к «глупым» с физической точки зрения значениям параметров. На практике большинство параметров фиксируется, а оптимизация проводится по нескольким параметрам. По изложенной причине более простая ЭМ Эберса-Молла (с определенными модификациями) по-прежнему популярна в программах схемотехнического моделирования типа SPICE.

Рассмотрим процесс идентификации параметров распределенных моделей. Здесь ситуация иная. Больше предпочтение отдается распределенным ФТМ по сравнению с распределенными ЭМ.

Так, для многомерных ДФТ моделей БТ и МОП-транзисторов согласно современным представлениям некоторые из электрофизических параметров, как правило, слабо зависят от технологии изготовления и конструктивных особенностей элементов. К ним, прежде всего, относятся: 1) коэффициенты ЭСЛ; 2) подвижности  $\mu_n$  и  $\mu_p$ ; 3) коэффициенты Оже-рекомбинации  $c_n$  и  $c_p$ . Для их учета разработаны более или менее стандартные подходы. Модели параметров соответствуют ранее описанным.

Ситуация сложнее при задании рекомбинационных параметров (времена жизни) и параметров, характеризующих поверхности (скорости поверхностной рекомбинации, плотность состояний на границе раздела Si-SiO<sub>2</sub>), так как они в большей степени зависят от технологии изготовления ИС. При анализе конкретных элементов необходимо их прямое измерение. Однако, наиболее

перспективным в настоящее время считается подход, в котором производится определение эффективных параметров (например,  $\tau_n^M$  и  $\tau_p^M$  для БТ) путем согласования результатов численного моделирования с немногочисленными данными эксперимента, полученными на тестовых структурах. Т.е. используется оптимизационный метод идентификации параметров. Отметим, что, учитывая высокую адекватность рассмотренных ДФТ моделей, для этих целей могут использоваться простейшие структуры, изготовленные по соответствующей технологии. Такой подход применим и при идентификации других электрофизических параметров.

Рассмотрим МОП-транзистор. Типичная процедура состоит в следующем. По нескольким экспериментальным точкам выходной ВАХ линейного участка (рис.42) идентифицируются (слегка корректируются) параметры модели подвижности Ямагучи, например,  $\mu_0^M$ ,  $S^M$ ,  $N_{ref}^M$ . Это связано с тем, что ДФТ модель МОП-транзистора наиболее чувствительна к параметрам моделей подвижностей и ударной ионизации. Остальные параметры слабо влияют на результаты в случае их значений в характерных диапазонах. Это, например, времена жизни. Здесь рассматриваем случай незначительного влияния ударной ионизации. В результате идентификации, однако, отличия  $\mu_0^M$ ,  $S^M$ ,  $N_{ref}^M$  от значений табл.4, как правило, невелики. В дальнейшем эти «подстроенные» параметры используются для моделирования различных МОП-элементов, изготовленных по соответствующей технологии. Параметры  $\alpha_n^* = 1,54 \cdot 10^{-5}$  см/В для n-МОП-транзисторов и  $\alpha_p^* = 5,35 \cdot 10^{-5}$  см/В для p-МОП-транзисторов.

Интуитивно понятно, что чем выше адекватность модели, тем лучше точность модели на последующих участках ВАХ. Типичные результаты показаны на рис.42, если такую же процедуру использовать для упрощенных моделей.

Если необходимо согласование на участке насыщения, то подстраиваемыми параметрами, прежде всего, являются  $v_c$  и  $v_s$  в модели Ямагучи. Заметим, что при идентификации, вообще говоря, могут варьироваться и другие параметры модели Ямагучи.

После процедуры идентификации параметров ДФТ модели она может использоваться в свою очередь для идентификации параметров ЭМ с распределенными и сосредоточенными параметрами и упрощенных ФТМ.

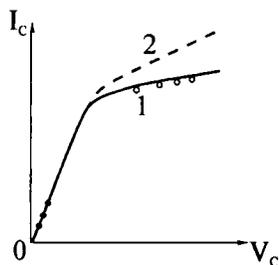


Рис.42. Пояснение процедуры идентификации параметров модели МОП-транзистора. Результаты: ●●●– экспериментальные точки для идентификации; ○○○– результаты эксперимента; 1 – для ДФТ модели; 2 – для упрощенной ФТМ

Еще раз подчеркнем, что разработка методик идентификации параметров моделей является важнейшим, если не решающим, условием использования конкретных моделей на практике. Сложность здесь состоит в отсутствии универсальной экономичной методики, пригодной для произвольных моделей. С другой стороны, существует одна причина, часто приводящая к нецелесообразности высокой точности согласования модели с экспериментом. Она состоит в том, что исходные данные не могут быть заданы «точно», а следовательно, полное соответствие эксперименту даже «точной адекватной гипотетической модели» элемента проблематично. Такой исходной плохо определяемой информацией является, в частности, профиль легирования, так как в настоящее время экспериментальные методы его измерения в многомерном случае практически не разработаны. Поэтому относительное влияние неопределенностей в его задании может гораздо более существенно сказываться на результатах моделирования, нежели неопределенности в задании электрофизических параметров. Дополнительные неопределенности вносят паразитные эффекты.

Таким образом, здесь мы описали лишь основные методы идентификации параметров моделей элементов ИС при их настройке на экспериментальные данные.

### 4.3. Классификация рассмотренных моделей элементов ИС

В соответствии с общей классификацией п.1.2 классификация ряда рассмотренных нами ранее моделей может быть представлена, как показано в табл.5. В принципе отмеченные модели элементов ИС могут использоваться для различных целей, поэтому в графе «Применение» указано лишь основное применение той либо иной модели. Таблица может быть дополнена и другими моделями. Так, сюда же могут быть включены модели с паразитными элементами, например, модель МОП-транзистора (см. рис.28). В этом случае в МОП-транзисторе выделяется активная область, описываемая собственно базовой моделью типа (3.37) – (3.40). Для остающихся областей используются свои модели, которые, как правило, проще (см. п.4.1) и тоже вытекают из ФСУ. Так, для области истока это сопротивление  $R_{II}$  и две емкости  $C_{3I}^{nep}$  и  $C_{3I}^{бар}$ . При построении подобных моделей обычно явно или неявно используется принцип суперпозиции в сочетании со вторым и третьим подходом к синтезу моделей.

#### Классификация рассмотренных моделей

Таблица 5

№п/п	Базовая модель	Тип	Класс	Вид	Разновидность	Применение
<b>I. Биполярные элементы</b>						
1	ФТМ Эберса-Молла	физический	ДДМ	с сосредоточенными параметрами	ФТМ	Проектирование (инженерные оценки)
2	ЭМ Эберса-Молла	- / -	- / -	- / -	ЭМ	САПР (схемотехническое проектирование)
3	Соотношение Гуммеля (2.28), (2.29)	- / -	- / -	зависит от аппроксимации $p(n)$	ФТМ	Проектирование (инженерные оценки)
4	Гуммеля-Пуна	- / -	- / -	с сосредоточенными параметрами	ЭМ	САПР (схемотехническое проектирование)

Таблица 5 (продолжение)

№п/п	Базовая модель	Тип	Класс	Вид	Разновидность	Применение
5	ДФТ модель БТ (2.89) – (2.91)	-/-	-/-	распределенная (дискретная)	ФТМ	Исследование физических процессов
<b>II. Униполярные элементы</b>						
1	Модель (3.9)	физический	ДДМ	с сосредоточенными параметрами	ФТМ	Проектирование (инженерные оценки)
2	Модель (3.12)	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
3	Модель (3.126)	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
4	Модель (3.32)	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
5	Модель рис.25	-/-	-/-	распределенная	ЭМ	САПР (схемотехническое проектирование)
6	Модель (3.37) – (3.40)	-/-	-/-	с сосредоточенными параметрами	ЭМ	-/-
7	ДФТ модель МОП-транзистора (п.3.2.1)	-/-	-/-	распределенная	ФТМ	Исследование физических процессов

#### **4.4. Классификация программного обеспечения численного моделирования элементов и фрагментов интегральных схем и тенденции его развития**

В настоящее время можно условно выделить шесть подсистем САПР кремниевых СБИС и УБИС: технологического проектирования; проектирования элементов; схемотехнического проектирования; функционально-логического проектирования; конструкторско-топологического

проектирования; проектирования архитектуры. Высокая степень сложности современных СБИС и УБИС приводит к невозможности создания единой универсальной методологии их автоматизированного проектирования, которая могла бы быть успешно реализована на современных ЭВМ. Результатом этого является большое разнообразие методологий, а следовательно, неоднозначность возможной структуры САПР СБИС и УБИС, а также многообразие типов связей между отмеченными подсистемами и входящими в них программами.

Успешно развиваемой тенденцией, связанной с автоматизированным проектированием ИС, является многомерное численное моделирование элементов и фрагментов кремниевых СБИС и УБИС. Отличительная ее черта – использование все более сложных и более адекватных (вплоть до квантовомеханических) моделей. Очевидно, что применение таких моделей целесообразно, в первую очередь, при создании подсистемы САПР элементов заказных ИС повышенной степени интеграции.

В целом программное обеспечение (ПО) численного моделирования структур ИС может быть классифицировано. Выделяется два класса ПО: 1) ПО элементов; 2) ПО фрагментов.

К первому классу можно отнести три вида ПО: 1) специализированные программы; 2) комплексы программ с упрощенной моделью; 3) программы общего назначения.

Специализированные программы – это программы, позволяющие моделировать элементы фиксированного вида (определенной конструкции; вида физической структуры элементов ИС, например, МОП-транзисторы). Примером является программа SIMOS. Данный вид ПО характеризуется наименьшей универсальностью с позиции сложности анализируемых структур, однако учет специфики моделируемых элементов позволяет разработать эффективные и надежные численные методы, использовать наиболее адекватные в рамках заданного класса модели. Например, ДДМ с моделью подвижности, ориентированной на рассматриваемый вид элементов. Приведем еще один аргумент в пользу специализированных программ. Разбиение ПО на подвиды целесообразно проводить по классам используемых моделей (кинетические, ДДМ, комбинированные и т.д.). Вследствие наибольшей простоты разработки создание ПО с моделями повышенной по сравнению с ДДМ адекватностью

моделирования, т.е. ПО новых подвидов, начинается со специализированных программ.

К сожалению, применение для этих целей проектирования ПО с моделью повышенной по сравнению с ДДМ адекватностью моделирования в ряде случаев нецелесообразно даже для простейших структур. Так, программа DAMOCLES фирмы IBM, основанная на методе Монте-Карло, требует для своей реализации 400 Мбайт памяти и десятки часов при расчете одной точки ВАХ *n*-МОП-транзистора на ЭВМ IBM 3090/600E. К счастью, в подавляющем большинстве случаев для структур кремниевых ИС достаточно использовать ДДМ (см. п.1.2.2).

Обычно в ПО второго вида (комплексы программ с упрощенной моделью) входит набор программ специального назначения. Здесь эффективно используются различные упрощенные модели. К этому виду ПО относятся, в частности, комплексы, разработанные в НИИ МЭ, НИИ НЦ (Зеленоград). Данное ПО, хотя и характеризуется меньшей точностью, однако может использоваться на вычислительной технике с малыми и средними возможностями для задачи рассматриваемого уровня сложности. Оно ориентировано на задачи автоматизированного проектирования ИС и в сочетании с развитыми подсистемами идентификации исходных параметров может приводить к удовлетворительным результатам проектирования.

Более строгие модели реализованы в ПО третьего вида, т.е. программах общего назначения (*general purpose*). В их основу положены ДФТ модели типа рассмотренных нами. Программы общего назначения предназначены для расчета элементов различных видов. К ним относятся программы: FIELDAY, TRANAL, АЛЬФА, PISCES, BAMBI и др.

Отмеченное ПО в общем случае не позволяет моделировать более сложные структуры СБИС и УБИС, представляющие собой разнообразные фрагменты: логические элементы; схемы, состоящие из нескольких элементов, и т.д. В этом случае необходимо использовать ПО второго класса. В его рамках можно выделить четыре вида ПО: 1) программы схмотехнического моделирования; 2) программы двухуровневого моделирования по маршруту «элемент – схема»; 3) программы смешанного моделирования; 4) универсальные программы численного моделирования элементов и фрагментов.

В ПО схмотехнического моделирования используется упрощенное представление элементов и фрагментов на уровне эквивалентных схем. Возможности применения ПО, например, для трехмерного численного анализа элементов ИС проиллюстрированы специалистами фирмы IBM. В этом случае на предварительном этапе генерируется распределенная ЭМ элемента. Наиболее известной программой является программа SPICE.

В программах двухуровневого моделирования (второй вид) по маршруту «элемент – схема», по существу, используется традиционная методика схмотехнического моделирования. При этом реальный эксперимент по измерению электрических параметров элементов частично или полностью заменяется вычислительным экспериментом с использованием ДДМ.

Более сложны и адекватны программы смешанного моделирования (третьего вида). К ним могут быть отнесены: MEDUSA, SIFCOD, CODECS, PISCES-SPICE и др. В этом случае фрагмент, как и при схмотехническом моделировании, представляется в виде эквивалентной схемы, однако некоторые или все входящие в него активные элементы анализируются путем реализации ДФТ модели. В результате возникает более сложная самосогласованная задача по сравнению с встречающейся при традиционном решении ФСУ.

К сожалению, развязка и упрощения при анализе фрагментов в описанных видах ПО приводят к снижению точности их расчета, что может быть нежелательно при детальном исследовании некоторых фрагментов, особенно УБИС. Кроме того, в рассмотренном ПО необходимо преобразование информации на предварительном этапе подготовки исходных данных: определение параметров эквивалентных схем и др. В универсальных программах (четвертый вид) PNAIII, UNTEMP, TREADE учтен тот факт, что элементы и фрагменты – полупроводниковые структуры – могут быть описаны только с помощью ДДМ. При этом граничные условия устанавливаются на основе законов Кирхгофа, но без перехода к эквивалентным схемам. В результате в деталях и «точно» могут исследоваться все паразитные эффекты в фрагментах. К сожалению, данный подход характеризуется высокой сложностью, а ПО требует наибольших вычислительных ресурсов по сравнению с ПО других видов. Поэтому практически возможен анализ небольших фрагментов СБИС и УБИС.

Одна из основных тенденций модернизации ПО – интеграция различных программных средств. Здесь открываются качественно новые, широкие возможности. Так, большинство программ численного моделирования элементов – это программы двумерного анализа. В то же время даже простейшие элементы СБИС и УБИС характеризуются трехмерной структурой. Результатом могут являться значительные погрешности двумерного расчета ВАХ, доходящие до 100% и более. Кардинальное решение проблемы – разработка программ трехмерного моделирования, однако они, к сожалению, требуют больших вычислительных ресурсов ЭВМ. В связи с этим желательно наличие иерархического ряда программных средств, состоящего из ПО одномерного, двумерного и трехмерного анализа, причем различных классов и видов.

Устоявшаяся тенденция развития ПО – создание систем многоуровневого моделирования, включающих программы многомерного численного моделирования элементов и рассматривающихся в качестве возможного прообраза САПР заказных СБИС и УБИС. Среди двухуровневых систем по маршруту моделирования «технология – элемент» известны японские системы SUBMODAN (одномерный анализ технологии и двумерный анализ элемента), TOPMODE (полностью двумерный анализ) фирмы Toshiba и SMART (полностью трехмерный анализ) фирмы Matsushita Electr. Industr. Co., система фирмы IBM и др. Более мощные – это многоуровневые системы по маршруту моделирования «технология – элемент – схема». Наиболее известными среди них являются системы МЕССА и лаборатории RCA. Известная советская система разработана в МФТИ. Основное предназначение указанных двухуровневых и многоуровневых систем – оптимизация технологии изготовления СБИС и УБИС. Ввиду огромных затрат машинного времени они, как правило, ориентированы на конкретные классы и виды схем. В данном случае подход оправдан и в сочетании с упрощенными аналитическими моделями приводит к созданию мощных ориентированных на пользователя автоматических систем оптимизации технологии. Примером служит двухуровневая система двумерного моделирования PANDA фирмы NTT для оптимизации МОП СБИС. Отметим также САПР EASE фирмы Intel, реализующей маршрут моделирования «технология – элемент».

Таким образом, несмотря на большое разнообразие ПО, каждый из рассмотренных классов, видов и разновидностей ПО имеет свои достоинства и недостатки и должно использоваться в зависимости от целей моделирования. В связи с изложенным выше понятно, что возможно большое разнообразие структур подсистем САПР элементов СБИС и УБИС.

#### **4.5. Организация процесса сквозного моделирования в многоуровневых системах**

Кроме отмеченных систем многоуровневого моделирования существуют и другие системы. Обращает на себя внимание то, что такие системы, прежде всего, разрабатываются в ведущих электронных фирмах США и Японии, причем на эти цели затрачиваются значительные средства. Так, в США стоимость подобного комплекса программ достигает сотни тысяч долларов. В целом такое повышенное внимание к многоуровневым системам связано с тем, что они могут использоваться для решения очень важных практических задач, а именно: 1) оптимизации технологии и элементов; 2) анализа и сравнения технологий; 3) исследования чувствительности электрических параметров к изменению технологии; 4) повышения технологичности (доводка) СБИС и УБИС. Т.е. для дальнейшего повышения конкурентоспособности продукции.

Каждая из многоуровневых систем имеет специфику в организации и очень сложна. Поэтому здесь лишь рассмотрим общую организацию нескольких систем, основанных на численном моделировании технологических процессов и элементов ИС. Более полная информация невозможна также вследствие соображений коммерческой тайны соответствующих фирм.

Многоуровневая система МЕССА разработана в AT&T Bell Laboratories для исследования биполярных и МОП-технологий. Общая блок-схема системы приведена на рис.43. Рассмотрим работу системы МЕССА на примере МОП-технологии. Программа VICEPS используется для двумерного численного моделирования профиля легирования области истока/стока. Программа MEDUSA использует данные программы VICEPS и с ее помощью производится моделирование переходных и стационарных процессов в МОП-элементе. С помощью программы MEDOUT идентифицируются  $ac$ -параметры (емкости перекрытия, емкости р-п-переходов и др.) упрощенной ЭМ, а с помощью MOSPAC –  $dc$ - параметры ЭМ, исходя из результатов расчета по ДФТ модели. Соответствующие ЭМ с сосредоточенными параметрами могут использоваться

в программе схемотехнического моделирования ADVICE и MEDUSA. Далее осуществляется верификация (проверка) результатов моделирования с экспериментальными данными. Для этих целей используется специализированный измерительный комплекс, который связан с МЕССА через вычислительную сеть.

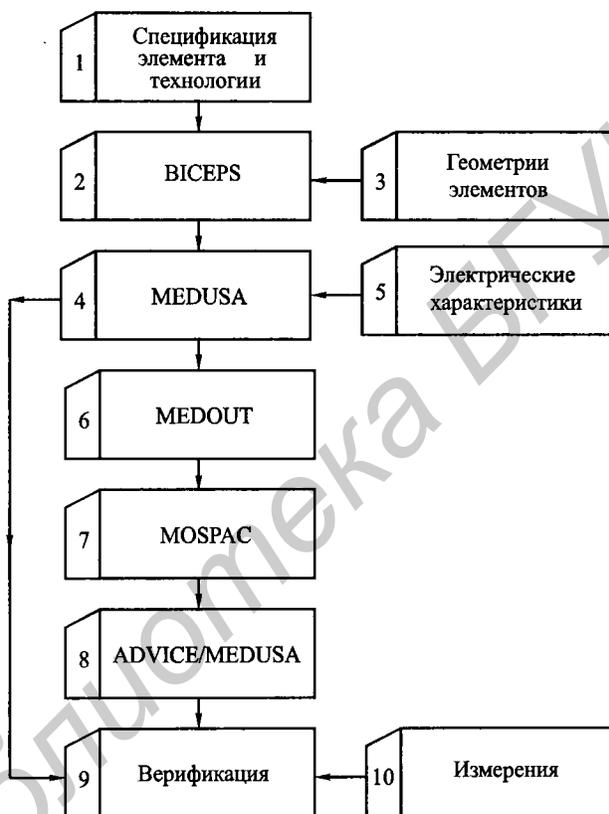


Рис.43. Блок-схема системы МЕССА

По имеющимся сведениям система МЕССА успешно использовалась при разработке большого количества технологий, включая КМОП-технологии.

Двумерная система PANDA (фирма NTT) реализует маршрут моделирования «технология–элемент» для МОП СБИС и, по существу, является первой в мире

полностью автоматизированной системой оптимизации технологии. В системе реализуются две процедуры: проверочная и оптимизационная.

На предварительном этапе проводится «проверочная» (check-up) многошаговая процедура. Сущность которой заключается в том, чтобы определить нежелательные конструктивно-технологические параметры, например, толщину окисла, концентрацию примеси в подложке, длины канала и др. Для этих целей используются упрощенные ФТМ МОП-транзисторов и результаты измерений для уже ранее освоенных технологий. Результатом проверочной процедуры является набор характерных электрофизических (например,  $\mu_0$ ,  $V_{FB}$  и др.) и конструктивно-технологических параметров элемента, параметры технологического процесса и диапазон их изменения. Особую сложность представляет определение параметров, характеризующих поверхность. В описываемой версии системы они учитываются интегрально с помощью параметров  $\mu'_0$  и  $V'_{FB}$ . Так, если окажется, что  $V'_{FB}$  далеко от начального значения  $V_{FB}$ , то поверхность должна рассматриваться как сильно загрязненная, а такой технологический процесс исключается из рассмотрения. Для очень малых  $\mu'_0$  по сравнению с  $\mu_0$  основной причиной считаются разрушения поверхности, а такой технологический процесс также исключается.

Блок-схема оптимизационного процесса системы PANDA показана на рис.44.

В блоке 1 вводится описание технологического процесса, требуемые ВАХ (ГЗ), известные величины технологического процесса, набор оптимизируемых параметров, нижняя и верхняя границы для оптимизируемых параметров.

В блоке 2 устанавливаются начальные данные параметров технологического процесса (энергия, доза имплантированной примеси, температура отжига и т.д.) или их модифицированные значения.

В блоке 3 осуществляется двумерное моделирование технологических процессов, результатом которого является профиль легирования и геометрические размеры элемента.

В блоке 4 производится двумерное численное моделирование МОП-транзистора. Для численной оптимизации используется градиентный метод Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шэнно.

Проверка сходимости в блоке 5 осуществляется по требуемым ВАХ.

В блоке 6 основными выходными параметрами являются параметры оптимального технологического процесса, соответствующего заданному в блоке 1 ТЗ.

По имеющимся сведениям система PANDA с успехом использовалась для разработки целого ряда высококачественных СБИС и УБИС.



Рис. 44. Блок-схема системы PANDA

САПР EASE фирмы Intel реализует маршрут моделирования «технология – элемент». С ее помощью пользователь выбирает не программы, которые ему необходимо использовать в процессе проектирования, а «применение». В этом случае автоматически реализуется маршрут проектирования под

соответствующую технологию. Для этого фирма купила лучшее в мире ПО. При моделировании технологических процессов и элементов ИС в процессе реализации того или иного маршрута проектирования используются лучшие возможности каждой из программ. Этот громоздкий подход позволяет решить две важные проблемы: максимально использовать уже разработанное ПО; сделать инструментарий не научно-исследовательским, как это в большинстве своем имеет место, а ориентировать на инженера.

В заключение отмечу, что в настоящее время ситуация улучшилась в связи с появлением нескольких добротных коммерческих комплексов программ моделирования элементов, например, ATLAS, ISE TCAD. Ранее в п.4.4, как правило, отмечалось лишь наиболее значимое (часто пионерское) ПО, характеризующееся существенной оригинальностью на момент разработки.

## Литература

1. Абрамов И.И., Харитонов В.В. Проблемы моделирования элементов кремниевых интегральных схем // Электронная техника. Сер. 3. Микροэлектроника. – 1991. – Вып. 5. – С. 3 – 9.
2. Автоматизация проектирования БИС. В 6 кн.: Практик. пособие. Кн. 5. В.Я. Кремлев. Физико-топологическое моделирование структур элементов БИС / Под ред. Г.Г. Казеннова. – М.: Высш. шк., 1990. – 144 с.
3. Абрамов И.И., Харитонов В.В. Численное моделирование элементов интегральных схем. – Минск: Вышэйшая школа, 1990. – 224 с.
4. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. В 2-х книгах. – М.: Мир, 1984. – Кн. 1: 456 с.; Кн. 2: 456 с.
5. Тилл У., Лаксон Дж. Интегральные схемы: Материалы, приборы, изготовление. – М.: Мир, 1985. – 501 с.
6. Степаненко И.П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. – М.: Энергия, 1977. – 672 с.
7. Пауль Р. Транзисторы. Физические основы и свойства. – М.: Сов. радио, 1973. – 504 с.
8. Маллер Р., Кейминс Т. Элементы интегральных схем. – М.: Мир, 1989. – 630 с.
9. Носов Ю.Р., Петросянц К.О., Шилин В.А. Математические модели элементов интегральной электроники. – М.: Сов. радио, 1976. – 304 с.
10. Блихер А. Физика силовых биполярных и полевых транзисторов. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 248 с.
11. Ферри Д., Эйкерс Л., Гринич Э. Электроника ультрабольших интегральных схем. – М.: Мир, 1991. – 327 с.
12. Бубенников А.Н., Садовников А.Д. Физико-технологическое проектирование биполярных элементов кремниевых БИС. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.

13. Польский Б.С. Численное моделирование полупроводниковых приборов. – Рига: Зинатне, 1986. – 168 с.
14. Абрамов И.И. Моделирование физических процессов в элементах кремниевых интегральных микросхем. – Минск: БГУ, 1999. – 189 с.
15. Пономарев М.Ф., Коноплев Б.Г. Конструирование и расчет микросхем и микропроцессоров: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1986. – 176 с.
16. Тугов Н.М., Глебов Б.А., Чарыков Н.А. Полупроводниковые приборы: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 576 с.
17. Системы автоматизированного проектирования в радиоэлектронике: Справочник / Под ред. И.П. Норенкова. – М.: Радио и связь, 1986. – 368 с.
18. Абрамов И.И., Харитонов В.В. Анализ программного обеспечения многомерного численного моделирования элементов и фрагментов кремниевых СБИС и УБИС // Электронная техника. Сер. 3. Микроэлектроника. – 1992. – Вып. 1. – С. 28 – 32.
19. МОП-СБИС. Моделирование элементов и технологических процессов / Под ред. П. Антонетти и др. – М.: Радио и связь, 1988. – 496 с.
20. Шур М. Физика полупроводниковых приборов. В 2-х книгах. – М.: Мир, 1992. – Кн. 1: 479 с.; Кн. 2: 295 с.
21. Кремниевые планарные транзисторы / Под ред. Я.А. Федотова. – М.: Сов. радио, 1973. – 336 с.
22. Абрамов И.И. Курс лекций «Моделирование элементов интегральных схем»: Учебное пособие. – Минск: БГУ, 1999. – 92 с.
23. Степаненко И.П. Основы микроэлектроники: Учебное пособие для вузов. – М.: Сов. радио, 1980. – 424 с.
24. Аваев Н.А., Дулин В.Н., Наумов Ю.Е. Большие интегральные схемы с инжекционным питанием. – М.: Сов. радио, 1977. – 248 с.
25. Абрамов И.И. Лекции по моделированию элементов интегральных схем. – Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 152 с.