АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ ОПОРНЫХ ТОЧЕК НА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ТРАЕКТОРИИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ И СПЛАЙНОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

С. Е. Карпович, В. В. Кузнецов, А. Ю. Войтов
Факультет компьютерного проектирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: vitaly.kuznetsov2014@icloud.com, mmts@bsuir.by, savoitov@yandex.ru

Рассматривается алгоритмизация генерации опорных точек для траекторного управления системы перемещений со структурой в виде механизма параллельной кинематики на трёх двухкоординатных планарных позиционерах со взаимноортогональными управляемыми перемещениями. В докладе представлена математическая модель разработанного алгоритма, которая включает алгоритмизацию параметров перемещения от точки к точке и алгоритмизацию представления параметров поворота объекта в трехмерном пространстве, позволяющая реализовать сплайновую интерполяцию в среде MATLAB.

Введение

В докладе представлены некоторые результаты, полученные в рамках исследований по алгоритмизации математических моделей формирования траекторий с заданной ориентацией перемещаемого объекта в трёхмерном пространстве [1, 2], реализуемого многокоординатной мехатронной системой перемещений на основе механизма параллельной кинематики с шестью степенями свободы, представленной на рис. 1:

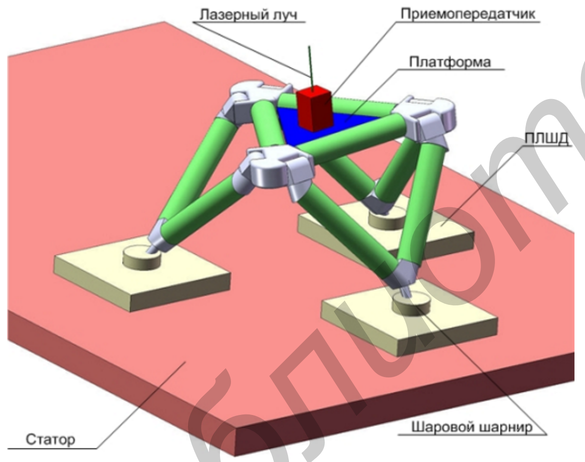

Рис. 1 – Система перемещений с шестью степенями свободы

Как известно [3], такие кинематические структуры позволяют позиционировать в пространстве рабочую платформу с находящимися на ней инструментом или деталью в пределах рабочей области посредством управляемого перемещения трёх входных x, y – позиционеров на планарном статоре или шести φ – позиционеров на кольцевом статоре. При этом необходимо учитывать, что рассматриваемая в докладе система перемещений с шестью степенями свободы обеспечивает управляемые перемещения рабочей платформы по шести независимым координатам в неподвижной системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$: трём линейным (x, y, z) и трём угловым (φ, θ, ψ), которые являются углами Эйлера [3], при этом являются независимыми параметрами при программировании траектории.

Алгоритмизация математической модели генерации опорных точек

Пусть любая конкретная позиция платформы будет характеризоваться шестикоординатным вектором $\overrightarrow{R} = (x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$.

Генерацию параметров траектории в работе предлагается осуществлять путём интерполяции траектории по каждой координате вектора $\overrightarrow{R}$ отдельно, таким образом, чтобы при переходе от одного положения к следующему все шесть координат изменились синхронно и одновременно достигали своих конечных значений. При этом для формируемой траектории генерируется необходимые промежуточные и последующие точки путём соответствующей интерполяции. Начальное число точек, расстояние между ними, точность интерполяции являются исходными и задаются пользователем, осуществляющим обработку параметров траектории.

Пусть на траектории, подлежащей реализации, задано n последовательных точек $M_i(i = 1, 2, ..., n)$ по которым необходимо сформировать траекторию для рассматриваемой многокоординатной системы перемещений. Выберем на траектории две любые последовательные точки M_k и M_{k+1}, в соответствии с которыми необходимо изменить положение платформы, характеризуемое вектором $\overrightarrow{R}_k = (x_k, y_k, z_k, \varphi_k, \theta_k, \psi_k)$, на положение, характеризуемое вектором:

$$\overrightarrow{R}_{k+1} = (x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}, \varphi_{k+1}, \theta_{k+1}, \psi_{k+1})$$

Для описания перемещения по заданным координатам векторов $\overrightarrow{R}_k$ и $\overrightarrow{R}_{k+1}$ находится величина линейного перемещения между им соотвествующими точками M_k и M_{k+1}:

$$d_k = \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (y_k - y_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2}$$

Библиотека БГУИР

Полученное значение d_k сравнивается с заданным максимально допустимым расстоянием d_{max} между соседними точками, допускаемым из условия желаемой точности интерполяции. Если $d_k > d_{max}$, то необходимое полное число точек на интервале рассчитывать как большее целое значение из выражения:

$$n_{ek} = \frac{d_k}{d_{max}}$$

Выбором d_{max} можно изменить число опорных точек, используемых при интерполяции.

Для описания поворота вводится обобщённых угол поворота ω, таким образом, чтобы угловой поворот платформы из положения M_k, характеризуемого заданными углами Эйлера $(\varphi_k, \theta_k, \psi_k)$, в положении M_{k+1}, характеризуемое углами Эйлера $(\varphi_{k+1}, \theta_{k+1}, \psi_{k+1})$, выполнялся бы вокруг соответствующей оси Ω. Пусть суммарный вектор углового положения платформы в точке M_k равен $\overrightarrow{\nu}_k = (\nu_x^k, \nu_y^k, \nu_z^k)$, а суммарный вектор углового положения в точке M_{k+1} равен $\overrightarrow{\nu}_{k+1} = (\nu_x^{k+1}, \nu_y^{k+1}, \nu_z^{k+1})$. То исходя из этих векторов по их скалярному произведению, $\overrightarrow{\nu}_k \cdot \overrightarrow{\nu}_{k+1} = |\overrightarrow{\nu}_k| \cdot |\overrightarrow{\nu}_{k+1}| \cdot \cos\omega$, может быть найден обобщённый угол ω углового перевода из положения M_k в положение M_{k+1}.

Окончательно угол ω будет равен:

$$\omega = \arccos\left(\frac{\nu_x^k \cdot \nu_x^{k+1} + \nu_y^k \cdot \nu_y^{k+1} + \nu_z^k \cdot \nu_z^{k+1}}{\sqrt{(\nu_x^k)^2 + (\nu_y^k)^2 + (\nu_z^k)^2} \cdot \sqrt{(\nu_x^{k+1})^2 + (\nu_y^{k+1})^2 + (\nu_z^{k+1})^2}}\right)$$

При задании максимального значения ω_{max} для угла ω, по этим величинам находится число опорных точек:

$$n_\omega = \frac{\omega}{\omega_{max}}$$

Для каждой пары соседних точек рассчитывается n_{ek} и $n_{\omega k}$ и по наибольшему из них определяются опорные точки для последующей интерполяции.

Таким образом по алгоритму, описанному выше, определяются опорные точки соответствующего разбиения траектории, по которым с помощью программы линейной или сплайновой интерполяции, осуществляется расчёт координат всех точек разбиения.

Компьютерное моделирование

Предложенный в работе алгоритм полностью реализован в программе интерполяции со сплайнами до третей степени, в среде MATLAB которая позволяет в конечном итоге генерировать из среды разработки непосредственно в контроллер системы управления программный код. В свою очередь программа определения оптимальных параметров ПИД-регулятора или предложенного адаптивного регулятора в пространстве состояний, позволяет реализовывать требуемые пространственные траектории. Программа имеет удобный пользовательский интерфейс, включающий как числовую информацию о предельно допустимых и текущих задаваемых и искомых траекторных параметрах перемещения, так и графическую информацию о траектории и переходных процессах и им соответствующих функциях изменения управляющих токов и напряжений.

При реализации сплайновой интерполяции в среде MATLAB для каждой из шести координат, описывающих положение и ориентацию платформы, производится расчёт сплайновой функции $s(t)$. Затем на основании программно реализуемой сплайновой интерполяции строятся траекторные перемещения платформы, состоящие из отдельных шагов с дополнительными условиями на границах.

Вывод

Разработанный алгоритм генерации опорных точек позволяет генерировать промежуточные и последующие точки на пространственной траектории, которые задаются шестикоординатными векторами, содержащими три линейные и три угловые координаты. Параметрическая сплайновая интерполяция выполнялась по сгенерированным точкам по разработанной программой в среде MATLAB. При этом точечная дискретизация траектории выполнялась по требованиям, определяющим точность и реализацию траектории.

Список литературы

1. Моделирование механизмов параллельной кинематики в среде MATLAB/Simulink / С. Е. Карпович, [и др.]. – Минск : Бестспринт, 2013. – 153 с.
2. Системы многокоординатных перемещений в исполнительные механизмы для позиционного технологического оборудования / С. Е. Карпович, [и др.] – Минск : Бестспринт, 2013. – 208 с.
3. Виттенбург, Й. Динамика систем твёрдых тел / Й. Виттенбург. – М. : Мир, 1980. – 292 с.

Библиотека БГУИР