Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра высшей математики

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

по разделам высшей математики

«Введение в анализ» и

«Дифференциальное исчисление функций

одной переменной»

для студентов всех специальностей БГУИР

дневной формы обучения

Минск 2002

УДК 517 (075.8)
ББК 22.1 я 73
К 65

Составители: О.А. Феденя, Ж.А. Черняк

Контрольные работы по разделам высшей математики «Введение в анлиз» и «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» для студентов всех специальностей БГУИР дневной формы обучения.

Сост. О.А. Феденя, Ж.А. Черняк – МН.:БГУИР, 2002. – 48 с.

Данное издание содержит контрольные работы по курсу математического анализа, который излагается студентам БГУИР в первом семестре. Может быть использовано для проведения контрольных работ на практических занятиях, для промежуточных экзаменов, коллоквиумов, итоговых контрольных работ по отдельным разделам.

УДК 517 (075.8)
ББК 22.1 я 73

Содержание

Контрольная работа «Комплексные числа»

Вариант 1

1. Представить $\dfrac{\left(\sqrt{2}(1+i)\right)^4}{1+2i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{1}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:
   $|z-1| \le 1, \quad |z+1| > 2$.

Вариант 2

1. Представить $\dfrac{\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)^8}{1-3i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{i}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:
   $|z+i| \ge 1, \quad |z| < 2$.

Вариант 3

1. Представить $\dfrac{\left(\sqrt{2}\, i-\sqrt{2}\right)^4}{i-1}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{-1}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:
   $|z-i| \le 2, \quad \operatorname{Re} z > 1$.

Вариант 4

1. Представить $\dfrac{\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)^6}{1-i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{-i}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:
   $|z+1| \ge 1, \quad |z+i| < 1$.

Вариант 5

1. Представить $\dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^6}{2-i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{8}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:

$|z+1|<1, \quad |z-i|\le 1.$

Вариант 6

1. Представить $\dfrac{\left(1-i\sqrt{3}\right)^9}{2+3i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{8i}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:

$|z+i|\le 2, \quad |z-i|>2.$

Вариант 7

1. Представить $\dfrac{\left(-1+i\sqrt{3}\right)^3}{3-i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{-8}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:

$|z-1-i|\le 1, \quad \mathrm{Im}\, z>-1, \quad \mathrm{Re}\, z\ge 1.$

Вариант 8

1. Представить $\dfrac{\left(-1-i\sqrt{3}\right)^6}{1-5i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{-8i}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:

$|z-1+i|\ge 1, \quad \mathrm{Re}\, z<1, \quad \mathrm{Im}\, z\le -1.$

Вариант 9

1. Представить $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^3}{1+3i}$ в алгебраической форме.
2. Найти $\sqrt[3]{1/8}$.
3. Изобразить на комплексной плоскости:

$|z-2-i|\le 2, \quad \mathrm{Re}\, z\ge 3, \quad \mathrm{Im}\, z<1.$

Вариант 10

1. Представить $\dfrac{\left(\sqrt{3}-i\right)^6}{2+i}$ в алгебраической форме.

2. Найти $\sqrt[3]{i/8}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости:
$|z-1-i| \geq 1, \quad 0 \leq \operatorname{Re} z < 2, \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 2$.

Вариант 11

1. Представить $\dfrac{\left(-\sqrt{3}+i\right)^6}{1-i}$ в алгебраической форме.

2. Найти $\sqrt[3]{-1/8}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости:
$|z+i| < 2, \quad 0 < \operatorname{Re} z \leq 1$.

Вариант 12

1. Представить $\dfrac{\left(-\sqrt{3}-i\right)^6}{3+i}$ в алгебраической форме.

2. Найти $\sqrt[3]{-i/8}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости:
$1 < |z-1| \leq 2, \quad \operatorname{Im} z \geq 0, \quad \operatorname{Re} z < 1$.

Вариант 13

1. Представить $\dfrac{(1+i)^4}{1+3i}$ в алгебраической форме.

2. Найти $\sqrt[3]{27}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости:
$$1 \leq |z-i| < 2, \quad \operatorname{Re} z \leq 0, \quad \operatorname{Im} z > 1.$$

Вариант 14

1. Представить $\dfrac{(1-i)^8}{3-i}$ в алгебраической форме.

2. Найти $\sqrt[3]{i/27}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости:
$$|z| > 1, \quad -1 < \operatorname{Im} z \leq 1, \quad 0 < \operatorname{Re} z \leq 2.$$

Вариант 15

1. Представить $\dfrac{(-1-i)^4}{1+2i}$ в алгебраической форме.

2. Найти $\sqrt[3]{-27i}$.

3. Изобразить на комплексной плоскости:

$$|z-2-i| \geq 1, \quad 1 \leq \operatorname{Re} z < 3, \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 3.$$

Контрольная работа

«Предел последовательности»

Вариант 1

1. Доказать по определению, что последовательность

$$x_n = \frac{1}{n}\sin\left((2n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

бесконечно малая.

2. Доказать, что последовательность

$$x_n = \begin{cases} 1, & n - \textit{четно}, \\ \dfrac{1}{n!}, & n - \textit{нечетно} \end{cases}$$

расходится.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt[3]{5+8n^3}-2n\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+\ldots+\dfrac{n-1}{n^2}\right)$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2-5n}{3n^2-5n+7}\right)^{n+1}$.

7. Известно, что $\{x_n\}$ сходится, $\{y_n\}$ расходится. Что можно сказать о сходимости последовательности $\{x_n+y_n\}$? Обоснуйте.

Вариант 2

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^n + 1}{3^n} = 1$.

2. Доказать, что последовательность

$$x_n = 5n - \frac{5}{n}$$

не ограничена.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{n(n^4 - 1)} - \sqrt{n^5 - 8}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{10n-3}{10n-1}\right)^{5n}$.

7. Известно, что $\{x_n\}$ сходится, $\{y_n\}$ расходится. Что можно утверждать о сходимости последовательности $\{x_n y_n\}$? Обоснуйте.

Вариант 3

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-1)^n + 2^n}{2^n} = 1$.

2. Доказать, что последовательность

$$x_n = \begin{cases} 0, & n - \textit{четно}, \\ \dfrac{3n^2 + n + 1}{n^2 - n - 1}, & n - \textit{нечетно} \end{cases}$$

расходится.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{n+1} - \dfrac{2n+1}{2}\right)$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2 + 21n - 7}{2n^2 + 18n + 9}\right)^{2n+1}$.

7. Известно, что последовательности $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ расходятся. Можно ли утверждать, что последовательность $\{x_n + y_n\}$ расходится? Ответ обоснуйте.

Вариант 4

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что $x_n = {(-1)^n}\big/{\left(5\sqrt[3]{n}+1\right)}$ - бесконечно малая последовательность.

2. Доказать, что последовательность $x_n = n + \dfrac{2}{n}$ не ограничена.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}$. 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}\right)$. 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^3+1}{n^3-1}\right)^{2n-n^3}$.

7. Известно, что последовательности $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ расходятся. Можно ли утверждать, что последовательность $\{x_n \cdot y_n\}$ расходится? Ответ обоснуйте.

Вариант 5

1. Доказать по определению, что последовательность $x_n = 5^{\sqrt[5]{n}}$ - бесконечно большая.

2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n+1}{2n+3}$ ограничена.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}$. 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \sqrt[3]{4 - n^3}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+2+3+\ldots+n}{\sqrt{9n^4+1}}\right)$. 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$.

7. Известно, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$. Означает ли это, что последовательность $\{x_n\}$ не ограничена? Ответ обоснуйте.

Вариант 6

1. Доказать по определению, что последовательность $x_n = 3^{-n}\cos \pi n$ – бесконечно малая.

2. Доказать, что последовательность

$$x_n = \begin{cases} \dfrac{3n+1}{2n+5}, & n - четно, \\ \dfrac{(-1)^n}{n}, & n - нечетно \end{cases}$$

расходится.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^3-(n+1)^2}{(n-1)^3-(n+1)^3}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-3n+2}-n\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{1+2+3+\ldots+n}\right)$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1}\right)^{-n^2}$.

7. Известно, что последовательность $\{x_n\}$ не ограничена. Означает ли это, что $\{x_n\}$ - бесконечно большая последовательность? Ответ обоснуйте.

Вариант 7

1. Доказать по определению, что последовательность $x_n = 2\lg(5n^2+3)$ – бесконечно большая.

2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{3n^2+5n+4}{2+n^2}$ ограничена.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^5-8}-n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}}$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{n+3}-n\right)$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n+1}{3n-1}\right)^{2n+3}$.

7. Привести пример последовательности $\{x_n\}$ такой, что $\{x_n\}$ расходится, а $\{|x_n|\}$ сходится.

Вариант 8

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что последовательность

$x_n = \dfrac{3\,(-1)^n}{\lg 2n}$ - бесконечно малая.

2. Доказать, что последовательность $x_n = 2n^2 + n + 1$ не ограничена.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-4n)^2}{(n-3)^3-(n+3)^3}$. 4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{(n^2+1)(n^2-4)}-\sqrt{n^4-9}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+4+7+\ldots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}$. 6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2+3n-1}{5n^2+3n+3}\right)^{n^2}$.

7. Привести пример такой последовательности $\{x_n\}$, что для всех $n \in N$ $x_n > -1$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -1$.

Вариант 9

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+1}{1-2n^2} = -\dfrac{3}{2}$.

2. Сходится ли последовательность

$$x_n = \begin{cases} \dfrac{1}{2^n}, & n - \textit{четно}, \\ \dfrac{2^n}{2^n+1}, & n - \textit{нечетно}? \end{cases}$$

Ответ обоснуйте.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-n)^3}{(n+1)^2-(n+1)^3}$. 4. $\lim\limits_{n\to\infty} n\sqrt{n}\left(\sqrt{n-\sqrt[3]{n^3-5}}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+4)!-(n+2)!}{(n+3)!}$. 6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$.

7. Привести пример такой последовательности $\{x_n\}$, что для всех $n \in N$ $x_n < 2$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$.

Вариант 10

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что последовательность

$$x_n = \frac{2^n + 1}{3^n + 1} arctg\, n \text{ – бесконечно малая.}$$

2. Сходится ли последовательность

$$x_n = \begin{cases} n!, & n - четно, \\ \dfrac{1}{n!}, & n - нечетно \end{cases}$$

Ответ обоснуйте.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}$.   4. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2+1}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3n-1)! + (3n+1)!}{(n-1)(3n)!}$.   6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2+5n+7}{2n^2+5n+3}\right)^n$.

7. Привести пример такой последовательности $\{x_n\}$, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -1$, а среди ее членов бесконечно много как членов $x_k > -1$, так и членов $x_m < -1$.

Вариант 11

1. Доказать по определению, что последовательность $x_n = n^2 + 10$ – бесконечно большая.

2. Выяснить, является ли последовательность $x_n = \dfrac{2^n - 4}{9 \cdot 7^n + 5}$ ограниченной. Ответ обоснуйте.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2(n+1)^3 - (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}$.   4. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n - 5^{n+1}}{3 \cdot 2^{n+1} + 5^{n+2}}$.   6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+n+1}{n^2+n-1}\right)^{-7n^2}$.

7. Известно что последовательности $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ расходятся. Можно ли утверждать, что $\left\{\dfrac{x_n}{y_n}\right\}$ тоже расходится? Ответ обоснуйте.

Вариант 12

1. Доказать по определению $(\varepsilon - N)$, что последовательность

$$x_n = \frac{5(-1)^n}{4n^2+3}$$ - бесконечно малая.

2. Является ли последовательность

$$x_n = \frac{n!+(n+2)!}{3(n-1)!+2(n+2)!}$$ ограниченной?

Ответ обоснуйте.

3– 6. Найти $\lim x_n$:

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[4]{n^3+2n}+\sqrt[5]{n^2+n+5}}{\sqrt{n+1}+2n+7}$. 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n-\sqrt[3]{n^3-2n^2+1}\right)$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3+9+\ldots+3^{n+1}}{2\cdot 3^{n+2}+(-2)^n}$. 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{7n+3}{7n+2}\right)^{3n-1}$.

7. Привести пример ограниченной расходящейся последовательности.

Контрольная работа «Введение в анализ»

Вариант 1

1. Решить уравнение $z^3 + \frac{1}{\sqrt{3} - i} = 0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции

$f(x) = \frac{1}{1 + e^{1/(1-x)}}$.

3. Доказать, что $(x-1)(2 - x - x^3) = o\,(1 - \sqrt{x})$ при $x \to 1$.

4. Найти главную часть функции $f(x) = \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^5}$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x \to 0$.

5. Найти $f(+0)$ и $f(-0)$, если $f(x) = (2 + x)^{1/x}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x \to 1/2} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}$;

2) $\lim\limits_{x \to \pi/2} \sqrt{3 \sin x + (2x - \pi) \sin \frac{x}{2x - \pi}}$;

3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{6^{3x} - 6^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x + 3 tg^3 x}$.

Вариант 2

1. Решить уравнение $z^3 + \frac{2\sqrt{2}}{1 + i} = 0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции

$f(x) = \frac{2^{1/x} - 1}{2^{1/x} + 1}$.

3. Доказать, что $\ln \cos x = o\,(3^{\sin 2x} - 1)$ при $x \to 2\pi$.

4. Найти главную часть функции $f(x) = \sin^2 2x + \arcsin^2 x + 2 arctg x^2$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x \to 0$.

5. Найти $f(+0)$ и $f(-0)$, если $f(x)=\dfrac{x-|x|}{2x}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(x-\sqrt[3]{2x-3}\right)}{\sin\dfrac{\pi x}{2}-\sin\pi(x-1)}$;

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{1/2}+\sin\frac{3}{n}\,arctg\sqrt{n+2}}{1+\sin\frac{5n}{n^2+2}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin 3x-2x^2+5arctg\sqrt[3]{x^4}}$.

Вариант 3

1. Решить уравнение $z^3+\dfrac{4}{1+i\sqrt{3}}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции

$f(x)=arctg\,\dfrac{1}{1-x^2}$.

3. Доказать, что $e^{\cos^3 x}-1=o\,(\lg\sin x)$ при $x\to \pi/2$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=1-\cos\left(1-\cos(\frac{1}{x})\right)$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x\to\infty$.

5. Найти $f\left(\dfrac{\pi}{2}+0\right)$ и $f\left(\dfrac{\pi}{2}-0\right)$, если $f(x)=sign(\cos x)$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\ln(3+2x)/\ln(2-x)}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx\cdot\cos\dfrac{1}{x}+\lg(2+x)}{\lg(4+x)}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-e^{-2x}}{2arctgx-\sin^2 x-4\ln(1+5x^3)}$.

Вариант 4

1. Решить уравнение $z^3 - \frac{2\sqrt{2}}{1-i} = 0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x) = -\frac{2}{x(x+2)}$.

3. Доказать, что $\ln \sin x = o\,(e^{\cos x} - e^{\cos 3x})$ при $x \to \pi/2$.

4. Найти главную часть функции $f(x) = 3\sin^2 x^2 - 5x^2$ вида αx^β при $x \to 0$.

5. Найти $f(2\pi - 0)$ и $f(2\pi + 0)$, если $f(x) = \frac{x^2}{\cos x - 1}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{tgx - tg2}{\sin \ln(x-1)}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\sqrt{1+x} - x\right)^{1/x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{12^x - 5^{-3x}}{2\arcsin x - x + 2\ln(1 + tg^2 2x)}$.

Вариант 5

1. Решить уравнение $z^3 - \frac{4}{1 - i\sqrt{3}} = 0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$.

3. Доказать, что $\sqrt[3]{\sin 7\pi x} = o\,(\sqrt[4]{x \sin 8\pi x})$ при $x \to 3$.

4. Найти главную часть функции $f(x) = 2e^{x^4} + (\cos x - 1)^2 + x^5 - 2$ вида αx^β при $x \to 0$.

5. Найти $f(1-0)$ и $f(1+0)$, если $f(x) = \frac{2(1-x^2) + |1-x^2|}{3(1-x^2) - |1-x^2|}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\arcsin\frac{x+2}{2}}{3^{\sqrt{2+x+x^2}}-9}$; 2) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3\sin n+\sqrt{n-1}}{n+\sqrt{n+1}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{7x}-e^{-2x}}{\sin x-2x^2+5arctg^2 3x}$.

Вариант 6

1. Решить уравнение $z^3-\dfrac{2\sqrt{2}}{1+i}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=\dfrac{1}{1-2^{1-x}}$.

3. Доказать, что $\lg\left(2+\sin\dfrac{\pi x}{2}\right)=o\,(e^{\sin\pi x}-1)$ при $x\to -1$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=2\sin x-tg2x$ вида αx^{β} при $x\to 0$.

5. Найти $f\left(\dfrac{\pi}{2}-0\right)$ и $f\left(\dfrac{\pi}{2}+0\right)$, если $f(x)=arctg(tgx)$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos x/2}{e^{\sin x}-e^{\sin 4x}}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{tgx}\cdot arctg\dfrac{1}{x}+3}{2-\lg(1+\sin x)}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^x-2^{7x}}{tg3x-x+2\arcsin^3 x}$.

Вариант 7

1. Решить уравнение $z^3+\dfrac{2\sqrt{2}}{1-i}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=\dfrac{1}{5-5^x}$.

3. Доказать, что $\log_2(\sin\frac{\pi x}{4})=o\,(1-e^{tg2\pi x})$ при $x\to 2$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\sqrt{2x+\sqrt{3x+\sqrt{4x}}}$ вида αx^{β} при: а) $x\to +0$, б) $x\to +\infty$.

5. Найти $f(-0)$ и $f(+0)$, если $f(x)=2^{ctgx}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{tg\ln(3x-5)}{e^{x+3}-e^{x^2}+1}$; 2) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^{2x}-7^{-5x}}{2\sin x-tgx+\sqrt{\arcsin^3 2x}}$.

Вариант 8

1. Решить уравнение $z^3+\dfrac{4}{1-i\sqrt{3}}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=\dfrac{1}{2+\ln x}$.

3. Доказать, что $\ln(1+x^2)\,tg4x=o\left(\sqrt{1+\arcsin x^2}-1\right)$ при $x\to 0$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\sin\left(\sqrt{x^2+9}-3\right)$ вида αx^{β} при $x\to 0$.

5. Найти $f(-0)$ и $f(+0)$, если $f(x)=(1-x)^{1/x^2}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\ln(2+\cos x)}{(3^{\sin x}-1)^2}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\ln\left((e^{x^2}-\cos x)\cos\dfrac{1}{x}+tg(x+\pi/3)\right)$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{5x}-9^{-2x}}{\sin x-tg3x^2+11+\ln(1+7x^5)}$.

Вариант 9

1. Решить уравнение $z^3-\dfrac{4}{\sqrt{3}-i}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=\dfrac{1}{1+2^{tgx}}$.

3. Доказать, что $x^3-3x-2=o\left(x^2-x-2\right)$ при $x\to -1$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\dfrac{\ln x}{(x-1)(x^2-1)}$ вида $\alpha\,(x-1)^{\beta}$ при $x\to 1$.

5. Является ли $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{2x-1}\right)^x$ бесконечно большой при: а) $x\to +\infty$, б) $x\to -\infty$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{(x^3-\pi^3)\sin 5x}{e^{\sin^2 x}-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to 1}\ln\dfrac{\cos 2\pi x}{2+\left(e^{\sqrt{x-1}}-1\right)arctg\dfrac{x+2}{x-1}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{2x}-2^{3x}}{\sin x+\sin x^2-\arcsin(tg^3x)}$.

Вариант 10

1. Решить уравнение $z^3+\dfrac{4}{\sqrt{3}+i}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=\dfrac{1}{arctgx}$.

3. Доказать, что $x^3-x^2-x+1=o\left(x^3-x\right)$ при $x\to 1$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x\to +\infty$.

5. Найти $f(3-0)$ и $f(3+0)$, если $f(x)=\dfrac{1}{x+3^{1/(3-x)}}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sin(x-1)}{x-1}\right)^{\frac{\sin(x-1)}{x-1-\sin(x-1)}}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{4\cos 3x + x arctg\frac{1}{x}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{2x}-3^{5x}}{1-\cos\sqrt{x}+\arcsin 7x^2}$.

Вариант 11

1. Решить уравнение $z^3 - \dfrac{2}{1-i} = 0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x) = \dfrac{1}{\lg x}$.

3. Доказать, что $e^{\sin x} - e^{tgx} = o\,(\ln\cos 2x)$ при $x \to 2\pi$.

4. Найти главную часть функции $f(x) = 2\sin\sqrt{x^2 + \sqrt{x^3}} + \ln(1+2x\sqrt{x})$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x \to 0$.

5. Найти $f(-0)$ и $f(+0)$, если $f(x) = sign(\sin x)$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{(x-2\pi)^2}{tg(\cos x - 1)}$;

2) $\lim\limits_{x\to -2}\sqrt{\dfrac{1+\cos\pi x}{4+(x+2)\sin\frac{x}{x+2}}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x}(e^{7\sqrt[3]{x}}-1)}{tg(3\sqrt[3]{x})(2^{5x}-3^{4x})}$.

Вариант 12

1. Решить уравнение $z^3 + \dfrac{4}{1+i\sqrt{3}} = 0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x) = arctg\, {}^{1}\!/_{x}$.

3. Доказать, что $\sqrt{4-x^2}+x^2-2=o\,(x)$ при $x\to 0$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=arctg(3-x)+\sin(x-3)^2$ вида $\alpha(x-3)^{\beta}$ при $x\to 3$.

5. Найти $f\left(\frac{\pi}{2}-0\right)$ и $f\left(\frac{\pi}{2}+0\right)$, если $f(x)=2^{tgx}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{\sin x}{\sin 3}\right)^{1/(x-3)}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2+\ln(e+x\sin 1/x)}{\cos x+\sin x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\arcsin\sqrt[3]{2x}+\sin^2 5x-x^2}{tg\sqrt[3]{x}\,\ln(1+3x)}$.

Вариант 13

1. Решить уравнение $z^3+\frac{12}{3-i\sqrt{3}}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции

$f(x)=\frac{1}{2^{1/(1-x)}+1}$.

3. Доказать, что $\sin(\sqrt{7x^2+4}-2)=o\,(2^x-1)$ при $x\to 0$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\ln\cos x-\sqrt{1+x^3+1}$ вида $\alpha\,x^{\beta}$ при $x\to 0$.

5. Найти $f(2-0)$ и $f(2+0)$, если $f(x)=\frac{2+x}{4-x^2}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to \pi/2}\frac{e^{\sin 2x}-e^{tg 2x}}{\ln\left(\frac{2x}{\pi}\right)}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x+\ln(x+1)\sqrt{2+\cos 1/x}}{2+e^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x - 2tg^2 3x + arctg\, 5x^6}{2^{5x}-2^{4x}}$.

Вариант 14

1. Решить уравнение $z^3+\dfrac{8}{1-i}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=\dfrac{1}{x^2(x-1)}$.

3. Доказать, что $1-\sqrt{\cos x}=o\,(1-\cos\sqrt{x})$ при $x\to 0$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\sqrt[4]{1+x^2}+x^3-1$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x\to 0$.

5. Найти $f(-0)$ и $f(+0)$, если $f(x)=\dfrac{x+|x|}{5x}$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{1+\ln^2 x}-1}{1+\cos\pi x}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{\left(e^{\sin x}-1\right)\cos\dfrac{1}{x}+4\cos x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^7 6x+\sin^6 7x}{4^{5x^6+x^9}-4^{\sin 3x^6}}$.

Вариант 15

1. Решить уравнение $z^3-\dfrac{20}{1+i\sqrt{3}}=0$.

2. Исследовать на непрерывность и построить график функции $f(x)=arcctg\,\dfrac{1}{x+3}$.

3. Доказать, что $1-\sin\dfrac{x}{2}=o\,(\pi-x)$ при $x\to\pi$.

4. Найти главную часть функции $f(x)=\dfrac{3x^2 arctgx}{7x^3+4x^2+2}$ вида αx^{β} при $x \to +\infty$.

5. Найти $f(-0)$ и $f(+0)$, если $f(x)=1(\sin x)$.

6. Вычислить:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x+1}{2x}\right)^{\frac{\ln(x+2)}{\ln(2-x)}}$;

2) $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{2+\cos x\cdot \sin\frac{2}{2x-\pi}}{3+2x\sin x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(3^{5x}-4^{2x}\right)x^3}{2e^{x^4}+(\cos x-1)^2+x^5-2}$.

Контрольная работа

«Техника дифференцирования»

Вариант 1

1. $d\left(\sqrt{x}+2\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)=?$

2. $f(x)=|x|;\quad f'_{+}(0)=?\quad f'_{-}(0)=?$

3. $y=(\cos x)^{1/x};\quad y'=?$

4. $\begin{cases} x=\cos t+t\sin t, \\ y=\sin t-t\cos t; \end{cases}\quad y''_{xx}=?$

5. $y=x^2e^{3x};\quad d^{10}y=?$

6. Доказать, что функция

$y(x)=c_1e^{x}+c_2e^{-x}-x\sin x-\cos x,\quad c_1,\ c_2\in R,$

удовлетворяет уравнению

$$y'' - y = 2x\sin x.$$

7. $y = \sin^2 x;\quad y^{(n)} = ?$

Вариант 2

1. $d\left(2\sqrt{x^3}(\ln x^3 - 2)\right) = ?$

2. $f(x) = \left|x^2 - 5x + 6\right|;\quad f'_+(2) = ?\quad f'_-(2) = ?$

3. $y = (x+1)^{1/\sin x};\quad y' = ?$

4. $\begin{cases} x = t^2 + 2t, \\ y = \ln(1+t); \end{cases}\quad y''_{xx} = ?$

5. $y = xe^{5x};\quad d^{11}y = ?$

6. Доказать, что функция

$$y(x) = c_1 e^{x-2} + c_2 e^{2x} - \frac{e^{2x}}{20}(\sin 2x + 2\cos 2x),\quad c_1,\ c_2 \in R,$$

удовлетворяет уравнению

$$y'' - 4y = e^{2x}\sin 2x.$$

7. $y = \sin^2 x\ \sin 2x;\quad y^{(n)} = ?$

Вариант 3

1. $d\left(\arccos e^x\right) = ?$

2. $f(x) = \left|2^x - 2\right|;\quad f'_+(1) = ?\quad f'_-(1) = ?$

3. $y = x^{\left(x/\ln^3 x\right)};\quad y' = ?$

4. $\begin{cases} x = 1 + e^{at}, \\ y = at + e^{-at}; \end{cases}\quad y''_{xx} = ?$

5. $y = x\ln x;\quad d^5 y = ?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x) = e^x(c_1\cos x + c_2\sin x - 2x\cos x),\quad c_1,\ c_2 \in R,$$

решением уравнения

$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x \sin x.$$

7. $y = \dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}; \quad y^{(n)} = ?$

Вариант 4

1. $d\left(\ln(\sqrt{1+2\sin x} + \sqrt{2\sin x - 1})\right) = ?$
2. $f(x) = \sqrt[3]{\sin \pi x}; \quad f'_+(2k) = ? \quad f'_-(2k) = ? \quad k \in Z.$
3. $y = \sqrt[x]{(2x\sin x + 1)^2}; \quad y' = ?$
4. $\begin{cases} x = t/(1-t), \\ y = t^2/(1-t); \end{cases} \quad y''_{xx} = ?$
5. $y = x^3 \cos 5x; \quad d^{15}y = ?$
6. Проверить, является ли функция

$$y(x) = c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x} - xe^{4x}, \quad c_1,\ c_2 \in R,$$

решением уравнения

$$y'' - 7y' + 12y = -e^{4x}.$$

7. $y = (x-1)\, 2^{x-1}; \quad y^{(n)} = ?$

Вариант 5

1. $d\left(5sh^7\left(x/35\right) + 7sh^5\left(x/35\right)\right) = ?$
2. $f(x) = \arccos(1/x); \quad f'_+(-1) = ? \quad f'_-(-1) = ?$
3. $y = x^{tg(\ln x)}; \quad y' = ?$
4. $\begin{cases} x = \arccos t, \\ y = \ln(1-t^2); \end{cases} \quad y''_{xx} = ?$
5. $y = \dfrac{3x-1}{3x+1}; \quad d^{10}y = ?$
6. Проверить, является ли функция

$$y(x)=c_1+c_2e^{2x}+\frac{x}{4}-\frac{x^2}{4}-\frac{x^3}{6},\quad c_1,\ c_2\in R,$$

решением уравнения

$$y''-2y'=x^2-1.$$

7. $y=(2x-1)\,2^{3x}\cdot 3^{2x};\quad y^{(n)}=?$

Вариант 6

1. $d\left(\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}+\ln\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}\right)=?$

2. $f(x)=\begin{cases} x, & если\ x\le 0,\\ \sqrt[3]{x^4}\,\ln x, & если >0;\end{cases}\quad f'_+(0)=?\quad f'_-(0)=?$

3. $y=(x^2+1)^{x^5};\quad y'=?$

4. $\begin{cases} x=1/(t+1),\\ y=\left(\dfrac{t}{t+1}\right)^2;\end{cases}\quad y''_{xx}=?$

5. $y=\dfrac{x}{x^2-1};\quad d^{30}y=?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x)=e^x(c_1+c_2x+x^2),\quad c_1,\ c_2\in R,$$

решением уравнения

$$y''-2y'+y=2e^x.$$

7. $y=x\log_2(1-3x);\quad y^{(n)}=?$

Вариант 7

1. $d\left(\ln\dfrac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}}+2arctg\sqrt{\sin x}\right)=?$

2. $f(x)=\begin{cases} 2x, & если\ x<0,\\ \ln(1+\sqrt[5]{x^7}), & если\ x\ge 0;\end{cases}\quad f'_+(0)=?\quad f'_-(0)=?$

3. $y=\left(\cos\dfrac{x}{2}\right)^{\sin 2x};\quad y'=?$

4. $\begin{cases} x = \sqrt{2t} \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}; \quad y''_{xx} = ?$

5. $y = e^x \cos x; \quad d^4 y = ?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x) = c_1 + c_2 e^{2x} + \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{5}{2} x, \quad c_1,\ c_2 \in R,$$

решением уравнения

$$y'' - 2y' = e^{2x} + 5.$$

7. $y = \ln(x-1)^{2x}; \quad y^{(n)} = ?$

Вариант 8

1. $d\left(\dfrac{1}{x} + \ln\dfrac{x-1}{x}\right)$ при $x_0 = -1.$

2. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{|x|}(1-x^2), & \textit{если } x \neq 0, \\ 1, & \textit{если } x = 0; \end{cases} \quad f'_+(0) = ? \quad f'_-(0) = ?$

3. $y = (\sin 2x)^{\ln\sin 2x}; \quad y' = ?$

4. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln\cos t; \end{cases} \quad y''_{xx} = ?$

5. $y = x^2 \sin 2x; \quad d^{20} y = ?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x) = c_1 + c_2 e^{-x} + e^x + \frac{5}{2} x^2 - 5x, \quad c_1,\ c_2 \in R,$$

решением уравнения

$$y'' + y' = 5x + 2e^x.$$

7. $y = x\ln(x^2 - 3x + 2); \quad y^{(n)} = ?$

Вариант 9

1. Найти $dy(M_0)$, где $M_0 = (2;\, 1)$, если функция $y(x)$ задана неявно уравнением $xy - \sqrt[3]{xy^2 + 6} = 0$.

2. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + e^{1/x}}, & если\ x \neq 0, \\ 0, & если\ x = 0; \end{cases}$ $\quad f'_{+}(0) = ? \quad f'_{-}(0) = ?$

3. $y = \left(tg\sqrt{x}\right)^{1/x}; \quad y' = ?$

4. $\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = 2\operatorname{cosec}^2 t \end{cases}; \quad y''_{xx} = ?$

5. $y = (3x+1)\ln^2 3x; \quad d^3y = ?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x) = \left(c_1 + c_2 x + \frac{x^2}{2}\right)e^{-x} + \frac{1}{4}e^x, \quad c_1,\ c_2 \in R,$$

решением уравнения

$$y'' + 2y' + y = e^x + e^{-x}.$$

7. $y = \dfrac{x^2}{\sqrt{1-2x}}; \quad y^{(n)} = ?$

Вариант 10

1. Найти $dy(M_0)$, где $M_0 = (4;\, 2)$, если функция $y(x)$ задана неявно уравнением $xe^{\left(\frac{x}{y^2} - 1\right)} - 2y = 0$.

2. $f(x)=\begin{cases} arctg\dfrac{1+x}{1-x}, & если\ x\neq 1,\\ \pi/2, & если\ x=1; \end{cases}$ $\quad f'_+(1)=?\quad f'_-(1)=?$

3. $y=(\arcsin x)^{5x^2}; \quad y'=?$

4. $\begin{cases} x=1/t,\\ y=1/(t^2+1); \end{cases} \quad y''_{xx}=?$

5. $y=x\sin x; \quad d^{10}y=?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x)=(c_1\cos 3x+c_2\sin 3x)e^x+\frac{1}{37}(\sin 3x+6\cos 3x)+\frac{e^x}{9}, \quad c_1,\ c_2\in R,$$

решением уравнения

$$y''-2y'+10y=\sin 3x+e^x.$$

7. $y=e^{2x}\sin^2 x; \quad y^{(n)}=?$

Вариант 11

1. Найти $dy(M_0)$, где $M_0=(1;\,0)$, если функция $y(x)$ задана неявно уравнением: $\quad 4xy^3+\ln\sqrt[3]{x/(x+y)}=0$.

2. $f(x)=\begin{cases} arctg\left(1/|x|\right), & если\ x\neq 0,\\ \pi/2, & если\ x=0, \end{cases}$ $\quad f'_+(0)=?\quad f'_-(0)=?$

3. $y=(x^2+5x-1)^{ctgx}; \quad y'=?$

4. $\begin{cases} x=e^t\cos t,\\ y=e^t\sin t; \end{cases} \quad y''_{xx}=?$

5. $y=\dfrac{\ln(5+2x)}{5+2x}; \quad d^3y=?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x)=(c_1+c_2x+x^2)e^{2x}+\frac{x+1}{8}, \quad c_1,\ c_2\in R,$$

решением уравнения

$$y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} + \frac{x}{2}.$$

7. $y = e^{ax} \cos(bx + c); \quad y^{(n)} = ?$

Вариант 12

1. $d\left(x\sqrt{64 - x^2} + 64 \arcsin \frac{x}{8} \right) = ?$

2. $f(x) = |\sin 2x|; \quad f'_{+}(0) = ? \quad f'_{-}(0) = ?$

3. $y = x^{-\frac{\cos x}{e^x}}; \quad y' = ?$

4. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos^4 \dfrac{t}{2}; \end{cases} \quad y''_{xx} = ?$

5. $y = x \cos(x^2); \quad d^4 y = ?$

6. Проверить, является ли функция

$$y(x) = e^x \left(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x \right) + \frac{xe^x}{4} \sin 2x^x, \quad c_1,\ c_2 \in R,$$

решением уравнения

$$y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x.$$

7. $y = \sin ax \sin bx; \quad y^{(n)} = ?$

Контрольная работа
«Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

1. Вычислить

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sqrt[3]{tg\,\frac{1}{x}}\;arctgx^3+5}{2-\lg(1+\arcsin\frac{1}{x^2+10})}+\left(\frac{3x+1}{3x-1}\right)^{2x+3}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида $\alpha\, x^{\beta}$ при $x\to 0$, если

$$f(x)=\frac{\arcsin\left(\sqrt{4+x^2}-2\right)}{3xe^x-7\sqrt{tgx}}.$$

3. Исследовать непрерывность функции

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{1/(1-x)}+1}, & x\neq 1,\\ 1/2, & x=1.\end{cases}$$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 0}\left(e^{2x}+e^{-2x}-2\right)ctg2x.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln^2(1+x)-\sin^2 x}{1-e^{-x^3}}.$$

6. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $y=x+1$ и $x^3+y^3-xy-7=0$.

7. Выбрать α так, чтобы кривая $y=x^3+\alpha x^2+1$ имела точку перегиба при $x=1$. Указать интервалы различного направления выпуклости кривой.

8. Найти $d^n y$, если $y=(2-x)\ln 2x,\quad n\in N$.

9. Разложить по формуле Маклорена функцию

$$f(x)=\frac{x^2}{2-x^2}\ \text{до о}\ (x^{2n}).$$

10. Найти y''_{xx}, если $\begin{cases} x = t + 2t^2 + t^3, \\ y = -2 + 3t - t^3. \end{cases}$

Вариант 2

1. Вычислить

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{\cos 2\pi x}{2 + (e^{\sqrt{x-1}} - 1)\,arctg\,\frac{x+2}{x-1}} - (2-x)^{\sin\frac{\pi x}{2} \big/ \ln(2-x)}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x \to 0$, если

$$f(x) = \frac{5\sqrt{1 + x\sin x} - 5}{tg\sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x} + \sin^2(\sqrt[5]{x})}.$$

3. Исследовать непрерывность функции

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x - 3x}{x^2 \arcsin 2x}.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x) - x\sqrt[3]{1 - x^2}}{x^5}.$$

6. Написать уравнения нормали и касательной к графику функции $x^5 + y^5 - 2xy = 0$ в точке $M_0(1,1)$.

7. Найти точки локального экстремума функции $f(x) = x - 2arctgx$.

8. Найти $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = \sin 2x \sin 4x$.

9. Разложить по формуле Маклорена функцию

$f(x)=\ln\dfrac{1+x}{2+x}$ до $o(x^n)$.

10. Вычислить $d\left(\dfrac{(2x-1)\sqrt[3]{2+3x}}{(5x+4)^2\sqrt[4]{1-x}}\right)$ при $x=0$.

Вариант 3

1. Вычислить

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2+4})\sqrt{n}}{\sqrt{n}+3}-\frac{n}{\sqrt[3]{n^3-n^2+3}+\cos 3n}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x\to+\infty$, если

$$f(x)=\frac{\ln\left(1+arctg^4\dfrac{1}{3x^2-x}\right)}{3x+\sin\sqrt{x}}.$$

3. Исследовать непрерывность функции

$f(x)=(x+1)arctg\,{}^{1}\!/_{x}$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to\pi/4}(4x-\pi)\,ctg4x.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[4]{1+4sh^2x}-\sqrt[5]{1+5x^2}}{sh^4x}.$$

6. Найти точки, в которых касательные к графику функции

$$\begin{cases} x=\dfrac{t^3}{1+t^2},\\ y=\dfrac{t^3-2t^2}{1+t^2}, \end{cases}$$

параллельны оси Ox.

7. Исследовать поведение функции $y=2x+x^2-(x+1)\ln(2+x)$ в окрестности точки $x_0=-1$ с помощью производных внешних порядков.

8. Найти $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = (x-1)\,2^{x-1}$.

9. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{2x-3}{x-1}$ по формуле Тейлора до $\mathrm{o}((x-2)^n)$.

10. Вычислить приближенно $\sqrt[3]{65}$ с помощью дифференциала.

Вариант 4

1. Вычислить

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sin\sqrt{n^2+3n+1}\; arctg\,\frac{n}{n^2+1} - \frac{\sqrt[3]{n^3+5}-\sqrt{3n^4+2}}{1+3+5+\ldots+(2n-1)}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x \to 0$, если

$$f(x) = \frac{3tgx\,\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt[4]{tgx-\sin x}}.$$

3. Исследовать непрерывность функции

$$f(x) = \frac{1}{x}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{\sin x}-e^{x}}{\sin 2x - 2x}.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{1+7(e^x-1)^2}-\sqrt[3]{1+3x^2}}{\sin^4 x}.$$

6. В каких точках и под каким углом пересекаются кривые

$y = \dfrac{2}{3}x^5 - \dfrac{1}{9}x^3$ и $x = 1$?

7. Найти точки перегиба и исследовать направление выпуклости кривой $y = \dfrac{x^3}{x^2-3}$.

8. Найти $f^{(101)}(10)$, если $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-7}$.

9. Разложить функцию $f(x)=e^{2x}sh3x$ по формуле Маклорена до $\mathrm{o}(x^n)$.

10. Найти α и β так, чтобы функция

$$f(x)=\begin{cases}(x+\alpha)e^{\beta x}, & x<0,\\ \alpha x^2+\beta x+1, & x\ge 0,\end{cases}$$

была дифференцируема при $x=0$.

Вариант 5

1. Вычислить

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{4+x}}+\sqrt{\frac{1-\cos\pi x}{4+(x-5)\sin\frac{x}{x-5}}}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x\to 0$, если $f(x)=2^x-\cos x$.

3. Исследовать непрерывность функции

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}, & x<-1,\\ 1(x), & -1\le x\le 1,\\ \dfrac{1+x}{1+x^2}, & x>1.\end{cases}$$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to\pi/2}\left(xtgx-\frac{\pi}{2\cos x}\right).$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to+\infty}\left(e^{\frac{1}{x}}(x^2-x+2)-\sqrt{x^4+x^2+1}\right).$$

6. Найти абсциссы точек на графике функции

$$y=24x^3+3x^2+5,$$

в которых касательные параллельны прямой $y=x$.

7. Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции
$y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

8. Найти $d^{25}y$, если $y = \ln(x-1)^{2x}$.

9. Найти разложение функции $f(x) = x\sin^2 2x$ по формуле Маклорена до $o(x^{2n+1})$.

10. Вычислить $dy(x)$ при значении параметра, соответствующего точке $(4,0)$, если

$$\begin{cases} x = (t-1)^2(t-2), \\ y = (t-1)^2(t-3). \end{cases}$$

Вариант 6

1. Вычислить

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3}{x^2+2} + \frac{x^2+x+1}{3-x} - \sqrt[7]{\left(e^{tg^2\frac{1}{x}} - 1\right)\cos x + 5\cos\frac{1}{x}}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^β при $x \to 0$, если
$f(x) = \dfrac{\sin(\sqrt{x+2} - \sqrt{2})}{3^{\sqrt{x}} - \cos x}$.

3. Исследовать непрерывность функции

$$f(x) = \begin{cases} 2|x|, & |x| \le 1, \\ 4 - x^2, & |x| > 1. \end{cases}$$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 5+0} \frac{\cos x \ln(x-5)}{\ln(e^x - e^5)}.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x} - \sqrt{1+x^2} - x\cos x}{\ln^3(1-x)}.$$

6. Написать уравнение касательных к кривой $y = x^2 - 3x + 2$ в точках ее пересечения с осью Ox.

7. Определить асимптоты графика функции $y = \dfrac{3x^2 - 10}{\sqrt{4x^2 - 1}}$.

8. Найти $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = \ln(3x - 7)$.

9. Найти разложение функции $f(x) = e^{x^2 + 8x + 5}$ по формуле Тейлора до $o((x+4)^{2n})$.

10. Вычислить $f'_{+}(1)$ и $f'_{-}(1)$, если $f(x) = |x-1|e^x$.

Вариант 7

1. Вычислить

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\left(\frac{n^2}{n^2+1}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} - \sqrt{\sin\sqrt{n}\ arctg\frac{1}{n+3} + 25\cos\frac{1}{n^2+4}}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x \to 0$, если $f(x) = e^{tgx} - e^{\sin x}$.

3. Исследовать непрерывность функции $f(x) = 1(x^2 + 5x - 14) + sign2x$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя $\lim\limits_{x\to\pi/8}(tg2x)^{tg4x}$.

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x\cos x^2 - 2\sin x + \ln(1+x^3)}{arctgx^3}.$$

6. Написать уравнение касательных к графику функции $y = \sqrt{x}$, проходящих через точку $A\left(2, \tfrac{3}{2}\right)$.

7. Исследовать поведение функции

$$f(x) = 6e^{x-1} - x^3 - 6x^2 - 15x - 16$$

в окрестности точки $x_0 = -1$ с помощью производных высших порядков.

8. Найти $f^{(58)}(0)$, если $f(x) = \sin^2 2x + \cos^2 4x$.

9. Найти разложение функции $f(x) = \ln(2 + x - x^2)$ по формуле Тейлора до $o((x-1)^n)$.

10. Вычислить y'_x, y''_{xx} , если

$$\begin{cases} x = \dfrac{t+1}{t}, \\ y = \dfrac{t-1}{t}. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Вычислить

$$\lim_{x\to 4}\left(\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sin x^2 - \sin \pi x \, arctg\,\frac{4+x}{4-x}}{1+\cos x}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x \to 0$, если

$$f(x) = \frac{arctg^2(\sqrt{9+x}-3)}{2^{\sin x} - \cos x}.$$

3. Исследовать непрерывность функции $f(x) = \dfrac{3x-1}{3x^2+5x-2}$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to+\infty} (4x + 8^x)^{1/x}.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{1+x} - 2\sqrt[4]{1-x}}{x^2 + \ln(1+2x)}.$$

6. Написать уравнения нормали и касательной к кривой $\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos^3 t, \\ y = \sqrt{2}\sin^3 t \end{cases}$ в точке $M_0\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

7. Найти точки перегиба и исследовать направление выпуклости кривой $y = \dfrac{3x^4 + 1}{x^3}$.

8. Найти $d^{40}y$, если $y = 2^{3x-7} + 3\cdot x^{40} + \ln 4x$.

9. Найти разложение функции $f(x) = \sqrt{2x+3}$ по формуле Тейлора до $o((x-3)^n)$.

10. Вычислить $\cos 5^\circ$ с точностью до 10^{-5}.

Вариант 9

1. Вычислить

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\cos\frac{1}{n} + arctg\,\frac{n^3}{n^2+1}\,\arcsin\frac{\pi}{n+3}}{1+e^{1/n}} + \frac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-2)!}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида $\alpha(x-1)^\beta$ при $x \to 1$, если $f(x) = \dfrac{(x^3-1)^2}{tg\pi x}$.

3. Исследовать непрерывность функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \in (-\infty, 0), \\ 1+x, & x \in [0,3), \\ (x-3)^2, & x \in [3, +\infty). \end{cases}$$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2x+1)\ln(2x+1) - 2x}{e^x - x - 1}.$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора
$\lim\limits_{x\to+\infty} x^{3/2}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x})$.

6. Провести касательную к гиперболе $y=\dfrac{x+9}{x+5}$ так, чтобы она прошла через начало координат.

7. Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции
$y=e^{-x}-e^{-2x}$.

8. Найти $f^{(24)}(0)$, если $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x+2}}+\sin^2 3x$.

9. Найти разложение функции $f(x)=\ln(3+x^2)$ по формуле Маклорена до $o(x^{2n})$.

10. Выяснить, дифференцируема ли функция $f(x)=x|x|$.

Вариант 10

1. Вычислить
$$\lim_{x\to+\infty}\left((3x+1)\big(\ln 2x-\ln(2x-1)\big)+\frac{\sqrt{x^2+3x-2}+\sqrt[3]{2x^2+1}}{x+4\sin^2 x}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x\to 0$, если
$$f(x)=\frac{3arctg\frac{1}{x^2}\sin 2x^3}{e^{\sqrt{x}}-1}.$$

3. Исследовать непрерывность функции $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{1/x}-1}, & x<0,\\ x-1, & x\ge 0.\end{cases}$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя
$\lim\limits_{x\to\pi/4}(\pi-4x)^{\cos 2x}$.

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt{1+\sin x}-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)-x}{tg^3 x}.$$

6. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $y=x^2-4x+4$ и $y=-x^2+6x-4$.

7. Найти асимптоты графика функции $y=\dfrac{x^2+16}{\sqrt{9x^2-8}}$.

8. Найти $d^{20}y$, если $y=(x-\sin x)^2$.

9. Найти разложение функции $f(x)=\dfrac{1+e^{3x}}{e^{x+3}}$ по формуле Маклорена до $o(x^n)$.

10. Найти $dy(x)$ в точке $M_0(1,0)$, если $arctg\dfrac{y}{x}=\ln\sqrt{x^2+y^2}$.

Вариант 11

1. Вычислить

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}+\sqrt{\lg(x+2)+\sin\sqrt{1-x^2}\,\cos\frac{x+1}{x-1}}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x\to 0$, если $f(x)=\ln\left(1+3^{\sin^2 x}-3^{-tg^2 x}\right)$.

3. Исследовать непрерывность функции $f(x)=x\,signx$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{arctg(x-2)}-\frac{1}{x-2}\right).$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x^4\ln\frac{1+x^2}{x^2}-x^2\right).$$

6. Написать уравнение нормали к эллипсу

$3x^2+2xy+2y^2+3x-4y=0$ в точке $M_0(-2,1)$.

7. Выбрать α так, чтобы кривая $y=e^x+\alpha x^2$ имела точку перегиба. Каково направление выпуклости кривой?

8. Найти $f^{(17)}(x)$, если $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

9. Найти разложение функции $f(x)=2^{-x+3}$ по формуле Тейлора до $o((x-4)^n)$.

10. Вычислить x, если $\sin x = 0{,}5011$.

Вариант 12

1. ВЫЧИСЛИТЬ

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(1+5^{-1}+5^{-2}+...+5^{-n})(2n+1)}{3n+2}+\frac{\cos\frac{1}{n}+\cos\sqrt{n}\,\sin\frac{1}{n}}{3-\ln\left(1+\arcsin\frac{1}{n+5}\right)}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^{β} при $x\to 0$, если

$$f(x)=\frac{2xtg^2x(1-\cos 2x)}{\sqrt{1+x^2+x^3}-1}.$$

3. Исследовать непрерывность функции $f(x)=arctg\,\dfrac{1}{x^2}$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$$\lim_{x\to 0} ctg3x\ln(x+e^{3x}).$$

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x}-\sin(x-1)-2\cos(x-1)}{arctg(x-1)-\ln x}.$$

6. Найти точки, в которых касательные к графику функции

$y=(3-x^2)e^x$

параллельны оси Ox.

7. Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции $y=(x+1)\ln^2(x+1)$.

8. Найти $f^{(n)}(x)$, если $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$.

9. Найти разложение функции $f(x)=x\cos x$ по формуле Тейлора до $o\left((x-\pi)^{2n+1}\right)$.

10. Найти $f'_+(0)$ и $f'_-(0)$, если $f(x)=x(1-x^2)signx$.

Вариант 13

1. ВЫЧИСЛИТЬ

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\left(\frac{n^2-n+1)}{n^2+n+1}\right)^n+\frac{3-\ln\left(1+arctg\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\cos\frac{1}{n}+\sin n^2\sin\frac{1}{n^2}}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида αx^β при $x\to 0$, если

$$f(x)=\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x^2}}{3\arcsin\sqrt{\ln(1+\sqrt{x})}}.$$

3. Исследовать непрерывность функции $f(x)=signx+1(3-x)$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)^{1/x^2}$.

5. Найти предел, используя формулу Тейлора $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln^2(1+x)-\sin^2 x}{1-e^{-x^3}}$.

6. Написать уравнение касательной к графику функции $y = 4ctgx - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ при $x = \pi/2$.

7. Определить промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = \frac{2x}{\ln x}$

.

8. Найти $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = (3-2x)^2 e^{2-3x}$.

9. Найти разложение функции $f(x) = \ln(x+2)$ по формуле Тейлора до $\circ\left((x-1)^n\right)$.

10. Найти $dy(x)$ при $t = \pi/4$, если $\begin{cases} x = t(t\cos t - 2\sin t), \\ y = t(t\sin t + 2\cos t). \end{cases}$.

Вариант 14

1. ВЫЧИСЛИТЬ

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2\sqrt{x^2+x+1}-2-x}{x^2} - \frac{\sqrt[3]{tgx}\ arctg\frac{1}{x}+3}{2-\ln\left(1+\sin 7x\right)}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида $\alpha(x-2)^\beta$ при $x\to 2$, если $f(x) = \frac{\sin\left(\arcsin(x-2)^5\right) - 3tg^4(x-2)}{7^{2x-4}-1}$.

3. Исследовать непрерывность функции $f(x) = \begin{cases} x, & x\le 0, \\ 1-x, & 0 < x \le 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x > 1. \end{cases}$

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\pi-2arctgx}{e^{3/x}-1}$.

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^8\cos\dfrac{2}{x^2}-x^8+2x^4\right)$.

6. Написать уравнения касательной и нормали к кривой $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ в точке $M\left(1,\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

7. Определить асимптоты графика функции $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2-2x-2}{2-3x^2}$.

8. Найти $d^{49}y$, если $y=5sh2x+4x^{50}+\ln 3x$.

9. Найти разложение функции $f(x)=x\,e^{2x+3}$ по формуле Маклорена до $o\left(x^n\right)$.

10. Найти $y'(x)$, если $y=(tg3x)^{2\sin 4x}$.

Вариант 15

1. ВЫЧИСЛИТЬ

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{e^{1/n}+\sin\frac{n}{n^3+1}\cos\sqrt{n}}{1+\cos 1/n}+\frac{(n+3)!+(n+2)!}{2n^2(n+1)!-(n+2)!}\right).$$

2. Найти главную часть функции $f(x)$ вида $\alpha\,x^\beta$ при $x\to 0$, если $f(x)=(1-x)\ln\left(1+\sqrt{x\sin x}\right)$.

3. Исследовать непрерывность функции $f(x)=1(\sin x)$.

4. Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя

$\lim\limits_{x\to+0}(ctg2x)^{\sin 2x}$.

5. Найти предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+5\sin^2 x}-\sqrt[3]{1+3x^2}}{\sin^4 x}.$$

6. Написать уравнение нормали к кривой $y=\dfrac{x^3+2x^2}{(x-1)^2}$ при $x=-2$.

7. Найти точки перегиба и исследовать направление выпуклости кривой $y=x^4(12\ln x-7)$.

8. Найти $f^{(15)}(x)$, если $f(x)=x^2\ln 7x$.

9. Найти разложение функции $f(x)=\sqrt{x+4}$ по формуле Тейлора до $o\left((x+2)^n\right)$.

10. Найти $f'_+(1)$ и $f'_-(1)$, если $f(x)=\left|2^x-2\right|$.

Контрольная работа

«Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1

1. Привести пример функции $y = f(x)$, которая непрерывна для всех $x \in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2 \in R$, где x_1 - число вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x) = 0$, где $y(x) = \dfrac{x^2 + x - 6}{x^2 - 10x + 25}$.

3. Доказать или опровергнуть утверждение: если функция $f(x)$ имеет, а $q(x)$ не имеет производной в некоторой точке, то функция $f(x) + q(x)$ не имеет производной в этой точке.

4. Найти левую и правую производные функции $f(x)$ в точке ее разрыва, если $f(x) = \begin{cases} arctg(1/x), & если\ x \neq 0, \\ -\pi/2, & если\ x = 0. \end{cases}$

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $f_1(x) = \sqrt{2}\sin x$, $f_2(x) = \sqrt{2}\cos x$.

6. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - \sqrt{1 + 2x + 2x^2}}{x + tgx - \sin 2x}$.

7. Используя разложения функции по формуле Тейлора, найти $y^{(21)}(x_0)$, если $y = \log_3 \sqrt[3]{3x - \dfrac{1}{3}}$, $x_0 = 3$.

8. Доказать, что уравнение $4x^3 - 5x^2 + 7x - 12 = 0$ имеет единственный действительный корень.

9. Каким условиям должны удовлетворять коэффициенты a, b, c, чтобы функция $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ имела точки перегиба?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ 2ex\ln x, & x > 0 \end{cases}$$ на отрезке $[-1;\ 2]$.

Вариант 2

1. Привести пример функции $y = f(x)$, которая непрерывна для всех $x \in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2 \in R$, где x_1 - число вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x) = 0$, где $y(x) = \dfrac{1}{1+\sin^2 x}$.

3. Доказать или опровергнуть следующее утверждение: если функции $f(x)$ и $q(x)$ не имеют производной в некоторой точке, то функция $f(x)+q(x)$ не имеет производной в этой точке.

4. Найти левую и правую производные функции $f(x)$ в точке ее разрыва, если $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+e^{1/x}}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $f_1(x) = \ln x$, $f_2(x) = x^2/2e$.

6. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 e^x - \ln(1+x^2) - \arcsin x^3}{x \sin x - x^2}$.

7. Используя разложение функции по формуле Тейлора, найти $y^{(32)}(x_0)$, если $y = \ln(2 + x - x^2)$, $x_0 = 1$.

8. Доказать, что уравнение $2x^3 - 3x^2 + 7x - 4 = 0$ имеет единственный действительный корень.

9. При каких a кривая $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$ выпукла вниз для всех $x \in R$?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x-3)^3 e^{|x+1|}$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Вариант 3

1. Привести пример функции $y = f(x)$, которая непрерывна для всех $x \in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2 \in R$, где x_1 - число вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x) = 0$, где $y(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$.

3. Доказать или опровергнуть следующее утверждение: если функция $f(x)$ имеет, а функция $q(x)$ не имеет производной в некоторой точке, то и функция $f(x)\,q(x)$ не имеет производной в этой точке.

4. Найти левую и правую производные функции $f(x)$ в точке ее разрыва, если $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{|x|}(1-x^2), & \textit{если } x\neq 0,\\ 1, & \textit{если } x=0.\end{cases}$

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $f_1(x)=x^2-4x+4$, $f_2(x)=-x^2+6x-4$.

6. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x+3\cos x-3\sqrt[3]{1+x}}{1+\ln(1+x)-e^x}$.

7. Используя разложение функции по формуле Тейлора, найти $y^{(23)}(x_0)$, если $y=\dfrac{x}{x+4}$, $x_0=10$.

8. Доказать, что уравнение $3x^3-2x^2+5x-7=0$ имеет единственный действительный корень.

9. При каких значениях параметра a функция $y=x^3-ax$ возрастает на всей числовой прямой?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=(x-3)^2 e^{|x|}$ на отрезке $[-1;\ 4]$.

Вариант 4

1. Привести пример функции $y=f(x)$, которая непрерывна для всех $x\in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2\in R$, где x_1 - число вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x)=0$, где $y(x)=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ x & 1 & 2\\ x & x & 1\end{vmatrix}$.

3. Доказать или опровергнуть следующее утверждение: если $f(x)$ и $q(x)$ не имеют производной в некоторой точке, то и функция $f(x)\,q(x)$ не имеет производной в этой точке.

4. Найти левую и правую производные функции $f(x)$ в точке разрыва, если $f(x)=(1-x^2)\,signx$.

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $f_1(x) = 4x^2 + 2x - 8$, $f_2(x) = x^3 - x + 10$.

6. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 e^{2x} + \ln(1 - x^2)}{x\cos x - \sin x}$.

7. Используя разложение функции по формуле Тейлора, найти $y^{(24)}(x_0)$, если $y = \dfrac{x^2 + 3x}{x + 1}$, $x_0 = 1$.

8. Доказать, что уравнение $7x^3 + 2x^2 + x - 13 = 0$ имеет единственный действительный корень.

9. При каких значениях параметра a функция

$y = \dfrac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x$ возрастает на всей числовой прямой?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x^4 + 1}{x^2 + 1}$ на отрезке $[-1;\ 1]$.

Вариант 5

1. Привести пример функции $y = f(x)$, которая непрерывна для всех $x \in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2 \in R$, где x_1 - число Вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца Вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x) = 0$, где $y(x) = \begin{vmatrix} x-1 & 2 & 3 \\ 4 & x-5 & 6 \\ 7 & 8 & x-9 \end{vmatrix}$.

3. Доказать или опровергнуть следующее утверждение: для того чтобы дифференцируемая функция $y(x), x \in (a, b)$, имела монотонную на интервале $(a,\ b)$ производную, необходимо, чтобы $y(x)$ была монотонна на интервале $(a,\ b)$.

4. Найти $f'_-(0)$ и $f'_+(0)$, если $f(x) = \begin{cases} 1 + e^{1/x}, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{1 + \sqrt[3]{x^4}}, & \text{если } x \ge 0. \end{cases}$

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $x^2 + y^2 = 5$ и $y^2 = 4x$.

6. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x-\frac{1}{6}x^2)-shx+\frac{2}{3}x^2}{\sin 2x-2x\cos x}$.

7. Используя разложение функции по формуле Тейлора, найти $y^{(25)}(x_0)$, если $y=(x+3)e^{3x^2+18x}$, $x_0=-3$.

8. Доказать, что уравнение $5x^3-x^2+6x+4=0$ имеет единственный действительный корень.

9. При каких значениях параметра a функция $y=ax-\sin x$ возрастает на всей числовой прямой?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y=2arctgx+\arcsin\frac{2x}{x^2+1},\quad x\in R.$$

Вариант 6

1. Привести пример функции $y=f(x)$, которая непрерывна для всех $x\in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2\in R$, где x_1 - число вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x)=0$, где $y(x)=\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ x^2 & 2x & 2 \\ x^3 & 3x^2 & 6x \end{vmatrix}$.

3. Доказать или опровергнуть следующее утверждение: для того чтобы дифференцируемая функция $y(x)$, $x\in(a,b)$, имела монотонную на интервале (a,b) производную, достаточно, чтобы $y(x)$ была монотонна на интервале (a,b).

4. Найти $f'_-(0)$ и $f'_+(0)$, если $f(x)=\begin{cases} 2x, & \textit{если } x<0, \\ \ln\left(1+\sqrt[5]{x^7}\right), & \textit{если } x\ge 0. \end{cases}$

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $y^2=2x^3$ и $64x-48y-11=0$.

6. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-ch2x-2x}{tg2x-2\sin x}$.

7. Используя разложение функции по формуле Тейлора, найти $y^{(26)}(x_0)$, если $y=2^{x-x^2}$, $x_0=\dfrac{1}{2}$.

8. Доказать, что уравнение $2x^3 - 3x^2 + 10x + 11 = 0$ имеет единственный действительный корень.

9. При каких значениях параметра a функция $y = ax + 3\sin x + 4\cos x$ возрастает на всей числовой прямой?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x-3)e^{|x+1|}$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Вариант 7

1. Привести пример функции $y = f(x)$, которая непрерывна для всех $x \in R$ и дифференцируема всюду, кроме точек $x_1, x_2 \in R$, где x_1 - число вашего рождения, x_2 - порядковый номер месяца вашего рождения.

2. Решить уравнение $y'(x) = 0$, где $y(x) = e^{-|x-1|} \Big/ (x+1)$.

3. Доказать или опровергнуть следующее утверждение: для того чтобы дифференцируемая функция имела периодическую производную, необходимо, чтобы функция была периодической.

4. Найти $f'_-(0)$ и $f'_+(0)$, если $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \le 0, \\ \sqrt[3]{x^4}\ln x, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

5. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются кривые $x^3 + y^3 - xy - 7 = 0$ и $y = x + 1$.

6. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - \sqrt[3]{1 + 3x + \frac{9}{2}x^2}}{x^3}$.

7. Используя разложение функции по формуле Тейлора, найти $y^{(28)}(x_0)$, если $y = \left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)(\sin x + \cos x)$, $x_0 = -\dfrac{\pi}{4}$.

8. Доказать, что уравнение $x^3 - 4x^2 + 8x - 27 = 0$ имеет единственный действительный корень.

9. При каких значениях параметра a функция

$y = (8a - 7)x - a\sin 6x - \sin 5x$

возрастает на всей числовой прямой?

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$y = \left|x^2 + 2x - 3\right| + 1{,}5\ln x$ на отрезке $[\frac{1}{2};\ 2]$.

св. план 2002, поз. 45

Учебное издание

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ
по разделам высшей математики
«Введение в анализ» и
«Дифференциальное исчисление функций
одной переменной»
для студентов всех специальностей БГУИР
дневной формы обучения

Составители: Феденя Ольга Александровна
Черняк Жанна Альбертовна

Редактор Н.А. Бебель
Корректор Е.Н. Батурчик

Подписано в печать		Формат 60x84 1/16.
Бумага писчая	Печать офсетная.	Усл.печ.л.
Уч.-изд.л. 2,8	Тираж 200 экз.	Заказ

Издатель и полиграфическое исполнение
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
Лицензия ЛП №156 от 05.02.2001
Лицензия ЛВ №509 от 03.08.2001
220013 Минск, П. Бровки, 6