

УДК 519.21

## МЕТОДОЛОГИЯ ВЫСОКОТОЧНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ, НАБЛЮДАЕМЫХ В СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ СО СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СТРУКТУРОЙ (часть 3)

И. М. Косачев, доктор технических наук, профессор;  
Ю. Е. Кулешов, кандидат военных наук, доцент\*

*В данной статье излагается третья часть методологии высокоточной нелинейной фильтрации многомерных негауссовых случайных процессов, наблюдаемых в стохастических динамических системах со случайно изменяющейся структурой.*

*The third part of the methodology of high-precision filtering with random variable structure for multidimensional nongaussian random processes, observable in stochastic dynamic systems, is developed.*

### Введение

В первой части данной статьи [1] были представлены введение в рассматриваемую проблематику, а также краткая характеристика всех девяти этапов разрабатываемой методики.

Во второй части статьи [2] подробно рассмотрены первые шесть этапов разрабатываемой методологии высокоточной фильтрации случайных процессов, наблюдаемых в ДССС.

В данной третьей части статьи подробно изложены содержание седьмого, восьмого и девятого этапов предлагаемой методики, а также приведено общее заключение.

Для исключения путаницы во второй и третьей частях статьи использована единая сквозная нумерация формул.

В последующих статьях будут рассмотрены примеры применения теории классической калмановской фильтрации и разработанной высокоточной фильтрации негауссовых случайных процессов, протекающих в системе самонаведения авиационной ракеты при ее наведении на постановщики «малобазовых» (с консолей крыла одного самолета) и «большебазовых» (с двух самолетов) синхронных и несинхронных, медленных и быстрых мерцающих помех.

### 1. Содержание седьмого этапа методики высокоточной фильтрации негауссовых случайных процессов, наблюдаемых в ДССС

На седьмом этапе разрабатываемой методики осуществляется выбор критерия оптимальности фильтрации случайных процессов  $Y^{(l)}(t)$  и  $L(t)$ , а также синтез соответствующего данному критерию оптимального фильтра.

При использовании первого критерия оптимальности фильтрации – минимума среднего квадрата ошибки фильтрации  $\langle (Y(t) - \hat{Y}(t))^2 \rangle = \min$  – в качестве оптимальной оценки фильтруемого процесса случайной структуры  $\{Y^T(t), L(t)\}^T$  выбирается:

1. При наблюдаемых моментах переключения состояния структуры:

для дискретного процесса  $\hat{L}(t)$  – наблюдаемое состояние  $l$ , т. е.

$$\hat{L}(t) \equiv l; \quad (14)$$

для  $p$ -й фазовой координаты  $\hat{Y}_p(t)$  – ее апостериорное математическое ожидание, т. е.

$$\hat{Y}_p^{(l)}(t) = \hat{M}_p^{(l)}(t). \quad (15)$$

2. При ненаблюдаемых моментах переключения состояния структуры в качестве оптимальной оценки состояния структуры ДССС  $\hat{L}(t)$  принимается то состояние, для которого апостериорная вероятность (рассчитывается по формуле (3), приведенной в [2]) в данный момент времени максимальна, т. е.

$$\hat{L}(t) = \left\{ l : \hat{P}^{(l)}(t) = \max_{r=1, S} \hat{P}^{(r)}(t) \right\}. \quad (16)$$

Условная оптимальная оценка для  $p$ -й фазовой координаты также вычисляется по формуле (15), а ее безусловная (с учетом наличия  $S$  состояний структуры ДССС) оптимальная оценка рассчитывается так:

$$\hat{Y}_p(t) = \sum_{l=1}^S \hat{P}^{(l)}(t) \hat{M}_p^{(l)}(t). \quad (17)$$

При использовании второго критерия оптимальности фильтрации – максимума апостериорной ПРВ фильтруемого кусочно-непрерывного случайного процесса:

3. При наблюдаемых моментах переключения состояния структуры ДССС оптимальная оценка наблюдаемого состояния структуры вычисляется также по формуле (14), а условная оптимальная оценка для  $p$ -й фазовой координаты в  $l$ -м состоянии рассчитывается по следующей формуле:

$$\hat{Y}_p^{(l)}(t) = \text{Mod } \hat{\omega}_1^{(l)}(Y_p, t) = \hat{M}_p^{(l)}(t) + \frac{3 \hat{\mu}_{3p}^{(l)}(t)}{4 \hat{D}_p^{(l)}(t)} - \frac{5 \hat{\mu}_{3p}^{(l)}(t) \hat{\mu}_{4p}^{(l)}(t)}{12 (\hat{D}_p^{(l)}(t))^3}, \quad (18)$$

где *Mod* – мода условной апостериорной ПРВ в  $l$ -м состоянии;

$\hat{D}_p^{(l)}(t)$ ,  $\hat{\mu}_{3p}^{(l)}(t)$ ,  $\hat{\mu}_{4p}^{(l)}(t)$  – апостериорные дисперсия, третий и четвертый центральные моменты  $p$ -й фазовой координаты в  $l$ -м состоянии соответственно (рассчитываются по формулам (4)–(7), приведенным в [2]).

4. При ненаблюдаемых моментах переключения структуры ДССС условная оптимальная оценка состояния структуры также рассчитывается по формуле (16), условная оптимальная оценка  $p$ -й фазовой координаты в  $l$ -м состоянии – по формуле (18), а ее безусловная (с учетом наличия  $S$  состояний структуры ДССС) оптимальная оценка вычисляется так:

$$\hat{Y}_p(t) = \text{Mod } \sum_{l=1}^S \hat{\omega}_1^{(l)}(Y_p, t) \hat{P}^{(l)}(t) = \hat{M}_p(t) + \frac{3 \hat{\mu}_{3p}(t)}{4 \hat{D}_p(t)} - \frac{5 \hat{\mu}_{3p}(t) \hat{\mu}_{4p}(t)}{12 (\hat{D}_p(t))^3}, \quad (19)$$

где  $\hat{D}_p(t)$ ,  $\hat{\mu}_{3p}(t)$ ,  $\hat{\mu}_{4p}(t)$  – итоговые (с учетом наличия  $S$  состояний структуры ДССС) апостериорные дисперсии, третий и четвертый центральные моменты  $p$ -й фазовой координаты (рассчитываются по формулам (11)–(13), приведенным в [2]).

Знание апостериорных высших центральных моментов позволяет повысить точность оптимальной нелинейной фильтрации при оценивании негауссовых случайных процессов, при нелинейном КНСС, а также при наличии в них негауссовых или мультипликативных шумов.

На рисунке 1 представлена структурная схема высокоточного многоканального оптимального фильтра, обеспечивающего фильтрацию многомерного (в частном случае – одномерного) случайного процесса на выходе ДССС по первому (минимум СКО) и второму (максимум апостериорной ПРВ) критериям оптимальности при наблюдаемых моментах смены состояний структуры системы с точностью до учета апостериорных центральных моментов четвертого порядка.

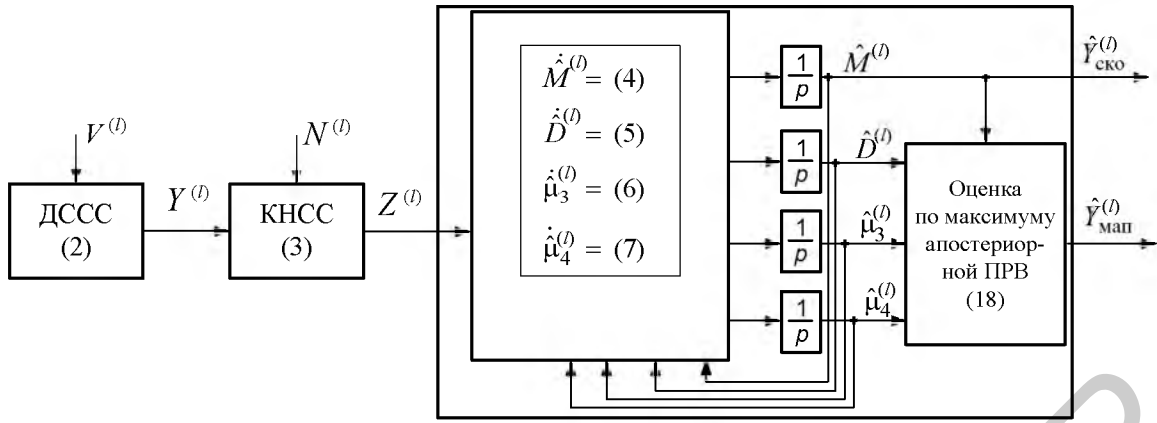


Рисунок 1. – Структурная схема высокоточного многоканального оптимального фильтра для фильтрации случайных процессов на выходе ДССС при наблюдаемых моментах смены структуры

На рисунке 2 показан многоканальный высокоточный оптимальный фильтр для оценивания случайных процессов в ДССС, на выходе которого получают оптимальные оценки для фильтруемых процессов  $\{Y^T(t), L(y, t)\}^T$  по обоим критериям оптимальности как при наблюдаемых, так и ненаблюдаемых моментах переключения состояния структуры ДССС.

Данный оптимальный фильтр содержит:

- 1)  $S$  фильтров  $(\Phi^{(1)}, \dots, \Phi^{(S)})$  со структурой, представленной на рисунке 1;
- 2) идентификатор состояний, рассчитывающий текущие значения вероятностей состояний структуры ДССС  $\hat{P}^{(l)}$  в соответствии с выражением (3), приведенном в [2], и оценку текущего состояния структуры ДССС в соответствии с выражением (16) данной статьи;
- 3) блок расчета безусловной (итоговой) оптимальной оценки фазовой координаты  $Y_p$  ( $p = \overline{1, N_Y}$ ) в соответствии с выражением (17);
- 4) блок расчета безусловных (итоговых) апостериорных центральных моментов  $\hat{M}_p, \hat{D}_{pk}, \hat{\mu}_{pki}, \hat{\mu}_{pkij}$  фазовых координат в соответствии с выражениями (10)–(13), приведенными в [2];
- 5) блок расчета безусловной (итоговой) оптимальной оценки переменной  $Y_p$  в соответствии с выражением (19);
- 6) синхронные переключатели выходов фильтров  $\Pi_1, \Pi_2$ , управляемые идентификатором состояний при ненаблюдаемых моментах переключения структуры ДССС или переключаемые в  $l$ -е состояние синхронно с ключом Кл.1 при наблюдаемых моментах переключения структуры ДССС.

Кроме того, выходы всех фильтров  $\Phi^{(1)}, \dots, \Phi^{(s)}$  между собой «перевязаны» для расчета апостериорных вероятностных моментов фазовых координат в соответствии с выражениями (4)–(7), приведенными в [2].

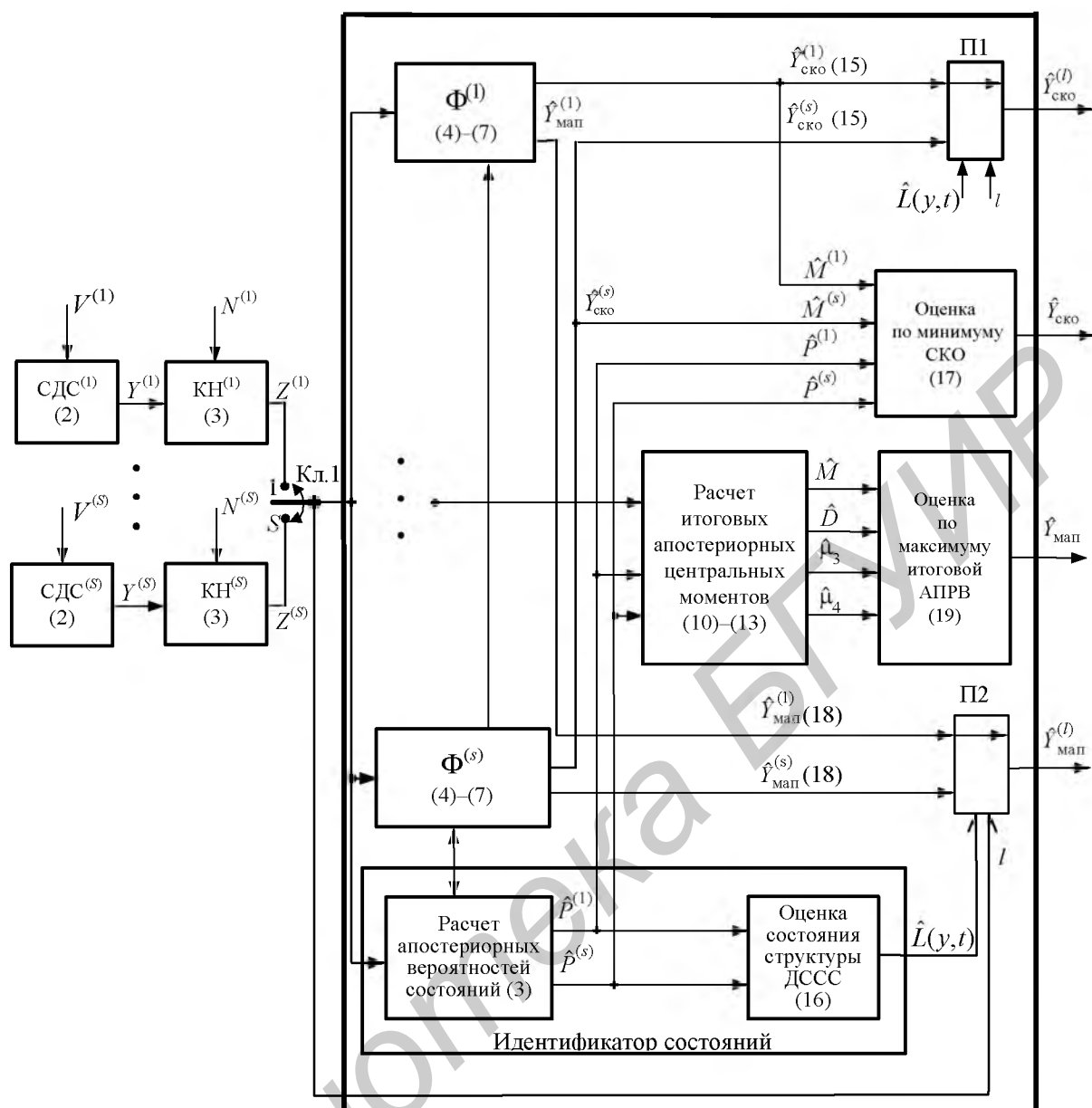


Рисунок 2. – Структурная схема высокоточного многоканального оптимального фильтра для фильтрации случайных процессов на выходе ДССС при наблюдаемых и ненаблюдаемых моментах смены структуры

На выходе данного многоканального высокоточного фильтра также получают оптимальные оценки для  $\{\hat{Y}^T(t), \hat{L}(y,t)\}^T$  по обоим критериям оптимальности как при наблюдаемых, так и ненаблюдаемых моментах переключения состояния структуры ДССС.

## 2. Содержание восьмого этапа методики

На восьмом этапе методики необходимо задать известные и рассчитать недостающие начальные условия для апостериорных вероятностей состояний структуры ДССС вида (3) (приведены в [2]) и апостериорных центральных моментов фильтруемого процесса вида (4)–(7) (приведены в [2]), которые затем будут интегрироваться на девятом этапе данной методики.

Поставленная задача решается в шесть подэтапов.



Решая систему нелинейных алгебраических уравнений (22) итерационным методом Ньютона – Рафсона [3], находим искомые недостающие начальные условия для учитываемых апостериорных центральных моментов фильтруемого процесса.

Как показали проведенные численные эксперименты, данная методика обеспечивает достаточную точность расчета недостающих начальных значений апостериорных центральных моментов фильтруемого процесса (наблюдаемой ДССС). Относительная погрешность расчетов не превышает 10 %.

### 3. Содержание девятого этапа методики

На девятом этапе методики осуществляется:

численное интегрирование на ЭВМ системы СДУ для учитываемых апостериорных центральных моментов и уравнения для апостериорных вероятностей состояний вида (3);

контроль и обеспечение требуемой точности интегрирования вышеуказанной системы СДУ для апостериорных центральных моментов;

уточнение алгоритмов фильтрации исходя из гауссового или негауссового вида апостериорной ПРВ фильтруемого процесса;

получение оптимальных оценок фильтруемого процесса случайной структуры  $\{Y^T(t), L(y, t)\}^T$  в реальном масштабе времени в соответствии с выбранным критерием оптимальности.

Проведенные исследования показали, что интегрирование полученных систем СДУ для центральных апостериорных моментов и вероятностей состояний ДССС целесообразно осуществлять либо методом Милна с модификацией Хемминга, либо экстраполяционным методом Грегга – Булирша – Штера [4–6]. Данные методы обеспечивают также автоматический выбор шага и контроль точности интегрирования указанных СДУ.

Уточнение алгоритмов фильтрации осуществляется итерационным образом с использованием следующей методики.

*Первое* – при первой итерации на интервале времени от  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t_k$  (где  $\Delta t_k$  – интервал контроля, равный 10–20 шагов интегрирования) интегрируются СДУ для апостериорных центральных моментов до четвертого порядка включительно. Затем по полученным значениям апостериорных центральных моментов третьего и четвертого порядков на каждом шаге интегрирования рассчитываются модули апостериорных коэффициентов асимметрии  $|\hat{A}_{3p}^{(l)}|$  и эксцесса  $|\hat{E}_{4p}^{(l)}|$  всех  $p$ -х ( $p = \overline{1, N_Y}$ ) фазовых координат фильтруемого многомерного процесса  $Y^{(l)}(t)$  в каждом  $l$ -м состоянии структуры по формулам:

$$\hat{A}_{3p}^{(l)} = \left| \frac{\hat{\mu}_{3p}^{(l)}}{(\hat{\sigma}_p^{(l)})^3} \right|; \quad (23)$$

$$\hat{E}_{4p}^{(l)} = \left| \frac{\hat{\mu}_{4p}^{(l)}}{(\hat{\sigma}_p^{(l)})^4} \right|, \quad (24)$$

где  $\hat{\mu}_{3p}^{(l)}, \hat{\mu}_{4p}^{(l)}$  – апостериорные центральные моменты  $p$ -й фазовой координаты третьего и четвертого порядков в  $l$ -м состоянии структуры, которые рассчитываются по формулам (6) и (7) соответственно, приведенным в [2];

$\hat{\sigma}_p^{(l)} = \sqrt{\hat{D}_p^{(l)}}$  – апостериорное среднеквадратическое отклонение  $p$ -й фазовой координаты фильтруемого многомерного процесса  $Y^{(l)}(t)$  в  $l$ -м состоянии, рассчитываемое на основании формулы (5), приведенной в [2].

Из теории вероятностей известно [7–11], что если модуль величины асимметрии не превышает 0,25 и модуль величины эксцесса не превышает 0,5, то с вероятностью 0,95 такой фильтруемый процесс является гауссовым (нормальным). Если все  $p$ -е фазовые координаты

в  $l$ -м состоянии структуры имеют нормальную ПРВ, то такой фильтруемый многомерный случайный процесс  $Y^{(l)}(t)$  является гауссовым.

Однако, как уже отмечалось выше, даже при гауссовой апостериорной ПРВ  $p$ -й фазовой координаты в  $l$ -м состоянии структуры, при смене структуры ДССС совместная и условная апостериорные ПРВ, выражения для которых приведены в [1], в общем случае уже не будут гауссовыми. Это обусловлено наличием в формулах для них слагаемых, связанных со сменой структуры ДССС, а также несовпадением начального значения  $p$ -й фазовой координаты в  $l$ -м состоянии структуры с ее конечным значением в предыдущем  $r$ -м состоянии.

В ряде случаев, например, когда начальное значение  $p$ -й фазовой координаты в  $l$ -м состоянии структуры совпадает с ее конечным значением в предыдущем  $r$ -м состоянии, то совокупный одномерный случайный процесс  $Y_p(t) = \sum_{l=1}^S Y_p^{(l)}$  не имеет разрывов и его совместная и условная апостериорные ПРВ будут гауссовыми.

Для проверки на гауссовость совокупного случайного процесса  $Y_p(t)$  в процессе интегрирования СДУ также рассчитываются модули апостериорных коэффициентов асимметрии  $|\hat{A}_{s_p}|$  и эксцесса  $|\hat{E}x_p|$  всех  $p$ -х ( $p = \overline{1, N_Y}$ ) фазовых координат фильтруемого многомерного процесса  $Y(t)$  с учетом наличия  $S$  состояний структуры по формулам:

$$\hat{A}_{s_p} = \frac{\hat{\mu}_{3p}}{(\hat{\sigma}_p)^3}; \quad (25) \quad \hat{E}x_p = \frac{\hat{\mu}_{4p}}{(\hat{\sigma}_p)^4}. \quad (26)$$

Затем по указанному выше критерию проверяется на гауссовость апостериорная ПРВ совокупного случайного процесса  $Y_p(t)$ . Если этот критерий выполняется для всех  $p$ -х ( $p = \overline{1, N_Y}$ ) фазовых координат фильтруемого многомерного процесса  $Y(t)$ , то такой процесс является гауссовым. В этом случае нет необходимости учитывать при фильтрации апостериорные центральные моменты выше второго порядка.

Если по результатам первой итерации модули величин асимметрии и (или) эксцесса для всех или части фазовых координат превысили указанные выше пороговые значения 0,25 и 0,5 соответственно, то фильтруемый процесс является негауссовым и при его фильтрации необходимо учитывать апостериорные высшие центральные моменты как минимум до четвертого порядка. Затем переходим ко второй итерации.

*Второе* – при второй итерации снова возвращаемся к начальному моменту времени интегрирования  $t_0$  и повторно интегрируем на интервале контроля  $t_0 + \Delta t_k$  СДУ для апостериорных центральных моментов, но уже с учетом апостериорного момента пятого порядка. По результатам интегрирования на каждом шаге снова рассчитываем модули величин асимметрии и эксцесса по формулам (23)–(26). Если относительный прирост величин этих модулей коэффициентов асимметрии и эксцесса для всех фазовых координат не превысил 5–10 % по сравнению с первой итерацией, то нет необходимости в дополнительном учете уравнений для апостериорных центральных моментов шестого порядка. В противном случае переходим к третьей итерации и снова интегрируем на ЭВМ СДУ для апостериорных центральных моментов, но уже до шестого порядка включительно.

Опыт решения восьми контрольных задач по фильтрации многомерных негауссовых случайных процессов с различными ПРВ показал, что при допустимой погрешности в 5 % нет необходимости учитывать апостериорные центральные моменты выше шестого порядка [1].

*Третье* – для дополнительной страховки по результатам интегрирования СДУ для апостериорных центральных моментов на каждом шаге интегрирования осуществляется расчет относительного изменения модулей апостериорных математических ожиданий

и апостериорных дисперсий (в  $l$ -м состоянии структуры ДССС и итоговых) всех  $p$ -х ( $p = \overline{1, N_Y}$ ) фазовых координат фильтруемого процесса по результатам вычислений при первой, второй или третьей итерациях по формулам:

для  $l$ -го состояния структуры ДССС

$$|\Delta \hat{M}_p^{(l)}| = \left| \frac{\hat{M}_{p(i+1)}^{(l)} - \hat{M}_{p(i)}^{(l)}}{\hat{M}_{p(i+1)}^{(l)}} \right| \cdot 100\%; \quad (27) \quad |\Delta \hat{D}_p^{(l)}| = \left| \frac{\hat{D}_{p(i+1)}^{(l)} - \hat{D}_{p(i)}^{(l)}}{\hat{D}_{p(i+1)}^{(l)}} \right| \cdot 100\%; \quad (28)$$

с учетом всех  $S$  состояний структуры ДССС

$$|\Delta \hat{M}_p| = \left| \frac{\hat{M}_{p(i+1)} - \hat{M}_{p(i)}}{\hat{M}_{p(i+1)}} \right| \cdot 100\%; \quad (29) \quad |\Delta \hat{D}_p| = \left| \frac{\hat{D}_{p(i+1)} - \hat{D}_{p(i)}}{\hat{D}_{p(i+1)}} \right| \cdot 100\%, \quad (30)$$

где в круглых скобках индекс  $(i + 1)$  или  $(i)$  означает, при какой итерации ( $i$ -й или  $(i + 1)$ -й)) берутся значения апостериорных математических ожиданий или апостериорных дисперсий в каждый момент времени счета СДУ для апостериорных центральных моментов.

Если модули приращений апостериорных математических ожиданий  $|\Delta \hat{M}_p^{(l)}|$ ,  $|\Delta \hat{M}_p|$  и дисперсий  $|\Delta \hat{D}_p^{(l)}|$ ,  $|\Delta \hat{D}_p|$  для всех фазовых координат не превышают заданной малой величины  $\varepsilon$  (например,  $\varepsilon \leq 5\%$ ), значит, задача оптимальной нелинейной фильтрации решена правильно с погрешностью не более  $5\%$  при учете апостериорных центральных моментов до выбранного порядка включительно. Если модули приращений апостериорных математических ожиданий и дисперсий для всех или части фазовых координат превышают заданную погрешность  $\varepsilon \leq 5\%$ , при учете апостериорных центральных моментов до шестого порядка включительно, значит, задача оптимальной нелинейной фильтрации решена неправильно и необходимо искать ошибки в уравнениях для апостериорных центральных моментов или в формулах для раскрытия усреднений от многоаргументных нелинейностей.

Уточнение порядка рассчитываемых на ЭВМ апостериорных центральных моментов фильтруемого процесса по вышеизложенной методике рекомендуется проводить в начале, середине и в конце процесса интегрирования этих уравнений на ЭВМ.

Получение оптимальных оценок фильтруемого процесса случайной структуры  $\{Y^T(t), L(y, t)\}^T$  осуществляется в реальном масштабе времени по формулам (14)–(19) в процессе интегрирования на ЭВМ (или на встроенном в ВВТ микропроцессоре) стохастических дифференциальных уравнений для апостериорных центральных моментов требуемого порядка.

Пример, подтверждающий работоспособность изложенной методологии высокоточной фильтрации случайных процессов в ДССС, будет рассмотрен в последующих статьях этих же авторов.

### Заключение

1. В трех частях данной статьи разработана общая методология адаптивной высокоточной оптимальной нелинейной фильтрации многомерных негауссовых случайных процессов с поглощением и восстановлением реализаций, наблюдаемых в непрерывных стохастических динамических (дифференциальных) системах со случайно изменяющейся структурой или (и) параметрами. Общность предлагаемой методологии обусловлена тем, что полученные общие алгоритмы оптимальной нелинейной фильтрации не зависят от конкретного вида:

стохастических дифференциальных уравнений, описывающих фильтруемый многомерный негауссовый случайный процесс  $Y^{(l)}(t)$  в  $l$ -м состоянии структуры ДССС;



уравнений канала наблюдения (измерителя)  $Z^{(l)}(t)$  в  $l$ -м состоянии и уравнений, описывающих процесс смены состояний структуры ДССС  $L(Y, t)$ , а выражаются через их обобщенные характеристики: вектор сноса  $A^{(l)}(Y, t)$  и диффузионную матрицу  $B^{(l)}(Y, t)$ , обновляющий процесс  $f^{(l)}(Y, z, t)$  и эквивалентную интенсивность смены состояния структуры системы  $v^{(r,l)}(Y, t)$ .

2. Разработанная методология позволяет решать задачи высокоточной оптимальной нелинейной фильтрации негауссовых случайных процессов  $\{\hat{Y}^T(t), \hat{L}(t)\}^T$  по трем основным критериям оптимальности: условному математическому ожиданию ( $\hat{Y}_p^{(l)}(t) = \hat{M}_p^{(l)}(t)$ ), моде ( $\hat{Y}_p^{(l)}(t) = \text{Mod } \hat{\omega}_1^{(l)}(Y_p, t)$ ) и медиане ( $\hat{Y}_p^{(l)}(t) = \text{Med } \hat{\omega}_1^{(l)}(Y_p, t)$ ) апостериорной ПРВ фильтруемого процесса как при наблюдаемых, так и ненаблюдаемых моментах смены (переключения) структуры ДССС.

3. Высокая точность разработанных алгоритмов оптимальной нелинейной фильтрации обусловлена итерационным учетом при фильтрации высших апостериорных центральных моментов произвольного  $R$ -го ( $R = 1, 2, 3, 4, \dots$ ) порядка фильтруемого многомерного негауссового процесса случайной структуры, а также использованием в них нового высокоточного метода раскрытия усреднений от одно- и многоаргументных нелинейностей произвольного вида по произвольной (гауссовой и негауссовой) условной апостериорной ПРВ, называемого методом статистической аппроксимации нелинейностей.

4. Адаптивность разработанных алгоритмов высокоточной оптимальной нелинейной фильтрации обусловлена автоматическим расчетом на ЭВМ (спецпроцессоре ВВТ) в реальном времени апостериорных асимметрий и апостериорных эксцессов всех фазовых координат фильтруемого многомерного процесса с их последующим сравнением с пороговыми значениями. Если величины модулей апостериорных асимметрий  $|\hat{A}_p^{(l)}|$  менее 0,25 и апостериорных эксцессов  $|\hat{E}_p^{(l)}|$  менее 0,5, то такой фильтруемый процесс с вероятностью 0,95 является гауссовым. В этом случае ЭВМ автоматически исключает из алгоритмов высокоточной фильтрации уравнения для высших апостериорных центральных моментов фильтруемого процесса и решает задачу калмановской фильтрации. При невыполнении этих условий ЭВМ на этапе приработки фильтра автоматически последовательно добавляет в расчетные алгоритмы фильтрации уравнения для третьего, четвертого, пятого и шестого высших апостериорных центральных моментов и осуществляет проверку точности решения задачи оптимальной нелинейной фильтрации. Итерационная процедура заканчивается при достижении относительной погрешности фильтрации не более 2–5 %. Решение восьми контрольных задач показало, что такая точность фильтрации обеспечивается при учете высших апостериорных центральных моментов фильтруемого процесса не выше шестого порядка для основных встречающихся на практике видов апостериорной ПРВ фильтруемого многомерного негауссового случайного процесса.

5. В статье приведены расчетные алгоритмы только для многомерного негауссового фильтруемого процесса с аддитивными шумами и безынерционного нелинейного канала наблюдения при независимых шумах в фильтруемом процессе и в канале наблюдения. В дальнейшем целесообразно продолжить исследования по данной проблематике для различных видов математических моделей фильтруемого процесса, канала наблюдения (измерителя) и процесса смены состояний структуры ДССС с решением контрольных задач.

#### Список литературы

1. Косачев, И. М. Методология высокоточной оптимальной фильтрации случайных процессов, наблюдаемых в стохастических динамических системах со случайно изменяю-

- щейся структурой (ч. 1) / И. М. Косачев, Ю. Е. Кулешов // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2016. – № 3 (52). – С. 57–66.
2. Косачев, И. М. Методология высокоточной оптимальной фильтрации случайных процессов, наблюдаемых в стохастических динамических системах со случайно изменяющейся структурой (ч. 2) / И. М. Косачев, Ю. Е. Кулешов // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2016. – № 4 (53). – С. 125–161.
3. Специальные главы математики (ч. 1): учеб. пособие / В. С. Чередниченко [и др.]. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2001. – 70 с.
4. Косачев, И. М. Аналитическое моделирование стохастических систем: моногр. / И. М. Косачев, М. Г. Ерошенков. – Минск: Навука і тэхніка, 1993. – 264 с.
5. Оксендаль, Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения / Б. Оксендаль. – М.: Мир, 2003.
6. Кузнецов, Д. Ф. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения / Д. Ф. Кузнецов. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2010. – 816 с.
7. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей: учеб. – Изд. 10 / Е. С. Вентцель. – М.: Академия, 2005. – 576 с.
8. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. / Л. К. Мартинсон [и др.]. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 424 с.
9. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – М.: Высш. образование, 2008. – 478 с.
10. Ивановский, Р. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad: учеб. пособие / Р. И. Ивановский. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 528 с.
11. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 816 с.

---

\*Сведения об авторах:

Косачев Иван Михайлович,  
Кулешов Юрий Евгеньевич,  
УО «Военная академия Республики Беларусь».  
Статья поступила в редакцию 15.04.2016 г.