

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет доуниверситетской подготовки и профессиональной ориентации
Кафедра высшей математики

СБОРНИК ТЕСТОВ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ
В 4-Х ЧАСТЯХ

Часть 1. Математика

МИНСК 2003

УДК 51 (075.8)
ББК 221я73
С 23

Авторы: О.Ф. Борисенко, Н.И. Кобринец, Л.А. Конюх,
В.А. Ранцевич, О.А. Феденя, В.В. Цегельник, Ж.А. Черняк

Борисенко О.Ф.
Сборник тестов для поступающих в вузы в 4 ч. Ч 1.
С 23 Математика./ Борисенко О.Ф., Кобринец Н.И., Конюх Л.А. и др.
Мн: БГУИР, 2003. - 20 с.

ISBN 985-444 -

Цель данного сборника – оказать помощь абитуриентам в подготовке к централизованному тестированию.

УДК 51 (075.8)
ББК 221я73

ISBN 985-444

© Коллектив авторов, 2003
© БГУИР, 2003

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Раздел 1. Арифметические вычисления, алгебраические преобразования. Прогрессии, текстовые задачи

Раздел 2. Рациональные уравнения. Неравенства, модули, теорема Виета

Раздел 3. Иррациональные уравнения, неравенства, системы уравнений

Раздел 4. Векторная алгебра

Раздел 5. Тригонометрия

Раздел 6. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Раздел 7. Исследование функций с помощью производной

Раздел 8. Функции, графики, плоские множества

Раздел 9. Планиметрия и стереометрия

Библиотека БГУИР

Введение

В настоящее время получили широкое распространение различные виды тестирования выпускников средних школ (и не только) по ряду учебных предметов. Особый интерес к тестам вызван введением централизованного тестирования, результаты которого могут быть засчитаны в качестве выпускного экзамена за курс средней школы и вступительного экзамена в ряд высших учебных заведений. Настоящий сборник задач для тестирования по математике подготовлен коллективом преподавателей кафедры высшей математики БГУИР и может быть использован школьниками и учителями при подготовке к централизованному тестированию и самоконтролю уровня математической подготовки.

В сборнике представлены следующие разделы: Арифметические вычисления, алгебраические преобразования. Прогрессии, текстовые задачи. Рациональные уравнения. Неравенства, модули, теорема Виета. Иррациональные уравнения, неравенства, системы уравнений. Векторная алгебра. Тригонометрия. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Исследование функций с помощью производной. Функции, графики, плоские множества. Задачи по планиметрии и стереометрии. Разделы охватывают весь курс математики средней школы.

Сборник предназначен для учащихся и преподавателей средних школ, слушателей подготовительных отделений и курсов, абитуриентов.

РАЗДЕЛ 1 Арифметические вычисления, алгебраические преобразования. Прогрессии, текстовые задачи

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
A1	Значение выражения $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}}$ равно	1) $1+\sqrt{2}$; 2) $-\sqrt{2}+1$; 3) $2\sqrt{2}-3$; 4) $-\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{2}-2$.
A2	Значение выражения $(2+\sqrt{3})\sqrt{8-\sqrt{48}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$ равно	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 5; 5) 4.
A3	Значение выражения $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt[3]{\frac{10+7\sqrt{2}}{10-7\sqrt{2}}}$ равно	1) 5; 2) 3; 3) 1; 4) 2; 5) 4.
A4	Значение выражения $\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ равно	1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; 2) $2-\sqrt{6}$; 3) $1-\sqrt{7}$; 4) $1-\sqrt{3}$; 5) 0.
A5	Значение выражения $\frac{4+\sqrt{5}}{\sqrt{21+8\sqrt{5}}} \cdot \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{9-4\sqrt{5}}}$ равно	1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 1; 4) 2; 5) $\frac{3}{2}$.
A6	После упрощения выражение $\left(\frac{8a^3+b^3}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b^{-1}}\right) : \frac{a^2}{2a-b}$ равно	1) 4; 2) 3; 3) $2a-b$; 4) $a+2$; 5) $b-2a$.
A7	После упрощения выражение $\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)(\sqrt{y}-\sqrt{x})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$ равно	1) $-4\sqrt{xy}$; 2) $4\sqrt{\frac{x}{y}}$; 3) $2\sqrt{\frac{y}{x}}$; 4) $2\sqrt{xy}$; 5) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$.
A8	После упрощения выражение $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right) \cdot \frac{3a-3b}{a+b}$ равно	1) 5; 2) 6; 3) 4; 4) -6; 5) 3.

№	Условие задания	Ответы
A9	Значение выражения $\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}}\right)(\sqrt{6}+11)$ равно	1) 15; 2) $-5\sqrt{6}$; 3) -97; 4) -115; 5) -112.
A10	Значение выражения $\frac{\sqrt{8+3\sqrt{7}} + \sqrt{8-3\sqrt{7}}}{\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}}$ равно	1) 5; 2) -3; 3) 4; 4) 2; 5) 3.
A11	Если при любом n сумма членов арифметической прогрессии $S_n = 3n^2 - 2$, то сумма $a_4 + a_5$ равна	1) 46; 2) 48; 3) 38; 4) 45; 5) 43.
A12	Если для суммы первых n членов геометрической прогрессии S_n при любом n выполняется равенство $\log_5(S_n + 1) = n$, то знаменатель прогрессии равен	1) 2; 2) 6; 3) 5; 4) 3; 5) 4.
A13	Если каждый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии в 4 раза больше суммы всех следующих за ним членов, то ее знаменатель равен	1) $\frac{1}{4}$; 2) 1; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{5}$.
A14	Если в геометрической прогрессии $b_3 = 2$, то произведение $b_1 b_2 b_3 b_4 b_5$ равно	1) 32; 2) 36; 3) 28; 4) 16; 5) -18.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Найдите значение синуса меньшего острого угла прямоугольного треугольника, длины сторон которого образуют арифметическую прогрессию.
Б2	Последовательность 2, 3, 6, 11, 18, ... обладает тем свойством, что разности соседних чисел составляют арифметическую прогрессию. Найдите ее член под номером 40.
Б3	Найдите сумму восемнадцати первых членов арифметической прогрессии, если $a_3 + a_7 + a_{12} + a_{16} = 126$.

№	Условие задания
Б4	В геометрической прогрессии $S_4 = 20$ и $b_2 + b_3 + b_4 + b_5 = 40$. Найдите знаменатель прогрессии.
Б5	Если в трехзначном числе первую цифру, равную 2, переставить на место последней, то полученное число окажется на 18 меньше первоначального. Найдите первоначальное число.
Б6	Бактерия, помещенная в колбу, за секунду делится на две бактерии, каждая из которых тоже через секунду делится на две и т.д. Через 1 минуту колба заполняется бактериями полностью. Сколько секунд потребуется для заполнения колбы, если сразу в нее поместить две бактерии?
Б7	Одна труба наполняет бассейн за 2 часа, а вторая – за 3 часа. За сколько минут обе трубы наполнят $\frac{1}{6}$ бассейна, работая вместе?
Б8	Цену товара снизили на 20%. На сколько процентов ее надо повысить, чтобы получить прежнюю цену?
Б9	Свежие грибы содержат 90% воды, а сушеные – 12%. Сколько получится килограммов сушеных грибов из 44 кг свежих?
Б10	Имеются два сплава меди и цинка. В первом сплаве меди в 2 раза больше, чем цинка, а во втором меди в 5 раз меньше, чем цинка. Во сколько раз больше надо взять второго сплава, чем первого, чтобы получить новый сплав, в котором цинка было бы в 2 раза больше, чем меди?

РАЗДЕЛ 2. Рациональные уравнения. Неравенства, модули, теорема Виета.

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
А1	Найдите произведение корней уравнения $3(x^2 + 2x - 1)^2 - 2(x^2 + 3x - 1)^2 + 5x^2 = 0$	1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{2}$.

№	Условие задания	Ответы
A2	Найдите среднее арифметическое корней уравнения $(2x + 8)^2(13x - 39) = 26(4x^2 - 64)(x - 3)$	1) $2\frac{1}{4}$; 2) $\frac{11}{2}$; 3) $3\frac{4}{6}$; 4) $2\frac{2}{3}$; 5) 4.
A3	Найдите сумму корней уравнения $2\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{3}\right) = \frac{4}{3} + \frac{2}{x^2} + \frac{x^2}{18}$	1) - 6; 2) -3; 3) 3; 4) 10; 5) 9.
A4	Найдите утроенную сумму корней уравнения $(x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) + (x+3)(x+4) + \dots + (x+6)(x+7) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 5 \cdot 6$	1) 15; 2) -20; 3) 6; 4) 0; 5) -24.
A5	Найдите сумму чисел A, B, C, для которых верно равенство $\frac{x^2 + 4}{(x^2 - 1)(x - 2)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1} + \frac{C}{x - 2}$	1) $\frac{11}{12}$; 2) 1; 3) $\frac{13}{12}$; 4) $\frac{7}{6}$; 5) 2.
A6	Найдите произведение таких значений a (или просто значение a , если оно одно), при которых уравнение $(a^3 - a^2 - 2a)x^2 + (a^2 + 4a + 3)x = 2a^3 + 3a^2 + a$ имеет более двух корней	1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2; 5) -2.
A7	Найдите количество целых a , при которых уравнение $ax^2 - 4x + a + 3 = 0$ имеет более одного корня.	1) 4; 2) 5; 3) 2; 4) 3; 5) 6.
A8	Найдите количество таких a , при которых уравнение $\frac{x^2 - ax + 1}{x + 3} = 0$ имеет единственное решение	1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) бесконечно много; 5) 1.
A9	Найдите произведение значений a и b , при которых корни уравнения $4x^2 + a(x - 1) + b = 0$ удовлетворяют системе $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$	1) 24; 2) -24; 3) 48; 4) -36; 5) -16.
A10	Найдите среднее арифметическое целых a , при которых решением неравенства $(x - a)^2(x - 2)(x + 3) \leq 0$ будет отрезок	1) -0,6; 2) 0; 3) -0,5; 4) 1,5; 5) -1,5.
A11	При каких a существует ровно три целых числа, являющихся решением системы неравенств $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$?	1) [2; 5]; 2) [3; 6]; 3) [4; 5]; 4) (4; 6); 5) (4; 5].

№	Условие задания	Ответы
A12	Укажите промежуток, содержащий значения параметра b , при которых число b является корнем уравнения $2x^2 - (1 - 3b)x + 5b = 0$	1) $(-2; 0)$; 2) $[0; 2)$; 3) $[-1; 0)$; 4) $(-0,5; 1)$; 5) $(-1; 0]$.
A13	Найдите число целых корней уравнения $ x^2 - 4 - x^2 - 9 = 5$, принадлежащих отрезку $[-7; 4]$	1) 2; 2) 4; 3) 7; 4) 5; 5) 3.
A14	Найдите произведение минимального и максимального корней уравнения $ x + 1 - x - 3 = x $	1) -8; 2) 16; 3) -16; 4) 8; 5) -32.
A15	Укажите промежуток, являющийся решением неравенства $ x^7 + 4x^5 + x^2 + 2x - 3 < x^7 + 4x^5 - x^2 - 2x + 3$	1) $(0; 1)$; 2) $(-3; 0)$; 3) $(-1; 0)$; 4) $(-3; 1)$; 5) $(0; 3)$.
A16	Найдите длину промежутка (или произведение длин промежутков, если их несколько), состоящего из всех таких a , при которых неполный квадрат суммы действительных корней уравнения $ax^2 + x + 5a + 2 = 0$ больше 3.	1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{20}$; 5) $\frac{5}{8}$.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	При каком значении a равенство $(2x + 5)(2a + 7) = (6a + 1)x + 10a + 35$ верно при всех действительных x ?
Б2	При каких значениях параметра a уравнения равносильны $2ax + 10x - 2a - 6 = 0$, $2ax + 10x - a = 0$?
Б3	Определите количество корней уравнения $4x^2 + 4x + 17 = \frac{12}{x^2 - x + 1}$
Б4	Найдите количество целых решений неравенства $(x^2 + x - 2)(x^2 + x) < 24$
Б5	Найдите минимальное значение a , при котором большее из двух чисел $5a - 1$ и $ 2a $ равно квадрату меньшего числа

№	Условие задания
Б6	Найдите произведение корней уравнения $ x-1 + x+1 + x-2 + x+2 + \dots + x-10 + x+10 = x^2 - 100$
Б7	Найдите наименьшее целое решение неравенства $\frac{5}{ x+2 +2} > x+2 - 2$
Б8	Найдите произведение количества решений системы и минимального значения y , если x и y удовлетворяют системе $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 5y = 5, \\ (x-2)(y-1) = 0. \end{cases}$
Б9	Найдите количество решений системы $\begin{cases} 4x-3 + 9-2y = 2, \\ \frac{y-4}{2x-1} = 1. \end{cases}$
Б10	Найдите пары чисел (x, y) (если их несколько), являющиеся решениями системы, и вычислите для них минимум $x + y$ (или просто $x + y$, если решение одно): $\begin{cases} y + 0,5 + x = -1, \\ x + 4 = 2y + 1. \end{cases}$
Б11	При каких значениях параметра a двойное неравенство $-3 \leq \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 1$ выполняется для всех действительных значений x ?

РАЗДЕЛ 3. Иррациональные уравнения, неравенства, системы уравнений.

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
А1	Укажите промежуток, содержащий корни уравнения $ \sqrt{x^2 - x} - x + x + \sqrt{x} = \sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x}$	1) $(-2; -1)$; 2) $(-3; 0)$; 3) $(-1; 1)$; 4) $(0; 1)$; 5) $(0; 2)$.
А2	Найдите сумму корней уравнения (или корень, если он единственный) $3 - \sqrt[3]{x} = 2\sqrt[3]{x^2}$	1) $-\frac{1}{2}$; 2) $-\frac{23}{4}$; 3) $-\frac{23}{8}$; 4) $-\frac{19}{8}$; 5) $-\frac{19}{4}$.
А3	Найдите кубический корень из отношения большего корня уравнения к меньшему $\frac{4}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{\sqrt[3]{x+3}}{5} = 2$	1) $\frac{3}{2}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{27}{4}$; 4) $\frac{5}{2}$; 5) 2.

№	Условие задания	Ответы
A4	Укажите промежутки, содержащий корень уравнения $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$	1) (0; 1); 2) (1; 2); 3) [1; 2); 4) (1; 3]; 5) [-3; -2).
A5	Найдите количество целых решений неравенства $\frac{\sqrt[10]{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt[10]{8-2x-x^2}}{2x+9}$	1) 8; 2) 9; 3) 10; 4) 6; 5) 7.
A6	Найдите сумму целых значений параметра a , принадлежащих интервалу $(-6; 6)$, для каждого из которых уравнение $\sqrt{x+a} = x+1$ имеет единственное решение	1) 0; 2) 10; 3) 14; 4) 9; 5) 12.
A7	Найдите произведение количества пар чисел (x, y) , являющихся решениями системы уравнений $\begin{cases} 2 x+3 + 11 y = 17,2, \\ \frac{3y-2,6}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{x+2}. \end{cases}$, и минимального решения x (если решений несколько).	1) -1; 2) -2; 3) 1,2; 4) -1,2; 5) 0,2.
A8	Укажите количество целых решений неравенства $3\sqrt[4]{\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8}} + 5\sqrt[6]{\frac{x^2-5x-6}{x^2+5x+6}} \geq 0$, принадлежащих отрезку $[-4; 4]$	1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.
A9	Найдите минимальное целое решение неравенства $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} + 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} < 4$	2) -5; 2) 5; 3) -3; 4) 3; 5) 2.
A10	Найдите среднее арифметическое целых решений неравенства $\frac{x + \sqrt{9-36x+36x^2}}{x^2-5x+6} \leq 2$, принадлежащих промежутку $(0; 10]$	1) 7; 2) 0; 3) 4; 4) 3,5; 5) 9.
A11	Найдите количество целых x , принадлежащих интервалу $(-2, 8)$ и области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-2}{\sqrt{4x+5}}} - 1$	1) 6; 2) 0; 3) 5; 4) 3; 5) 2.
A12	Выберите промежуток, принадлежащий множеству решений уравнения $\sqrt{(x-1)(x-2)} = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{2-x}$	1) (0; 2); 2) (-2; 2); 3) [2; 3); 4) [-2; 0]; 5) [3; 4].

№	Условие задания	Ответы
A13	Укажите номера уравнений, являющихся равносильными: 1) $\sqrt{x^2 - 1} = 0$; 2) $(x-1)\sqrt{x+1} = 0$; 3) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} = 1$; 4) $ x = 1$; 5) $x^2 + 3\sqrt{-x} = 1 + 3\sqrt{-x}$.	1) 1, 2, 3; 2) 3, 4, 5; 3) 2, 3, 5; 4) 1, 2, 5; 5) 1, 2, 4.
A14	Найдите сумму корней уравнения (или корень, если он единственный) $\sqrt{3 + \sqrt{5-x}} = \sqrt{x}$.	1) 5; 2) 1; 3) 4; 4) -5; 5) -4.
A15	Определите количество корней уравнения $\sqrt[3]{2+11x} + \sqrt[3]{2-11x} = 4$	1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 1; 5) 4.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Найдите сумму корней уравнения (или корень, если он единственный) $\sqrt{ 3x-9 } = x+3$
Б2	Найдите произведение корней уравнения (или корень, если он единственный) $\sqrt{x^2 - 32} = \sqrt{-4x}$
Б3	Найдите наименьший корень уравнения $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$
Б4	Найдите сумму решений неравенства $(x^2 + 3x - 10) \cdot \sqrt[8]{2x^2 + 5x + 2} \geq 0$, принадлежащих отрезку $[-5; 2]$
Б5	Найдите число целых решений неравенства $\sqrt[4]{\left(\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 4}\right)^4} + \sqrt{\left(\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}\right)^2} > 0$, принадлежащих интервалу $(-3; 3)$
Б6	Укажите промежутки, являющийся решением неравенства $\sqrt{1-x^2} < \sqrt[3]{4-x}$
Б7	Найдите наименьшее значение параметра a , при котором уравнение $\sqrt{2xy+a} = x+y+1$ имеет решение
Б8	Найдите количество таких a , при которых неравенства $\sqrt{x-a} \cdot \sqrt{x-1} > 0$ и $\sqrt{(x-a)(x-1)} > 0$ равносильны.

№	Условие задания
Б9	Найдите $\max(x + y)$, где пары чисел (x, y) являются решениями системы $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6}, \\ x^2 - y^2 = 5. \end{cases}$
Б10	Найдите произведение таких a , при которых система $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = a \end{cases}$ имеет единственное решение.
Б11	Найдите наименьшее решение неравенства $x - 1 < \sqrt{x + 3} \leq x + 2$

РАЗДЕЛ №4. Векторная алгебра.

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
А1	Если векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} имеют координаты $\vec{a}(3; -2)$, $\vec{b}(1; 1)$ и $\vec{c}(0; 5)$, то вектор $\vec{a} + k\vec{b}$ будет коллинеарен вектору \vec{c} при значении k равном...	1) 0; 2) 1; 3) 3; 4) -3; 5) 4.
А2	Сумма координат единичного вектора, противоположно направленного вектору $\vec{a}(-6; 3; -2)$, равна...	1) $\frac{5}{49}$; 2) $-\frac{5}{49}$; 3) $\frac{5}{7}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) $\frac{5}{11}$.
А3	Расстояние от начала координат до точки C , лежащей на оси абсцисс и одинаково удаленной от точек $A(2; 4; 6)$ и $B(4; 6; 8)$, равно...	1) 10; 2) 12; 3) 14; 4) 15; 5) 17.
А4	Вектор $\vec{c}(x; 9; 0)$ разлагается по векторам $\vec{a}(1; 2; 3)$ и $\vec{b}(3; 5; -6)$ при значении x , равном...	1) 5; 2) 1; 3) -3; 4) 8; 5) 10.
А5	Векторы $\vec{a}(x; -3; 5)$ и $\vec{b}(2; -5; -5)$ перпендикулярны при значении x , равном...	1) -1; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 5.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Даны три последовательные вершины параллелограмма ABCD: $A(-4; -3; -1)$, $B(2; -4; 0)$ и $C(4; -1; 1)$. Найдите квадрат длины диагонали BD
Б2	Известны координаты вершин треугольника $A(-6; -9; 24)$, $B(6; 3; 21)$ и $C(3; 12; 15)$. Найдите сумму координат точки пересечения медиан этого треугольника.
Б3	Найдите угол в градусах между единичными векторами \vec{a} и \vec{b} , если известно, что векторы $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{d} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$ перпендикулярны.
Б4	Известны координаты вершин треугольника $A(-1; -2; -4)$, $B(-4; -2; 0)$ и $C(3; -2; 1)$. Найдите в градусах угол B треугольника ABC.
Б5	Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = 60^\circ$, причем $ \vec{a} = 5$, $ \vec{b} = 8$. Определите $ \vec{a} - \vec{b} $.

РАЗДЕЛ №5. Тригонометрия

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	ОТВЕТЫ
A1	Наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - 1 = -\cos x$ равен	1) 45° ; 2) $\arctg 2$; 3) $180^\circ - \arctg 2$; 4) 225° ; 5) $180^\circ + \arctg 2$.
A2	Число корней уравнения $\sin 5x - \sin 3x = 2$ на отрезке $[0; 3\pi]$ равно	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
A3	Наибольшее целое число из области изменения функции $y = 12 \cos^2 x + 4 \sin^2 x + 7 \cos 2x + 5 \sin 2x - 4$ равно	2) 14; 2) 13; 3) 12; 4) 10; 5) 9.
A4	Если $\sin \alpha + \cos \alpha = a$, то $ \sin \alpha - \cos \alpha $ равно	1) $\sqrt{\frac{a^2 + 1}{2}}$; 2) $\sqrt{ a^2 - 1 }$; 3) $\left \frac{a+1}{2} \right $; 4) $\frac{1}{2} \sqrt{2+a^2}$; 5) $\sqrt{2-a^2}$.
A5	Значение выражения $\sin(\pi + \operatorname{arctg}(-\sqrt{15}))$ равно	1) 0,25; 2) -0,25; 3) 0,5; 4) -0,5; 5) 0,75.

№	Условие задания	Ответы
А6	Если $\sin(\alpha + \beta) = 2\sin(\alpha - \beta)$, то $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$ равно	1) -1; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.
А7	Выражение $3 + \sin\alpha + a\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$ не зависит от α при значении a , равном	1) -1; 2) 1; 3) 2; 4) 0,5; 5) 4.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Вычислите $8\left(\cos^4 1 - \frac{1}{8}\cos 4 - \frac{1}{2}\cos 2\right)$
Б2	Найдите наибольшее отрицательное решение неравенства $\arcsin \frac{1}{x} + \arccos \frac{1}{x} < 2$
Б3	Найдите число решений уравнения $ \cos 3x ^{2\cos^2 x + 5\sin x - 4} = 1$, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$.
Б4	Найдите наименьшее значение выражения $4\cos^2 x + 12\cos x + \operatorname{ctg}^2 y - 8\operatorname{ctg} y$
Б5	Найдите в градусах наибольший отрицательный корень уравнения $\sin 4x + \cos 6x = 0$.
Б6	Найдите число решений уравнения $\sin^5 x + \cos^6 x = 1$, принадлежащих отрезку $[0; 2\pi]$.
Б7	Вычислите $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$

РАЗДЕЛ №6. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
А1	Сумма корней уравнения $\frac{1}{3^{\log_x 3}} = 2 - x^2$ равна	1) 1; 2) -2; 3) нет; 4) -1; 5) 2.
А2	Уравнение $(x - 5)\log_2 a = 0$ имеет единственное решение, если параметр a принадлежит множеству	1) $(-\infty; 1]$; 2) $(1; 2)$; 3) $(0, \infty)$; 4) $(0, 1) \cup (1, \infty)$; 5) $(1, \infty)$

№	Условие задания	Ответы
A3	Решение неравенства $\log_{\frac{x+1}{x+7}} 0,5 > 0$ составляет множество	1) $(-7, \infty)$; 2) $(\frac{1}{7}, \infty)$ 3) $(7, \infty)$; 4) $(-\infty, -7) \cup (-1, \infty)$; 5) $(-1, \infty)$.
A4	Решением неравенства $\{\lg x\} > \lg x$ ($\{x\}$ - дробная часть числа) является множество	1) $[0; 1]$; 2) $(0; 1]$; 3) $(0; 1)$; 4) $(0; 10]$; 5) $(0; 10)$.
A5	Сумма корней уравнения $x^{\sqrt{x^2-1}} = (\operatorname{ctg} x)'$ равна	1) 1; 2) -1; 3) нет; 4) $k\pi + 1$; 5) $\frac{\pi}{2} + k\pi$.
A6	Решения неравенства $\lg(x^3 - x) - \lg x > \lg \frac{\sqrt{x^2}}{[x] + \{x}}$ ($[x], \{x\}$ - соответственно целая и дробная части числа) составляет множество.	1) $(0; 1]$; 2) $[\sqrt{2}, \infty)$; 3) $(\sqrt{2}; \infty)$; 4) $(0; 1)$; 5) $(1; \infty)$.
A7	Решением неравенства $a \cdot 3^x \leq a^2$ является множество действительных чисел, если значения параметра a удовлетворяют условию	1) $a \leq 0$; 2) $a \geq 1$; 3) $a < 0$; 4) $a > 0$; 5) $a \geq 0$.
A8	Произведение корней уравнения $x^2 \cdot 3^{x+1} - x^2 = 12 \cdot 3^{x+2} - 36$ равно	1) 36; 2) -36; 3) 6; 4) -2; 5) -12.
A9	Сумма корней уравнения $2^x + 2^{-x} = 1 + \cos x$ равна	1) 5; 2) 2; 3) 0; 4) $2k\pi$; 5) $\frac{\pi}{2} + k\pi$
A10	Произведение корней уравнения $72 \cdot 3^x \cdot 4^x = (12^{x-1})^x \cdot \frac{1}{24}$ равно	1) 3; 2) 4; 3) 4; 4) 0; 5) -3.
A11	Сумма корней уравнения $\frac{1}{\sqrt{2x-2}} = (2x-2)^{\frac{\log_{\frac{1}{36}}(12-x-x^2)}{36}}$ равна	1) 3,5; 2) 4,5; 3) 4; 4) 0,5; 5) -3.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Найдите число целых решений неравенства $\sqrt{\log_2 \frac{3x-1}{2-x}} < 1$
Б2	При каких значениях параметра a уравнение $2\log_3^2 x - \log_3 x + a = 0$ имеет 4 корня ?
Б3	Найдите корень уравнения $2^{x-1} + 2^{x-4} + 2^{x-2} = 6,5 + 3,25 + 1,625 + \dots$
Б4	При каких значениях параметра a уравнение $4^x - (a+3) \cdot 2^x + 4a - 4 = 0$ имеет ровно один корень?
Б5	Найдите число целых решений неравенства $ x-8 (\log_7(x^2 - 3x - 4) + \frac{\log_7 6}{\log_2 0,5}) \leq 0$

РАЗДЕЛ №7. Исследование функций с помощью производной.

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
А1	Сумма абсцисс точек , в которых касательные к графику функции $y = \frac{x^3}{6} = x+1$ перпендикулярны прямой $y - 2x + 1 = 0$, равна	1)1;2)2; 3)0; 4)-1; 5)-3
А2	Сумма ординат точек пересечения с осями координат касательных к графику функции $y = \frac{3x-1}{x+8}$ и образующих угол в 45° с осью абсцисс, равна	1)4; 2)20; 3) 22; 4)21; 5)-24.
А3	Прямая $y=ax+4$ касается графика функции $y = \frac{-10}{x}$, если значение параметра равно	1)-0,4; 2)0,5; 3)-5; 4)1; 5)0,4.
А4	Максимум функции $y = 3ax^2 - 12ax + a^2 - 11$ равен 2 , если значение параметра равно	1)-13; 2)13) 3)1; 4)-1; 5) 4.
А5	Критические точки функции $y = x^3 - 2,4x^2 + ax - 8,4$ не являются точками экстремума , если параметр a равен	1)1; 2)-2) 3)1,92;. 4)-1,92; 5)3,84.

№	Условие задания	Ответы
А6	Количество целых значений x , принадлежащих интервалам убывания функции $y = \frac{4}{3}x^3 + \frac{256}{x}$ и находящихся на отрезке $[-6 ; 6]$, равно	1)2; 2)3; 3) 4; 4)5; 5) 6
А7	Наименьшее значение функции $y = e^{x-a} - x$ равно -10 , если параметр a равен	1)-11);2)11;3)5; 4)10; 5)-10.

Б. Задания без вариантов ответа для выбора

№	Условие задания
Б1	Найдите наибольшее значение функции $y = 4x^3 - x x-2 $ на отрезке $[0;3]$.
Б2	Найдите сумму значений параметра a , при которых $x=6$ является точкой экстремума функции $y = (x-a)^3 - 3x + a$.
Б3	Найдите все значения параметра a , при которых функция $y = \frac{a^2-1}{3}x^3 + (a-1)x^2 + 2x + 7 \log a$ возрастает на \mathbb{R}
Б4	Для каких значений параметра a наибольшее значение функции $y = ax + \frac{2}{x}$ на отрезке $[1;2]$ достигается на правом конце отрезка ?

№	Условие задания
Б5	Для каких значений параметра a наименьшее значение функции $y = x^3 - 2ax^2 + 1$ на отрезке $[0;1]$ достигается на правом конце отрезка?
Б6	Касательная к графику функции $y = 1/x^2$ такова, что абсцисса c точки касания принадлежит отрезку $[11;13]$. При каком значении c площадь треугольника, ограниченного этой касательной, осью OX и вертикальной прямой $x=6$, будет наибольшей?
Б7	В треугольник периметра 16 вписана окружность. К этой окружности проведена касательная, параллельная одной из сторон треугольника. Найдите наибольшее значение длины отрезка этой касательной, заключенного между двумя другими сторонами треугольника.

РАЗДЕЛ №8. Функции, графики, плоские множества.

А. Задания с выбором ответа.

№	Условия задач	Ответы
А1	Какие из функций являются нечетными: 1) $\sin(x + \pi/4)$; 2) $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$; 3) $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} 3x}$; 4) $x \cos 2x$; 5) $x + \sin x$.	1) (1,2,4); 2) (2,3,4); 3) (2,4,5); 4) (1,4,5); 5) (2,3,5)
А2	Найдите $g(f(x))$, если $f(x)=x/3-2$, $g(x)=1/(2x+1)$	1) $3/(2x-9)$; 2) $1/(4x+3)$; 3) $-(12x+5)/(6x+3)$; 4) $1/(2x+1)$; 5) $1/(x/3+1)$
А3	Задайте функцию $y=f(t)$, определяющую ординату точки пересечения графиков $y=3x-2$, $y=t-2x$.	1) $(3t-4)/5$; 2) $3t-2$; 3) $(t-y)/2$; 4) $t-4/5$; 5) $(t+4)/5$
А4	Задайте функцию, выражающую расстояние от точки M с абсциссой x графика $y=3x+7$ до прямой $x = -2$	1) $y = 3x + 5 $; 2) $y = 3x + 5$; 3) $y = x + 2 $; 4) $y = 2x$; 5) $y = \sqrt{(x + 2)^2 + (3x + 7)^2}$

№	Условие задания	Ответы
A5	Уравнение прямой, проходящей через точку M(1,1) перпендикулярно прямой $y=3x+5$, имеет вид	1) $y=-x/3+4/3$; 2) $y=-3x+4$; 3) $y=x/3+2/3$; 4) $y=3x-2$; 5) $y=-3x+4$
A6	Составьте уравнение прямой, параллельной оси ординат и пересекающей окружность $x^2 + y^2 = 25$ в точках M и N так, что длина $MN=5$	1) $x+y=5$; 2) $y=2,5$; 3) $y = 5\sqrt{3}/2$; 4) $y = -5\sqrt{3}/2$; 5) $x = \pm 5\sqrt{3}/2$
A7	Уравнение прямой, проходящей через точку M($\sqrt{3}$, 3) и образующей с осью Oх угол 150° , имеет вид	1) $y = x\sqrt{3}$; 2) $y = 4 - x/\sqrt{3}$; 3) $y = 2 + x/\sqrt{3}$; 4) $y = 6 - \sqrt{3}x$; 5) $y = x/2$
A8	Если $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 7 & \text{при } x \geq 0 \\ g(x) & \text{при } x < 0 \end{cases}$ - четная функция, то $g(x)$ равно	1) $-x^2 - 3x + 7$; 2) $x^2 - 3x - 7$; 3) $x^2 + 3 x - 7$; 4) $ x^2 + 3x - 7 $; 5) $-x^2 - 3x - 7$.
A9	При каких x график функции $y = -3x^2 + 5x + 13$ не ниже, чем график функции $y = (3x+1)(1-x)$?	1) $x > -4$; 2) $x \leq -4$; 3) $x \in R$; 4) $x \geq -4$; 5) $x < -4$
A10	Пусть $\max\{f(x); g(x)\}$ - наибольшее из значений функций $f(x)$ и $g(x)$. Тогда все x , для которых выполняется соотношение $\max\{1/x; 5x - 4\} \geq x^2$, принадлежат промежутку	1) $(0; 4)$; 2) $(0; 4]$; 3) $(4; +\infty)$; 4) $(-\infty; 0) \cup (0; 4)$; 5) $[1; 4]$
A11	Если $f(x) = 1/(3x+1)$, то функция $g(x)$, обратная функции $f(x)$, равна	1) $1/(3x+1)$; 2) $(1-x)/(3x)$; 3) $3x/(1-x)$; 4) $(1-y)/(3y)$; 5) $1/(3y+1)$
A12	Значение функции $f(x; y) = \frac{x^2 - y^2 \cos((y-2x)/y)}{3x^2 - 5xy + 7y^2}$ во всех точках прямой $y=2x$ ($x \neq 0$) принадлежит промежутку	1) $(0; 1)$; 2) $(-1; 0)$; 3) $(2; 3)$ 4) $[0; 2]$; 5) $(5; 10)$
A13	Длина границы плоской фигуры, заданной неравенствами $x^2 + y^2 \leq 576$, $x - y \leq 0$, $y \geq 0$, равна	1) $18\pi + 48$; 2) 216π ; 3) 48 ; 4) 18π ; 5) $24\pi + 48$

№	Условие задания	Ответы
A14	Площадь плоской фигуры, заданной неравенствами $\begin{cases} -\pi/2 \leq \arcsin y \leq \pi/2; \\ x+y \leq 2 \end{cases}$, равна	1) 16; 2) 4; 3) 8; 4) 32; 5) 4π
A15	При каких значениях c вершина параболы $y = x^2 + 6x + c$ находится на расстоянии, равном 5, от начала координат?	1) $\{-3; 9\}$; 2) $\{5; 13\}$; 3) $\{5; -5\}$; 4) $\{-3; -5\}$; 5) $\{6; -6\}$

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Какова абсцисса точки с наибольшей ординатой среди множества точек плоскости, заданного неравенствами $\begin{cases} y - x^2 \geq -5, \\ 4x + y \leq 0? \end{cases}$
Б2	Если M и B - точки на графике функции $y=3x-7$, равноудаленные от осей координат, то сумма абсцисс этих точек равна
Б3	Если график функции $y = x^3 - 5x^2$ и прямая $y + 7x - 3 = 0$ имеют точку касания, то ордината точки касания равна
Б4	Найдите функцию $f(x)$, удовлетворяющую условию $f(3x)=7x+2$ и решите уравнение $f(x)=16$.
Б5	Найдите наибольшее значение суммы координат точки, принадлежащей множеству $\begin{cases} 3x + 2y \leq 140, \\ x - y \leq 9 \end{cases}$
Б6	Про некоторую нечетную функцию известно, что при $x > 0$ она задается формулой $f(x) = 1 - 1/\sqrt{x}$. Решите уравнение $f(x) = 4$.
Б7	Найдите наименьшее расстояние между точками кривой $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$ и прямой $y = -5$.
Б8	Найдите сумму p и q , если точка $A(1; -2)$ является вершиной параболы $y = x^2 + px + q$.
Б9	Укажите сумму целых значений a , при которых графики $y = 2ax + 1$ и $y = (a - 6)x^2 - 2$ не пересекаются.
Б10	Найдите кратчайшее расстояние от точки $A(3; 4)$ до точек множества, определяемого уравнением $(x^2 + y^2)(x^2 + 1) = x^2 + 1$
Б11	Дана функция $f(x) = \left(\frac{3+4x}{3-4x}\right)^{2/x}$. Вычислите $\frac{f(0,59)}{f(-0,59)}$.

№	Условие задания
Б12	Укажите число решений уравнения $\sin x = \lg x$.
Б13	На прямой $x+y=9$ найдите абсциссу точки, равноудаленной от точек $A(-2;-3)$ и $B(4;1)$.
Б14	Найдите сумму значений b , при которых графики функций $y = 2bx^2 + 2x + 1$ и $y = 5x^2 + 2bx - 2$ пересекаются в одной точке.
Б15	Найдите период функции $y = \operatorname{tg}(\pi x / 2) + \operatorname{tg}(2\pi x) / 5$

Раздел № 9. Задачи по стереометрии и планиметрии

А. Задания с выбором ответа.

№	Условие задания	Ответы
А1	В треугольнике ABC $BC=7$, $AC=4$, $AB=x$. Задайте функцию $f(x)$, определяющую квадрат площади треугольника по формуле Герона.	1) $(121 - x^2)(x^2 - 9)/16$; 2) $(11 - x)^2(x + 3)^2 / 4$ 3) $(x^2 - 121)(x^2 - 9)/16$; 4) $(121 - x^2)(9 - x^2)/16$; 5) $(121 - x^2)(x^2 - 9)/4$
А2	Если расстояние от боковой стороны длиной a равнобедренного треугольника до центра описанной около него окружности равно b , то радиус этой окружности равен	1) $\sqrt{a^2 - 4b^2}$; 2) $a / \sqrt{3}$; 3) $\sqrt{a^2 + 4b^2} / 2$; 4) $\sqrt{a^2 - b^2}$; 5) $a / 2$
А3	Диагонали выпуклого четырехугольника равны a и b , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, равны. Найти площадь четырехугольника.	1) $ab/4$; 2) $(a + b)^2$; 3) $ab/2$; 4) $(a - b)^2 / 2$; 5) ab .
А4	Если a и b – длины оснований трапеции ($a > b$), то отрезок средней линии трапеции, заключенный между диагоналями, равен...	1) $(a+b)/3$; 2) $(a+b)/6$; 3) $(a-b)/2$; 4) $a/2 - b$; 5) $a - b$.

№	Условие задания	Ответы
A5	Если r - радиус окружности, MB - секущая, проходящая через центр окружности, а MA - касательная в точке A и $MB=2MA$, то расстояние от центра окружности до точки M равно...	1) $3r$; 2) $4r/3$; 3) $2r$; 4) $5r/3$; 5) $r\sqrt{2}$.
A6	Если в равносторонний треугольник вписан другой равносторонний треугольник, вершины которого лежат на сторонах первого треугольника и делят каждую сторону в отношении $2:3$, то отношение площади вписанного треугольника к площади описанного равно...	1) $0,25$; 2) $18/25$; 3) $2/3$; 4) $7/9$; 5) $7/25$.
A7	Если в треугольнике ABC медиана $AM=a$ перпендикулярна медиане $BN=b$, то площадь треугольника равна ...	1) ab ; 2) $ab/3$; 3) $2ab/9$; 4) $ab/2$; 5) $2ab/3$.
A8	Если длина меньшей стороны параллелограмма равна a , а биссектрисы углов при большей стороне пересекаются на противоположной стороне, то периметр параллелограмма равен...	1) $12a$; 2) $6a$; 3) $9a$; 4) $8a$; 5) $4a$.
A9	Если в треугольнике ABC сторона $AC=3$, $AB=9$, то длина медианы, проведенной из A , изменяется в пределах...	1) $(3;9)$; 2) $(6;12)$; 3) $(3;6)$. 4) $(0;6)$; 5) $[0;6]$.
A10	Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна d и составляет с боковыми гранями углы в 45° и 30° . Тогда объем параллелепипеда равен...	1) $d^3 \sqrt{2}/8$; 2) $d^3 \sqrt{2}/4$; 3) $d^3/8$; 4) $d^3 \sqrt{3}/8$; 5) $d^3 \sqrt{2}/24$.

Б. Задания без вариантов ответа

№	Условие задания
Б1	Если биссектриса одного из острых углов прямоугольного треугольника делит противоположный катет в отношении $1:2$, то меньший угол этого треугольника равен...
Б2	Если в равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к боковой стороне, равна 3 и составляет с основанием угол $\alpha = 15^\circ$, то площадь треугольника равна ...

№	Условие задания
Б3	Два равных круга внутренне касаются третьего круга и касаются между собой. Если периметр треугольника, вершинами которого являются центры кругов, равен 18, то радиус большего круга равен...
Б4	Если площадь ромба равна 20, а диагонали относятся как 2:1, то сторона ромба равна...
Б5	В параллелограмме ABCD диагональ AC=9. Точка E- середина стороны AD. Тогда если BE перпендикулярно AC и BA=5, то площадь параллелограмма равна...
Б6	Боковое ребро правильной треугольной призмы равно высоте основания, а площадь сечения, проведенного через боковое ребро и высоту основания, равно 27. Найдите объем призмы.
Б7	Два конуса имеют общую высоту и параллельные основания, радиусы которых равны 30 и 20. Найдите радиус окружности, по которой они пересекаются.
Б8	В полушар радиуса $\sqrt{1,5}$ вписан куб так, что четыре его вершины лежат на основании полушара, а другие четыре вершины расположены на его сферической поверхности. Найдите объем куба.
Б9	Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 18, а двугранный угол при основании равен 45° . Вычислите объем пирамиды.
Б10	Две прямые взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости П. Расстояние от точки М, не лежащей в этой плоскости, до каждой из этих прямых, равно 3, а до точки пересечения прямых равно $\sqrt{10}$. Найдите квадрат расстояния от М до плоскости П.
Б11	Площадь боковой поверхности цилиндра равна 125π . Если Площадь боковой образующая цилиндра равна радиусу его основания, то площадь осевого сечения равна...

Учебное издание
Борисенко Олег Федорович
Кобринец Николай Иванович
Конюх Людмила Афанасьевна и др.

Сборник тестов
для поступающих в вузы
В 4-х частях.

Часть 1. Математика

Редактор Т. Н. Крюкова
Корректор Е. И. Батурчик
Компьютерная версия

Подписано в печать

Формат 60×84 1/16

Бумага

Печать

Гарнитура

Усл. печ. л.

Уч.-изд.л.

Тираж

экз.

Заказ

Издатель и полиграфическое исполнение:

Учреждение образования

“Белорусский государственный университет информатики и
радиоэлектроники”

Лицензия ЛП №156 от 30.12.2001

Лицензия ЛВ №509 от 05. 08. 2001

220013, Минск , П. Бровка , 6