Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра высшей математики

Сборник

контрольных работ по курсу высшей математики для студентов экономических специальностей БГУИР всех форм обучения

Минск 2004

УДК 517 (075.8)
ББК 22.1 я 73
С 23

Составители:
А.А. Карпук, Р.М. Жевняк, В.Г. Шилкин

Сборник контрольных работ по курсу высшей математики для
С 23 студ. экон. спец. БГУИР всех форм обуч. / Сост. А.А. Карпук, Р.М. Жевняк, В.Г. Шилкин. – Мн.: БГУИР, 2004. – 35 с.
ISBN 985-444-653-0

Данное издание содержит контрольные работы по курсу высшей математики и может быть использовано для проведения практических занятий, на промежуточных экзаменах, коллоквиумах, итоговых контрольных работах по отдельным разделам курса.

УДК 517 (075.8)
ББК 22.1 я 73

ISBN 985-444-653-0

СОДЕРЖАНИЕ

Контрольная работа “Линейная алгебра”

Структура контрольной работы:

1. Вычислить определитель.

2. Найти ранг матрицы.

3. Решить систему методом Крамера.

4 – 5. Исследовать системы на совместность и в случае совместности решить их.

6. Решить матричное уравнение или найти обратную матрицу.

Вариант 1

1. $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - x_3 - 8x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 8 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 6 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 3 = 0. \end{cases}$

6. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}.$

Вариант 2

1. $\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + 3x_3 = 16, \\ 5x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = -2, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -2. \end{cases}$

6. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}.$

Вариант 3

1. $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_3 - 5x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$

6. $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}.$

Вариант 4

1. $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 6x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$

Вариант 5

1. $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 47 & -67 & 35 & 201 & 155 \\ 26 & 98 & 23 & -294 & 86 \\ 16 & -428 & 1 & 1284 & 52 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$

6. $X \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{bmatrix}.$

Вариант 6

1. $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$

6. $X \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}.$

Вариант 7

1. $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ 11 & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$

3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -2, \\ x_2 + x_3 = -5. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$

6. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{bmatrix}.$

Контрольная работа
“АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ”

Вариант 1

1. Даны три вектора: $\vec{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$**;** $\bar{b} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{c} = 3\bar{i} + 2\bar{j} - 4\bar{k}$. Найти вектор $\bar{x}$, удовлетворяющий условиям $(\bar{x}, \bar{a}) = -5$, $(\bar{x}, \bar{c}) = 20$, $(\bar{x}, \bar{b}) = -11$.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $P(2; 0; -1)$ и $Q(1; -1; 3)$ и перпендикулярной плоскости $3x + 2y - z + 5 = 0$.

3. Даны прямая $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$ и вне её точка $M(1; 1; 1)$. Найти точку N, симметричную точке M относительно данной прямой.

4. При каких A и B плоскость $Ax + By + 3z - 5 = 0$ перпендикулярна к прямой $x = 3 + 2t$, $y = 5 - 3t$, $z = -2 - 2t$?

5. Определить расстояние от точки $M(2; -1)$ до прямой, отсекающей на осях координат отрезки $a = 8$, $b = 6$.

6. Построить область решений системы неравенств:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 6, \\ x_1 + 4x_2 \le 8, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти проекцию точки $C(3;-4;-2)$ на плоскость, проходящую через прямые $\frac{x-5}{13}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+3}{-4}$ и $\frac{x-2}{13}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{-4}$.

2. Найти уравнение плоскости, зная, что точка $P(4;-3;12)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

3. Найти угол между прямыми $\begin{cases}4x-y-z+12=0,\\ y-z-2=0\end{cases}$ и $\begin{cases}3x-2y+16=0,\\ 3x-z=0.\end{cases}$

4. Найти, при каких значениях l и m уравнения $2x+ly+3z-5=0$ и $mx-6y-6z+2=0$ определяют параллельные плоскости.

5. Даны вершины треугольника $A(0;0)$, $B(-1;-3)$ и $C(-5;-1)$. Составить уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника и параллельных его сторонам.

6. Построить область решений системы неравенств: $\begin{cases}2x_1+5x_2\le 10,\\ 2x_1+x_2\le 6,\\ x_1+2x_2\ge 2.\end{cases}$

Вариант 3

1. Даны три вектора: $\overline{a}=3\overline{i}-6\overline{j}-\overline{k}$; $\overline{b}=\overline{i}+4\overline{j}-5\overline{k}$ и $\overline{c}=3\overline{i}-4\overline{j}+12\overline{k}$. Вычислить $Пр_{\overline{c}}(\overline{a}+\overline{b})$.

2. Найти уравнение плоскости, точки которой равноудалены от точек $P(1;-4;2)$ и $Q(7;1;-5)$.

3. Треугольник ABC образован пересечением плоскости $x+2y+4z=$ $=0$ с координатными плоскостями. Найти уравнение средней линии треугольника, параллельной плоскости XOY.

4. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$ и $2x+3y+z-1=0$.

5. Даны стороны треугольника: $x+y-6=0$; $3x-5y+14=0$ и $5x-3y-14=0$. Составить уравнения его высот.

6. Построить область решений системы неравенств: $\begin{cases}3x_1+x_2\ge 8,\\ 2x_1-3x_2\le 6,\\ x_1\ge 0,\quad x_2\ge 0.\end{cases}$

Вариант 4

1. Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми:
$\frac{x+7}{3}=\frac{y+4}{4}=\frac{z+3}{-2}$ и $\frac{x-21}{6}=\frac{y+5}{-4}=\frac{z-2}{-1}$.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-1;-5)$ и перпендикулярной плоскостям $3x-2y+2z+7=0$ и $5x-4y+3z+1=0$.

3. Найти проекцию точки $P(5;2;-1)$ на плоскость $2x-y+3z+23=0$.

4. Найти, при каком значении l уравнения $3x-5y+lz-3=0$ и $x+3y+2z+5=0$ определяют перпендикулярные плоскости.

5. Дана трапеция с вершинами $A(-2;-2)$, $B(-3;1)$, $C(7;7)$ и $D(3;1)$. Найти уравнение средней линии трапеции и острый угол, заключённый между диагоналями.

6. Построить область решений системы неравенств: $\begin{cases} 2x_1-3x_2\le -13, \\ x_1+x_2\le 6, \\ 4x_1-x_2\ge 16. \end{cases}$

Вариант 5

1. Вектор $\overline{m}$, перпендикулярный к оси OZ и вектору $\overline{a}=8\overline{i}-15\overline{j}+$ $+3\overline{k}$, образует острый угол с осью OX. Зная, что $|\overline{m}|$=51, найти его координаты.

2. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{2}$ и $x+2y-2z+6=0$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$ и $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}$.

4. Доказать перпендикулярность прямых $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{3}$ и

$\begin{cases} 3x+y-5z+1=0, \\ 2x+3y-8z+3=0. \end{cases}$

5. Дано общее уравнение прямой: $12x-5y-65=0$. Написать уравнения прямой: а) с угловым коэффициентом, б) в отрезках и в) нормальное. Найти площадь треугольника, образованного данной прямой и осями координат.

6. Построить область решений системы неравенств: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le -13, \\ x_1 + x_2 \ge 6, \\ 4x_1 + x_2 \le 16. \end{cases}$

Вариант 6

1. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(2;2;2)$, $B(4;0;3)$ и $C(0;1;0)$.

2. Две грани куба лежат на плоскостях $2x - 2y + z - 1 = 0$ и $2x - 2y + z + 5 = 0$. Вычислить объём этого куба.

3. Найти точку Q, симметричную точке $P(3;-4;-6)$, относительно плоскости, проходящей через точки $M_1(-6;1;-5)$, $M_2(7;-2;-1)$ и $M_3(10;-7;1)$.

4. Найти проекцию точки $P(2;-1;3)$ на прямую $x = 3t$, $y = 5t - 7$, $z = 2t + 2$.

5. Определить острый угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$.

6. Построить область решений системы неравенств:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \ge -3, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Найти проекцию вектора $\bar{s} = \sqrt{2}\bar{i} - 3\bar{j} - 5\bar{k}$ на ось, составляющую с координатными осями OX и OZ углы $\alpha = 45°, \gamma = 60°$, а с осью OY – острый угол β.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0;2;1)$ и параллельной векторам $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x + 2y - z - 5 = 0$.

4. Вычислить площадь треугольника, который отсекает плоскость $5x - 6y + 3z + 120 = 0$ от координатного угла OXY.

5. Определить расстояние между прямыми $3x + y - 3\sqrt{10} = 0$ и $6x + 2y + 5\sqrt{10}$.

6. Построить область решений системы неравенств: $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \ge 4, \\ 2x_1 - x_2 \le 8, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$

Контрольная работа
“Пределы”

Вариант 1

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{2n-1}{7+5n}-\dfrac{1+2n^3}{5n^3+2}\right]$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-2+3-4+...-2n}{\sqrt[3]{n^3+2n+2}}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n+1}{n-2}\right]^{2n-1}$.

4. $\lim\limits_{x\to 10}\left[\dfrac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}\right]$.

5. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left[\dfrac{\sqrt{2}-2\cos x}{\pi-4x}\right]$.

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{4\cos x+\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)\ln(1+x)}$.

9. $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$.

Вариант 2

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3+6+9+...+3n}{n^2+4}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{3n-4}{3n+2}\right]^{\frac{n+1}{3}}$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x-\sin 3x}{3x-\sin x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$.

6. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\operatorname{arctg} x}{x^3}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\ln\left[(e^{x^2}-\cos x)\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)+\operatorname{tg}(x+\dfrac{\pi}{3})\right]$.

9. $\lim\limits_{x\to 2}\left[2e^{x-2}-1\right]^{\frac{3x+2}{x-2}}$.

Вариант 3

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+3^n}{2^n-3^n}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\left[2+4+6+\ldots+2(n+1)\right]$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+1}{n^2-1}\right]^{n^2}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\arcsin\dfrac{1-x}{1+x}$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n+x}{n-1}\right]^{n}$.

6. $\lim\limits_{x\to 0}x\operatorname{ctg}3x$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{1-\cos 3x}$.

8. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos 2\pi x}{2+(e^{\sqrt{x-1}}-1)\operatorname{arctg}\dfrac{x+2}{x-1}}$.

9. $\lim\limits_{x\to 2\pi}(\cos x)^{\frac{\operatorname{ctg}2x}{\sin 3x}}$.

Вариант 4

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{1-2n+n^3}}{n+2}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{3^n}}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n+1}{2n-1}\right]^{n}$.

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos 2x}$.

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\sin x}{2x-\cos x}$.

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^x-e}{x-1}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^3}$.

8. $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{\lg(x+2)+\sin\sqrt{4-x^2}\cos\dfrac{x+2}{x-2}}$.

9. $\lim\limits_{x\to 3}\left[\dfrac{9-2x}{3}\right]^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{6}}$.

Вариант 5

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2-7n+1}{2-5n-6n^2}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-2+3-4+\ldots-2n}{\sqrt{n^2+1}}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{2n+1}{n-1}\right]^n$.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x-\arcsin x}{2x+\operatorname{arctg}x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{3x}$.

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[1+\dfrac{1}{x^n}\right]^x$, (n>0).

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{x^2-\sin x^2}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{\operatorname{arctg}x\cdot\sin^2\dfrac{1}{x}+5\cos x}$.

9. $\lim\limits_{x\to 1}[3-2x]^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}}$.

Вариант 6

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+1}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{(1+2+3+\ldots+n)}{n+2}-\dfrac{n}{2}\right]$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[1+\dfrac{1}{n^2}\right]^n$.

4. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln x-\ln 3}{x-3}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$.

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}x-x}{x-\sin x}$.

8. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{\operatorname{tg}x}+(4x-\pi)\cos\dfrac{x}{4x-\pi}}{\lg(2+\operatorname{tg}x)}$.

9. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (1+\cos 3x)^{\frac{1}{\cos x}}$.

Вариант 7

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-100n^2+1}{100n^2+15n}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{25}+\dfrac{1}{125}-...+(-1)^{n-1}\dfrac{1}{5^n}\right]$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \left[1+\dfrac{1}{n}\right]^{n^2}$.

4. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 3x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$.

6. $\lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{1+x}{2+x}\right]^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^3 x}{x\sin 2x}$.

8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2+\ln\left(e+x\sin\frac{1}{x}\right)}{\cos x+\sin x}$.

9. $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{2x-1}{x}\right]^{\frac{1}{\sqrt[5]{x}-1}}$.

Контрольная работа
"Производная и дифференциал"

Структура контрольной работы:

1 – 7. Найти y'_x.

8. Составить уравнения касательной и нормали к кривой *y=f(x)* в точке x_0.

9, 10. С помощью дифференциала вычислить приближенно значения.

Вариант 1

1. $y=(x-3)^4\arccos 5x^3$.

2. $y=\dfrac{\sqrt[3]{2x^2-3x+1}}{e^{-x}}$.

3. $y=\sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}\log_2\left(x-3x^2\right)$.

4. $y=\left(\operatorname{ctg}2x^3\right)^{\sin\sqrt[3]{x}}$.

5. $e^x+e^y-2^{xy}-1=0$.

6. $y=\sqrt[3]{\ln\sin\dfrac{x+3}{4}}$.

7. $\begin{cases} x=\dfrac{t+1}{t}; \\ y=\dfrac{t-1}{t}. \end{cases}$

8. $y=\sqrt{x+4}$, $x_0=-3$.

9. $\sqrt[5]{34}$.

10. $\arcsin 0{,}51$.

Вариант 2

1. $y=(3x-4)^3\arccos 3x^2$.

2. $y=\dfrac{e^{\operatorname{ctg}5x}}{\sqrt{(x+4)^3}}$.

3. $y=\sqrt[3]{\dfrac{2x-5}{2x+3}}\lg\left(4x+7\right)$.

4. $y=\left(\arccos 3x\right)^{\sqrt{\cos x}}$.

5. $y^{\frac{1}{x}}=y^{\frac{1}{y}}$.

6. $y=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$.

7. $\begin{cases} x=\ln(1+t^2), \\ y=t-\operatorname{arctg}t. \end{cases}$

8. $y=x^3-5x^2+7x-2$, $x_0=1$.

9. $\sqrt[3]{26{,}19}$.

10. $\operatorname{arctg}1{,}05$.

Вариант 3

1. $y=\sin^2 4x\arccos\sqrt{x}$.

2. $y=\dfrac{e^{\cos 5x}}{\sqrt{x^2-5x+2}}$.

3. $y=\sqrt[4]{\dfrac{3x+4}{4x-3}}\log_5(5x^2-2x+1)$.

4. $y=(\operatorname{ctg}x)^{\sqrt{\sin x}}$.

5. $2^x + 2^y = 2^{x+y}$.

6. $y = \sin(2^x)$.

7. $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t). \end{cases}$

8. $y = 3\,\mathrm{tg}\,2x + 1,\ x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

9. $\sqrt[5]{31}$.

10. $\ln(1{,}01)$.

Вариант 4

1. $y = \mathrm{ctg}^3\,5x \cdot \arcsin 3x^2$.

2. $y = \dfrac{e^{\arccos^3 x}}{\sqrt{x+5}}$.

3. $y = \sqrt[6]{\dfrac{7x-4}{9x+2}}\log_5(3x^2 + 2x)$.

4. $y = (\arcsin 5x)^{tg\sqrt{x}}$.

5. $e^y \sin x = e^{-x}\cos y$.

6. $y = e^x + e^{e^x} + e^{e^{e^x}}$.

7. $\begin{cases} x = \cos t + t\sin t, \\ y = \sin t - t\cos t. \end{cases}$

8. $y = x^2 - 7x + 3,\ x_0 = 1$.

9. $\sqrt[4]{16{,}64}$.

10. $\cos 151°$.

Вариант 5

1. $y = \mathrm{arctg}\,(7x+2)\cos\dfrac{1}{x}$.

2. $y = \dfrac{(x-4)^2}{e^{\mathrm{arctg}\,x}}$.

3. $y = \sqrt[7]{\dfrac{2x-3}{3x+5}}\log_6(7x - 10)$.

4. $y = (\mathrm{arctg}\,2x)^{\sin\sqrt{x}}$.

5. $\cos xy = x^y$.

6. $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x + \sqrt{x}}}$.

7. $\begin{cases} x = e^{-t}\sin t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$

8. $y = x^2 - 16x + 7,\ x_0 = 1$.

9. $\sqrt{8{,}76}$.

10. $y = x^7 - 3x^4 + 4x^3 - 2$ при $x = 1{,}002$.

Вариант 6

1. $y=\sin^3 3x\,\mathrm{arctg}\,5x^2$.

2. $y=\dfrac{e^{-\mathrm{ctg}\,5x}}{3x^2-4x+2}$.

3. $y=\sqrt[9]{\dfrac{x+3}{13+5x}}\,\log_7(3-2x)$.

4. $y=\left(\mathrm{tg}\,7x^5\right)^{\sqrt{x+2}}$.

5. $x^4+y^4=x^2y^2$.

6. $y=\arcsin\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$.

7. $\begin{cases} x=\sqrt[3]{1-\sqrt{t}}, \\ y=\sqrt{1-\sqrt[3]{t}}. \end{cases}$

8. $y=\sqrt{x-4}$, $x_0=8$.

9. $\sqrt[3]{65}$.

10. $\arcsin 0{,}54$.

Вариант 7

1. $y=\cos^2 3x\,\mathrm{arctg}(2x+3)$.

2. $y=\dfrac{\sqrt{x^2-5x+6}}{e^{\mathrm{tg}\,3x}}$.

3. $y=\sqrt{\dfrac{x-1}{3x+5}}\log_5(7x-x^2)$.

4. $y=\left(\mathrm{arcctg}\,3x^2\right)^{\sqrt{x^2-3}}$.

5. $x^3+y^3-6xy=0$.

6. $y=\sin^2 x\sin x^2$.

7. $\begin{cases} x=3\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases}$

8. $y=\dfrac{x^2-2x-3}{4}$, $x_0=4$.

9. $\sqrt{120}$.

10. $y=e^{0{,}1x(1-x)}$ при $x=1{,}05$.

Контрольная работа
“Функции многих переменных”

Вариант 1

1. Найти полный дифференциал функции $z = \sin\sqrt{\dfrac{y}{x^3}}$.

2. Вычислить приближённо $1{,}002 \cdot 2{,}003^2 \cdot 3{,}004^3$.

3. Функцию $f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки M(1; -2).

4. Найти уравнение касательной к плоскости и нормали к поверхности $z = 1 + x^2 + y^2$ в точке $M(1;1;3)$.

5. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

Вариант 2

1. Найти полный дифференциал функции $z = \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{x^2}{y^3}}$.

2. Вычислить приближённо $\dfrac{1{,}03^2}{\sqrt[3]{0{,}98\sqrt[4]{1{,}05^3}}}$.

3. В разложении функции $f(x, y) = x^y$ в окрестности точки $M(1;1)$ выписать члены до второго порядка включительно.

4. Найти производную функции $z = x^2 - xy + y^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении вектора $\bar{l} = 6\bar{i} + 8\bar{j}$.

5. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2$ при условии $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{3} = 1$.

Вариант 3

1. Найти полный дифференциал функции $u = \sin\dfrac{z}{x - y}$.

2. Вычислить приближённо $\sqrt{(1{,}02)^3 + (1{,}97)^3}$.

3. Разложить по формуле Маклорена до членов второго порядка включительно функцию $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

4. Найти величину и направление градиента функции $u = x^2 + y^2 + z^2$ в точке $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$.

5. Найти экстремумы функции $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$.

Вариант 4

1. Найти полный дифференциал функции $u = \frac{z}{y}\cos x$.

2. Вычислить приближённо $3{,}99^{2{,}95}$.

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $z = e^x \cos y$ до членов второго порядка включительно.

4. На поверхности $x^2 + y^2 - z^2 - 2x = 0$ найти точки, в которых касательные плоскости параллельны плоскости XOZ.

5. Определить наибольшее и наименьшее значения функции $z = x - 2y - 3$ в области $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $0 \le x + y \le 1$.

Вариант 5

1. Найти полный дифференциал функции $z = \operatorname{arctg}\frac{x}{x+y}$.

2. Вычислить приближённо $0{,}97^{1{,}05}$.

3. Функцию $z = e^{x+y}$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $M(1;-1)$ до членов второго порядка включительно.

4. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z^2 + 4z + x^2 = 0$ в точках пересечения с осью OZ.

5. В полушар радиусом 5 вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объёма.

Вариант 6

1. Найти полный дифференциал функции $z = \cos\sqrt{\frac{x-y}{x^2+y^2}}$.

2. Вычислить приближённо $\operatorname{arctg}(0{,}95 \cdot 0{,}98)$.

3. Функцию $z = x^3 - 2y^3 + 3xy$ разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $M(2;1)$.

4. Найти расстояние от начала координат до касательной плоскости к поверхности $z = ytgx$ в точке $M\left(\dfrac{\pi}{4}; 1; 1\right)$.

5. Определить наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ в круге $x^2 + y^2 \le 25$.

Вариант 7

1. Найти полный дифференциал функции $z = ctg\sqrt{\dfrac{x}{x \quad - y}}$.

2. Вычислить приближённо $(2{,}01)^{3{,}03}$.

3. Разложить по формуле Маклорена функцию $z = \cos x \cos y$ до членов второго порядка включительно.

4. К поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ провести касательные плоскости, параллельные плоскости $x + 4y + 6z = 0$.

5. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.

Контрольная работа
"Определенный и неопределенный интегралы"

Структура контрольной работы:

1 – 4. Найти неопределенные интегралы.

5 – 7. Вычислить.

8. Исследовать на сходимость несобственный интеграл.

Вариант 1

1. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{\arcsin x} - x}{\sqrt{1 - x^2}}\,dx$. **2.** $\displaystyle\int x \operatorname{arctg} x\,dx$.

3. $\displaystyle\int \frac{x^4 - 3x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - 2x}\,dx$. **4.** $\displaystyle\int \sin^4 x \cos^4 x\,dx$.

5. $\displaystyle\int\limits_0^{e-1} \ln(x + 1)\,dx$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 + 8x = 16$ и

$y^2 - 24x = 48$.

7. Объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$ вокруг оси OY.

8. $\int\limits_0^{+\infty} x \cos x \, dx$.

Вариант 2

1. $\int (\sin 3x + x\sqrt{1 + x^2}) dx$.

2. $\int x e^{-3x} dx$.

3. $\int \frac{x^3 + 1}{x(x-1)^3} dx$.

4. $\int \frac{\sin^6 x}{\cos^6 x} dx$.

5. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^7 x dx$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3$.

7. Длину кривой $r = 3\varphi$, $0 \le \varphi \le 2\pi$.

8. $\int\limits_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{4 - x^2}} dx$.

Вариант 3

1. $\int (e^{2x-3} - \cos^7 x \sin x) dx$.

2. $\int x \cos 3x \, dx$.

3. $\int \frac{x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} dx$.

4. $\int \frac{\sin^4 x}{\cos x} dx$.

5. $\int\limits_1^2 \frac{dx}{x + x^3}$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 2 - x^2$.

7. Объем тела $\frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{18} = x$, $x = 3$.

8. $\int\limits_0^{+\infty} e^{-2x} \cos x \, dx$.

Вариант 4

1. $\int \frac{x - \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$.

2. $\int \arccos x \, dx$.

3. $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$.

4. $\int \frac{dx}{(1 + \cos x)^3}$.

5. $\int\limits_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25 + 3x}}$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x$, $x = -1$, $y = 0$, $x = 1$.

7. Длину дуги кривой $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$.

8. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^2 + x^4}$.

Вариант 5

1. $\int \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 5} dx$.

2. $\int \arcsin x dx$.

3. $\int \frac{7x^2 - 1}{x^4 + 4x^2 - 5} dx$.

4. $\int \cos^2 x \sin 3x \, dx$.

5. $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{ctg}^4 x \, dx$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = 3x - x^2$, $y = -x$.

7. Объём тела, образованного вращением вокруг оси OY части параболы $y^2 = 12x$, отсечённой прямой $x = 3$.

8. $\int\limits_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$.

Вариант 6

1. $\int\left[\frac{1}{3x+2}-\sin^3 x\cos x\right]dx$.

2. $\int x\ln x\,dx$.

3. $\int\frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$.

4. $\int\frac{\cos 2x}{\sin^4 x}dx$.

5. $\int\limits_{-1}^{1}\frac{x^5}{x+2}dx$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=2x-x^2$, $y+x=0$.

7. Длину дуги линии $y=\ln x$, $\sqrt{3}\le x\le\sqrt{8}$.

8. $\int\limits_{0}^{1}\frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$.

Вариант 7

1. $\int\sqrt[3]{3-4\sin x}\cos x dx$.

2. $\int x^n\ln x dx$.

3. $\int\frac{x-1}{(x+1)(x^2-4)}dx$.

4. $\int\frac{1+\operatorname{tg}x}{\sin 2x}dx$.

5. $\int\limits_{0}^{1}x(2-x^2)^{12}dx$.

6. Площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y=\frac{27}{x^2+9}$ и $y=\frac{x^2}{6}$.

7. Объём тела, ограниченного поверхностями:

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{3}=1$, $z=0$, $z=4$.

8. $\int\limits_{1}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{x(x+1)(x+2)}}$.

Контрольная работа
“Кратные интегралы”

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f(x,y)dx.$$

Вычислить:

2. $\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)dxdy$, где $D: x^2+y^2=e^2, x^2+y^2=e^4$.

3. Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями: $z=\sqrt{64-x^2-y^2}$, $z=1$, $x^2+y^2=60$ (внутри цилиндра).

4. $\iiint\limits_V zdxdydz$, где $V: z=0$ $(z\ge 0)$, $\dfrac{x^2}{4}+y^2+\dfrac{z^2}{9}=1$.

5. Объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями: $z=y^2-x^2$, $z=0$, $y=\pm 2$.

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f(x,y)dx$.

Вычислить:

2. $\iint\limits_D (1-\dfrac{y^2}{x^2})dxdy$, где $D: x^2+y^2\le \pi^2$.

3. $\iiint\limits_V ydxdydz$, где $V: x^2=2y$, $y+z=1$, $2y+z=2$.

Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

4. $z=\sqrt{\dfrac{16}{9}-x^2-y^2}$, $2z=x^2+y^2$.

5. $z=5x$; $z=0$; $x^2+y^2=9$.

Вариант 3

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{0}^{\sqrt{2+y}} f(x,y)dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{0}^{-\sqrt{y}} f(x,y)dx.$$

Вычислить:

2. $\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$, где $D: y=\sqrt{1-x^2}, y=0$.

3. $\iiint_V z\sqrt{x^2+y^2}dxdydz$, где $V: x^2+y^2=2x,\ y=0,\ z=0,\ z=1$.

Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

4. $z=\sqrt{100-x^2-y^2}$, $z=6$, $x^2+y^2=51$ (внутри цилиндра).

5. $x+y+z=6;\ 3x+2y=12;\ 3x+y=6;\ y=0; z=0$.

Вариант 4

1. Изменить порядок интегрирования $\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)dx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\ln y} f(x,y)dx$.

Вычислить:

2. $\iint_D (x^2+y^2)dxdy$, где $D: x^2+y^2=6x$.

3. $\iiint_V (x^2+y^2+z^2)dxdydz$, где $V: 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 3,\ 0\le z\le 5$.

Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

4. $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$, $\frac{3}{2}z=x^2+y^2$.

5. $z=x+y+1;\ y^2=x;\ x=1;\ y=0; z=0$.

Вариант 5

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x^2} f(x,y)dy.$$

Вычислить:

2. $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$, где $D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=16$.

3. $\iiint_V xyzdxdydz$, где $V: x^2+y^2+z^2=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

4. $z = 8(x^2 + y^2) + 3, \quad z = 16x + 3$.

5. $x^2 = y$; $x^2 = 4 - 3y$; $z = 0$; $z = 9$.

Вариант 6

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f(x,y)dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f(x,y)dy$.

Вычислить:

2. $\iint_D \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, где $D: x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9}$, $x^2 + y^2 = \pi^2$.

3. $\iiint_V xy^2 z^3 dxdydz$, где $V: z = xy$, $y = x$, $x = 1$, $z = 0$.

Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

4. $z = 2 - 4(x^2 + y^2), \quad z = 8x + 2$.

5. $x + y + z = 4$; $x = 3$; $y = 2$; $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$.

Вариант 7

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^{y^3} f(x,y)dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x,y)dx$.

Вычислить:

2. $\iint_D e^{-x^2-y^2} dxdy$, где $D: x^2 + y^2 \le 9$.

3. $\iiint_V ydxdydz$, где $V: y = \sqrt{x^2 + z^2}$, $y = 4$.

Объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

4. $z = 26(x^2 + y^2) - 2, \quad z = -52x - 2$.

5. $x = 2y^2$; $x + 2y + z = 4$; $y = 0$; $z = 0$.

Контрольная работа
“Дифференциальные уравнения”

Структура контрольной работы:

1 – 4. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

5 – 6. Решить задачу Коши.

7 – 9. Найти общее решение дифференциального уравнения.

10. Решить систему дифференицициальных уравнений.

Вариант 1

1. $4xdx-3ydy=3x^2dy-2xy^2dx$.

2. $3y'=\dfrac{y^2}{x^2}+8\dfrac{y}{x}+4$.

3. $\dfrac{xdy}{x^2+y^2}=\left[\dfrac{y}{x^2+y^2}-1\right]dx$.

4. $y'-ytgx=\dfrac{1}{\cos x}$.

5. $y'-\dfrac{y}{x}=x^2,\ y(1)=0$.

6. $y''-\dfrac{y'}{x-1}=x(x-1),\ y(2)=1,\ y'(2)=-1$.

7. $y''-4y'+4y=(x-1)e^{2x}$.

8. $y''-6y'+25y=2\sin x+3\cos x$.

9. $y''(2y+3)-2y'^2=0$.

10. $\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x+y,\\ \dfrac{dy}{dt}=x-y, \quad x(0)=2, \quad y(0)=0.\end{cases}$

Вариант 2

1. $6xdx-6ydy=2x^2ydy-3xy^2dx$.

2. $y'=\dfrac{y^2}{x^2}+6\dfrac{y}{x}+6$.

3. $(x^2+y)dx-xdy=0$.

4. $y'+\dfrac{2}{x}y=x^3$.

5. $y'+y\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x,\ y(0)=1$.

6. $y''+y=\cos 3x,\ y\left[\dfrac{\pi}{2}\right]=4,\ y'\left[\dfrac{\pi}{2}\right]=1$.

7. $y''+2y'+y=(18x+21)e^{-x}$.

8. $y''-6y'+8y=3x^2+2x+1$.

9. $yy''-y'^2=0$.

10. $\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=7x+3y,\\ \dfrac{dy}{dt}=6x+4y.\end{cases}$

Вариант 3

1. $6xdx - 6ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$. **2**. $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 8$.

3. $y' - ytgy + y^2 \cos x = 0$. **4.** $y' + \dfrac{1}{x}y = \dfrac{1}{x^2}$.

5. $y' - \dfrac{y}{x+2} = x^2 + 2x$, $y(-1) = \dfrac{3}{2}$.

6. $y'' - 8y' + 16y = e^{4x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

7. $y'' - 3y' + 2y = (4x+9)e^{2x}$. **8.** $y'' - 4y' = e^{2x} - e^{-2x}$.

9. $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$.

10. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x - 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$

Вариант 4

1. $2xdx - 2ydy = x^2 ydy - 2xy^2 dx$. **2**. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 4\dfrac{y}{x} + 2$.

3. $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0$. **4**. $y' - \dfrac{y}{x} = 3x$.

5. $y' + ytgx = \cos^2 x$, $y\left[\dfrac{\pi}{4}\right] = \dfrac{1}{2}$.

6. $y''' = x\sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 2$.

7. $y'' - 4y' + 5y = (16 - 12x)e^{-x}$. **8**. $y'' + 4y = \sin 2x + 1$.

9. $y'' = y'e^y$.

10. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x - y. \end{cases}$

Вариант 5

1. $6xdx - ydy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$. **2**. $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 3$.

3. $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$.

4. $y' + xy = x$.

5. $y' - \frac{y}{x} = x\sin x$, $y\left[\frac{\pi}{2}\right] = 1$.

6. $2y'' - y' = 1$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

7. $y'' - 3y' + 2y = (1-2x)e^x$.

8. $y'' - y = x\cos^2 x$.

9. $yy'' - y'^2 = y^2 \ln y$.

10. $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 12x - 5y, \\ \frac{dy}{dt} = 5x + 12y. \end{cases}$

Вариант 6

1. $6xdx - 2ydy = 2yx^2dy - 3xy^2dx$.

2. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$.

3. $4xy' + 3y = -x^4e^xy^5$.

4. $y' - \frac{2}{x}y = x$.

5. $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y(1) = 1$.

6. $y'''(x-1) - y'' = 0$, $y(2) = 2$, $y'(2) = 1$, $y''(2) = 1$.

7. $y'' - y' - 2y = (3x+7)e^{2x}$.

8. $y''' + y'' = x^2 + 1$.

9. $x^2y'' + xy' = 1$.

10. $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 8x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y. \end{cases}$

Вариант 7

1. $2xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 3xy^2dx$.

2. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 3$.

3. $y' + \frac{y}{x} = x^2y^4$.

4. $y' + 2xy = \frac{1}{x}$.

5. $y'\cos^2 x + y = tgx$, $y(0) = 0$.

6. $3y'y'' = y + y'^3 + 1$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$.

7. $y'' - 9y' + 20y = x^2e^{4x}$.

8. $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x$.

9. $3y'^2 = 4yy'' + y^2$.

10. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y. \end{cases}$

Контрольная работа
“Числовые ряды”

Структура контрольной работы:

1. Найти сумму ряда.

2, 3. Исследовать на сходимость ряд.

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряд.

5. Вычислить с точностью $\alpha = 0{,}01$ сумму ряда.

Вариант 1

1. $\dfrac{1}{1\cdot 4} + \dfrac{1}{4\cdot 7} + \ldots + \dfrac{1}{(3n-2)(3n+2)} + \ldots$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n (n+2)!}{n^5}$.

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(10n)^n}{(n+1)^n}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{(2n-3)^3}$.

5. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n 2^n}{5^n}$.

Вариант 2

1. $\dfrac{1}{1\cdot 4} + \dfrac{1}{2\cdot 5} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+3)} + \ldots$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{7n-1}{5^n (n+1)!}$.

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left[\dfrac{n^2+5n+8}{3n^2-2}\right]^n$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$.

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin\left[\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right]}{n^3}$.

Вариант 3

1. $\frac{1}{1\cdot 7}+\frac{1}{3\cdot 9}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+5)}+\ldots$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{n^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n+1}{4n}\right]^{3n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2^n}{n^4}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2(n+3)}$.

Вариант 4

1. $\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{1}{3\cdot 5\cdot 7}+\frac{1}{5\cdot 7\cdot 9}+\ldots$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3}{(n+1)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4}\right]^{n}$.

4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\ln n}$.

5. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{1+n^3}$.

Вариант 5

1. $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n+3)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n+1}{2n}\right]^{5n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{12^n}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{n^3(n+1)}$.

Вариант 6

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{4n!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln^n(n+3)}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n}{(n+1)!}$. **5.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n!}$.

Вариант 7

1. $\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{36}+\ldots+\dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}+\ldots$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3+(-1)^n}{2^{n+2}}$, **3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n\cdot 3^{n+2}}{5^n}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(n+1)}{\sqrt{n^3}}$. **5.** $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n(n+1)(n+2)}$.

Контрольная работа
“Функциональные ряды”

Структура контрольной работы:

1 – 3. Определить область сходимости рядя.

4, 5. Вычислить приближенно с точностью $\alpha=0{,}001$.

6. Функцию *f(x)* разложить в ряд по степеням $x-x_0$.

Вариант 1

1. $\ln x+\ln^2 x+\ldots+\ln^n x+\ldots$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{\sqrt{n}}$. **3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$.

4. $\int\limits_0^{\frac{1}{4}}\dfrac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}}\,dx$. **5.** $\sin 0{,}4$.

6. $f(x)=\ln x$; $x_0=1$.

7. Разложить в ряд Фурье функцию

$$y=\sin\frac{x}{2},\quad x\in(-\pi,\pi],\qquad y(x)=y(x+2\pi).$$

Вариант 2

1. $\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1+x^2}+...+\frac{1}{1+x^n}+...$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{2^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)x^n$.

4. $\int_0^1 \cos\frac{x^2}{4}dx$.

5. $\frac{1}{e}$.

6. $f(x)=\frac{1}{x},\ x_0=-2$.

7. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $y=\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2},\quad x\in[0,\pi)$.

Вариант 3

1. $\sin\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{4}+...+\sin\frac{x}{2^n}+....$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n+\sqrt{n}}$.

4. $\int_0^{\frac{1}{10}}\frac{e^x-1}{x}dx$.

5. $\sqrt[4]{17}$.

6. $y=\sin^2 x,\ x_0=0.$

7. Разложить в ряд Фурье функцию $y=|x|, x\in[-1,1],\ y(x)=y(x+2)$.

Вариант 4

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)x^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!(x+10)^n}{n^n}$.

3. $\sum_{n=0}^{\infty}n!x^n$.

4. $\int_0^{\frac{1}{4}}\ln(1+\sqrt{x})dx$.

5. $\sqrt[3]{500}$.

6. $y=\ln(1+3x+2x^2)$, $x_0=0.$

7. Разложить в ряд Фурье функцию $y=x$ по синусам, $x\in[0,1]$.

Вариант 5

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{(x-2)^n}$. **2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n\cdot 2^n}$. **3**. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}e^{-n^2x}$.

4. $\int\limits_0^{\frac{1}{5}}\sqrt{x}\cos x\,dx$. **5**. $\cos 10^\circ$.

6. $y=\frac{3x-5}{x^2-4x+3}$, $x_0=0$.

7. Разложить в ряд Фурье функцию $y=\begin{cases}1, -\pi<x<0\\ 3, 0<x<\pi\end{cases}$.

Вариант 6

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{tg^n x}{n^2}$. **2**. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}$. **3**. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2+n^2}$.

4. $\int\limits_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$. **5.** $\sqrt[10]{1027}$.

6. $y=\ln\frac{1+x}{1-x}$, $x_0=0$.

7. Разложить в ряд Фурье функцию $y=x$, $x\in[-\pi,\pi)$, $y(x)=y(x+2\pi)$.

Вариант 7

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n\cdot 5^n}$. **2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(nx)^n$. **3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln(n+1)}{n+1}x^{n+1}$.

4. $\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\frac{1-\cos x}{x^2}\,dx$. **5.** $\sqrt{e}$.

6. $y=\sqrt{1+x^2}$, $x_0=0$.

7. Разложить в ряд Фурье функцию

$y=\cos\frac{x}{2}$, $0<x\le 2\pi$, $y(x)=y(x+2\pi)$.

Св. план 2003, резерв

Учебное издание

СБОРНИК
контрольных работ по курсу высшей математики
для студентов экономических специальностей БГУИР
всех форм обучения

Составители:
Карпук Андрей Андреевич,
Жевняк Ростислав Михайлович,
Шилкин Владимир Григорьевич

Редактор Н.А. Бебель
Корректор Е.Н. Батурчик

Подписано в печать 23.06.2004.		Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная.	Печать ризографическая.	Усл.печ.л. 2,21.
Уч.-изд.л. 2,0.	Тираж 300 экз.	Заказ 86.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
Лицензия на осуществление издательской деятельности №02330/0056964 от 01.04.2004.
Лицензия на осуществление полиграфической деятельности №02330/0133108 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6