СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Стрижнев А. Г., Ледник Г. В.
НПООО «ОКБ ТСП»
Минск, Республика Беларусь
E-mail: lednikg@yandex.ru

Осуществлен синтез цифрового регулятора для электрогидравлической системы с астатическим объектом управления четвертого порядка, содержащим в своем составе апериодическое и колебательное звенья. С помощью математического моделирования проведена проверка работы системы с данным объектом управления и рассчитанным для него цифровым регулятором. Синтезированный цифровой регулятор достаточно прост в реализации и может быть рекомендован к практическому применению в аналогичных цифровых системах автоматического управления.

Введение

Качество работы любой системы автоматического управления (САУ) определяется корректирующим устройством, которое, как правило, рассчитывается с использованием математической модели объекта управления (ОУ). На практике не всегда удается получить математическую модель ОУ в упрощенном (редуцированном) виде, например, электрогидравлическая САУ с исполнительным гидроцилиндром [1], передаточная функция которого может быть четвертого, пятого и более высокого порядка. С учетом развития вычислительной техники широкое распространение получили цифровые регуляторы (ЦР), расчет которых осуществляется по аналоговым математическим моделям [2]. Для многих, но не для всех ОУ осуществлен расчет таких регуляторов, в связи с чем и возникла необходимость синтеза ЦР для электрогидравлической САУ с ОУ четвертого порядка.

I. Функциональная схема САУ

Передаточная функция исследуемого ОУ имеет вид

$$G(s) = \frac{\alpha}{s(s+c)(s^2+bs+a)}, \qquad (1)$$

где $\alpha = 569c^{-4}$; $a = 150c^{-2}$; $b = 20c^{-1}$; $c = 10c^{-1}$.

Обобщенная функциональная схема [3] САУ с ОУ $G(s)$ приведена на рис. 1. Сигналы входа $u(t)$, выхода $x(t)$ и рассогласования $\theta(t) = u(t) - x(t)$ в системе являются непрерывными функциями времени. Наличие в системе ЦР позволяет при входном воздействии типа ступенчатой функции и нулевых начальных условиях осуществить оптимальный переходной процесс без перерегулирования за конечное и минимальное время. Для получения такого процесса, необходимо определить требуемую передаточную функцию ЦР $W(z)$. Наиболее просто функция $W(z)$ определяется численным методом переменного коэффициента усиления, изложенным в работах [2,4].

II. Расчет цифрового регулятора

Для расчета составлена схема аналогового моделирования (рис. 2), где ЦР представлен усилителем с переменным коэффициентом усиления. Такой усилитель располагается после фиксатора, причем, согласно [2,4], в любой момент времени $t = \nu h^+$, $\nu = 0, 1, 2, \ldots$, вход u_2 и выход u_2' этого усилителя связаны линейным соотношением $u_2'(\nu h^+) = K_\nu u_2(\nu h^+)$.

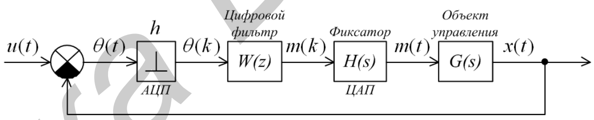

Рис. 1 – Функциональная схема САУ

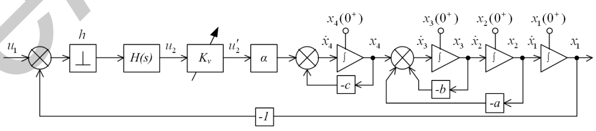

Рис. 2 – Схема аналогового моделирования САУ с цифровым регулятором

Используя схему рис. 2, записаны дифференциальные уравнения состояния и уравнения переходных состояний:

$\dot{u}_1 = 0$; $\dot{x}_1 = x_2$; $\dot{x}_2 = x_3$; $\dot{x}_3 = x_4 - bx_3 - ax_2$; $\dot{x}_4 = \alpha u_2 - cx_4$; $\dot{u}_2 = 0$; $u_1(\nu h^+) = u_1(\nu h)$; $x_1(\nu h^+) = x_1(\nu h)$; $x_2(\nu h^+) = x_2(\nu h)$; $x_3(\nu h^+) = x_3(\nu h)$; $x_4(\nu h^+) = x_4(\nu h)$; $u_2(\nu h^+) = u_1(\nu h) - x_1(\nu h)$.

Переписывая уравнения в векторной форме $\dot{\mathbf{v}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{v}(\tau)$ и $\mathbf{v}(\nu h^+) = \mathbf{B}\mathbf{v}(\nu h)$, получены матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и векторы $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}(0)$.

Методом комплексной плоскости [5] по матрице $\mathbf{A}$ определена матрица перехода $\mathbf{\Phi}(t)$ и с учетом усилителя с переменным коэффициентом усиления определена дискретная матрица перехода $\mathbf{\Phi}(h, K_\nu)$.

Далее последовательно определены [2] векторы состояния $\mathbf{v}(\nu h^+)$ в интервалах прерывания мгновенного ключа, используя которые, можно перевести систему в конечное состояние за четыре такта при выполнении условий:

$$x_1(4h) = 1; x_2(4h) = x_3(4h) = x_4(4h) = 0; \qquad (2)$$

Из уравнений (2) найдены неизвестные коэффициенты K_0, K_1, K_2 и K_3, а затем записана передаточная функция ЦР в окончательном виде:

$$W(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}, \quad (3)$$

где $b_1 = \frac{K_1}{K_0} u_2(h^+)$; $b_2 = \frac{K_2}{K_0} u_2(2h^+)$; $b_3 = \frac{K_3}{K_0} u_2(3h^+)$; $a_1 = u_2(h^+)$; $a_2 = u_2(2h^+)$; $a_3 = u_2(3h^+)$.

Коэффициенты передаточной функции ЦР определяются непосредственно через параметры α, a, b и c передаточной функции ОУ (1) и шаг квантования h.

В результате расчетов получены выражения для определения коэффициентов ЦР (3):

$$a_1 = 1 - D\left\{\frac{aC}{c(a-bc+c^2)} + \frac{ach-bc-a}{ac} + \frac{c\sqrt{B}}{a}\frac{a+bc-b^2}{a-bc+c^2}\left(\cos kh - \frac{b^3-b^2c-3ab+2ac}{2k(a+bc-b^2)}\sin kh\right)\right\};$$

$$a_2 = 1 + D\left\{\sqrt{B}\left(2h + \frac{1-C}{ac}\frac{b^2c^2-2a^2-bc^3-ac^2}{a-bc+c^2}\right)\cos kh - (1-C)h - \right.$$
$$\left. - \frac{c\sqrt{B}(1+C)}{2ak}\frac{b^3-b^2c-3ab+2ac}{a-bc+c^2}\sin kh + \frac{(B-C)c}{a}\frac{a+bc-b^2}{a-bc+c^2}\right\}; \quad (4)$$

$$a_3 = \sqrt{B}D\left\{\frac{cC}{a}\frac{a+bc-b^2}{a-bc+c^2}\left(-\sqrt{B} + \cos kh + \frac{b^3-b^2c-3ab+2ac}{2k(a+bc-b^2)}\sin kh\right) + \sqrt{B}\left(\frac{a(1-C)}{c(a-bc+c^2)} - hC\right)\right\};$$

$$K_0 = \frac{ac}{\alpha}D; \qquad b_1 = -\left(C + 2\sqrt{B}\cos kh\right); \qquad b_2 = B + 2C\sqrt{B}\cos kh; \qquad b_3 = -BC;$$

где $B = e^{-bh}$; $C = e^{-ch}$; $k = \sqrt{a - b^2/4}$; $D = \frac{1}{h(1-C)\left(1-2\sqrt{B}\cos kh + B\right)}$;

III. Моделирование работы системы

Для ОУ (1) по формулам (4) определены коэффициенты передаточной функции ЦР при шаге квантования $h = 0,1c$:

$K_0 = 72,4057$; $a_1 = 0,9053$; $a_2 = 0,3293$; $a_3 = 0,0156$; $b_1 = -0,9272$; $b_2 = 0,3411$; $b_3 = -0,0498$.

Проверка работы системы (рис. 2) осуществлена путем имитационного моделирования в среде Simulink пакета MATLAB.

Переходные процессы в системе с объектом $G(s)$ и цифровым регулятором $W(z)$, при единичном ступенчатом воздействии, показаны на рис. 3.

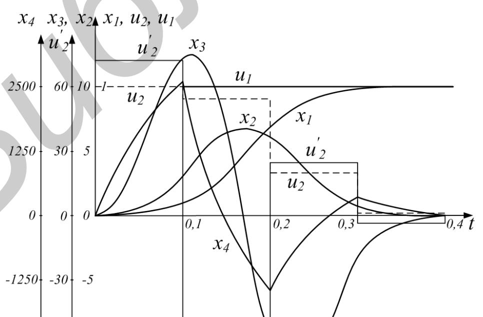

Рис. 3 – Переходные процессы в системе

Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие длится четыре шага квантования $h = 0,1c$, и переходной процесс (рис. 3) заканчивается за время, равное 0,4 с.

IV. Заключение

Осуществлен синтез ЦР $W(z)$ для астатического объекта управления четвертого порядка, содержащего в своем составе апериодическое и колебательное звенья. Синтез ЦР осуществлен численным методом переменного коэффициента усиления. В результате расчетов синтезирована передаточная функция ЦР и аналитически определены ее коэффициенты через параметры ОУ и шаг квантования h. Данный метод расчета ЦР также может быть использован для других линейных объектов управления. Для проверки расчетов проведено математическое моделирование, которое при подаче на вход ступенчатой функции подтвердило получение оптимальной выходной реакции системы, длительность которой составляет четыре шага квантования h.

1. Баунин, В. Г. Моделирование цифровой электрогидравлической следящей системы с силовым гидроцилиндром в среде MATLAB / В. Г. Баунин, Н. В. Швецов // Труды Второй Всероссийской науч. конф. «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». — М.: ИПУ РАН, 2004. — с. 841–858.
2. Гостев, В. И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами: справочник / В. И. Гостев, В. К. Стеклов. — Киев: Радіоаматор, 1998. — 704 с.
3. Гостев, В. И. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления / В. И. Гостев, Д. А. Худолий, А. А. Баранов. — Киев: Радіоаматор, 2000. — 400 с.
4. Ту, Ю. Современная теория управления / Ю. Ту. — М.: Машиностроение, 1971. — 472 с.
5. Козырев, В. Д. Применение цифровых ЭВМ при исследовании автоматических систем РЭС / В. Д. Козырев. — Киев: КВИРТУ ПВО, 1976. — 183 с.