Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Подготовительные курсы

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

для слушателей заочных подготовительных курсов

2-е издание

Минск 2003

УДК 53 (075.8)
ББК 22.3 Я 73
М54

Составители: Т. И. Стрелкова, Е. С. Тюнина

**Методические** указания и контрольные задания по физике для М 54 слушателей заочных подготовительных курсов. /Сост. Т.И. Стрелкова, Е.С. Тюнина. — 2-е изд. — Мн.: БГУИР, 2003. — 76 с: ил.

Методические указания по физике предназначены для слушателей заочных подготовительных курсов при БГУИР. Они охватывают материал, входящий в программу вступительных экзаменов по физике в высшие учебные заведения. Содержат 9 контрольных работ, снабженных методическими указаниями и примерами решения задач. Весь материал методических указаний адаптирован к проведению письменного экзамена с использованием ЭВМ для обработки результатов экзамена.

УДК 53 (075.8)
ББК 22.3 Я 73

# ВВЕДЕНИЕ

Для успешной сдачи вступительных экзаменов в вуз абитуриенты должны обладать глубокими знаниями теоретического материала школьного курса физики и умением применять его на практике. Для этого необходима систематическая работа над курсом, помочь правильной организации которой - задача предлагаемого пособия. Работа над каждым разделом должна начинаться с изучения теоретического материала по учебникам и учебным пособиям, составления конспекта с ответами на вопросы программы вступительных экзаменов. Развитию логического мышления будет способствовать решение задач.

Каждой контрольной работе в пособии предшествует консультация преподавателя с указанием, на каких вопросах следует заострить внимание, какие моменты курса физики наиболее часто оказываются непонятными абитуриентам. Перед решением задач по тому или иному разделу необходимо подробно ознакомиться с разобранными примерами. На основании их следует сделать выводы о методике решения и оформления задач по каждому разделу. Для тренировки можно пользоваться любыми сборниками задач для средних школ и техникумов, однако необходимый уровень сложности задач диктуется как разобранными примерами, так и задачами контрольных работ.

Каждая работа должна быть выполнена в отдельной школьной тетради в клеточку. На ее обложке следует указать фамилию и инициалы слушателя, домашний адрес. Решение каждой контрольной задачи нужно начинать на новой странице, написав полностью ее условие и выписав числовые данные с переводом их в СИ. Следует пояснить план решения задачи, привести формулировки физических законов, используемых при решении. Где это возможно, решение следует иллюстрировать аккуратным рисунком. Расчеты рекомендуется производить до конца в общем виде.

Планомерная проработка материала курса и выполнение контрольных работ с последующим рецензированием является эффективной формой подготовки к вступительным экзаменам, позволяет преподавателю своевременно указать на недостатки, недоработки при изучении конкретных вопросов курса, оказать необходимую помощь слушателю. Поэтому своевременное выполнение контрольных работ является обязательным для слушателей заочных подготовительных курсов.

В конце пособия приведены два варианта экзаменационных заданий с ответами, что позволит самостоятельно проверить уровень своей подготовки после выполнения контрольных работ.

## Особенности проведения письменного экзамена с применением ЭВМ

Вступительный экзамен по физике в БГУИР проводится в письменном виде с использованием ЭВМ для обработки результатов экзамена. Варианты экзаменационных заданий содержат 12 задач, охватывающих всю программу вступительных экзаменов по физике. Продолжительность экзамена - 4 астрономических часа.

менационных заданий содержат 12 задач, охватывающих всю программу вступительных экзаменов по физике. Продолжительность экзамена - 4 астрономических часа.

Письменное экзаменационное задание выполняется на специальных листах со штампом университета. Выполненные абитуриентами письменные работы подвергаются первичной проверке с применением ЭВМ, что предъявляет как к самим заданиям, так и к их выполнению определенные требования. Все задачи, включенные в письменное экзаменационное задание, имеют «фиксированный» ответ, который выражается целым числом или конечной десятичной дробью. Это достигается использованием определенных (фиксированных) значений физических постоянных, числовых коэффициентов и иррациональных выражений. Значения всех этих величин задаются в приложении к экзаменационному заданию, и абитуриент при выполнении письменного задания должен это учитывать.

После выполнения письменной работы абитуриент заполняет специальный талон, в который вносит полученные им при решении задач ответы. Эти ответы вводятся оператором в ЭВМ, которая сравнивает их с контрольными ответами и выставляет оценку. Определенная часть письменных работ проверяется экзаменаторами индивидуально. Если при такой проверке оказывается, что ответ, заявленный абитуриентом, не подкреплен решением задачи, то такая задача при окончательной проверке работы не засчитывается.

При выполнении письменного задания и контрольных работ решение каждой задачи должно содержать: краткую запись условия; графический материал, необходимый для решения задачи; запись формул, описывающих конкретные физические закономерности; алгебраические преобразования, приводящие к нахождению исходной величины; вычисление и проверку результата, ответа.

При оформлении контрольных работ и письменных экзаменационных заданий необходимо руководствоваться следующими правилами: При отсутствии специального указания в условии задачи ответ следует приводить в СИ.

Числовые значения подставлять только после решения задачи в общем виде.
При подстановке физических постоянных и иррациональных чисел обязательно использование следующих значений:

а) ускорение свободного падения g = 10 м/с$^2$;
б) универсальная газовая постоянная R = 8,3 Дж/(мольК);
в) коэффициент в законе Кулона 1/4яя$_0$ = 9-Ю$^9$ м/Ф;
г) скорость света в вакууме $c$ = 3 ■ 10$^8$ м/с;
д) число Авогадро $N_A$ = 6 • 10$^{23}$ моль"$^1$;
е) постоянная Планка h = 6,6 10~$^{34}$Джс;
ж) элементарный электрический заряд е = 1,610"$^{19}$ Кл;
з) молярные массы водорода и гелия : 0,002 кг/моль и 0,004 кг/моль;
и) число 7t = 3,14;
к) V2 =1,41 и л/3=1,73;
л) $n^2$ =10.

# Тема1. КИНЕМАТИКА

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Рис.1.1

Положение материальной точки в пространстве, отнесенном к некоторой неподвижной (относительно наблюдателя) прямоугольной декартовой системе координат XYZ, определяется ее радиус-вектором $\vec{r}$ (рис.1.1).

<u>Перемещением</u> материальной точки за некоторый промежуток времени называется вектор $\Delta\vec{r}$, направленный от положения точки в начальный момент времени к ее положению в конечный момент времени,

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$.

В декартовой системе координат

$$\Delta r_x = |x_B - x_A|; \quad \Delta r_y = |y_B - y_A|; \quad |\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} .$$

<u>Пройденный путь</u> S представляет собой скалярную величину, равную расстоянию, пройденному материальной точкой по ее траектории. При движении тела по прямой в одном направлении пройденный путь и модуль вектора перемещения совпадают: $S = |\Delta\vec{r}|$.

Во всех других случаях модуль перемещения меньше длины пути.

<u>Равномерное прямолинейное движение.</u>

Скорость $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

Путь $S = v \cdot t$.

Координаты тела в момент времени t : $x = x_0 + S = x_0 + v \cdot t$,

где $x_0$ - координата тела в начальный момент времени t = 0.

Перемещение $x - x_0 = S = vt$ .

<u>Равнопеременное прямолинейное движение.</u>

Скорость тела в любой момент времени определяется уравнением

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$,

где $\vec{v}_0$ - начальная скорость; $\vec{a}$ - ускорение.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

Координаты тела в любой момент времени t определяются уравнениями:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}; \qquad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2},$$

где $x_0$, $y_0$ - координаты в начальный момент времени.

Путь (координата), пройденный телом, начальное и конечное значение скоростей и ускорение движения связаны формулой

$$v^2 - v^2_0 = 2aS.$$

При переменном движении пользуются понятием средней скорости.

Средняя скорость перемещения - векторная величина

$$\vec{v}_{ср} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{r}$ - перемещение, которое было совершено за промежуток времени $\Delta t$.

Средняя скорость прохождения пути - скалярная величина.

$$v_{ср} = \frac{S}{t},$$

где $S$ – путь, пройденный телом за промежуток времени $t$.

Некоторые виды сложного движения

А. Равномерное прямолинейное движение, происходящее с постоянной скоростью $\vec{v}$ вдоль произвольной прямой АВ (рис.1.2).

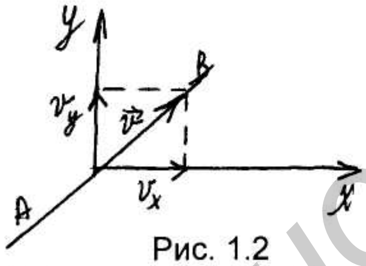



Рис. 1.2

Скорость тела в любой точке траектории $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ и направлена вдоль траектории.

Координаты тела в любой момент времени определяются уравнениями:

$x = x_0 + v_x t$; $y = y_0 + v_y t$, где $v_x = v \cdot \cos\alpha$; $v_y = v \cdot \sin\alpha$.

Б. Движение тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты, можно разложить на два независимых движения, одновременно совершаемых телом (рис.1.2) : равномерное и прямолинейное, происходящее в горизонтальном направлении со скоростью $v_x$, равной начальной скорости бросания $v_0 (v_x = v_0)$, и свободное падение с высоты, на которой находилось тело в момент бросания, со скоростью $v_y = gt$.

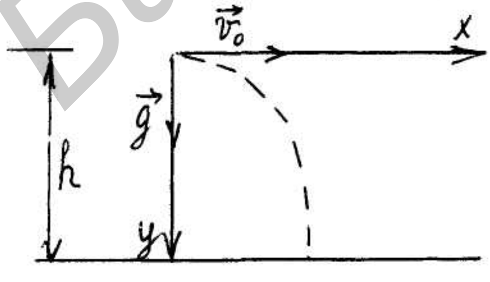



Рис. 1.3

Тогда уравнения движения по осям X и У имеют следующий вид:

$$x = x_0 + v_0 t; \; y = y_0 + \frac{gt^2}{2}.$$

Скорость тела в любой точке траектории $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_x = v_0$, $v_y = gt$.

Время падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $(y = h)$; дальность полета $l = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $(l = x)$.

В. Движение тела, брошенного под углом к горизонту, можно разложить на два независимых движения, одновременно совершаемых телом (рис.1.4): равномерное и прямолинейное, происходящее в горизонтальном направлении с начальной скоростью $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, и свободное падение с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$, где $\alpha$ - угол между направлениями вектора скорости $\vec{v}_0$ и осью X. Тогда уравнения движений по осям X и У имеют следующий вид:

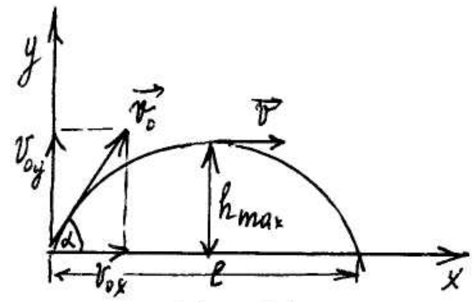


Рис. 1.4

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t\,;\; y = v_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Время падения

$$t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \quad (t = t_1;\; y=0);$$

время подъема

$$t_2 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \quad (t = t_2;\; v_y = 0);$$

дальность полета $l = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ $(t = t_1;\; x = l)$; максимальная высота подъема

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad (t = t_2).$$

Г. Равномерное движение материальной точки по окружности.

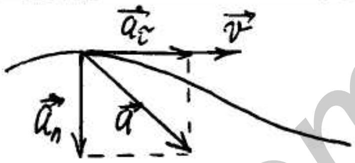


Рис. 1.5.

Если траектория материальной точки является плоской кривой, то ускорение в любой точке траектории (рис.1.5) может быть представлено в виде $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$, где $\vec{a}_\tau$ - тангенциальное ускорение, характеризующее изменение линейной скорости по величине, $\vec{a}_n$ - нормальное ускорение, характеризующее изменение скорости по направлению.

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_n|^2 + |\vec{a}_\tau|^2}\,;\;\; a_n = \frac{v^2}{R}\,;\;\; a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

При равномерном движении скорость не изменяется по величине $\vec{a}_\tau = 0$ и $\vec{a} = \vec{a}_n$. Постоянство по величине $\vec{a}_n$ означает, что $\dfrac{v^2}{R} = \text{const}$.

Отсюда можно заключить, что R = const (v = const вследствие равномерности движения), а значит, траекторией материальной частицы является окружность.

В любой точке траектории линейная скорость тела $\vec{v}$ направлена по касательной к окружности, а центростремительное (нормальное) ускорение $\vec{a}_n$ всегда направлено по радиусу к центру окружности.

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\,\nu = \omega R\,;\;\; a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R\,,$$

где T – период обращения; $\nu$ - частота вращения (число оборотов в 1с), Гц; $\omega$ - угловая скорость, рад/с.

Относительность движения.

Закон сложения скоростей: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$ ; ($\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}$),

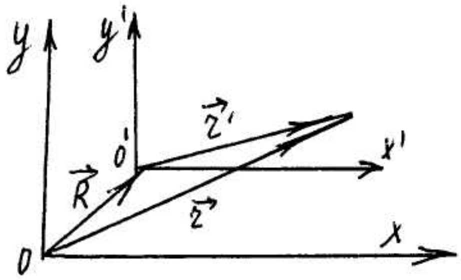



Рис. 1.6

где $\vec{v}$ - скорость материальной точки относительно неподвижной системы отсчета (XоУ); $\vec{v}'$ - скорость этой же точки относительно движущейся системы отсчета (X'o'Y');

$\vec{u}$ - скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (рис.1.6).

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Первую треть пути велосипедист проехал со скоростью 15 км/ч. средняя скорость велосипедиста на всем пути оказалась равной 20 км/ч. С какой скоростью велосипедист двигался оставшуюся часть пути? Ответ дайте в км/ч.

Дано:
$S_1 = 1/3\ S$
$v_1$=15 км/ч
$S_2$=2/3 S
$v_ф$=20 км/ч

$v_2$ - ?

Решение

Обозначив весь пройденный путь S' , из определения средней путевой скорости имеем:

$$v_{ср} = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\dfrac{S}{3v_1} + \dfrac{2S}{3v_2}} = \frac{3v_1 v_2}{v_2 + 2v_1}.$$

С помощью стандартных алгебраических преобразований найдем искомую скорость на второй части пути:

$$v_2 = \frac{2v_1 v_{ср}}{3v_1 - v_{ср}}.$$

Подставляя числовые значения, получаем: $v_2 = \dfrac{2 \cdot 15 \cdot 20}{25} = 24$ (км/ч).

Ответ: 24

2. Найдите графическим способом перемещение и путь, пройденный за 5с материальной точкой, движение которой вдоль оси X описывается уравнением $x = 6 - 4t + t^2$, где все величины выражены в единицах Си.

Дано:

$x=(6-4t+t^2)$ м
$t=5$с

$S$ - ? $|\vec{S}|$ - ?

Решение

Найдем проекцию скорости на ось OX, взяв производную координаты X по времени t :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -4 + 2t\ .$$

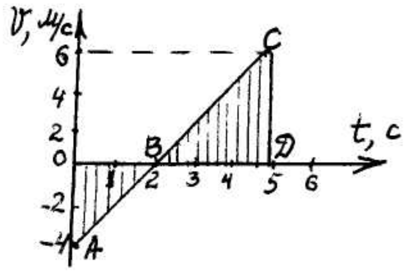



Рис. 1.7

Соответственно этому выражению построим график скорости (рис.1.7). Проекция перемещения на ось OX равна алгебраической сумме площадей треугольников AOB и BCД, причем площадь первого из них берется со знаком минус, а второго – со знаком плюс:

$$\left|\vec{S}\right| = S_x = -\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot(5-2)\cdot 6 = 5\ (\text{м}).$$

Для нахождения пути сложим площади треугольников AOB и BCД, считая их положительными:

$$S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot(5-2)\cdot 6 = 13\ (\text{м}),$$

Ответ: 5; 13.

3. Моторная лодка движется относительно воды в реке со скоростью 5 м/с под углом $60^\circ$ к течению, скорость которого равна 3 м/с. Определите модуль скорости лодки относительно берега реки.

Дано:

$\alpha = 60$
$v' = 5$ м/с
$u = 3$ м/с

$|\vec{v}|$ - ?


Рис.1.8

Решение

По закону сложения скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}\ .$$

Модуль скорости лодки относительно берега реки, как видно из рис.1.8, равен

$$|\vec{v}| = \sqrt{v'^2 + u^2 + 2uv'\cos\alpha} = \sqrt{2{,}5 + 9 + 2\cdot 5\cdot 3\cdot \frac{1}{2}} = 7\ (\text{м/с}).$$

Ответ:7.

4. Тело, имея начальную скорость $v_0 = 4$ м/с, прошло за шестую секунду равнопеременного движения путь S=2,9 м. Определите модуль ускорения тела.

Дано:

$V_o = 4$ м/с
$\Delta S = 2{,}9$ м
$t = 1$с

$|\vec{a}|$ – ?

Решение

Путь, пройденный телом за шестую секунду движения, равен разности путей, пройденных телом за 6 и 5 с, т.е.

$$\Delta S = S_6 - S_5 = (v_0 t_6 + \frac{a t_6^{\,2}}{2}) - (v_0 t_5 + \frac{a t_6^{\,2}}{2}),$$

откуда

$$a = 2\frac{v_0 t - \Delta S}{t_5^{\,2} - t_6^{\,2}};\quad a = -0{,}2\ (\text{м/с}^2).$$

Знак " - " показывает, что тело двигалось замедленно с ускорением $a = 0{,}2$ м/с$^2$, направленным противоположно скорости.

Ответ: 0,2.

5. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Определите время между моментами прохождения телом половины максимальной высоты подъема. Сопротивлением воздуха пренебречь.

| Дано: |
| --- |
| $v_0 = 20$м/с |
| $\tau$ - ? |

Решение

Направляем ось x координатной системы вверх. В верхней точке траектории скорость тела обращается в нуль. Отсюда $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$.

Время прохождения телом координаты $x = \frac{h_{max}}{2}$ определяется из уравнения

$$\frac{h_{max}}{2} = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

и имеет два значения

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - gh_{max}}}{g} = \frac{v_0}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right),$$

что соответствует двум моментам прохождения телом этой координаты при движении вверх и вниз. Следовательно,

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{v_0}{g}\sqrt{2}; \quad \tau = 2{,}82 \text{ (c)}.$$

Ответ: 2,82.

6. Тело брошено с поверхности Земли с начальной скоростью 10 м/с. Спустя 0,5 с после бросания квадрат скорости тела равен 65 м$^2$/с$^2$. На какую максимальную высоту относительно Земли поднимется тело в процессе движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

| Дано |
| --- |
| $v_0 = 10$ м/с |
| $t = 0{,}5$ м/с |
| $v^2 = 65$ м$^2$/с$^2$ |
| $h_{max}$ – ? |

Решение

Зависимости проекций скоростей от времени выражаются уравнениями:

$v_x = v_0 \cos\alpha, \ \ v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.

Модуль скорости в момент времени t равен

$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 gt\sin\alpha + g^2t^2}$.

После подстановки числовых значений в последнее выражение получаем, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

Максимальная высота подъема тела относительно земли определяется по формуле

$$h_{max} = \frac{v_0^{\,2} \sin^2 \alpha}{2g}.$$

После подстановки числовых значений получаем

$$h_{max} = \frac{10^2 \cdot 0{,}6^2}{2 \cdot 10} = 1{,}8 \text{ (м)}.$$

Ответ: 1,8.

7.При равномерном движении по окружности тело проходит 5 м за 2 с. Определите модуль центростремительного ускорения тела, если период обращения равен 5с.

Дано:
$S = 5$м
$t = 2$с
$T = 5$с

$|\vec{a}_n| - ?$

Решение

Центростремительное ускорение тела определяем по формуле

$$a_n = \omega^2 R = \frac{2\pi}{T} v.$$

Учитывая, что $v = \dfrac{S}{t}$, получаем

$$a_n = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{S}{t}.$$

После подстановки числовых значений

$$a_n = \frac{3{,}14 \cdot 2}{5} \cdot \frac{5}{2} = 3{,}14 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Ответ: 3,14.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1. Один бегун пробегает первую половину дистанции со скоростью 4 м/с, а вторую - со скоростью 6 м/с. Другой бегун первую половину времени, затра ченного на всю дистанцию, пробегает со скоростью 4 м/с, а другую - со ско ростью б м/с. На сколько средняя скорость второго бегуна больше средней скорости первого?

2. При движении материальной точки вдоль прямой проекция вектора скоро сти на направление движения меняется по закону v = (4-2t) м/с, где t - время в секундах. Определите путь, пройденный точкой в интервале времени от t = 1c до t = 3c.

3. С высокой башни одновременно бросают два тела. Начальная скорость первого тела равна 20 м/с и направлена вертикально вверх. Второе тело бросают вертикально вниз. Определите модуль начальной скорости второго тела, если, спустя 2с, расстояние между телами равно 50м.

4. График X-координаты первого тела изображается прямой, проходящей через точки (0,0) и (5,5), а второго - через точки (0,3) и (4,5) (время в секундах, X в метрах). Определите отношение модулей скоростей первого и второго тела.

5. Теплоход движется со скоростью 10 м/с вдоль берега озера, а моторная лодка движется перпендикулярно берегу. Определите скорость моторной лодки относительно воды, если ее скорость относительно теплохода равна 20 м/с.

6. Тело брошено с обрыва в горизонтальном направлении со скоростью 10 м/с. Высота обрыва равна 20 м. Определите модуль вектора перемещения тела за время падения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

7. Тонкий обруч катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Скорость центра обруча относительно земли равна 3 м/с. Определите относительно земли модуль скорости точки обруча, для которой радиус составляет с горизонтом угол 30°.

8. Баскетболист бросает в прыжке мяч в кольцо. Скорость мяча сразу после броска равна 10 м/с и направлена под углом 30° к горизонту. С какой по модулю скоростью мяч попал в кольцо, если он долетел до него за 1с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

9. Линейная скорость точек на окружности колеса 10 м/с, а точек, находящихся на 20 см ближе к центру - 5 м/с. Сколько оборотов за 6,28с сделает колесо?

10. Самолет летит по окружности с постоянной угловой скоростью 0,1 рад/с, пролетая 18 км за 1 мин. Определите модуль центростремительного ускорения самолета.

## ТЕМА 2. ДИНАМИКА ОСНОВНЫЕ

## ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Первый закон Ньютона: тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют другие тела.

Первый закон Ньютона устанавливает: а) равноправие состояния покоя и равномерного прямолинейного движения; б) факт существования инерциальных систем отсчета.

Второй закон Ньютона: ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, действующих на тело, обратно пропорционально массе тела и направлено вдоль равнодействующей сил:

$$\vec{a} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m}.$$

Второй закон Ньютона выполняется только в инерциальных системах отсчета.

Импульс тела $\vec{p} = m\vec{v}$.

Приращение импульса тела равно силе, действующей на тело, умноженной на время ее действия ( формулировка второго закона Ньютона):

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t.$$

Если на систему взаимодействующих тел действуют кроме внутренних и внешние силы (например, силы трения, электрические или магнитные силы), то в этом случае справедливо соотношение

$$\sum_{i=1}^{k} \Delta\vec{p}_i = \sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i\,\Delta t.$$

Третий закон Ньютона: силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны ( рис .2.1).

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

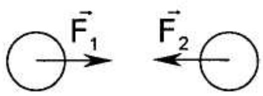



Рис .2.1

Особенности сил взаимодействия: 1) силы приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга; 2) они всегда возникают попарно и имеют одну и ту же природу.

Никакие внутренние взаимодействия не могут сообщить ускорение системе как целому. Пример нарушения третьего закона Ньютона:
1 ) система из двух удаляющихся друг от друга заряженных частиц, скорости которых взаимно перпендикулярны; 2 ) система двух электрически нейтральных частиц массой $m_1$ и $m_2$, удаленных друг от друга на расстояние r и движущихся со скоростью, близкой к скорости света.

Закон всемирного тяготения: две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н$\cdot$м$^2$/кг$^2$ - гравитационная постоянная.

Сила тяжести

$\vec{F}_т$ - сила действующая со стороны Земли на тело и сообщающая телу ускорение $\vec{g}$.

В системе отсчета, связанной с Землей ( неинерциальная система отсчета), существует небольшое различие между силой тяжести и гравитационной силой (гравитационная сила является равнодействующей силы тяжести и центробежной силы инерции).

Различие мало, поэтому в первом приближении силу тяжести можно считать равной силе, с которой тело притягивается к Земле.

<u>Ускорение свободного падения</u> у поверхности Земли

$$g_0 = \frac{GM}{R^2},$$

где M - масса Земли; R -ее радиус. На высоте h над поверхностью Земли

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2.$$

Первая космическая скорость :

а)Земли: $v_I = \sqrt{g_з R_з}$ $(R_з \approx R_{орб})$,

где $R_з$ - радиус Земли, $g_з = \dfrac{GM_з}{R_з^{\,2}}$;

б) планеты:

$$v_{I\,пл} = \sqrt{G\frac{M_{пл}}{R_{орб}}};\; g_{пл} = G\frac{M_{пл}}{R^2_{орб}};\; (R_з \neq R_{орб}).$$

<u>Вес тела</u> - это сила, с которой тело действует на подвес или опору вследствие гравитационного притяжения к Земле.

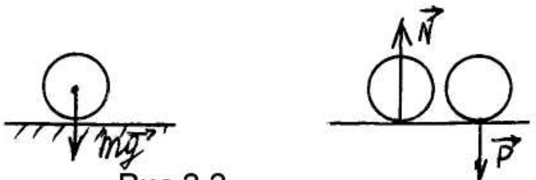


Рис.2.2

$\vec{P} = -\vec{N}$; $|\vec{P}| = |\vec{N}|$ всегда;

$\vec{F}_т$ и $\vec{N}$ приложены к телу,

вес $\vec{P}$ - к опоре (рис.2.2,а,б)

Вес тела $\vec{P}$ и сила тяжести $\vec{F}_т$ равны друг другу, но приложены к разным телам: вес - к опоре (подвесу), сила тяжести - к самому телу (см. рис .2.2). Когда подвес или опора (следовательно, и тело) покоится относительно Земли (или движется без ускорения), то справедливо равенство $\vec{P} = \vec{F}_т = m\vec{g}$.

Если же подвес (опора) движется с ускорением, то $\vec{P} = m(\vec{g} \pm \vec{a})$. Состояние невесомости - это состояние тела, когда его вес равен нулю (a=g).

Различие между $\vec{F}_т$ и $\vec{P}$ : 1) приложены к разным телам; 2) различна природа сил: $\vec{F}_т$ - гравитационная, $\vec{P}$ - электромагнитная; 3) $\vec{F}_т$ не зависит от характера движения; $\vec{P}$ - зависит.

<u>Сила трения покоя</u> имеет максимальное значение

$$\vec{F}_{тр\,max} = \mu\vec{N},$$

где $\mu$ - коэффициент трения; $\vec{N}$ - сила нормальной реакции опоры.

<u>Сила трения скольжения</u>

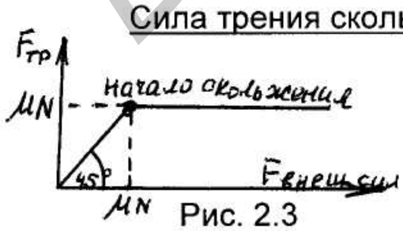


Рис. 2.3

До тех пор пока модуль горизонтальной внешней силы $\vec{F}_{внеш}$ не превзойдет значения $\mu N$ ( рис. 2.3 ), скольжения тела по поверхности не возникает – сила $\vec{F}_{внеш}$ уравновешивается силой трения покоя, которая автоматически принимает значение, равное по модулю $|\vec{F}_{внеш}|$. При достижении значения, равного $\mu N$, возникает скольжение, и сила трения покоя переходит в силу трения скольжения. Итак, сила трения покоя принимает значения от 0 до $\mu N$ .

Силы сопротивления при движении твердых тел в жидкостях и газах: 1) отсутствует сила трения покоя, $F_c = 0$; 2) $F_c = \alpha v$ и $F_c = \beta v^2$, где v - скорость движения тела; $\alpha$ и $\beta$ - коэффициенты, которые зависят от свойств жидкости или газа и от формы и размеров движущегося тела.

Закон Гука

При упругой деформации растяжения (сжатия) сила упругости пропорциональна вектору удлинения (сжатия) и противоположна ему по направлению.

$$\vec{F}_{упр} = -k\,\Delta\vec{l},$$

где k - коэффициент упругости. Когда говорят о пружине или резиновом жгуте, то k называют жесткостью.

Если $\vec{F}$ - приложенная сила; $l_0$ - начальная длина тела; S - площадь его поперечного сечения, то

$$F = \frac{ES}{l_0}\Delta l; \quad k = \frac{ES}{l_0},$$

где E - модуль Юнга.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. К покоящемуся на горизонтальной поверхности телу приложена равномерно возрастающая сила, направленная под углом 30° к горизонту. Определите модуль ускорения тела в момент отрыва от поверхности.

Дано:
$\alpha = 30^0$
$|\vec{a}| - ?$

Решение

Вектор ускорения тела при движении по горизонтальной поверхности вплоть до точки отрыва тела от поверхности направлен горизонтально. В процессе движения тела на него действуют следующие силы:

равномерно возрастающая сила $\vec{F}$, сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 2 .4). Тогда второй закон Ньютона запишется:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \quad (1)$$

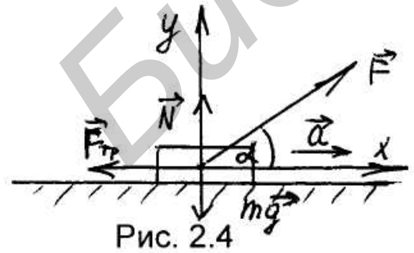


Рис. 2.4

Спроектируем векторное уравнение на оси X,У:

$$x: ma = F\cos\alpha - F_{тр}. \quad (2)$$

$$y: 0 = F\sin\alpha - mg + N. \quad (3)$$

Из уравнения (3) модуль силы нормальной реакции опоры N:

$$N = mg - F\sin\alpha. \quad (4)$$

Отсюда видно, что с ростом F сила нормальной реакции опоры и, следовательно, сила трения скольжения ($F_{тр} = \mu N$) уменьшаются. В момент отрыва тела от поверхности $N = 0$ и $F_{тр} = 0$. Таким образом, в точке отрыва уравнения (2) и (3) будут иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} ma &= F\cos\alpha \\ 0 &= F\sin\alpha - mg \end{aligned}\right\},$$

где $a$ - модуль ускорения тела в момент отрыва от поверхности.

Тогда получаем: $F = \dfrac{mg}{\sin\alpha}$ и $a = g\cdot \mathrm{ctg}\ \alpha$; $a = 10\sqrt{3} = 17{,}3$ (м/с$^2$).

Ответ: 17,3.

2. На какую максимальную высоту подпрыгнет мяч после абсолютно упругого удара о горизонтальный пол, если модуль средней силы, действующей на мяч со стороны пола, равен 14 Н? Время контакта мяча с полом составляет 0,8 с. Масса мяча равна 0,4 кг. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:
$N_{ср} = 14 Н$
$\Delta t = 0{,}8 с$
$m = 0{,}4 кг$
---
$h - ?$

Решение

За время контакта мяча с горизонтальным полом (рис .2.5) происходит изменение импульса мяча под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и средней силы $\vec{N}_{ср}$, действующей на мяч со стороны пола:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}\,' - \vec{p} = (m\vec{g} + \vec{N}_{ср})\Delta t, \quad (1)$$

где $\vec{p}\,'$ - импульс мяча в момент отрыва от пола; $\vec{p}$ - импульс мяча к моменту начала контакта с полом. Направление векторов импульсов и действующих сил показано на рис. 2. 5.

Спроектировав уравнение (1) на вертикальное направление (ось У), получаем:

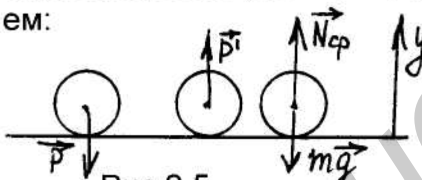


Рис.2.5

$$p' + p = (N_{ср} - mg)\Delta t. \quad (2)$$

По условию задачи удар мяча о поверхность является упругим, т.е. $p' = p$. Используя это условие, можно определить скорость мяча в момент отрыва от пола:

$$v' = \frac{(N_{ср} - mg)\Delta t}{2m}. \qquad (3)$$

Ускорение мяча после отрыва от пола равняется ускорению свободного падения, т. к. по условию задачи сопротивление воздуха не учитывается. Зная начальную скорость мяча $v'$, находим максимальную высоту подъема:

$$h = \frac{v'^2}{2g} = \frac{(N_{ср} - mg)^2\Delta t}{8m^2 g}. \qquad (4)$$

После подстановки числовых значений в уравнение (4) получаем:
$h = 5$ (м).

Ответ: 5.

3. Тело массой 2 кг движется по горизонтальной поверхности под действием силы, направленной горизонтально. Определите модуль силы взаимодействия тела с поверхностью, если коэффициент трения скольжения равен 1.

Дано:
$m = 2$ кг
$\mu = 1$

$|\vec{F}_{вз}|$ - ?

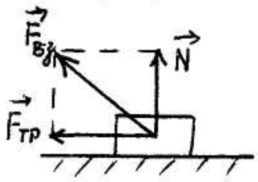



Рис. 2.8

Решение

Сила взаимодействия тела с поверхностью имеет две составляющие: нормальную (сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ ) и касательную к поверхности (сила трения $\vec{F}_{тр}$) (рис .2.6), т.е.

$$\vec{F}_{вз} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \qquad (1)$$

Из треугольника сил следует, что модуль силы взаимодействия тела с поверхностью определяется выражением

$$|\vec{F}_{вз}| = \sqrt{N^2 + F_{тр}^2}. \qquad (2)$$

Учитывая, что по условию задачи тело движется по горизонтальной поверхности под действием горизонтальной силы, имеем:

$$N = mg; \quad F_{тр} = \mu N = \mu mg. \qquad (3)$$

Подставляя выражение (3) в (2), получаем:

$$F_{вз} = mg\sqrt{1+\mu^2}; \quad F_{вз} = 20\sqrt{2} = 28{,}2 \text{ (Н)}$$

Ответ: 28,2.

4. Во сколько раз модуль скорости спутника, вращающегося по круговой орбите на высоте, равной радиусу планеты, меньше первой космической скорости для этой планеты?

Дано:
$h = R$

$\frac{v_1}{v_2}$ - ?

Решение

Центростремительное ускорение спутнику сообщает сила притяжения между планетой и спутником. Поэтому

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv_1^2}{R}, \quad \frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{mv_2^2}{R+h},$$

где m - масса спутника; M - масса планеты. Из этой системы уравнений получаем $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R+h}{R}} = \sqrt{2} = 1{,}41.$

Ответ: 1,41.

5 .Определите коэффициент жесткости пружины, составленной из двух последовательно соединенных пружин с коэффициентами жесткости 300 и 200 Н/м соответственно.

Дано:
$k_1 = 300$ Н/м
$k_2 = 200$ Н/м

k - ?

Решение

При последовательном соединении пружин абсолютная деформация составной пружины равна сумме абсолютных деформаций пружин, входящих в её состав, т.е.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2,$$

а сила упругости одинакова вдоль всей пружины. Тогда $\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$, откуда $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$; $k = 120$ (Н/м)

Ответ: 120.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Тело скользит по наклонной плоскости без трения. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. Во сколько раз увеличится модуль ускорения тела, если угол наклона плоскости увеличится вдвое?

2. К телу массой 1 кг, лежащему на горизонтальной поверхности, приложена горизонтальная сила. В первом случае модуль этой силы равен 0,5 Н, во втором - 2 Н. Определите отношение модуля силы трения во втором случае к модулю силы трения в первом случае, если коэффициент трения равен 0,1.

3. Два груза, связанных между собой нитью, движутся вниз с ускорением, вдвое большим ускорения свободного падения. Во сколько раз натяжение нити, за которую тянут оба груза, больше натяжения нити, связывающей гру зы? Масса нижнего груза в три раза больше массы верхнего груза.

4. Шарик, прикрепленный к нити, движется равномерно по окружности в гори зонтальной плоскости (конический маятник). Расстояние от точки подвеса до горизонтальной плоскости равно 5м. Найдите угловую скорость шарика.

5. С какой скоростью должен двигаться мотоциклист по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны 40м, чтобы в верхней точке выпуклости давле ние на мост отсутствовало?

6. Коэффициент жесткости пружины равен 300 Н/м. Определите коэффици ент жесткости пружины, сделанной из того же материала с длиной в три раза большей, чем у первая. Поперечное сечение пружины одинаковое.

7. Тело массой 0,2 кг движется по окружности с постоянной линейной скоро стью 1,5 м/с. Найдите модуль изменения импульса тела за время, равное половине периода.

8. С какой по модулю скоростью вылетают пули из ствола пулемета, если при частоте выстрелов 10 $с^{-1}$ и массе пули 10 г развивается средняя реактивная сила, равная по модулю 80 Н?

9. Первый спутник вращается по круговой орбите на высоте, равной радиусу планеты, а второй - на высоте в семь раз большей. Во сколько раз скорость первого спутника больше скорости второго?

10. Чему равно ускорение силы тяжести на высоте, равной радиусу Земли?

# ТЕМА 3. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИКИ. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ
## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

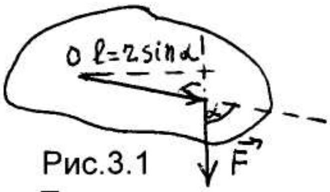


Рис.3.1

Моментом силы относительно точки на плоскости называют произведение модуля силы $\vec{F}$ на ее плечо $l$ :

$$M = F \cdot l = Fr \sin\alpha$$

Плечом силы называют длину перпендикуляра, опущенного из точки O (рис. 3.1) на прямую, вдоль которой действует сила.

Моменты сил, вращающих тело по часовой стрелке, считаются положительными, а моменты сил, вращающих тело против часовой стрелки, -- отрицательными.

Условия равновесия твердого тела:

1. При отсутствии оси вращения векторная сумма всех сил, приложенных к телу, должна быть равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0,$$

где n - число сил.

2. Алгебраическая сумма моментов всех сил вращения равна нулю (правило моментов), т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0,$$

где n - число моментов.

Сложение параллельных сил.

Равнодействующая двух параллельных сил (рис. 3.2), направленных в одну сторону, параллельна им, направлена в ту же сторону, равна их сумме и проходит через точку, которая делит прямую, соединяющую точки приложения составляющих сил, в отношении, обратном отношению величин этих сил.

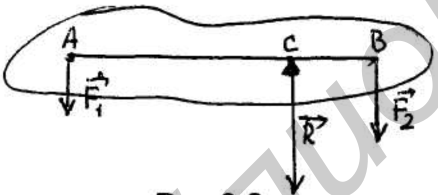



Рис.3.2

$$R = F_1 + F_2; \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2}; \quad \vec{F}_1 \parallel \vec{R} \parallel \vec{F}_2.$$

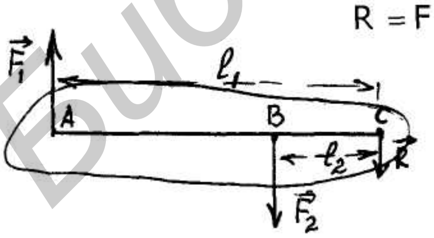


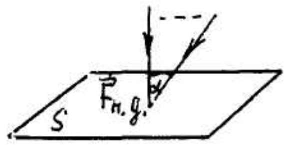

Рис.3.3

Равнодействующая двух параллельных сил, направленных в разные стороны ( антипараллельных сил) (рис .3.3), параллельная им, направлена в сторону большей силы и равна разности обеих сил; она проходит через точку на продолжении прямой, соединяющей точки приложения слагаемых сил, расстояния от которой до этих точек обратно пропорциональны модулям сил.

$$R = F_2 - F_1; \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}; \quad \vec{F}_1 \parallel \vec{R} \parallel \vec{F}_2.$$

Давление.

Сила нормального давления, или просто, сила давления ( рис. 3.4 ) равна



$F_{нд} = F \cdot \cos\alpha$,

где $\alpha$ - угол между вектором $\vec{F}$ и нормалью к площадке.

Рис. 3.4

Давлением называется скалярная величина, равная отношению модуля силы давления к площади поверхности, на которую действует эта сила:

$$P = \frac{F_{нд}}{S} = \frac{F\cos\alpha}{S}.$$

Гидростатическое давление внутри жидкости на глубине h:

$$P = \rho g h,$$

где $\rho$ - плотность жидкости.

Полное давление внутри покоящейся жидкости на глубине h:

$$P = P_0 + \rho g h,$$

где $P_0$ - давление на открытой поверхности.

Закон Паскаля : жидкости и газы передают оказываемое на них давление равномерно по всем направлениям.

Закон сообщающихся сосудов:

а) однородная жидкость устанавливается в сообщающихся сосудах на одном и том же уровне:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho; \quad h_1 = h_2 = h;$$

б) высоты взаимно уравновешенных столбов разнородных жидкостей, находящихся в сообщающихся сосудах, обратно пропорциональны плотностям жидкостей: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$.

Закон Архимеда.

На поверхность тела, погруженного в жидкость (или газ), действуют силы давления. На боковые стороны тела действуют силы, стремящиеся сжать его. Эти силы взаимно уравновешиваются. Сила, с которой жидкость (газ) действует на нижнюю грань тела (например, бруска), направлена вверх и равна по величине

$$F_1 = P_1 S; \quad P_1 = \rho_ж g(h + H) + P_0,$$

где h - глубина погружения тела; H - высота грани тела; S -площадь основания тела; $\rho_ж$ - плотность жидкости (газа); $P_0$ - атмосферное давление.

Сила, действующая на верхнюю грань, направлена вниз и равна

$$F_2 = P_2 S; \quad P_2 = \rho_ж g h + P_0.$$

Результирующая сила, действующая со стороны жидкости (газа) на брусок, называется выталкивающей силой. Она направлена вверх и равна

$$F_в = F_1 - F_2 = \rho_ж g H S = \rho_ж g V_{вж},$$

где $V_{вж}$ - объем вытесненной жидкости (газа) в объеме погруженной части тела.

Таким образом, на тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, равная весу жидкости (газа) в объеме погруженной части тела, направленная вверх и приложенная в центре тяжести этого объема жидкости или газа ( закон Архимеда).

Тело плавает в жидкости (газе), если выталкивающая сила равна по модулю действующей на тело силе тяжести $mg$ ($m$ - масса тела):

$$F_B = F_A = mg = \rho_т g V_т; \quad \rho_ж g V_{вж} = \rho_т g V_т; \quad \frac{\rho_т}{\rho_ж} = \frac{V_{вж}}{V_т},$$

где $\rho_т$ и $V_т$ - плотность и объем тела.

Условие плавания тела в жидкости:

$$\rho_т \le \rho_ж \quad \text{или} \quad \frac{\rho_т}{\rho_ж} \le 1 \quad (\text{т.к. } V_{вж} \le V_т).$$

Иногда тело, сила тяжести которого меньше веса жидкости в объеме тела, может лежать на дне сосуда, заполненного этой жидкостью, не всплывая на ее поверхность. Это возможно тогда, когда жидкость не проникает между телом и дном сосуда и, следовательно, на нижнюю поверхность тела не действует сила давления жидкости. Сила давления жидкости на верхнюю поверхность тела прижимает его ко дну. Если тело немного приподнять, жидкость проникает под его нижнюю поверхность, возникает выталкивающая сила и тело всплывает.

В ускоренно движущейся системе отсчета (например: тело, погруженное в жидкость или газ, движется вниз относительно неподвижной системы отсчета, связанной с Землей, с ускорением $\vec{a}$ ) выталкивающая сила равна $F_B = \rho(g - a)V$. В невесомости (a=g) выталкивающая сила равна нулю.

Гидравлический пресс:

$F_2 = F_1 \dfrac{S_2}{S_1}$, где $F_2$ - сила, действующая на тело со стороны большого поршня с площадью поперечного сечения $S_2$; $F_1$ - сила, действующая на малый поршень с площадью поперечного сечения $S_1$.

Уравнение неразрывности:

$v_1 S_1 = v_2 S_2$, где $v_1$ и $v_2$ - скорости течения жидкости в трубках с площадью поперечного сечения $S_1$ и $S_2$.

Уравнение Бернулли:

$P_1 + \rho g h_1 + \dfrac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \dfrac{\rho v_2^2}{2}$, где $P_1$ и $P_2$ - давление в различных точках движущейся жидкости; $h_1$ и $h_2$ - высота этих точек, отсчитанная от общего уровня; $v_1$ и $v_2$ - скорость в этих точках.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Однородная лестница массой 10 кг прислонена к гладкой вертикальной стене. Коэффициент трения лестницы о пол равен 0,5. Чему равен в градусах наибольший угол, образуемый лестницей с вертикальной стеной, при котором лестница находится еще в равновесии?

Дано:
$m$ = 10 кг
$\mu$ = 0,5

$\alpha$ - ?

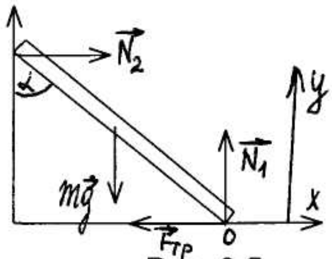


Рис .3.5

Решение

На лестницу действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, силы нормальной реакции стены и пола $\vec{N}_2$ и $\vec{N}_1$, сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$ (рис .3.5).

Скольжение лестницы можно рассматривать как совокупность двух движений: вращательного (около точки О) и поступательного (в направлении против оси Х). Первое условие равновесия лестницы в векторной форме имеет вид

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр} = 0, \qquad (1)$$

Спроектируем полученное уравнение на выбранные направления осей Х и У:

$$\left.\begin{array}{l} N_2 - F_{тр} = 0 \\ N_1 - mg = 0 \end{array}\right\}. \qquad (2)$$

Напишем второе условие равновесия лестницы относительно точки О:

$$mg \cdot \frac{l}{2}\sin\alpha = N_2 l\cos\alpha, \qquad (3)$$

где $l$ - длина лестницы; $\frac{l}{2}\sin\alpha$ и $l\cos\alpha$ - плечи сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}_2$ соответственно, а моменты сил $\vec{F}_{тр}$ и $\vec{N}_1$ равны нулю (плечи сил равны нулю).

Из выражения (3) $\quad \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{2N_2}{mg}$.

Учитывая из выражения (2), что $N_2 = F_{тр} = \mu mg$ и $N_1 = mg$, получаем:

$\operatorname{tg}\alpha = 2\mu; \quad \operatorname{tg}\alpha = 1; \quad \alpha = 45^0$.

Ответ: 45.

2. Однородная плоская пластинка имеет форму круга, из которого вырезан круг вдвое меньшего радиуса, касающийся первого круга. Определите положение центра масс пластинки, если радиус круга 12 см.

Дано
$R$ = 0,12 м

$x$ - ?

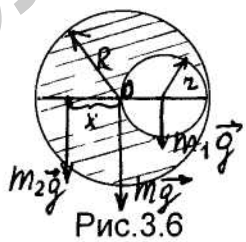


Рис.3.6

Решение

Если вставить вырезанную часть пластинки на прежнее место, то силу тяжести $m\vec{g}$ (рис.3.8), действующую на все тело, можно представить как равнодействующую двух сил: силы тяжести $m_1\vec{g}$, действующей на вырезанную часть, и силы тяжести $m_2\vec{g}$, действующей на оставшуюся часть ( круг с отверстием). Пластинка будет находиться в равновесии относительно оси, проходящей через точку О. Запишем условие равновесия системы относительно указанной оси:

$$m_1 gr = m_2 gx,$$

где $r$ и $x$ - плечи сил тяжести $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$,

$$x = \frac{m_1}{m_2} \cdot r.$$

Массы однородных пластинок одинаковой толщины равны:

$m = \rho S h = \rho \pi R^2 h$; $m_1 = \rho \pi r^2 h$; $m_2 = m - m_1 = \rho \pi h (R^2 - r^2)$,

где $\rho$ - плотность материала пластинки; $S$ - площадь сечения всей пластинки; $S_1$ - площадь сечения выреза; $h$ - толщина пластинки.

Учитывая это и условие задачи ($r = \frac{R}{2}$), найдем:

$$x = \frac{r^3}{R^2 - r^2} = \frac{R^3}{8\left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right)} = \frac{R}{6}; \qquad x = 0{,}02 \text{ (м)}.$$

Ответ: 0,02.

3. Латунная деталь массой 1 кг, подвешенная к динамометру, опущена в воду. Показания динамометра 8,5 Н. Найдите массу меди, содержащейся в латуни. Плотность меди $8{,}8 \cdot 10^3$ кг/м$^3$, цинка $7{,}2 \cdot 10^3$ кг/м$^3$.

Дано:

$m = 1$ кг

$\rho_0 = 10^3$ кг/м$^3$

$\rho_м = 8{,}8 \cdot 10^3$ кг/м$^3$

$\rho_ц = 7{,}2 \cdot 10^3$ кг/м$^3$

$F = 8{,}5$ Н

$m_м$ - ?

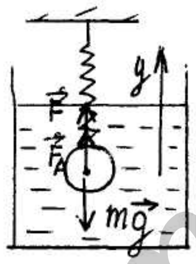



Рис. 3.7

Решение

Запишем условие равновесия сил и спроектируем на ось У (рис. 3.7) Тогда:

$$m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F} = 0;$$

$$\left.\begin{aligned} y:\ F + F_A - mg &= 0 \\ F_A &= mg - F \end{aligned}\right\}. \qquad (1)$$

С другой стороны, силы Архимеда $F_A = \rho_0 g (V_м + V_ц)$ (2), где $V_м$ и $V_ц$ - объем меди и цинка в латунной детали, $\rho_0$ - плотность воды. Приравняв друг к другу правые части выражений (1) и (2), получим

$$mg - F = \rho_0 g (V_м + V_ц).$$

Для упрощения дальнейшего решения найдем численное значение объема детали:

$$V_м + V_ц = \frac{mg - F}{\rho_0 g} = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ (м}^3\text{)}.$$

После преобразований получаем:

$$V_м + V_ц = \frac{m_м}{\rho_м} + \frac{m_ц}{m_ц}; \quad m_ц = m - m_м; \quad V_м + V_ц = \frac{m_м}{\rho_м} + \frac{m - m_ц}{\rho_ц};$$

$$\frac{m_м}{\rho_м} - \frac{m_м}{\rho_ц} = (V_м + V_ц) - \frac{m}{\rho_ц}. \qquad (3)$$

Подставив числовые значения в выражение (3), получаем

$$m_м \cdot \frac{\rho_ц - \rho_м}{\rho_ц \rho_м} = \frac{mg - F}{\rho_0 g} - \frac{m}{\rho_ц}.$$

$m_м = 0{,}4$ (кг). (Расчеты выполнялись с точностью до третьего знака после запятой).

Ответ: 0,4.

4. Открытая с двух концов трубка длиной 76 см до половины погружена в ртуть. Определите в сантиметрах длину столбика ртути в трубке, если плотно закрыв верхнее отверстие, вынуть трубку из ртути. Атмосферное давление равно 76 см рт. ст. Температура постоянна.

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $l = 76$ см<br>$\rho_0 = 76$ см рт. ст. | При вытаскивании трубки с плотно закрытым верхним отверстием часть ртути выльется из трубки, а часть останется. Это связано с тем, что при выливании ртути давление воздуха, изолированного между верхним закрытым концом трубки и поверхностью оставшейся ртути, |
| x - ? | |

с ростом объема уменьшается и разность сил давления атмосферы и воздуха в трубке уравновешивает силу тяжести, действующую на оставшийся в трубке столбик ртути. Условие равновесия столбика ртути имеет вид

$$\vec{F}_0 + m\vec{g} + \vec{F}_1 = 0,$$

где $\vec{F}_0$ - сила атмосферного давления; $\vec{F}_1$ - сила давления воздуха в трубке и $m\vec{g}$ - сила тяжести, действующая на оставшуюся в трубке ртуть (рис.3.8).

Спроектировав условие равновесия на вертикальное направление, имеем:

$$P_0 S - mg - P_1 S = 0, \qquad (1)$$

где $P_0$ - атмосферное давление; $P_1$ - давление воздуха в трубке; S - площадь поперечного сечения трубки.

При плотно закрытом верхнем отверстии масса воздуха в трубке остается постоянной, т.е процесс расширения воздуха является изотермическим. На основании закона Бойля-Мариотта


$$P_0 \frac{l}{2} S = P_1 (l - x) S, \qquad (2)$$

отсюда

$$P_1 = \frac{P_0 l}{2(l - x)}, \qquad (3)$$

где x - длина столбика ртути, оставшейся в трубке.

Рис. 3.8

Массу столбика ртути в трубке выражаем через плотность ртути и её объем:

$$m = \rho_{рт} \cdot x \cdot S. \qquad (4)$$

Атмосферное давление задано в условии задачи в см рт. ст., т.е. соответствует гидростатическому давлению столба ртути высотой $l_0 = 76$ см ($l_0 = l$):

$$P_0 = \rho_{рт} g \cdot l_0 = \rho_{рт} g \cdot l. \qquad (5)$$

Подставляя полученные выражения (3), (4) и (5) для $P_1$, $m$, $\rho_0$ в условие равновесия (1) столбика ртути, получаем

$$l - x - \frac{2l^2}{2(l-x)} = 0. \qquad (6)$$

Это уравнение сводится к квадратному уравнению относительно неизвестной высоты $x$ столбика ртути в трубке:

$$2x^2 - 4lx + l^2 = 0. \qquad (7)$$

Решая квадратное уравнение (7), получаем:

$$x_1 = \frac{l(2-\sqrt{2})}{2}; \quad x_2 = \frac{l(2+\sqrt{2})}{2}. \qquad (8)$$

Второй корень уравнения (8) не имеет физического смысла, т.к. $x_2 > l$. В результате для искомой длины столбика ртути, оставшейся в трубке, имеем:

$$x = \frac{l(2-\sqrt{2})}{2} = \frac{76(2-1{,}41)}{2}; \quad x = 22{,}42 \text{ (см)}.$$

Ответ: 22,42.

5. В колено U - образной трубки площадью 1 см$^2$, содержащей ртуть плотностью 13,6 г/см$^3$, налили 7,2 г воды плотностью 1 г/см$^3$ и 20 г бензина плотностью 0,8 г/см$^3$. На сколько сантиметров уровень жидкости в одном колене выше, чем в другом?

Дано:
$S = 1$ см$^2$
$\rho = 13{,}6$ г/см$^3$
$\rho_1 = 1$ г/см$^3$
$m_1 = 7{,}2$ г
$\rho_2 = 0{,}8$ г/см$^3$
$m_2 = 20$ г

$\Delta h$ - ?

Решение

При вливании в левое колено U - образной трубки воды и бензина уровень ртути в правом колене повышается, чтобы скомпенсировать добавочное гидростатическое давление (рис.3.9). Проведем горизонтальную плоскость OO’, совпадающую по высоте с уровнем ртути в левом колене. Давление в точках U-образной трубки, принадлежащих этой плоскости, одинаково, т.к. ниже находится только ртуть. Таким образом, гидростатическое давление столба воды $h_1$ и столба бензина $h_2$ должно равняться гидростатическому давлению столба ртути высотой $x$, находящемуся выше уровня OO’:

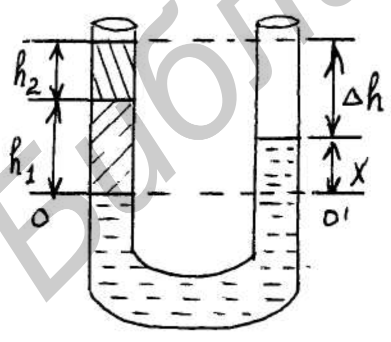



Рис. 3.9

$$\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = \rho g x.$$

Подставляя в последнее равенство

$$h_1 = \frac{m_1}{\rho_1 S} \text{ и } h_2 = \frac{m_2}{\rho_2 S},$$

получаем выражение для высоты $x$ столба ртути:

$$x = \frac{m_1 + m_2}{\rho \cdot S}.$$

Зная $h_1$, $h_2$, и $x$, легко найти искомую величину $\Delta h$:

$$\Delta h = h_1 + h_2 - x = \frac{m_1}{\rho_1 S} + \frac{m_2}{\rho_2 S} - \frac{m_1 + m_2}{\rho \cdot S}; \quad \Delta h = 30{,}2 \text{ (см)}.$$

Ответ: 30,2.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

1. Тетива лука в месте контакта со стрелой образует угол 120°. Найдите мо дуль силы натяжения тетивы, если лучник тянет стрелу с силой 500 Н. Стре ла расположена симметрично относительно лука.

2. Однородная балка массой 800 кг и длиной 4 м закреплена на оси, отстоя щей от левого конца балки на 1,9 м. На каком расстоянии от левого конца балки должен стать человек массой 80 кг, чтобы балка находилась в равно весии?

3. Для подъема тяжелого цилиндрического катка радиусом л/2 м на прямо угольную ступеньку пришлось приложить к его оси горизонтально направ ленную силу, равную силе тяжести катка. Определите максимальную высоту ступеньки.

4. Легкая лестница длиной 4 м приставлена к гладкой стене под углом 60° к полу. Максимальная сила трения между лестницей и полом равна 200 Н. На какую вь.соту может подняться по лестнице человек массой 60 кг прежде, чем лестница начнет скользить?

5. На сколько миллиметров ртутного столба давление, создаваемое в водо еме на глубине 0,272 м, больше атмосферного давления? Плотности воды и ртути соответственно равны 1000кг/м$^3$ и 13600кг/м$^3$.

6. Аквариум прямоугольной формы доверху наполнен водой. Определите модуль силы гидростатического давления воды на вертикальную стенку ак вариума длиной 50 см и высотой 30 см. Плотность воды ЮООкг/м$^3$.

7. Тело плотностью 1500 кг/м$^3$ плавает на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями 1000кг/м$^3$ и 3000кг/м$^3$. Какая часть тела находится в нижней жидкости?

8. Пробковый спасательный круг имеет массу 3,2 кг. Найдите подъемную си лу этого круга в морской воде. Плотность пробки 0,2-10$^3$ кг/м$^3$, морской воды 1,03-10$^3$ кг/м$^3$.

9. На малый поршень гидравлического пресса действует сила 50 Н. Поршень медленно опустился на 15 см. Большой поршень поднялся на 3 мм. Опреде лите массу груза, лежащего на большом поршне.

10. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость течения в широкой части трубы 20 см/с. Определите скорость тече ния воды в узкой части трубы, диаметр которой в 1,5 раза меньше диаметра широкой части.

## ТЕМА 4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ, ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Работа постоянной силы F

$$A = FS\cos\alpha,$$

где S - модуль перемещения; $\alpha$ - угол между векторами силы и перемещения. Если $\alpha < \frac{\pi}{2}$, то $A > 0$; если $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $A = 0$; если $\alpha > \frac{\pi}{2}$, то $A < 0$.

Величина работы при совпадении направления перемещения с направлением вектора силы численно равна площади под графиком зависимости между силой и перемещением. Если направления векторов силы и перемещения противоположны, то величина работы равна этой же площади, но взятой со знаком минус. Работа переменной силы вычисляется с использованием геометрического истолкования механической работы.

Силы, работа которых зависит только от начального и конечного положения тела и не зависит от пути, по которому тело переходит из начальной точки в конечную, а по замкнутому пути равна нулю, называются консервативными. Силы тяжести и силы упругости - консервативные силы.

Если на тело действует переменная сила, то

$$A = F_{ср}S\cos\alpha,$$

где $F_{ср}$ - среднее значение переменной силы, действующей на тело.

Мощность

$$N = \frac{A}{t},$$

где t - время, за которое совершается работа.

Если движение равномерное, то

$$N = Fv\cos\alpha,$$

где v - модуль скорости; F - модуль силы; $\alpha$ - угол между $\vec{F}$ и $\vec{v}$.

Коэффициент полезного действия (КПД или $\eta$) механизма - это отношение полезной работы, совершенной механизмом, к полной (затраченной) работе. Полезная работа всегда меньше полной из-за неизбежных потерь, связанных с трением и другими явлениями,

$$\eta = \frac{A_п}{A_з}.$$

В соответствии с различными формами процессов говорят о различных формах энергии: механической, внутренней, электромагнитной и т.д.

Механической энергией тела называется физическая величина, характеризующая способность тела совершать работу. Единица энергии совпадает с единицей работы.

Различают два вида механической энергии - кинетическую и потенциальную. Кинетической называется энергия, обусловленная движением тела,

$$E_к = \frac{mv^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии тела равно работе равнодействующей сил, приложенных к телу,

$$E_{к2} - E_{к1} = A.$$

Потенциальная энергия - энергия, обусловленная взаимодействием между телами.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела ( сжатой или растянутой пружины)

$$E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2},$$

где k - коэффициент упругости (жесткости) тела; $\Delta l$ - абсолютная деформация.

Потенциальная энергия тела массой $m$, поднятого на высоту $h$ относительно нулевого уровня, $E_p = mgh$ $(h << R_з)$.

Полная механическая энергия - сумма кинетической и потенциальной энергии.

<u>Закон сохранения энергии в механике</u>: полная механическая энергия замкнутой системы тел, силы взаимодействия между которыми являются консервативными, остается неизменной (сохраняется):

$$E = E_к + E_p = const.$$

В случае постоянства полной энергии кинетическая и потенциальная энергии могут изменяться, однако лишь таким образом, чтобы их сумма оставалась постоянной.

<u>Изменение полной механической энергии</u> системы равно работе внешних сил:

$$E_2 - E_1 = A_{внеш}.$$

<u>Изменение полной механической энергии замкнутой системы, в которой между телами действуют силы трения, равно работе сил трения:</u>

$$E_2 - E_1 = A_{тр}.$$

Работа силы трения скольжения отрицательна.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. На покоящийся шар налетает такой же шар со скоростью 5 м/с. Разлетаются шары под прямым углом, Масса каждого шара равна 1 кг. Какое количество теплоты выделится при столкновении шаров?

Дано:

$v_1 = 5$ м/с

$v_2 = 0$

$m_1 = m_2 = m = 1$ кг

$\alpha = 90^0$

Q - ?

Решение

На основании закона сохранения импульса имеем:

$$m_1\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \text{ или } \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \text{ так как } m_1 = m_2 \quad (1)$$

где $\vec{v}$, $\vec{v}_1$ - скорости первого шара до и после столкновения; $\vec{v}_2$ - скорость второго шара после столкновения (рис.4.1).

По условию задачи шары разлетаются под прямым углом, поэтому векторному уравнению (1) соответствует по теореме Пифагора соотношение

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2. \quad (2)$$

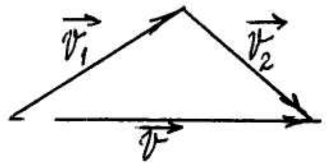



Рис. 4.1

Количество теплоты, выделяющееся при столкновении шаров, равно разности их кинетических энергий до и после удара:

$Q = E_K^0 - E_K$,

где $E_K^0 = \dfrac{m_1 v_1^2}{2}$ - энергия первого шара до удара. Энергия второго шара до удара равна нулю.

$$E_K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \qquad (4)$$

- общая энергия шаров после удара. Из уравнений (2) - (4) следует, что $Q = 0$, т.е. при таком ударе шаров выполняется закон сохранения механической энергии.

Ответ: 0.

2. С покоящимся на гладкой горизонтальной поверхности шаром упруго сталкивается шар в 5 раз большей массы. Удар шаров - центральный. Во сколько раз модуль скорости легкого шара после удара больше модуля скорости тяжелого шара?

Дано:

$m_2 = 5m_1$

---

$\dfrac{v_1}{v_2} - ?$

Решение

При упругом ударе выполняются законы сохранения кинетической энергии и импульса:

$$\frac{m_2 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

$$m_2 \vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2,$$

где $v, v_2$ - скорости тяжелого шара до и после удара;

$v_1$ - скорость легкого шара после удара. По условию $m_2 = 5m_1$, тогда после сокращения на $m_1$ имеем:

$$\begin{cases} v^2 - v_2^2 = v_1^2, \\ 5(v - v_2) = v_1 \end{cases}.$$

Разделив первое уравнение на второе, из следующей системы найдем отношение $\dfrac{v_1}{v_2}$:

$$\begin{cases} v + v_2 = v_1 \\ 5(v - v_2) = v_1, \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{v}{v_2} + 1 = \dfrac{v_1}{v_2} \\ 5\dfrac{v}{v_2} - 5 = \dfrac{v_1}{v_2} \end{cases}, \quad \frac{v_1}{v_2} = 2{,}5.$$

Ответ: 2,5.

3. Какую минимальную скорость нужно сообщить грузику, подвешенному на жестком невесомом стержне длиной 40 см, чтобы он совершил вращение в вертикальной плоскости?

Дано:
$l = 0{,}4$ м

$v_{min} - ?$

Решение

Минимальной скорости $\vec{v}$, сообщенной грузику в нижней точке, соответствует и минимальная скорость $\vec{v}_1$ в верхней точке. Рассмотрим уравнение движения тела для верхней точки (рис.4.2) :

$$mg - N' = \frac{mv_1^2}{l}.$$

Из этого уравнения следует, что минимальная скорость $v_{1\,min} = 0$ при условии $mg = N$ . Минимальная скорость груза в нижней точке определяется из закона сохранения механической энергии: кинетическая энергия груза в нижней точке равна изменению его потенциальной энергии при подъеме от нижней до верхней точки, т.е.

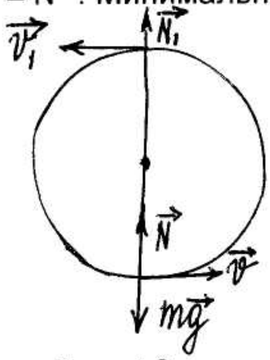


Рис. 4.2

$$\frac{mv_{min}^2}{2} = mg2l,$$

откуда $v_{min} = 2\sqrt{gl}$;

$v_{min} = 4$ (м/с).

Ответ: 4.

4. Тело массой 0,1 кг, закрепленное на невесомой пружине с коэффициентом жесткости 10 Н/м, движется в горизонтальной плоскости равномерно по окружности, причем пружина отклонена от вертикали на $60^0$. Определите потенциальную энергию упругой деформации пружины.

Дано:
$m = 0{,}1$ кг
$k = 10$ Н/м
$\alpha = 60^0$

$E_p - ?$

Решение

Движение тела происходит под действием двух сил: силы упругости пружины $\vec{F}_{упр}$ и силы тяжести $m\vec{g}$ ( рис.4.3.).

Для описания движения тела запишем второй закон Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F}_{упр} + m\vec{g}$.

Рис. 4.3

По условию задачи тело движется равномерно по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, т.е. ускорение тела является центростремительным и направлено горизонтально.

Спроектировав второй закон Ньютона на вертикальное направление, получаем

$$y: 0 = F_{упр}\cos\alpha - mg,$$

откуда для модуля силы упругости имеем:

$$F_{упр} = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

Зная модуль силы упругости, возникающей в пружине при движении тела, и коэффициент жесткости пружины, можно определить потенциальную энергию упругой деформации пружины:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{(kx)^2}{2k} = \frac{F_{упр}^2}{2k} = \frac{m^2g^2}{2k\cos^2\alpha}; \; E_p = 0{,}02 \text{ (Дж)}$$

Ответ: 0,02.

5. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 10 м/с. На какой высоте кинетическая энергия тела будет равна потенциальной энергии? Отсчет потенциальной энергии тела в поле тяготения производится от точки бросания. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$v_0 = 10$ м/с

$E_K = E_P$

$E_p$ – ?

Решение

По условию задачи сопротивлением воздуха можно пренебречь, и, следовательно, полная механическая энергия тела в процессе движения остается постоянной и равной начальной кинетической энергии тела в момент отрыва от поверхности Земли:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \qquad (1)$$

где $\frac{mv^2}{2}$ - кинетическая энергия тела на высоте $h$; $mgh$ - потенциальная энергия тела на высоте $h$. По условию задачи кинетическая и потенциальная энергия на искомой высоте $h$ равны, т.е.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh. \qquad (2)$$

Подставляя выражение (2) в (1), получаем

$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh$, откуда $h = \frac{v^2}{4g}$; $h = 2{,}5$ (м).

Ответ: 2,5

6. Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности земли со скоростью 10 м/с, при падении на землю углубился в песок на 10 см вертикально вниз. Определите количество теплоты, выделившейся при движении камня, если его масса равна 100 г.

Дано:

$m = 0{,}1$ кг

$v = 10$ м/с

$\Delta h = 0{,}1$ м

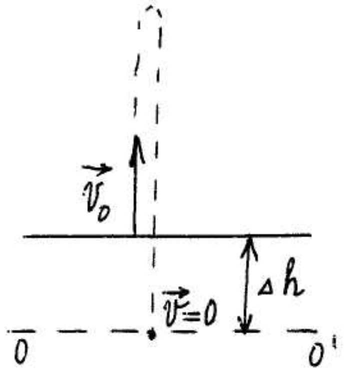
Q - ?

Решение

Количество теплоты, выделяющееся при движении камня, равно убыли его механической энергии:

$$Q = E_1 - E_2,$$

где $E_1, E_2$ - механическая энергия камня в начальном и конечном состоянии. Задача сводится к определению механической энергии камня, являющейся в общем случае суммой кинетической и потенциальной энергии. Примем за уровень отсчета потенциальной энергии положение камня в конечном состоянии (рис. 4.4) на уровне 00'. Механическая энергия камня в начальном состоянии




складывается из кинетической энергии $\dfrac{mv_0^2}{2}$ и потенциальной энергии $mg\ \Delta h$ (камень находится на высоте h относительно уровня отсчета потенциальной энергии), т.е.

$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mg\Delta h .$$

Рис. 4.4

Механическая энергия камня в конечном состоянии равна нулю (скорость камня $v = 0$ и его положение совпадает с уровнем отсчета потенциальной энергии), т.е. $E_2 = 0$.

Знаая механическую энергию камня в начальном и конечном положении, определяем количество выделившейся теплоты:

$$Q = E_1 - E_2 = E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mg\ \Delta h\ ;\ Q = 5{,}1\ (Дж).$$

Ответ: 5,1.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

1. Движущийся шар сталкивается с покоящимся шаром. Под каким углом (в градусах) разлетятся шары, если модуль импульса каждого из шаров после удара равен модулю полного импульса системы до удара?

2. С носа и кормы неподвижной лодки одновременно с одинаковой скоростью начали двигаться навстречу друг другу два рыбака с массами 40 кг и 60 кг. На какое расстояние сместится лодка к моменту встречи рыбаков, если мас са лодки 400 кг, а ее длина 10 м?

3. Два шара массами 1 кг и 3 кг движутся навстречу друг другу со скоростями 4 и 8 м/с соответственно. Определите количество тепла, выделившегося по сле абсолютно неупругого удара.

4. Тело массой 2 кг скатывается с наклонной плоскости с углом при основа нии 30°. Определите мощность силы тяжести в тот момент, когда модуль скорости тела равен 3 м/с.

5. Тело массой 0,2 кг брошено с поверхности земли под углом 60° к горизон ту с начальной скоростью 10 м/с. Определите минимальную кинетическую энергию тела во время полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

6. На какую высоту подпрыгнул бы человек на Луне, оттолкнувшись с силой, достаточной для прыжка на Земле на высоту 1,6 м? Принять массу Земли в 81 раз, а радиус в 4 раза большим, чем у Луны.

7.Две пружины с коэффициентами жесткости 1-10$^5$Н/м и 2Ю$^5$Н/м соединены последовательно. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть составленную таким образом пружину на 0,3 см?

8. Тело массой 1 кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 20 м/с, дос тигло верхней точки траектории за 1,9 с. Определите работу силы тяжести за время подъема тела до наивысшей точки траектории. Сила сопротивления воздуха постоянна.

9. На тело массой 10 кг, движущееся по горизонтальной плоскости, действует сила 100 Н под углом 30°. Определите суммарную работу всех сил, дейст вующих на тело, при перемещении *его* вдоль плоскости на 10 м. Коэффи циент трения между телом и плоскостью 0,1.

10. Мощность двигателя подъемного крана 4,4 кВт. Какой груз можно поднять при помощи этого крана на высоту 12 м в течение 0,5 мин., если подъем гру за совершается равноускоренно? КПД двигателя 80%.

## ТЕМА 5. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ.

Количество вещества

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A},$$

где $m$ - масса вещества; $\mu$ - его молярная масса; N - число молекул; $N_A$ - постоянная Авогадро.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n < v_{кв} >^2; \; m_0 n = \rho,$$

где P - давление газа; $m_0$ - масса молекулы; $n$ - концентрация молекул, $< v_{кв} >$ - средняя квадратичная скорость молекул; $\rho$ - плотность.

Средняя квадратичная скорость молекул газа

$$v_{ср.кв} =< v_{кв} >= \sqrt{< v^2 >} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$$

$kN_A = R$; $m_0 N_A = \mu$,

где $< v^2 >$ - средний квадрат скорости молекул; k - постоянная Больцмана: $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; T - абсолютная температура газа; R - универсальная газовая постоянная; $\mu$ - молярная масса.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа:

$$< E >= \frac{3}{2} kT.$$

Зависимость давления газа от концентрации его молекул и температуры выражается формулой $P = nkT$.

Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \; ,$$

где P - давление; V - объем; m - масса газа, $\mu$ - молярная масса газа; R - универсальная газовая постоянная; T - абсолютная температура газа.

Абсолютная температура

$$T = t + 273 \; ,$$

где t - температура по шкале Цельсия.

<u>Закон Бойля-Мариотта</u>: для данной массы газа при постоянной температуре ($m = \text{const}$; $T = \text{const}$ - изотермический процесс),( рис.5.1)

$$PV = \text{const} \text{ или } P_1V_1 = P_2V_2$$

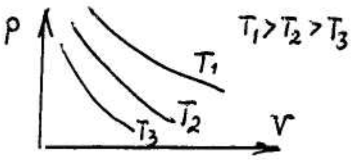



Рис. 5.1

<u>Закон Гей-Люссака:</u> для данной массы газа при постоянном давлении ($m = \text{const}$ ; $P = \text{const}$ - изобарный процесс), (рис. 5.2)

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0 \alpha T \text{ или } \frac{V}{T} = \text{const} \; ,$$

где V- объем газа при $t^0C$; $V_0$ - объем газа при $0^0C$; $\alpha$ - температурный коэффициент объемного расширения: $\alpha = \frac{1}{273} K^{-1}$ для всех газов.


Рис. 5.2

<u>Закон Шарля:</u> для данной массы газа при постоянном объеме ($m = \text{const}$ ; $V = \text{const}$ - изохорный процесс), ( рис.5.3),

$$P = P_0(1 + \gamma t) = P_0 \gamma T \text{ или } \frac{P}{T} = \text{const} \; ,$$

где P - давление газа при $t^0C$; $P_0$ - давление газа при $0^0C$; $\gamma$ - температурный коэффициент давления: $\gamma = \frac{1}{273} K^{-1}$ для всех газов.

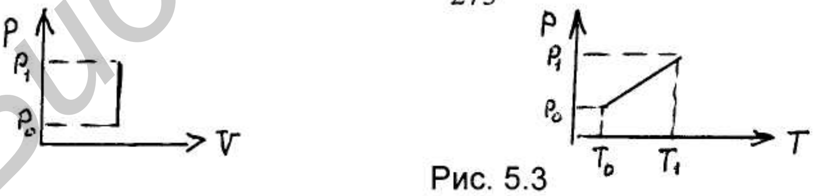



Рис. 5.3

<u>Уравнение Клапейрона</u> (объединенный газовый закон): для данной массы газа ($m = \text{const}$)

$$\frac{PV}{T} = \text{const} \; .$$

Для любых двух состояний

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \; .$$

Нормальные условия: давление $P_0$ = 101325 Па (760 мм рт. ст.), температура $T_0$ = 273 К ($0^0C$).

Закон Дальтона: давление смеси химически не взаимодействующих идеальных газов равно сумме парциальных давлений этих газов:

$$P = P_1 + P_2 + \ldots\ldots + P_n .$$

Внутренняя энергия одноатомного идеального газа

$$U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT = \frac{3}{2} PV ,$$

где $m$ - масса газа; $\mu$ - его молярная масса; $R$ - универсальная газовая постоянная.

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела массой $m$ от температуры $T_1$ до $T_2$,

$$Q = cm\ (T_2 - T_1),$$

где $c$ - удельная теплоемкость вещества,

$$\begin{cases} Q = c_\mu \cdot \nu \Delta T \\ c_\mu = c_{уд} \cdot \mu , \end{cases}$$

где $c_\mu$ - молярная теплоемкость вещества.

Теплоемкость тела массой $m$:

$$C = cm ,$$

где $c$ - удельная теплоемкость вещества.

Закон сохранения и превращения энергии: во всех процессах, происходящих в природе, энергия не исчезает и не создается, а переходит от одного тела к другому и превращается из одного вида в другой в эквивалентных количествах.

Первое начало термодинамики: количество теплоты, переданное системе, затрачивается на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A \text{, где } \Delta U = U_2 - U_1 .$$

Работа, совершаемая газом при его расширении от объема $V_1$ до $V_2$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV ,$$

где $P$ - давление газа.

Для изобарного процесса

$$A = P(V_2 - V_1) = P\Delta V .$$

Для любого процесса работа газа численно равна площади под диаграммой P, V в соответствующем масштабе.

Адиабатический процесс - процесс сжатия или расширения газа без теплообмена с внешней средой.

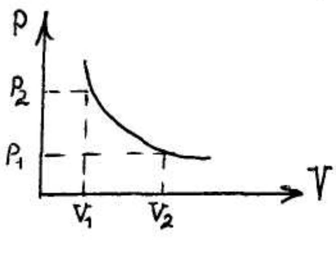



Рис. 5.4

Уравнение адиабаты (рис.5.4):

$PV\gamma = \text{const}$; $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V}$, где $c_P$ и $c_V$ - теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме.

Для одноатомных газов $\gamma = \frac{5}{3}$.

I начало термодинамики для изопроцессов записывается:

1 ) изотермический процесс:

$$T = const \; ; U = \frac{3}{2}\nu RT \; ; \Delta U = 0 ; Q = A ;$$

2) изохорический процесс:

$$V = const \; ; A = 0; Q = \Delta U ;$$

3) изобарический процесс:

$$P = const \; ; A = P\,\Delta V \neq 0; T \neq const \; ; \Delta U \neq 0; Q = \Delta U + A ;$$

4 ) адиабатический процесс:

$$Q = 0; \Delta U + A = 0; A = -\Delta U ;$$

КПД теплового двигателя

$$\eta = \frac{A_П}{A_З} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H},$$

где $A$ - работа, совершаемая двигателем; $Q_H$ и $Q_x$ - количество теплоты, соответственно полученное двигателем от нагревателя и отданное холодильнику.

Максимальное значение КПД теплового двигателя равно КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно,

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_H - T_X}{T_H},$$

где $T_H$ - температура нагревателя; $T_X$ - температура холодильника.

Количество теплоты, необходимое для того, чтобы расплавить кристаллическое тело массой $m$,

$$Q_{ПЛ} = \lambda m ,$$

где $\lambda$ - удельная теплота плавления ( количество теплоты, необходимое для плавления единицы массы твердого кристаллического вещества при температуре плавления и постоянном давлении). При кристаллизации выделяется такое же количество теплоты.

Количество теплоты, необходимое для превращения в пар жидкости массой $m$,

$$Q_{ПАР} = rm ,$$

где $r$ - удельная теплота парообразования (количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы жидкости в пар при температуре кипения). При конденсации выделяется такое же количество теплоты.

Количество теплоты, выделяемое при полном сгорании топлива массой $m$,

$$Q = qm ,$$

где $q$ - удельная теплота сгорания топлива.

Относительная влажность воздуха

$\varphi = \frac{P}{P_0} \cdot 100\%$, где $P$ - парциальное давление водяного пара при данной температуре; $P_0$ - парциальное давление насыщенного пара при той же температуре.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Два сосуда, содержащих идеальные газы, соединены трубкой с краном. Давление газов в сосудах 3 и 7 кПа. Определите в килопаскалях давление в сосудах после открытия крана, если первоначально число молекул в обоих сосудах одинаково. Температура постоянна .

Дано:
$P_1 = 3\cdot10^3$ Па
$P_2 = 7\cdot10^3$ Па
$T = \mathrm{const}$
$P$ - ? (кПа)

Решение

После открытия крана давление в сосудах по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений газов, т.е.

$$P = P_1 + P_2 . \qquad (1)$$

Так как каждый газ при открытом кране занимает весь объем $V_1 + V_2$, а температура постоянна, то

$$P_1V_1 = P_1(V_1 + V_2); \quad P_2V_2 = P_2(V_1 + V_2),$$

откуда

$$P_1 = \frac{P_1V_1}{V_1+V_2} \text{ и } P_2 = \frac{P_2V_2}{V_1+V_2}. \qquad (2)$$

Используя уравнения состояния для каждого газа и учитывая, что число молекул одинаково, имеем: $P_1V_1 = \nu RT$ и $P_2V_2 = \nu RT$ , т.е. $P_1V_1 = P_2V_2$.

Выразив объем $V_1$ через $V_2$ ($V_1 = \frac{P_2V_2}{P_1}$) и подставив в (2) и (1),

получаем:

$$P = \frac{2P_1P_2}{P_1+P_2} = \frac{2\cdot3\cdot7\cdot10^6}{(3+7)\cdot10^3} = 4{,}2 \text{ (кПа)}.$$

Ответ: 4,2.

2. Диаграмма циклического процесса для 0,8 моль газа в координатах PV образует треугольник с вершинами в точках (166 кПа;12л), (166 кПа; 24 л) и (24,9 кПа; 12л). Найдите разность максимальной и минимальной температур в цикле.

Дано:
$\nu$ =0,8 моль
(166 кПа; 12 л)
(166 кПа; 24 л)
(24,9 кПа; 12 л)
$(T_{max} - T_{min})$ - ?

Решение

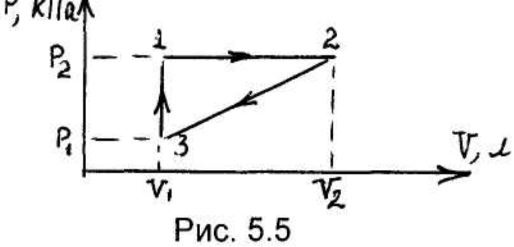



Рис. 5.5

Из анализа процессов, образующих цикл, следует, что максимальную температуру газ имеет в состоянии 2, минимальную - в состоянии 3, т.е. $T_{max} - T_{min} = T_2 - T_3$. Используя уравнение состояния идеального газа для точек 2-3, находим:

$$T_2 = \frac{P_2V_2}{\nu R} \text{ и } T_3 = \frac{P_1V_1}{\nu R}.$$

Тогда $T_{max} - T_{min} = \dfrac{P_2V_2 - P_1V_1}{\nu R}$; $T_{max} - T_{min} = 555$ (К)

Ответ: 555.

3. В трубке, закрытой с одного конца, воздух заперт столбиком ртути длиной 11 см. При вертикальном расположении трубки открытым концом вниз длина столбика воздуха равна 13 см, а при отклонении трубки от вертикали на $60^0$ - 12 см. Определите в мм рт.ст. атмосферное давление.

Дано:
$l = 11$ см
$l_1 = 13$ см
$l_2 = 12$ см

$P_0 - ?$

Решение

При вертикальном расположении трубки (рис.5.6,а) давление воздуха, запертого столбом ртути $P_1$, и гидростатическое давление столба ртути уравновешены атмосферным давлением $P_0$, т. е.

$$P_0 = P_1 + \rho_{рт} g l, \qquad (1)$$

откуда

$$P_1 = P_0 - \rho_{рт} g l. \qquad (2)$$

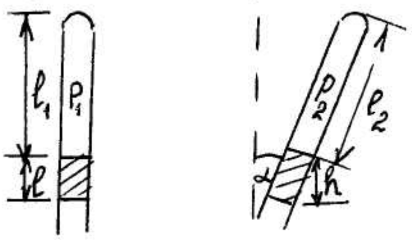
При повороте трубки от вертикали на угол $\alpha$ (рис.5.6,б) имеем:

$$P_0 = P_2 + \rho_{рт} g h = P_2 + \rho_{рт} g l \cos\alpha. \qquad (3)$$

Тогда

$$P_2 = P_0 - \rho_{рт} g l \cos\alpha. \qquad (4)$$

а) б)




При отклонении трубки от вертикали воздух, запертый в трубке, изотермически сжимается и его давление в начальном и конечном состоянии связаны соотношением

$$P_1 l_1 = P_2 l_2. \qquad (5)$$

Рис.5.6

После подстановки выражений (2) и (4) в (5) получим:

$$(P_0 - \rho_{рт} g l) l_1 = (P_0 - \rho_{рт} g l \cos\alpha) l_2. \qquad (6)$$

Из уравнения (6) атмосферное давление $P_0$ равно

$$P_0 = \frac{l(l_1 - l_2\cos\alpha)}{l_1 - l_2} \rho_{рт} g. \qquad (7)$$

Выразить величину атмосферного давления в мм рт.ст. означает определить в мм длину столба ртути, создающего давление $P_0$, т.е.

$$l' = \frac{P_0}{\rho_{РТ} g} = \frac{l(l_1 - l_2\cos\alpha)}{l_1 - l_2}; \; l' = 770 \text{ (мм рт.ст.)}$$

Ответ: 770.

4. Когда из сосуда выпустили некоторое количество идеального газа, давление в нем упало на 40%, а абсолютная температура уменьшилась на 20%. Какую часть газа выпустили из сосуда?

Дано:

$\frac{\Delta P}{P_0}=0{,}4$

$\frac{\Delta T}{T_0}=0{,}2$

---

$\frac{\Delta\nu}{\nu_0}-?$

Решение

Записав уравнение Менделеева-Клапейрона для начального и конечного состояний идеального газа $P_0V_0=\nu_0RT$ ; $PV_0=\nu RT$ , получим

$$\frac{\nu}{\nu_0}=\frac{PT_0}{P_0T}. \qquad (1)$$

Согласно условию,

$$\frac{\Delta P}{P_0}=\frac{P_0-P}{P_0}=1-\frac{P}{P_0}=0{,}4\,;\ \frac{P}{P_0}=0{,}6\,; \qquad (2)$$

$$\frac{\Delta T}{T_0}=\frac{T_0-T}{T_0}=1-\frac{T}{T_0}=0{,}8\,;\ \frac{T}{T_0}=0{,}8\,. \qquad (3)$$

После подстановки (2) и (3) в (1) получим:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=1-\frac{0{,}6}{0{,}8}=0{,}25\,.$$

Ответ: 0,25.

5. В смесь, состоящую из льда массой 5 кг и воды массой 4 кг при температуре $0^0$C , впускают водяной пар массой 0,5 кг при температуре $100^0$C. Определите температуру смеси по шкале Цельсия. Удельная теплота плавления льда $3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $4{,}2\cdot10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды $22{,}6\cdot10^5$ Дж/кг.

Дано:

$m_л=5$ кг

$m_в=4$ кг

$m_п=0{,}5$ кг

$t_0=0^0$C

$t=100^0$C

$\lambda=3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг

$r=22{,}6\cdot10^5$ Дж/кг

$c=4{,}2\cdot10^3$ Дж/кг·К

---

$Q-?$

Решение

Для плавления льда необходимо количество теплоты

$Q_1=m_л\cdot\lambda=3{,}3\cdot10^5\cdot5=16{,}5\cdot10^5$ Дж.

Максимальное количество теплоты, которое может выделиться при конденсации пара и остывании полученной из него воды,

$$Q_2=m_пr+cm_п(t-t_0)=13{,}4\cdot10^5\ \text{Дж}.$$

Из сравнения $Q_1$ и $Q_2$ делаем вывод, что лед растает не весь. Смесь, которая представляет собой воду и некоторое количество льда ($m_л=m_л-\frac{Q_2}{\lambda}=0{,}04$ кг), имеет температуру $\Theta=0^0$C.

Ответ: 0.

6. В (P,V) - координатах, где P - давление в кПа, а $V$ - объем в м$^3$, график циклического процесса в идеальном газе имеет вид прямых, соединяющих точки (100,3), (200,3) и (200,5). Определите абсолютную величину работы газа за цикл.

Дано:
$P_1 = 100$ кПа
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ м$^3$
$P_2 = 200$ кПа
$V_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м$^3$
$P_3 = 200$ кПа
$V_3 = 5 \cdot 10^{-3}$ м$^3$

$|A|$ - ?

Решение

Построим график циклического процесса в (P,V) координатах, используя координаты заданных точек (рис. 5.7). Геометрически работу газа можно найти, вычисляя площадь под кривой зависимости давления газа от его объема. На участке 1-2 газ работы не совершает (V=const). На участке 2-3 работа газа численно равна площади прямоугольника под прямой 2-3, причем знак работы положительный (газ расширяется). На участке 3-1, завершающем цикл, работа газа численно равна площади трапеции под прямой 3-1 и по знаку отрицательна (газ сжимается).

Таким образом, работа газа за цикл равна разности площадей прямоугольника и трапеции, т.е. равна площади цикла ( заштрихованная область на рисунке). Знак работы определяется направлением обхода цикла. Для определения абсолютной величины работы за цикл остается вычислить площадь треугольника {1,2,3}:

$$A = \frac{(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{2} = 100 \quad (\text{Дж}).$$

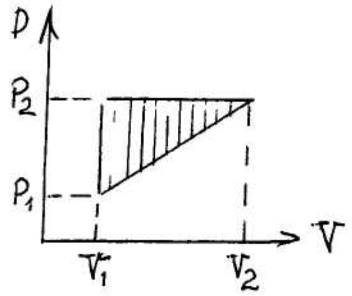



Рис. 5.7

Ответ: 100.

7. В комнате при температуре $15^0$ C относительная влажность 10%. Как изменится относительная влажность, если температура в комнате повысится на $10^0$ C? Давление насыщенного пара при $15^0$ C равно 12,8 мм рт.ст., при $25^0$ C – 23,8 мм рт.ст.

Дано:
$\varphi_1 = 10\%$
$t_1^0 = 15^0\text{C}$
$t_2^0 = 25^0\text{C}$
$P_{н\,п\,1} = 12{,}8$ мм рт.ст.
$P_{н\,п\,2} = 23{,}8$ мм рт.ст.

$\Delta\varphi$ – ?

Решение

Так как пар ненасыщенный, то парциальное давление пара изменяется по закону Шарля: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$. Из этого уравнения можно определить давление ненасыщенного пара $P_2$ при $T_2$: $P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1}$. Влажность при $T_1$ равна

$$\varphi_1 = \frac{P_1}{P_{н\,п\,1}} \cdot 100\%; \quad P_1 = \frac{\varphi_1 P_{н\,п\,1}}{100\%}\%$$

Относительная влажность при $t_2^0 = 25^0\text{C}$ равна

$$\varphi_2 = \frac{P_2}{P_{н\,п\,2}} \cdot 100\% = \frac{P_1 T_2}{P_{н\,п\,2} \cdot T_1} \cdot 100\% = \frac{\varphi_1 P_{н\,п\,1} \cdot T_2}{P_{н\,п\,2} \cdot T_1}.$$

После подстановки числовых значений

$$\varphi_2 = \frac{10 \cdot 12{,}8 \cdot 298}{23{,}8 \cdot 288}\% = 5{,}6\%;$$

$$\Delta\varphi = 4{,}4\ (\%).$$

Ответ: 4,4.

8. Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины равен 0,1. Какую полезную работу совершает машина за цикл, если холодильнику при этом передается 900 Дж теплоты?

Дано:

$\eta = 0{,}1$

$Q_X = 900$ Дж

$A_п - ?$

Решение

Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины равен

$$\eta = \frac{A_п}{A_З} = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H}.$$

Используя данные задачи, запишем:

$$0{,}1 = 1 - \frac{Q_X}{Q_H};\ 0{,}9Q_H = Q_X;\ Q_H = \frac{Q_X}{0{,}9} = 1000 \text{ Дж}.$$

Тогда $A_П = Q_H - Q_X = 100$ (Дж).

Ответ: 100.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

1. Под каким давлением в килопаскалях находится газ в цилиндре под поршнем, если поршень удерживается в равновесии при помощи стержня, вдоль которого действует сила 9,8 Н? Площадь поршня 7 см$^2$, стержень со ставляет с перпендикуляром угол 30°. Трение не учитывать. Атмосферное давление равно 98 кПа.

2. В закрытом сосуде находится одноатомный кислород при температуре 1200 К. Во сколько раз уменьшится давление в сосуде, если температура уменьшится до 300 К и все атомы кислорода соединятся в молекулы?

3. В закрытом сосуде находится идеальный газ. На сколько процентов увели чится его давление, если средняя квадратичная скорость молекул газа уве личится на 20%?

4. Во сколько раз возрастет плотность газа при его охлаждении от 600 К до 300 К и увеличении массы газа в 3 раза? Давление газа постоянно.

5. Поршень площадью 1 см$^2$ скользит без трения в вертикальном цилиндре, закрывая газ объемом 10 см$^3$ при давлении 120 кПа. На сколько сантиметров опустится поршень, если на него поставить тело массой 1,2 кг? Температура постоянна.

6. В координатах P(давление),\/(объем) график циклического процесса имеет вид прямых, соединяющих точки (200 кПа, 1 л), (100 кПа, 2 л), (100 кПа, 1 л). Определите абсолютную величину работы, совершаемой газом за цикл.

7.Одноатомный идеальный газ находится в закрытом баллоне емкостью 5 л. Какое количество теплоты нужно сообщить газу, чтобы повысить его давление на 20 кПа?

8.Смешали 50 г воды с температурой 8° С, 20 г - 50° С, 10 г с t =70° С и добавили 20 г кипятка. Цельсия установившуюся температуру. Теплообменом с Определите в градусах окружающей средой пренебречь. Атмосферное давление нормальное.

9. Тепловая машина работает по циклу Карно и ее КПД равен 60%. Во сколько раз теплота, полученная при изотермическом расширении рабочего вещества, больше теплоты, отданной при изотермическом сжатии?

10. При температуре 36° С давление насыщенного водяного пара равно 5,945 кПа. Влажный воздух при этой температуре с относительной влажностью 80% и давлением 101,3 кПа занимает объем, равный 1м$^3$. Определите массу влажного воздуха.

## ТЕМА 6. ЭЛЕКТРОСТАТИКА
## ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ЗАКОНЫ

Закон сохранения электрического заряда: в замкнутой (электрически изолированной) системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной.

Закон Кулона: в вакууме сила взаимодействия между двумя покоящимися точечными зарядами пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Она направлена по прямой, соединяющей точки, в которых расположены заряды. Коэффициент пропорциональности в СИ $k = \frac{1}{4\pi\xi_0}$, где $\xi_0$- электрическая постоянная:

$$\xi_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м.}$$

Закон Кулона для зарядов, находящихся в жидком или газообразном диэлектрике с проницаемостью $\xi$, имеет вид

$$F = \frac{1}{4\pi\xi_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\xi r^2}.$$

Напряженность электрического поля в данной точке - это физическая величина, измеряемая силой, с которой электрическое поле действует на единичный положительный точечный заряд, помещенный в эту точку:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Принцип суперпозиции полей: если электрическое поле образовано несколькими неподвижными дискретными зарядами $q_i$, то напряженность поля, создаваемого системой зарядов в некоторой точке пространства, равна векторной сумме напряженностей полей $\vec{E}_i$, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i.$$

Напряженность электрического поля точечного заряда q на расстоянии r от него

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon \cdot r^2},$$

где $\varepsilon$ - диэлектрическая проницаемость среды.

Поверхностная плотность электрического заряда

$$\delta = \frac{q}{S},$$

где $\delta$ - заряд, равномерно распределенный по поверхности тела площадью S.

Напряженность электрического поля поверхностно заряженной *сферы* радиусом R:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2},$$

где q - заряд сферы.

Потенциал электрического поля в данной точке

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0},$$

где $W_p$ - потенциальная энергия, которой обладает заряд, помещенный в данную точку поля.

Потенциал поля, созданного несколькими точечными зарядами, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых в данной точке каждым зарядом отдельно,

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i.$$

Потенциал электрического поля точечного заряда *q* на расстоянии r от него и поверхностно заряженной сферы радиусом R (при $r \geq R$) равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r} = k\frac{q}{\varepsilon r}.$$

Внутри сферы потенциал во всех точках такой же, как и на поверхности сферы ($r = R$).

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении заряда из одной точки поля (потенциал $\varphi_1$) в другую (потенциал $\varphi_2$), равна

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

и не зависит от формы траектории, а только от начального и конечного положений заряда. По замкнутой траектории работа равна нулю. Электрические силы консервативны, а поле потенциально.

Потенциальную энергию заряда (тела) можно рассчитать, вычислив работу внешних сил, преодолевающих консервативные силы, при перемещении заряда (тела) из конечного состояния (где $W_p$=0, т.е. на бесконечности, как принято считать) в исходное. При этом внешние силы, прилагаемые к заряду (телу), должны быть равны по величине консервативным силам взаимодействия (в частности, силы кулоновского взаимодействия—консервативные силы) и противоположно направлены. Тогда заряд (тело) будет двигаться без ускорения, кинетическая энергия не будет изменяться, а вся работа внешних сил пойдет на увеличение запаса потенциальной энергии заряда (тела). Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии заряда (тела) в данном поле, т.е.

$$A = -\Delta W_p; \; A = -(W_{p2} - W_{p1}).$$

Связь между напряженностью однородного электрического поля и разностью потенциалов

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{d}; \; E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов между точками, находящимися одна от другой на расстоянии d вдоль линии напряженности поля.

Электрическая емкость проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Электрическая емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U},$$

где q- заряд конденсатора, U - напряжение между обкладками конденсатора. Для плоского конденсатора, площадь пластины которого S , расстояние между ними d и $\varepsilon$ - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами, электроемкость равна

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

общая емкость конденсаторов, соединенных последовательно,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n},$$

общая емкость конденсаторов, соединенных параллельно,

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n.$$

Энергия электрического поля заряженного конденсатора емкостью C:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q_2}{2C} = \frac{CU^2}{2},$$

где U-напряжение между обкладками конденсатора; q-заряд конденсатора .

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Во сколько раз уменьшится сила кулоновского притяжения двух маленьких шариков с одинаковыми по величине зарядами, если, не изменяя расстояния между ними, перенести половину заряда с первого шарика на второй?

Дано:
$|q_1| = |q_2| = q$

$\dfrac{F_1}{F_2} - ?$

Решение

По условию задачи заряды притягиваются друг к другу, т.е. заряды шариков противоположны по знаку. При переносе половины заряда с первого шарика на второй происходит уменьшение заряда как первого, так и второго шарика (заряды противоположного знака нейтрализуют друг друга), т.е.

$$q_1' = \frac{q_1}{2};\ q_2' = \frac{q_2}{2},$$

где $q_1', q_2'$ - заряды шариков после переноса половины заряда.

Зная заряды шариков до и после переноса заряда, определяем силы кулоновского притяжения и их отношение:

$$F_1 = k\frac{q_1 q_2}{r^2};\ F_2 = k\frac{q_1 q_2}{4r^2};\ \frac{F_1}{F_2} = 4.$$

Ответ: 4.

2. На двух проводящих концентрических сферах с радиусами 20 и 40 см находятся заряды -0,2 и 0,3 мкКл. Определите модуль напряженности электрического поля на расстоянии 60 см от поверхности внешней сферы.

Дано:
$R_1 = 0{,}2$ м
$R_2 = 0{,}4$ м
$R = 0{,}6$ м
$q_1 = -0{,}2$ мкКл
$q_2 = 0{,}3$ мкКл

E - ?

Решение

Согласно принципу суперпозиции полей, в точке С напряженность поля $\vec{E}_c = \vec{E}_{1c} + \vec{E}_{2c}$, где $\vec{E}_{1c}$ - вектор напряженности электрического поля, создаваемого только зарядом $q_1$; $\vec{E}_{2c}$ - вектор напряженности электрического поля, создаваемого только зарядом $q_2$.

Напряженность поля равномерно заряженной сферы на расстояниях от центра сферы ($r_c$) больших, чем радиус сферы ($R_1$, $R_2$), определяется так же, как напряженность поля точечного заряда, помещенного в центр сферы радиусом $r_c$:

$$E_{1c} = k\frac{q_1}{r_c^2};\ E_{2c} = k\frac{q_2}{r_c^2},$$

где $r_c = R_2 + R$.

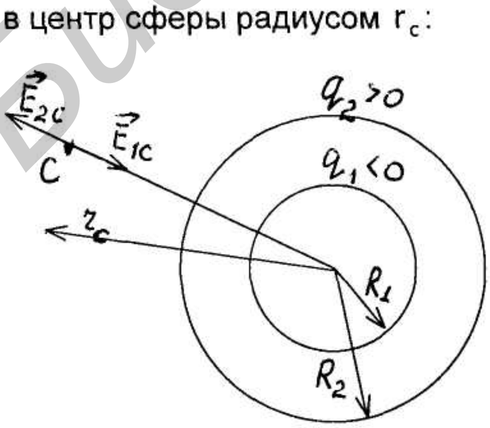



Рис. 6.1

С учетом направления векторов $\vec{E}_{1c}$ и $\vec{E}_{2c}$ получаем, что модуль вектора $\vec{E}_c$ равен $E_c = E_{2c} - E_{1c}$, или

$$E_c = k\frac{|q_2|-|q_1|}{r_c^2} = k\frac{|q_2|-|q_1|}{(R_2+R)^2};\ \ E_c = 900\ (\text{В/м})$$

Ответ: 900.

3. На концах отрезка расположены точечные заряды по 12 мкКл. Определите модуль напряженности электрического поля в точке, удаленной на 2,5 см от отрезка и на 5 см от его концов. Ответ запишите в МВ/м.

Решение

Дано:
$q = 12$ мкКл
$d = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ м
$r = 5 \cdot 10^{-2}$ м

$E_c$ - ?

Электрическое поле в точке С (рис. 6.2) создается двумя источниками-зарядами, расположенными на концах отрезка. Для определения вектора напряженности воспользуемся принципом суперпозиции $\vec{E}_c = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ - векторы напряженности полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

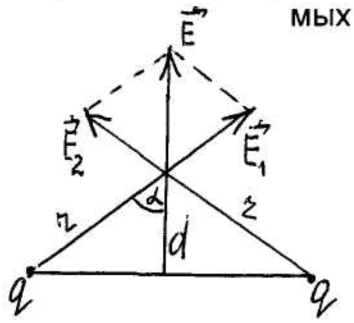


Рис. 6.2

В силу симметричного расположения векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ вектор $\vec{E}_c$ направлен вертикально вверх и равен

$$|\vec{E}_c| = 2E_1\cos\alpha = 2E_1\frac{d}{r} = 2k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{d}{r}.$$

Подставив числовые значения, получаем: $E_c = 43{,}2 \cdot 10^6$ В/м $= 43{,}2$ (МВ/м).

Ответ: 43,2.

4. В трех вершинах квадрата со сторонами 4,5 м находятся положительные точечные заряды по 0,1 мкКл каждый. Найдите потенциал электрического поля в четвертой вершине квадрата.

Дано:
a=4,5 м
q=0,1 мкКл

$\varphi$ – ?

Решение

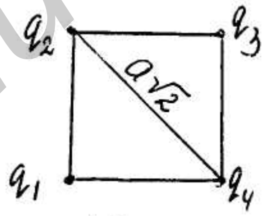


Рис. 6.3

Потенциал в точке А будет равен сумме потенциалов, создаваемых всеми зарядами $q_1, q_2$ и $q_3$ $(q_1 = q_2 = q_3 = q)$. Поэтому имеем $\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$.

Учитывая, что $\varphi_1 = \varphi_3 = \dfrac{1}{4\pi\xi_0}\cdot\dfrac{q}{a}$, $\varphi_2 = \dfrac{1}{4\pi\xi_0}\cdot\dfrac{q}{a\sqrt{2}}$, находим

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\xi_0}\cdot q\left(\frac{2}{a} + \frac{\sqrt{2}}{2a}\right) = 541\,(\text{В}).$$

Ответ: 541.

5. Два точечных заряда 3 и 5 мкКл находятся в вакууме на расстоянии 5 м друг от друга. Какую минимальную работу в миллиджоулях нужно совершить для сближения зарядов до 3 м?

Дано:
$q_1 = 3$ мкКл
$q_2 = 5$ мкКл
$r_1 = 5$ м
$r_2 = 3$ м

$A_{min}$ – ?

Решение

Работа А, которую надо совершить, чтобы перенести заряд из точки с потенциалом $\varphi_1$ в точку с потенциалом $\varphi_2$, отличается от работы $A_n$ электрического поля только знаком:

$A = -A_n$.

Но так как $A_n = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, то $A = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Работа есть мера изменения энергии в электрическом поле:

$$A_n = -\Delta W_p; \quad A = \Delta W_p.$$

Работа внешней силы по сближению зарядов минимальна, если она идет только на увеличение потенциальной энергии взаимодействия зарядов. При сближении зарядов от расстояния $r_1$ до расстояния $r_2$ потенциальная энергия возрастает от значения $W_{p1}$ до $W_{p2}$, причем

$$W_{p1} = k\frac{q_1 q_2}{r_1}, \quad W_{p2} = k\frac{q_1 q_2}{r_2}.$$

Учитывая, что работа внешней силы расходуется только на увеличение потенциальной энергии, имеем:

$$A_{min} = W_{p2} - W_{p1} = k\left(\frac{q_1 q_2}{r_2} - \frac{q_1 q_2}{r_1}\right).$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$A_{min} = 18 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 18\ (\text{мДж})$$

Ответ: 18.

6. Шар емкостью 8 мкФ заряжен до потенциала 2000 В. Его соединяют проводником с незаряженным шаром емкостью 32 мкФ. Определите энергию, выделившуюся при соединении шаров. Шары удалены друг от друга.

Дано:
$C_1 = 8$ мкФ
$C_2 = 32$ мкФ
$\varphi_1 = 2000$ В

$\Delta W$ – ?

Решение

При соединении шаров часть заряда первого шара стекает на второй шар. Условием перераспределения заряда является равенство потенциалов шаров в конечном состоянии. С учетом этого закон сохранения электрического заряда запишем в виде $q_1 = q_1' + q_2'$ или $C_1\varphi_1 = C_1\varphi' + C_2\varphi'$, где $\varphi'$ - потенциал шаров после перераспределения заряда.

Из последнего равенства можно определить потенциал шаров в конечном состоянии:

$$\varphi' = \frac{C_1\varphi_1}{C_1 + C_2}.$$

Энергия системы шаров до и после перераспределения заряда:

$$W_1 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2}; \quad W_2 = \frac{C_1\varphi'^2}{2} + \frac{C_2\varphi'^2}{2} = \frac{C_1^2\varphi_1^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Разность энергии системы шаров в начальном и конечном состоянии и есть та энергия, которая выделяется при соединении шаров проводником:

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} - \frac{C_1^2\varphi_1^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_1C_2\varphi_1^2}{2(C_1 + C_2)} .$$

Подставляя числовые значения, получаем $\Delta W = 12{,}8$ (Дж)

Ответ: 12,8.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

1. Какой заряд приобретет моль вещества, если у каждой сотой молекулы отнять по одному электрону? Число Авогадро принять равным 6-Ю$^{23}$ моль"$^{1}$.

2. Одинаковые металлические шарики с зарядами 1 мкКл и 4 мкКл находятся на расстоянии 1 м друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На ка кое расстояние следует развести шарики, чтобы сила их кулоновского взаи модействия осталась прежней?

3. Рассмотрим две точки поля положительного точечного заряда. В первой точке потенциал поля в 3 раза больше, чем во второй. Во сколько раз модуль напряженности электрического поля в первой точке больше, чем во второй?

4. По тонкому кольцу радиусом 1 м равномерно распределен заряд 0,1 мкКл. Определите потенциал электрического поля в центре кольца.

5. Во сколько раз возрастет емкость плоского конденсатора, если объем про странства между обкладками увеличить в 2 раза при одновременном умень шении расстояния между обкладками в 1,5 раза?

6. В пространство между обкладками заряженного и отключенного от источ ника конденсатора вдвигают параллельно обкладкам незаряженную метал лическую пластинку толщиной 1 мм. Во сколько раз уменьшается при этом напряжение на обкладках, если расстояние между ними равно 3 мм?

7. Два одинаковых точечных заряда по 0,1 мкКл помещены в точки (0;1) и (1;0) прямоугольной системы координат (Х;У), где X, У заданы в метрах. Определите модуль напряженности электрического поля в точке (0;0).

8. Воздушный конденсатор емкостью 32 мкФ заряжен до напряжения 100 В и отключен от источника питания. Какую работу совершают силы электроста-тическоги поля при заполнении всего объема между пластинами диэлектри ком с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 4?

9. Два шара, радиусы которых 50 и 80 мм, а потенциалы соответственно 120 и 50 В, соединяют проводом. Найдите потенциалы шаров после их соедине ния.

10. Три одинаковые тонкие металлические пластинки, расположенные па раллельно с небольшими зазорами, несут заряды 1, 2 и 3 мкКл. Определите напряженность поля между второй и третьей пластинкой.

## ТЕМА7. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК-
## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.

Сила постоянного электрического тока:

$$I = \frac{q}{t},$$

где $q$ - заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за время $t$.

Сила тока, приходящаяся на единицу площади сечения проводника, перпендикулярного направлению упорядоченного движения заряженных частиц, называется плотностью тока:

$$j = \frac{I}{S} = nev.$$

где $n$ - число свободных электронов в единице объема проводника; $e$ - заряд электрона; $v$ - скорость упорядоченного движения носителей тока (свободных электронов) .

Закон Ома для однородного участка цепи (т.е. участка, в котором отсутствуют сторонние силы):

$$I = \frac{U}{R},$$

где $I$ - сила тока; $U$ - напряжение на этом участке; $R$ – сопротивление.

Электрическое сопротивление проводника: $R = \rho\frac{l}{S}$,

где $l$ - длина проводника; $S$ - площадь поперечного сечения; $\rho$ - удельное сопротивление проводника.

Сопротивление металлических проводников с повышением температуры увеличивается, а сопротивление угля, растворов и расплавов солей и кислот - уменьшается. Сопротивление проводника при температуре $t$:

$$R_t = R_0(1+\alpha t),$$

где $R_t$ - сопротивление проводника при $0^0$C (т.е. при $T_0$ = 273 К); $\alpha$ - температурный коэффициент сопротивления.

Для удельного сопротивления зависимость от температуры записывается по аналогии: $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$.

Последовательное соединение проводников.

При последовательном соединении n проводников через все включенные в цепь проводники проходит ток одной и той же силы (I=const), а общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных участках:

$$U=U_1+U_2+\ldots+U_n.$$

Общее сопротивление цепи

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + \ldots + U_n}{I} = R_1 + \ldots + R_n,$$

где $R_1 \ldots R_n$ - сопротивления отдельных проводников. Если $R_1=R_2=\ldots=R_n$, то $R=nR_1$.

Параллельное соединение проводников.

При параллельном соединении в узлам ток разветвляется; сумма сил токов во всех n параллельно соединенных проводниках равна силе тока до и после разветвления:

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_n .$$

Напряжение во всех проводниках одно и то же, равное разности потенциалов в узлах соединения. Общая проводимость цепи равна

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + ... + I_n}{U} = \frac{1}{R_1} + ... + \frac{1}{R_n} .$$

Если $R_1 = R_2 = ... = R_n$, то $R = \frac{R_1}{n}$.

Закон 0ма для замкнутой цепи:

$$I = \frac{E}{R + r} ,$$

где $E$ - ЭДС источника; $I$ - сила тока в цепи; $R$ - суммарное сопротивление внешней цепи; $r$ - внутреннее сопротивление источника.

Электродвижущая сила источника тока равна сумме падений напряжений на всех участках замкнутой электрической цепи: $\begin{cases} \varepsilon = IR + Ir \\ \varepsilon = U_R + U_r \end{cases}$.

Напряжение на зажимах источника

$$U_R = IR = E - Ir ,$$

если внутри источника ток направлен от отрицательного полюса к положительному; при противоположном направлении тока

$$U_R = E + Ir .$$

При разомкнутой цепи ($I = 0$, $R = \infty$)напряжение на зажимах элемента наибольшее, т.е. равно ЭДС источника. При коротком замыкании (сопротивление цепи очень мало: $R \to 0$) напряжение на зажимах источника наименьшее и соответственно падение напряжения во внутренней части цепи наибольшее. Источник тока при коротком замыкании дает максимальный для него ток: $I_{max} = \frac{E}{r}$ $(R \to 0)$.

Измерение тока.

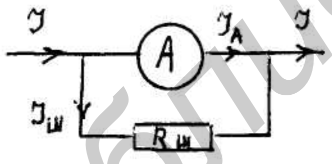



Рис. 7.1

Амперметр должен обладать возможно малым сопротивлением, т.к. его вводят в цепь последовательно со всеми другими проводниками, через которые проходит измеряемый ток. Обычно амперметр рассчитан на измерение величины силы тока до некоторого значения $I_{max}$.

Для измерения токов $I > I_{max}$ к амперметру параллельно подключают сопротивление Rш, называемое шунтом (рис. 7.1),

$$R_ш = \frac{R_A}{n - 1}; \quad n = \frac{I}{I_A} .$$

Измерение напряжения.

Если необходимо измерить напряжение U, больше того напряжения $U_{max}$, на которое рассчитан вольтметр, то последовательно с ним (рис. 7.2) включают дополнительное сопротивление $R_д$.

Очевидно, $U = U_д + U_в$,

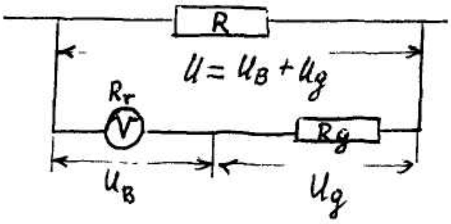



Рис. 7.2

где $U_д$ - падение напряжения на дополнительном сопротивлении.
Пусть у вольтметра сопротивлением $R_д$ необходимо расширить предел измерения напряжения в $n$ раз ($U = nU_в$).

Тогда величина добавочного сопротивления рассчитывается следующим образом:

$$U = nU_В; \quad U = U_В + U_Д; \quad U_Д = U - U_В = U_В(n-1);$$

$$\frac{U_В}{R_В} = \frac{U_В}{R_Д}; \quad (I = \text{const}); \quad R_Д = R_В(n-1).$$

Работа постоянного электрического тока

$$A = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t,$$

где $q$ - заряд, прошедший по проводнику; $U$ - напряжение; $I$ - сила тока; $t$ - время прохождения тока; $R$ - сопротивление.

Мощность постоянного тока

$$P = \frac{q \cdot U}{t} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца: количество теплоты, выделяемое проводником сопротивлением $R$ с током силой $I$,

$$Q = I^2Rt,$$

где $t$ - время прохождения тока.

Полная мощность, развиваемая источником тока,

$$P = IE = I^2(R + r) = \frac{E^2}{R + r},$$

где $E$ - ЭДС источника с внутренним сопротивлением $r$, замкнутого на внешнее сопротивление $R$.

Полезная мощность (мощность, которая выделяется на внешнем участке цепи сопротивлением R)

$$P_п = IU = \frac{U^2}{r} = IE - I^2r = \frac{E^2R}{(R + r)}.$$

КПД источника тока

$$\eta = \frac{P_п}{P} = \frac{U}{E} = \frac{R}{R + r}.$$

Соединение источников.

Сила тока в цепи при последовательном соединении различных источников

$$I = \frac{E_1 \pm E_2 \pm \ldots \pm E_n}{R + r_1 + r_2 + \ldots + r_n},$$ где $r_n$ - внутреннее сопротивление источников. Складываются ЭДС источников, включенных так, что дают ток в

одном направлении, и вычитаются ЭДС источников, дающих ток в обратном направлении.

Сила тока в цепи при последовательном соединении $n$ одинаковых источников

$$I = \frac{nE}{R + nr}.$$

Сила тока в цепи при параллельном соединении $n$ одинаковых источников

$$I = \frac{E}{R + r/n}.$$

<u>Закон Фарадея для электролиза</u>:
$m = kq = kIt$, где $q$ - заряд, проходящий через электролит за время $t$; $I$ - сила тока; $k = \frac{\mu}{F \cdot n}$ - электрохимический эквивалент; $\mu$ - молярная масса и $n$ - валентность вещества; $F = eN_A$ - число Фарадея; $e$ - элементарный электрический заряд; $N_A$ - постоянная Авогадро. $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль.

<u>Закон Ампера:</u> на прямой проводник длиной $l$ с током $I$, находящийся в однородном магнитном поле, действует сила

$$F = IBl\sin\alpha,$$

где B - модуль вектора магнитной индукции $\vec{B}$; $\alpha$ - угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

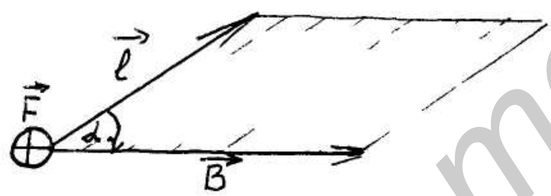



Рис. 7.3

Направление этой силы определяется правилом левой руки: если левую руку расположить так, чтобы направление четырёх вытянутых пальцев указывало направление тока, а магнитные линии $\vec{B}$ "входили" в ладонь, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы $\vec{F}$ (рис. 7.3)

Закон Ампера можно представить в виде векторного произведения:

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right].$$

Направление вектора $\vec{l}$ совпадает с направлением тока в проводнике (т.е. с направлением движения положительных зарядов), а направление $\vec{F}$ определяется по правилу векторного произведения: вращение по кратчайшему пути от первого сомножителя, $\vec{l}$ ко второму, $\vec{B}$, связано с направлением $\vec{F}$ правилом буравчика. Векторы $\vec{l}$ и $\vec{B}$ лежат в плоскости рисунка, вектор $\vec{F}$ направлен от нас перпендикулярно к плоскости рисунка. Модуль векторного произведения численно равен площади параллелограмма, построенного на перемножаемых векторах (рис. 7.3). Правилом векторного произведения удобно пользоваться при определении направлений магнитной составляющей силы Лоренца, момента сил (в статике).

<u>Сила Лоренца:</u> если точечный заряд находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то сила, действующая на него, будет равна сумме электрической и магнитной сил:

$$\vec{F}_л = \vec{F}_{эл} + \vec{F}_м = q\vec{E} + q\left[\vec{v}\vec{B}\right]; \quad |\vec{F}_л| = qE + qvB\sin\alpha,$$

где q - модуль заряда частицы; $\vec{v}$ - её скорость; $\vec{B}$ - магнитная индукция; $\vec{E}$ - напряженность электрического поля; $\alpha$ - угол между направлением скорости частицы и вектором магнитной индукции. Иногда, рассматривая движение частиц в магнитном поле, магнитную силу $\vec{F}_M$ называют силой Лоренца.

Направление $\vec{F}_M$ определяется по правилу буравчика вращением от вектора $\vec{v}$ к вектору $\vec{B}$ по кратчайшему пути ( если q>0), для q<0 направление $\vec{F}_M$ будет противоположным.

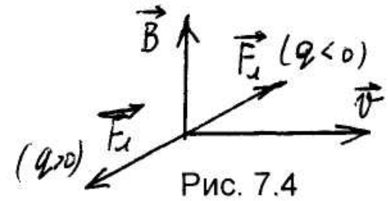


Рис. 7.4

Поступательное движение буравчика определит направление магнитной составляющей силы Лоренца.

Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция поля в данной точке, порождаемого несколькими электрическими токами (движущимися зарядами), равна векторной сумме магнитных индукций, порождаемых каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i .$$

Поток магнитной индукции (магнитный поток) через поверхность площадью S:

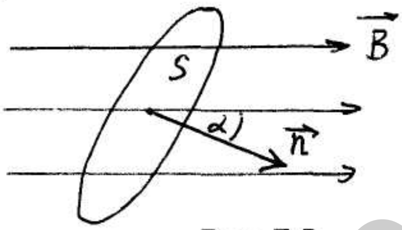


Рис. 7.5

$$\Phi = BS \cos\alpha ,$$

где B - модуль вектора магнитной индукции; $\alpha$ - угол между векторами $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности в данной точке. (рис. 7.5).

Закон электромагнитной индукции.

Согласно закону Фарадея, при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную замкнутым проводящим контуром, в нем возникает электродвижущая сила:

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} .$$

Знак минус в этой формуле следует из правила Ленца.

Правило Ленца: возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поде препятствует изменению потока, вызывающего ЭДС индукции.

ЭДС индукции в проводнике, движущемся в постоянном во времени магнитном поле с индукцией B,

$$E_i = Blv\sin\alpha ,$$

где l - длина проводника; v - его скорость; $\alpha$ - угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{v}$.

Магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, возникающий при прохождении по этому контуру тока силой I ,

$$\Phi = LI ; \quad \Phi = NBS \cos\alpha ,$$

где L - индуктивность контура; N - число витков.

ЭДС самоиндукции.

При изменении тока в замкнутом контуре возникает ЭДС самоиндукции

$$E_{si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}; \quad |E_{si}| = \left|-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|.$$

Энергия магнитного поля тока силой $I$ равна $W = L\frac{I^2}{2}$.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Источник какого напряжения надо подключить с помощью провода длиной 27 м и сечением 0,1 мм$^2$ с удельным сопротивлением $1{,}1\cdot10^{-6}$ Ом·м к лампочке, рассчитанной на напряжение 120 В и мощностью 40 Вт, чтобы она горела в нормальном режиме?

Дано:

$l = 27$ м

$S = 10^{-7}$ м$^2$

$\rho = 1{,}1\cdot10^{-6}$ Ом·м

$U = 120$ В

$P_л = 40$ Вт

$U - ?$

Решение

Напряжение источника (рис. 7.6) складывается из падения напряжения на лампочке и падения напряжения на подводящих проводах $U_{пр}$:

$$U = U_л + U_{пр}. \qquad (1)$$

При работе лампочки в нормальном режиме силу тока через лампочку можно определить, зная выделяющуюся на ней мощность и падение напряжения

$$I = \frac{P_л}{U_л}. \qquad (2)$$

Сила тока через лампочку и сопротивление R одна и та же, поэтому

$$U_{ПР} = IR = \frac{P_Л}{U_Л}\rho\frac{l}{s}. \qquad (3)$$

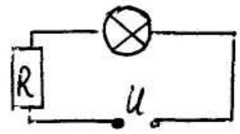



Рис. 7.6

Подставляя выражение (3) в (1), получаем: $U = U_л + \frac{P_л\cdot\rho\cdot l}{U_л S}$; $U = 219$ (В).

Ответ: 219.

2. Линия имеет сопротивление 30 0м .Какое напряжение должен иметь генератор, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности 24 кВт потери в линии не превышали 4% передаваемой мощности?

Дано:

$R = 300$ Ом

$P_0 = 24\cdot10^3$ Вт

$P_л = 0{,}04P$

$U - ?$

Решение

Мощность, передаваемая генератором, равна $P = IU$, где $U$ - напряжение генератора; $P = P_0 + P_л$. Тепловые потери мощности определяются в соответствии с законом Джоуля-Ленца: $P_л = I^2R$ . Необходимую силу тока в цепи находим из уравнения $P_п = 0{,}04P$ или $I^2R = 0{,}04(P_0 + I^2R)$;

$$I = \sqrt{\frac{4P_0}{96R}}.$$

Напряжение генератора равно

$$U = \frac{P}{I} = \frac{P_0 + I^2R}{I} = \left(P_0 + \frac{4P_0}{96}\right)\sqrt{\frac{96R}{4P_0}}; \quad U = 4325\,(В).$$

Ответ: 4325.

3. При двух различных сопротивлениях нагрузки отношение напряжений на клеммах источника тока равно 5, а полезная мощность в обоих случаях одинакова и равна 25 Вт. Определите силу тока короткого замыкания, если электродвижущая сила источника равна 36 В.

| Дано: |
|---|
| $n = U_1/U_2 = 5$ |
| $P = 25$ Вт |
| $E = 36$ В |
| $I_{кз} - ?$ |

Решение

Сила тока короткого замыкания определяется из соотношения $I_{кз} = \frac{E}{r}$, где $E$ - электродвижущая сила; $r$ - внутреннее сопротивление источника тока. Из условия равенства мощностей $P_1$, и $P_2$, а также с учетом того, что $P = I^2R$, и $I = \frac{E}{R + r}$, приходим к следующему выражению:

$$\frac{E^2}{(R_1 + r)^2}R_1 = \frac{E^2}{(R_2 + r)^2}R_2,$$

из которого после несложных алгебраических преобразований находим

$$r = \sqrt{R_1R_2}, \qquad (1)$$

где $R_1$ и $R_2$ - сопротивление нагрузки в первом и втором случаях.

Исходя из условия $P_1=P_2$ и выражений $U = IR$ и $P = IU = I^2R$,

получим $I_2 = nI_1$ и $R_1 = n^2R_2$,

откуда с учетом формулы (1) находим $r = nR_2$ Последнее выражение позволяет записать: $I = \frac{E}{R_2 + r} = \frac{E}{(n+1)R_2}$.

Учитывая, что $P = I^2R$, находим $R = \frac{E^2}{(n+1)^2P}$ и $r = \frac{nE^2}{(n+1)^2P}$.

Используя выражение $I_{кз} = \frac{E}{r}$ и формулу (2), определяем искомую величину

$$I_{КЗ} = \frac{(n+1)^2P}{nE}.$$

Подстановка числовых значений приводит к результату $I_{КЗ} = 5$ (А)

Ответ: 5.

4. Во сколько раз заряд частицы, движущейся со скоростью 1000 км/с в магнитном поле с индукцией 0,3 Тл по окружности радиусом 0,04 м больше заряда электрона? Кинетическая энергия частицы 12 кэВ.

Дано:
$v = 10^6$ м/с
$B = 0{,}3$ Тл
$R = 0{,}04$ м
$W = 12$ кэВ

$\frac{q}{e} - ?$

Решение

Под действием магнитной составляющей силы Лоренца частица движется по окружности в однородном магнитном поле только в том случае, когда вектор скорости частицы направлен перпендикулярно индукции магнитного поля. Запишем второй закон Ньютона для частицы с учетом того, что ускорение частицы является центростремительным:

$$\frac{mv^2}{2} = qvB,$$

откуда следует, что

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{qvBR}{2}.$$

Тогда $\frac{q}{e} = \frac{2W}{evB}R.$

Подставляя числовые значения, получаем $\frac{q}{e} = 2.$

Ответ: 2.

5. Круговой контур находится в однородном магнитном поле. Во сколько раз возрастает максимальный поток магнитной индукции через площадь, ограниченную контуром, при увеличении длины контура в 2 раза?

Дано:
$l_2 = 2l_1$

$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} - ?$

Решение

По условию задачи круговой контур находится в однородном магнитном поле и максимальный поток магнитной индукции, пронизывающей плоскость контура, определяется выражением $\Phi_{max} = BS$, где $S$ - площадь, ограниченная круговым контуром.

При увеличении длины контура в 2 раза радиус кругового контура также возрастает в 2 раза, а следовательно, площадь контура - в 4 раза. Таким образом, для отношения потоков имеем

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{S_2}{S_1} = 4.$$

Ответ: 4.

6. Сила тока в контуре меняется по закону: $I = (25 + 40t)$ А, где $t$ - время в секундах. Определите ЭДС самоиндукции, если при $t = 0$ поток самоиндукции, пронизывающий контур, равен 0,2 Вб.

Дано:
$I = (25 + 40t)$ А
$\Phi_0 = 0{,}2$ Вб

$E_{si} - ?$

Решение

При изменении силы тока в контуре с индуктивностью возникает ЭДС самоиндукции, равная

$$|E_{si}| = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|. \qquad (1)$$

Индуктивность контура можно определить, используя связь между потоком самоиндукции в начальный момент времени и начальным значением силы тока $\Phi = LI_0$, откуда $L = \frac{\Phi_0}{I_0}$. (2)

Изменение силы тока $\Delta I$ определяем, используя заданную зависимость силы тока от времени, (3)

$$\Delta I = 40\Delta t.$$

Подставляя выражения (3), (2) в (1), получаем:

$$E_{si} = \frac{\Phi_0}{I_0}\cdot\frac{40\Delta t}{\Delta t} = \frac{0,2}{25}\cdot 40 = 0,32\ (\text{В}).$$

Ответ: 0,32.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

1. Какой заряд пройдет через поперечное сечение проводника за время от 5 до 8 с, если сила тока в проводнике меняется по закону I = (5 + 2t)A , где t - время в секундах.

2. Чему равно минимальное сопротивление цепи, составленной из 10 рези сторов по 5 Ом и 40 резисторов по 20 Ом?

3. Миллиамперметр со шкалой, рассчитанной на 20 мА, необходимо исполь зовать как амперметр для измерения токов до 1 А. Определите сопротивле ние шунта, если сопротивление миллиамперметра равно 4,9 Ом.

4. Какое минимальное число источников тока, имеющих ЭДС 1,5 В, нужно со единить последовательно, чтобы получить напряжение 30 В при силе тока, текущего через источники, равной 1 А? Внутреннее сопротивление источника тока 0,5 Ом.

5. Падение напряжения на клеммах источника меняется в зависимости от силы тока в цепи по закону U =(6-0,2-1) В, где I - сила тока в амперах. Оп ределите силу тока короткого замыкания.

6. КПД источника тока равен 0,6,а мощность, выделяющаяся во внешней це пи, — 20 Вт. Найдите количество теплоты, выделившееся в источнике тока за 5 мин .

7. В электролитической ванне прошло 32000 Кл заряда. Найдите десятичный логарифм числа двухвалентных ионов меди, осевших на катоде в процессе электролиза раствора медного купороса. Число Фарадея принять равным 96000 Кл/моль.

8. Две частицы с зарядами +2 мКл и -5 мКл соединены изолятором и дви жутся со скоростью 1000 м/с перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией 2 Тл. Найдите модуль равнодействующей сил Лоренца.

9. Контур площадью 200 см$^2$ помещен в однородное магнитное поле, индук ция которого возрастает на 2 Тл в секунду. Найдите наибольшее сопротив ление контура, при котором сила индукционного тока равна 0,25 А.

10. Определите энергию магнитного поля катушки, в которой при токе 7,5 А

магнитн! 1й поток, пронизывающий один виток, равен 4 мВт. Число витков в катушке 100.

## ТЕМА 8. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ
## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Колебаниями называются движения или процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени.

Гармоническим колебанием называется колебательное движение, при котором координата тела меняется по закону косинуса или синуса.

Уравнение гармонических колебаний:

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0); \; x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x - координата гармонически колеблющейся точки, т.е. смещение её от положения равновесия в данный момент времени; $x_m$ - амплитуда колебаний (модуль максимального смещения точки от положения равновесия); $\omega$ - круговая (циклическая) частота; $(\omega t + \varphi_0) = \varphi$ - фаза колебаний в момент времени t; $\varphi_0$ - начальная фаза колебаний.

Период колебаний - минимальный промежуток времени T, по истечении которого повторяются значения всех физических величин, характеризующих периодический колебательный процесс,

$$T = \frac{t}{n}.$$

Частота колебаний - число колебаний, совершаемых в единицу времени (1 с)

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{n}{t},$$

где T - период; n - число колебаний за время t.

Круговая (циклическая) частота колебаний - число полных колебаний за $2\pi$ секунд

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Скорость точки, совершающей гармонические колебания,

$$v = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi_0); \; v_m = -\omega x_m.$$

Ускорение точки, совершающей гармонические колебания,

$$a = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x; \; a_m = -\omega^2 x_m.$$

Сила, под действием которой точка совершает гармонические колебания (квазиупругая сила), пропорциональна смещению и направлена противоположно ему:

$$F = -kx,$$

где $k = m\omega^2$; m - масса точки; $\omega$ - круговая частота.

Полная механическая энергия колеблющейся точки

$$W = W_K + W_P = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2} = \frac{m\omega^2 x_m^2}{2},$$

где $W_K$ и $W_P$ - соответственно кинетическая и потенциальная энергии.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где $l$ - длина маятника.

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m - масса груза, прикрепленного к пружине; k - жесткость (коэффициент упругости) пружины.

Длина волны $\lambda$, частота $\nu$ и скорость волны $v$ связаны между собой формулой

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}.$$

Уравнение плоской волны имеет вид

$$x = x_m \sin\omega\left(t - \frac{r}{v}\right),$$

где r - расстояние, пройденное волной от источника колебаний до рассматриваемой точки.

Разность фаз двух колеблющихся точек, находящихся на расстояниях $r_1$ и $r_2$ от источника колебаний, равна

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}.$$

Колебательный контур представляет собой замкнутую цепь, обладающую емкостью C и индуктивностью L.

Период собственных колебаний контура (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Переменный ток - это ток, периодически изменяющийся по модулю и направлению.

Мгновенные значения ЭДС $e$, напряжения $u$ и силы $i$ переменного тока соответственно равны:

$$e = E_m \sin(\omega t + \varphi_0);\ \ u = U_m \sin(\omega t + \varphi_0);\ \ i = I_m \sin\omega t,$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ - круговая частота; $T$ - период; $E_m$, $U_m$, $I_m$ - амплитудные значения ЭДС, напряжения и силы тока; $\varphi_0$ - начальная фаза ЭДС или напряжения. Начальная фаза силы тока принята равной нулю (разность фаз между током и напряжением зависит от вида нагрузки во внешней цепи).

Разность Фаз между током и напряжением определяется формулой

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

где L, C, R- соответственно индуктивность катушки, емкость конденсатора и активное сопротивление резистора, последовательно включенных в цепь переменного тока.

Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L;\ \ \omega L = \frac{U_m}{I_m}.$$

Емкостное сопротивление конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C};\ \ \frac{1}{\omega C} = \frac{U_m}{I_m}.$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\ .$$

Закон Ома для электрической цепи переменного тока:

$$I_m = \frac{U_m}{Z},\ \text{или}\ \ I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\ .$$

Действующие (эффективные) значения силы переменного тока, напряжения и ЭДС:

$$I_{ЭФ} = \frac{I_m}{\sqrt{2}};\ \ U_{ЭФ} = \frac{U_m}{\sqrt{2}};\ \ E_{ЭФ} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Эффективной силой и эффективным напряжением переменного синусоидального тока называются сила и напряжение постоянного тока, который производит такое же тепловое действие, как и данный переменный ток.

Количество теплоты, которая выделяется в проводнике активным сопротивлением R при прохождении по нему переменного тока в течение времени t,

$$Q = I^2 Rt.$$

На индуктивном и емкостном сопротивлениях теплота не выделяется.

Коэффициент мощности ($\cos\varphi$ ) - это отношение активной мощности в цепи переменного тока P к полной мощности $P_1 = IU$:

$$\cos\varphi = \frac{P}{P_1};\ \ P = P_1\cos\varphi = IU\cos\varphi = \frac{I_m U_m}{2}\cos\varphi\ .$$

Коэффициент трансформации:

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}\ ,$$

где $N_1$, $N_2$ - число витков первичной и вторичной обмоток трансформатора; $U_1$, $U_2$ - напряжения на первичной и вторичной обмотках.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Тело совершает гармонические колебания. Определите циклическую частоту колебаний, если максимальная сила, действующая на тело в процессе колебаний, равна 4 Н, а максимальный импульс равен $8\ Н\cdot с$ .

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $F_{max} = 4\ Н$ <br> $P_m = 8\ Н\cdot с$ <br> $\omega - ?$ | Пусть смещение точки из положения равновесия определяется выражением $$x = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$ Скорость и ускорение тела меняются со временем следующим образом: |

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ и } a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Тогда $v_{max} = A\omega$ и $a_{max} = A\omega^2$.

Учитывая, что импульс тела $P = mv$, а сила, действующая на тело в процессе колебаний, $F = ma$, получаем: $P_{max} = Am\omega$; $F_{max} = Am\omega^2$.

Отсюда $\omega = \dfrac{F_{max}}{P_{max}} = 0{,}5$ (рад/с).

Ответ 0,5.

2. Точка совершает гармонические колебания с периодом 0,314 с и амплитудой 20 см. Определите модуль скорости точки в тот момент, когда смещение точки из положения равновесия равно 10 см.

| Дано: | Решение |
|---|---|
| T = 0,314 с<br>A = 20 см<br>X = 10 см | Смещение и скорость точки при гармонических колебаниях определяются соотношениями: |
| v - ? | |

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0); \qquad (1)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (2)$$

По условию задачи $x = \dfrac{A}{2}$ и, следовательно, в этот момент времени

$\cos(\omega t + \varphi_0) = \dfrac{1}{2}$. Зная значение $\cos(\omega t + \varphi_0)$, можно найти $\sin(\omega t + \varphi_0)$ в тот же момент времени: $\sin(\omega t + \varphi_0) = \sqrt{1 - \cos^2(\omega t + \varphi_0)} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (3)

Подставляя (3) в выражение (2), получаем:

$$|\vec{v}| = \frac{A\omega\sqrt{3}}{2} = \frac{A\pi\sqrt{3}}{T} = \frac{0{,}2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}73}{0{,}314} = 3{,}46 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 3,46.

3. Математический маятник длиной 0,5 м, подвешенный в кабине самолета, совершает гармонические колебания. Определите циклическую частоту колебаний маятника при движении самолета в горизонтальном направлении с постоянным ускорением 7,5 м/с$^2$.

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $l = 0{,}5$ м<br>$a = 7{,}5$ м/с$^2$ | Математический маятник представляет собой тело небольших размеров, подвешенное к потолку кабины самолета на длинной невесомой нити. Рассмотрим движение этого тела в системе отсчета, связанной с Землей. Для этого используем второй закон Ньютона: |
| $\omega - ?$ | |

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T},$$

где $\vec{a}$ - ускорение тела, равное ускорению самолета; $\vec{T}$ - сила натяжения нити. Сопоставим второму закону Ньютона треугольник сил (рис. 8.1). Из анализа треугольника сил следует, что нить с телом отклоняется от вертикали на угол $\alpha$, и модуль силы натяжения определяется соотношением

$$T = m\sqrt{g^2 + a^2}.$$

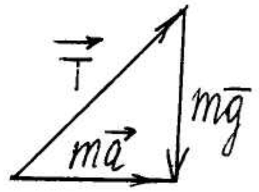



Рис. 8.1

Наблюдатель в самолете может считать, что в кабине устанавливается некоторое эффективное поле тяготения, направленное под углом $\alpha$ к вертикали, для которого ускорение свободного падения равно

$$g_{ЭФ} = \sqrt{g^2 + a^2}.$$

Период колебаний математического маятника в этом поле определяется выражением

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{ЭФ}}},$$

а циклическая частота колебаний $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ оказывается равной

$$\omega = \sqrt{\frac{g_{ЭФ}}{l}} = \sqrt{\frac{\sqrt{g^2 + a^2}}{l}}.$$

Подставляя заданные числовые значения, получаем $\omega = 5$ (рад/с).

Ответ: 5.

4. Во сколько раз уменьшится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковый пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $k_1 = k_2 = k$ | Период колебаний пружинного маятника определяется выражением |
| $\dfrac{T''}{T'} - ?$ | $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$ |

где m - масса тела; k - коэффициент жесткости пружины.

При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости получившейся пружины уменьшается вдвое $\left(k'' = \dfrac{k}{2}\right)$, а при параллельном соединении - возрастает вдвое $(k' = 2k)$. Таким образом, для периодов колебаний груза имеем: $T'' = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k''}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$; $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$.

Разделив период $T''$ колебаний при последовательном соединении пружин на период $T'$ колебаний при параллельном соединении, получаем $\dfrac{T''}{T'} = 2$.

Ответ: 2.

5. Заряд конденсатора емкостью 2 мкФ в колебательном контуре меняется по закону: $q = 0{,}04cos\varphi$, где $\varphi$ - фаза колебаний. Найдите энергию магнитного поля в катушке индуктивности при $\varphi$=30°.

Дано:

$C = 2$ мкФ

$q = 0{,}4\cos\varphi$ Кл

$\varphi = 30^0$

---

$W_м - ?$

Решение

Полная энергия при электромагнитных колебаниях складывается из энергии электрического поля в конденсаторе и энергии магнитного поля в индуктивности:

$$W = \frac{q^2}{2C} + W_M,$$

где $W_M$ - энергия магнитного поля в катушке индуктивности.

При гармонических колебаниях полная энергия остается постоянной во времени. В тот момент времени, когда заряд на обкладках конденсатора достигает максимального значения, ток в катушке отсутствует и полная энергия является чисто электрической.

$$W = \frac{q_{max}^2}{2C}.$$

Учитывая это, получаем:

$$\frac{q_{max}^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + W_M,$$

откуда

$$W_M = \frac{q_{max}^2}{2C} - \frac{q_{max}^2\cos^2\varphi}{2C} = \frac{q_{max}^2}{2C}\sin^2\varphi.$$

Подставляя числовые значения, получаем $W_M = 100$ (Дж).

Ответ: 100.

6. Определите модуль разности фаз колебаний двух точек, удаленных от источника колебаний на расстояния 3,5 и 2 м, если период колебаний равен 0,25 с, а скорость распространения колебаний равна 6 м/с.

Дано:

$r_1 = 2$ м

$r_2 = 3{,}5$ м

$T = 0{,}25$ с

$v = 8$ м/с

---

$\Delta\varphi - ?$

Решение

Разность фаз колебаний двух точек обусловлена временной задержкой, связанной со временем прохождения волной расстояния между этими точками, т.е.

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \omega\frac{r_2 - r_1}{v},$$

где $\omega$ - циклическая частота колебаний; $(r_2 - r_1)$ - расстояние между точками; $v$ - скорость распространения волны. Выражая циклическую частоту через период колебаний T, получаем:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{Tv} = 2\pi; \quad \Delta\varphi = 6{,}28 \text{ (рад)}.$$

Ответ:6,28.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

1. Точка, совершающая гармонические колебания вдоль оси X, проходит путь 2 м за 2 полных колебания. Определите амплитуду колебаний точки.

2. Точка совершает гармонические колебания по закону $x = 2\cos\varphi$, где $\varphi$ - фаза колебаний. Начальная фаза колебания равна $15^0$. Определите величи-

ну смещения точки от положения равновесия к моменту времени, равному $\frac{1}{12}$ периода колебаний.

3. Во сколько раз период колебаний математического маятника на некоторой планете больше, чем на Земле, если радиус планеты вдвое меньше радиуса Земли, а плотности одинаковы?

4. Груз массой 0,1 кг, подвешенный к пружине, совершает 300 колебаний в минуту. Определите жесткость пружины.

5. Имеется два колебательных контура с одинаковыми катушками и конденсаторами. В катушку одного из них вставили железный сердечник, увеличивший ее индуктивность в 4 раза. Определите отношение резонансных частот контуров, если максимальные заряды на конденсаторах одинаковы.

6. Индуктивность контура составляет величину 0,01 Гн, а емкость – 1 мкФ. Конденсатор зарядили до разности потенциалов 200 В. Какой наибольший ток возникает в контуре в процессе электромагнитных колебаний?

7. В среде распространяется волна со скоростью 720 м/с при частоте источника 600 Гц. Определите разность фаз колебаний в двух точках, отстоящих друг от друга на расстояние 0,2 м. Ответ запишите в градусах.

8. Электропечь сопротивлением 22 Ом питается от генератора переменного тока. Определите количество теплоты (в МДж), выделяемое печью за 1 ч, если амплитуда силы тока 10 А.

9. Напряжение на обкладках конденсатора и сила тока через индуктивность в электромагнитном контуре меняются по законам: $U = 2\cos 2000t$ (В) и $I = 4\sin 2000t$ (А). Определите в миллигенри индуктивность контура.

10. Первичная обмотка понижающего трансформатора включена в сеть с напряжением 220 В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки 20 В, ее сопротивление 1 Ом, ток во вторичной цепи 2 А. Определите коэффициент трансформации и КПД. Потерями в первичной обмотке пренебречь.

## ТЕМА 9. ОПТИКА. ЭЛЕМЕНТЫ СОЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ.

Четыре закона геометрической оптики:

1 . Закон прямолинейного распространения света: в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Ограничение для этого закона накладывает дифракция света.

2. Закон независимости световых лучей утверждает, что лучи при пересечении не возмущают друг друга.

Суть этого закона выявляется при интерференции света.

3. <u>Закон отражения света:</u> падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости, причем угол отражения $(\beta)$ равен углу падения $(\alpha)$.

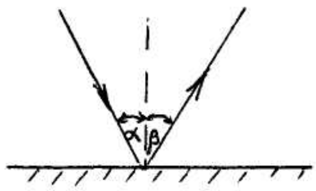
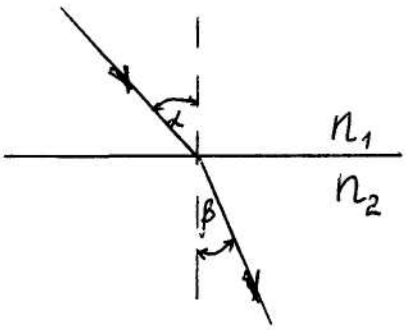



Рис. 9.1

4. <u>Закон преломления света:</u> падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данных двух сред есть величина постоянная, называемая относительным показателем преломления второй среды относительно первой:




$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Рис. 9.2

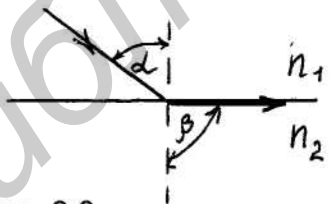
<u>Абсолютный показатель преломления среды</u> - показатель преломления данной среды относительно вакуума. Он показывает $\left(n = \frac{c}{v}\right)$, во сколько раз скорость света в среде меньше скорости света в вакууме.

<u>Относительный показатель преломления</u>

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c\ n_1}{c\ n_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

где $v_1, v_2$ - скорости света в первой и второй средах; $n_1, n_2$ - абсолютные показатели преломления этих сред.

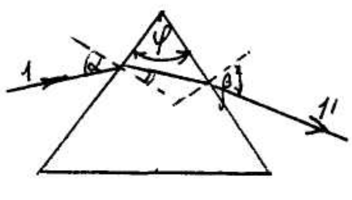
<u>Предельный угол полного отражения</u> (рис. 9.3)




$$\sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1};\ \beta = 90^0.$$

Рис. 9.3

<u>Призма:</u> преломляющий угол призмы $\varphi$; угол отклонения луча в призме $\gamma$ - угол между направлениями падающего 1 и отклоненного 1' луча (рис. 9.4):




$$\gamma = (n-1)\varphi,$$

где n - показатель преломления стекла призмы.

Рис. 9.4

Формула тонкой линзы:

$$\pm\frac{1}{F}=\pm\frac{1}{d}\pm\frac{1}{f},$$

где $F$ - фокусное расстояние линзы; $d$ - расстояние от предмета до оптического центра линзы; $f$ - расстояние от оптического центра линзы до изображения.

Если фокус, предмет или изображение являются действительными, то перед соответствующими членами этой формулы ставится плюс, если мнимыми - минус.

Оптическая сила линзы $D=\frac{1}{F}$ дптр.

Линейное увеличение линзы $\Gamma=\frac{H}{h}=\frac{f}{d}$,

где $H, h$ - линейные размеры соответственно изображения и предмета.

Увеличение лупы

$$\Gamma=\frac{d_0}{F},$$

где $d_0=25$ см - расстояние наилучшего зрения; F - фокусное расстояние лупы.

Волновые свойства света.

Волновые свойства света определяют такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация и дисперсия света.

Интерференция света - явление перераспределения световой энергии в пространстве с образованием максимумов и минимумов интенсивности при определенных условиях.

Условие максимума интенсивности света: $\Delta=2k\frac{\lambda}{2}$, где $\Delta=(r_2n_2-r_1n_1)$ - оптическая разность хода волн; $\lambda$ - длина волны; $k=1, 2, \ldots$ - целое число, определяющее порядок интерференционной полосы; $n_2, n_1$ - показатели преломления сред , в которых распространяется свет (рис. 9.5).


Рис. 9.5

Условие минимума интенсивности света: $\Delta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$.

Интерференцией света еще называют явление наложения когерентных световых волн. Условия наблюдения интерференции света: одинаковое направление распространения колебаний, одинаковая частота и постоянство разности фаз.

Дифракция света - совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в средах с резкими неоднородностями (например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия и т.д.) и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Дифракцию света можно наблюдать например, с помощью дифракционной решетки.

Формула дифракционной решетки (или формула главных максимумов):

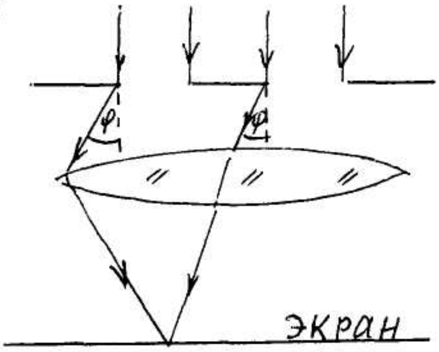



Рис. 9.6

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda,$$

где $d = a + b$ - период дифракционной решетки (рис. 9.6); $a$ - ширина щели; $b$ - ширина непрозрачного промежутка между щелями; $\varphi$ - угол дифракции (отклонения луча); $\lambda$ - длина волны падающего на решетку света; k=0,1,2,...-целое число, определяющее порядок спектра (порядок максимума).

Схематически спектр дифракционной решетки можно представить следующим образом (рис. 9.7).

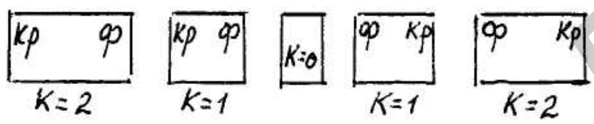



Рис. 9.7

Если на дифракционную решетку падает белый свет, то в центре всегда наблюдается белая полоса (к = 0), а симметрично с обеих сторон - спектры первого и т.д. (k=1,2...) порядков. Так как $\lambda \sim \varphi$ (видно из формулы дифракционной решетки), то в спектре ближе к центру располагаются лучи сине-фиолетового цвета, а дальше – красного (рис. 9.7).

Дисперсия света - явление, обусловленное зависимостью показателя преломления вещества от длины (частоты) световой волны.

Полная энергия свободной (т.е. не подверженной действию сил) релятивистской частицы, определяемая суммарным значением кинетической энергии и энергии покоя, равна

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2},$$

где $m$ - инвариантная масса частицы; $v$ - ее скорость; $p$ - модуль ее импульса.

Энергия покоя неподвижной частицы (внутренняя энергия частицы)

$$E = mc^2.$$

В случае сложного тела энергия покоя включает в себя, помимо энергии покоя образующих тело частиц, также кинетическую энергию частиц (обусловленную их движением относительно центра масс тела) и энергию их взаимодействия друг с другом.

Закон взаимодействий массы и энергии покоя утверждает, что всякое изменение массы тела $\Delta m$ сопровождается изменением энергии покоя $\Delta E_0$, причем эти изменения пропорциональны друг другу:

$$\Delta E_0 = \Delta mc^2 .$$

Энергия фотона

$$E = h\nu = \hbar\omega ,$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с - постоянная Планка; $\nu$ - частота света; $\hbar = h/2\pi$, $\omega$ - циклическая частота.

Масса фотона равна нулю (существование частиц с m=0 не противоречит законам релятивистской механики. Из вышеприведенных формул видно, что частица с m=0 может обладать отличными от нуля импульсом и энергией лишь в том случае, если v=c).

Импульс фотона

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}; \;\; \lambda \cdot \nu = c .$$

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}; \quad eU_3 = \frac{mv_{max}^2}{2},$$

где A - работа выхода электрона; $h\nu$ - энергия фотона.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_{min} = \frac{A}{h} \text{ или } \lambda_{min} = \frac{hc}{A} .$$

Постулаты Бора.

1. Атомная система может находиться в определенных стационарных (квантовых) состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия, причем в стационарном состоянии атом не излучает.

Квантование круговых орбит, по которым вращаются электроны вокруг ядра, устанавливается следующим правилом:

$$mvr = n\hbar ,$$

где m - масса электрона; v - его скорость на n-й орбите; r - радиус n-й орбиты; n = 1,2,3,. .. - порядковый номер орбиты.

2 .При переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается (j$\to$i) или поглощается (i$\to$j ) квант электромагнитной энергии $h\nu_{ij}$ (рис. 9.8).

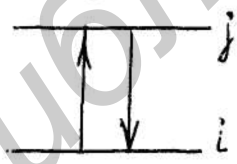


Рис. 9.8

$$h\nu_{ij} = E_i - E_j ,$$

где j,i - номера стационарных состояний атома; Ei и Ej - энергия атома в стационарных состояниях.

Атомное ядро

$${}^{A}_{Z}X ,$$

где X - обозначение соответствующего химического элемента; Z -зарядовое число ( совпадающее с атомным номером элемента); A - массовое число (количество нуклонов). Зарядовое число Z равно числу протонов в ядре.

Некоторые элементарные частицы:

${}^{1}_{1}p$ - протон; ${}^{1}_{0}n$ - нейтрон; ${}^{0}_{-1}e$ - электрон; ${}^{0}_{+1}e$ - позитрон;

${}^{4}_{2}\alpha$ (или ${}^{4}_{2}He$) - $\alpha$ -частица.

Радиоактивные процессы происходят в соответствии с законами сохранения энергии, электрического заряда и массового числа (количества нуклонов).

1. $\alpha$ - распад: ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$.

Скорость $\alpha$-частиц невелика: $v_\alpha = \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{15}\right)c$, где $c$ - скорость света.

2. $\beta$- распад: ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu}$; $\tilde{\nu}$ - антинейтрино.

3. $\gamma$-излучение - поток фотонов с очень малой длиной волны и, следовательно, с очень большой энергией. Подобно другим электромагнитным волнам, $\gamma$ - лучи распространяются со скоростью света. $\gamma$- распад состоит в испускании ядром $\gamma$-кванта без изменения ядра массового числа A и атомного номера Z. $\gamma$-кванты не имеют заряда, и, следовательно, на них не действуют кулоновские силы.

Дефект массы ядра - разность между суммарной массой нуклонов и массой ядра:

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_Я,$$

где Z - число протонов в ядре; N = A - Z - число нейтронов; $m_p$, $m_n$ - массы свободных протона и нейтрона; $m_Я$ - масса ядра.

Энергия связи равна работе, которую нужно совершить, чтобы разделить ядро на входящие в его состав частицы:

$$E_{св} = \Delta mc^2 = \{[Zm_p + (A - Z)m_n] - m_Я\} \cdot c^2.$$

Атомная единица массы (а.е.м.) - масса, равная 1/12 массы атома изотопа углерода $^{12}C$:

1 а.е.м. = $1{,}66053 \cdot 10^{-27}$ кг

Энергетический эквивалент а.е.м.

$(1\ а.е.м.) \cdot c^2 = 931{,}5$ МэВ.

Энергия связи ядра в мегаэлектрон-вольтах:

$$E_{св} = \Delta mc^2 = \{[Zm_p + (A - Z)m_n] - m_Я\} \cdot 931{,}5,$$

где массы протона, нейтрона и ядра выражены в атомных единицах массы.

Энергия (энергетический выход) ядерной реакции

$$Q = \left(\sum M_1 - \sum M_2\right) \cdot c^2,$$

где $\sum M_1$, $\sum M_2$ - сумма масс покоя ядер и частиц соответственно до и после реакции. Если $\sum M_1 > \sum M_2$, то энергия Q выделяется, если наоборот - поглощается.

Закон радиоактивного распада:

$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 e^{-\lambda t}$, где $N_0$ - число ядер в начальный момент времени ($t_0 = 0$), N - число ядер к моменту времени t, T - период полураспада, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ - постоянная радиоактивного распада.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1.Луч, падающий на призму с показателем преломления 1,5 перпендикулярно боковой грани, отклоняется на угол 0,03 радиана. Определите в радианах преломляющий угол призмы. В расчетах синусы углов заменить их аргументами.

Дано:
$n = 1{,}5$
$\beta = 0{,}03$ рад

$\alpha - ?$

Решение

Луч, падающий на призму перпендикулярно боковой грани, испытывает преломление только на выходе из призмы (рис. 9.9). Из геометрических соображений видно, что угол падения луча на грань призмы АС равен $\alpha$, а угол преломления – $(\alpha+\gamma)$. На основании закона преломления света можно записать:

$$n \sin \alpha = \sin(\alpha + \gamma)$$

или

$$n\alpha = \alpha + \gamma .$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{\gamma}{n-1} = 0{,}06 \text{ (рад)}.$$

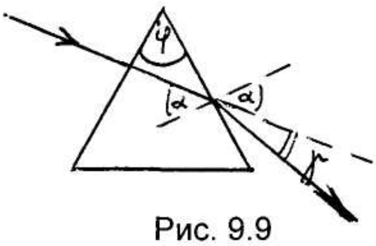


Рис. 9.9

Ответ: 0,06.

2. С помощью собирающей линзы на экране получено уменьшенное изображение. Размер предмета равен 6 см, размер изображения 4 см. Оставляя экран и предмет неподвижными, линзу перемещают в сторону предмета. Определите величину второго четкого изображения.

Дано:
$h = 6$ см
$H_1 = 4$ см

$H_2$ - ?

Решение

Пусть расстояние между предметом и экраном равно L (рис. 9.10). На рисунке изображено такое положение линзы между предметом и экраном, при котором на экране получается четкое изображение предмета.

Увеличение линзы определяется отношением

$$\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{f}{d},$$

где расстояния $d$ и $f$ связаны, с одной стороны, формулой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

а с другой стороны, - $(d + f) = L$.

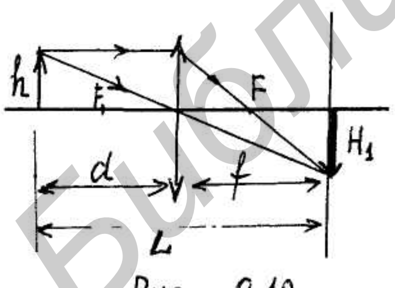


Рис. 9.10

Второе четкое изображение предмета на экране получается при таком положении линзы, когда расстояние от предмета до линзы равно f, а расстояние от линзы до экрана равно d. В этом случае также справедливы соотношения $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ и $d + f = L$.

Коэффициент линейного увеличения во втором случае равен

$$\Gamma_2 = \frac{H_2}{h} = \frac{d}{f}.$$

Таким образом, коэффициенты увеличения линзы для двух случаев получения четкого изображения предмета на экране при неизменном расстоянии между предметом и экраном связаны соотношением $\Gamma_1 = \dfrac{1}{\Gamma_2}$, откуда следует, что $\dfrac{H_1}{h} = \dfrac{h}{H_2}$.

Из последнего равенства находим величину второго изображения:

$$H_2 = \frac{h^2}{H_1};\ H_2 = 9\ \text{см} = 0{,}09\ (\text{м})$$

Ответ: 0,09 м.

3. Главная оптическая ось собирающей линзы совпадает с осью X в прямоугольной системе отсчета (XOY), где X и У даны в метрах. Падающий и преломленный лучи задаются уравнениями: $y = 5 + 0{,}15x$ и $y = 7 - 0{,}1x$. Определите фокусное расстояние линзы.

Дано:
y=5+0.15x
y=7-0.10x

F - ?

Решение

Точка пересечения двух заданных прямых лежит в плоскости линзы. Решая относительно систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5 + 0{,}15x, \\ y = 7 - 0{,}10x, \end{cases}$$

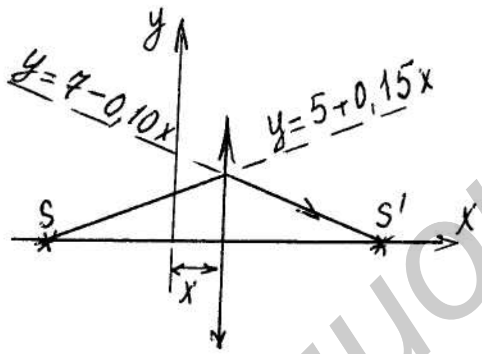


Рис. 9.11

находим x-координату линзы: x=8 м. Предполагая, что точечный источник света и, следовательно, его изображение находятся на оси X, совпадающей с главной оптической осью линзы, находим координаты источника и изображения

$$\begin{cases} 5 + 0{,}15x = 0;\ x_1 = \dfrac{-100}{3}\ \text{м}, \\ 7 + 0{,}10x = 0;\ x_2 = 70\ \text{м}. \end{cases}$$

Зная координаты линзы, источника и изображения, определяем расстояния от источника до линзы и от линзы до изображения:

$$d = |x - x_1| = \frac{124}{3}\ \text{м};\ f = x_2 - x = 62\ \text{м}.$$

Для определения фокусного расстояния линзы достаточно воспользоваться формулой линзы $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f}$,

откуда $F = \dfrac{df}{d+f};\ F = 24{,}8\ (\text{м})$.

Ответ: 24,8.

4. Период дифракционной решетки равен 2,5 мкм. Сколько максимумов будет содержать спектр, образующийся при нормальном падении на решетку плоской монохроматической волны, длина которой равна 400 нм?

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $d = 2{,}5$ мкм | Уравнение для определения главных максимумов |
| $\lambda = 400$ нм | дифракционной решетки имеет вид |
| $N$ - ? | $d\sin\varphi_k = k\lambda$, |

где $\varphi_k$ - угол, под которым виден конечный дифракционный максимум. Максимальный порядок дифракционного спектра соответствует условию $\varphi_k \le \frac{\pi}{2}$, т.е. $k_{max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right]$,

где скобки означают ближайшее целое, не превосходящее значение $\frac{d}{\lambda}$.

В нашем случае $k_{max} = [6{,}25] = 6$.

Полное число максимумов N в дифракционном спектре можно получить, зная максимальный порядок спектра,

$$N = 2k_{max} + 1 = 13.$$

В последнем равенстве учтено (см. рис. 9.7), что максимумы располагаются симметрично ($2k_{max}$) и, кроме того, добавлен центральный максимум (при $\varphi=0$).

Ответ: 13.

5. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна 2/3 ее энергии покоя? Ответ запишите в виде отношения найденного значения скорости частицы к скорости света в вакууме.

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $\frac{T_k}{E_0} = \frac{2}{3}$ | В механике СТО кинетическая энергия частицы $T = E - E_0$, где полная энергия частицы |
| $\frac{v}{c}$ – ? | $E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; $E_0 = mc^2$ - энергия покоя. |

Найдем $\frac{T}{E_0} = \frac{E}{E_0} - 1$ и выразим $\frac{E}{E_0}$:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{T}{E_0} + 1 = \frac{T + E_0}{E_0}, \text{ откуда } \frac{E}{E_0} = \frac{E_0}{T + E_0} = \frac{1}{\frac{T}{E_0} + 1} = 0{,}6.$$

Но $\frac{E}{E_0} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, поэтому $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 0{,}6$, откуда находим

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-0{,}36} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8.$$

Ответ: 0,8.

6. Тренированный глаз после длительного нахождения в темноте воспринимает свет с длиной волны 0,54 мкм при минимальной мощности излучателя $2{,}2\cdot10^{-17}$ Вт. Оцените число фотонов, попадающих в глаз наблюдателя за 1с.

Дано:

$\lambda = 0{,}54$ мкм $= 0{,}54\cdot10^{-5}$ м

$P = 2{,}2\cdot10^{-17}$ Вт

$t = 1$с

$c = 3\cdot10^{8}$ м/с

$h = 8{,}6\cdot10^{-34}$ Дж/с

$N - ?$

Решение

Считая, что вся энергия излучателя полностью превращается в энергию электромагнитного излучения, получим $P\cdot t = h\nu\cdot N$,

где $P\cdot t$ - энергия, отданная излучателем за время t; $h\nu$ - энергия одного фотона; N - число фотонов, излученных за время t.

Из предыдущего равенства легко находим число фотонов, которые попадают в глаз наблюдателя за t =1с:

$$N = \frac{P\lambda}{hc}t\text{, где учтено, что } \nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Подстановка числовых данных дает следующий результат:

$$N = \frac{2{,}2\cdot10^{-17}\cdot0{,}54\cdot10^{-6}\cdot1}{6{,}6\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}} = 60.$$

Ответ: 60.

7. При увеличении в 2 раза энергии фотона, падающего на металлическую пластинку, максимальная кинетическая энергия электрона увеличилась в 3 раза. Определите в электрон-вольтах работу выхода электронов из металла, если первоначальная энергия фотона равнялась 5 эВ.

Дано:

$\varepsilon_1 = 5$ эВ

$\varepsilon_2 = 2$ эВ

$E_2/E_1 = 3$

A - ?

Решение

Используем выражение Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + E,$$

где $\varepsilon$ - энергия фотона; A - работа выхода; E - максимальная кинетическая энергия электрона.

Тогда можем записать $\varepsilon_1 = A + E_1$, и $\varepsilon_2 = A + E_2$,

откуда $\dfrac{\varepsilon_2 - A}{\varepsilon_1 - A} = 3$.

Решая полученные уравнения относительно A, получим A = 1/2 $\varepsilon_1$, A = 2,5 (эВ).

Ответ 2,5 .

8. Найдите сумму зарядов всех электронов внутри баллона объемом 5 л, содержащего гелий при давлении 1660 Па и температуре 200 К. Число Авогадро равно $6\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$.

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $V = 5 \cdot 10^{-3}$ м$^3$<br>$Z = 2$<br>$P = 1660$ Па<br>T = 200 К<br>$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ | Определив число молей из уравнения состояния для идеального газа $\nu = \dfrac{PV}{RT}$ и число атомов в $\nu$ молях, $\nu \cdot N_A$, окончательный ответ получим в виде |
| q - ? | $q = -eZ\nu N_A = -eZ\dfrac{PV}{RT}N_A = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot \dfrac{1660 \cdot 5 \cdot 10^3}{8{,}3 \cdot 200} \cdot 6 \cdot 10^{23} =$<br>$= -960$ (Кл). |

Ответ –960.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

1. Луч лазера с длиной волны 0,6 мкм достигает экрана за 0,02 мкс. Сколько длин волн укладывается на пути света от лазера до экрана? В ответ запи сать десятичный логарифм полученного числа.

2. Взаимно перпендикулярные лучи 1 и 2 идут из воздуха в жидкость. У пер вого луча угол преломления равен 30°, а у второго - 45°. Найдите показатель преломления жидкости.

3. На нижней поверхности плоскопараллельной пластинки с показателем преломления 1,5 нанесена царапина. Определите в сантиметрах толщину пластинки, если изображение царапины при рассмотрении по вертикали на ходится на расстоянии 2 см от верхней поверхности.

4. Световой луч падает под углом 60° к нормали на плоскопараллельную пластинку с показателем преломления 1,73 и толщиной 3,46 см. Определите в сантиметрах смещение луча при прохождении пластинки. Пластинка нахо дится в воздухе.

5. На тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием 50 см падает схо дящийся пучок лучей так, что продолжения лучей пересекаются в заднем фокусе линзы. На каком расстоянии от линзы сходятся преломленные лучи?

6. Велосипедист движется со скоростью 5 м/с. Его фотографируют с помо щью фотоаппарата, который имеет объектив с фокусным расстоянием 10 см. Определите в миллисекундах наибольшую длительность экспозиции при ус ловии, что размытость изображения на снимке не должна превышать 0,1 мм. Расстояние от фотоаппарата до велосипедиста 5,1 м.

7. Период дифракционной решетки равен 2,5 мкм. Сколько максимумов бу дет содержать спектр, образующийся при нормальном падении на решетку плоской монохроматической волны, длина которой 400 нм?

8. Заряд металлического шара с электроемкостью относительно Земли 1 мкФ, полученный в результате облучения фотонами с энергией 5,5 эВ, ока зался равным 2,7 мкКл. Определите работу выхода электронов из металла. Ответ выразите в электрон-вольтах.

9. Найдите сумму зарядов всех ядер в 0,01 моле неона, порядковый номер которого равен 10. Число Авогадро принять равным 6-Ю$^{23}$ моль"$^{1}$.

10. Протон обладает скоростью 240000 км/с. Определите отношение его массы покоя к массе движущегося протона.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННОЕ ЗАДАНИЕ № 1.

1. Стальной шарик, упавший с высоты 1,25 м на стальную доску, отскакивает от нее с потерей 25% скорости. Найдите время, которое проходит от начала движения шарика до его второго падения на доску.
2. На тело массой 100 г, покоящееся на горизонтальной поверхности, в тече ние 2 с действует горизонтальная сила, равная по модулю 1 Н. Какое рас стояние пройдет тело за все время движения, если коэффициент трения скольжения равен 0,2?
3. Дельтапланерист на высоте 10 м над землей имеет скорость 10 м/с. Сколько килоджоулей механической энергии перейдет в тепловую при посад ке и полной остановке спортсмена, если его масса вместе со снаряжением равна 100 кг?
4. Тело массой 0,2 кг, висящее на невесомой и нерастяжимой нити, отклоня ется от вертикали под действием горизонтально направленной силы на угол 60°. Определите модуль силы натяжения нити в новом положении равнове сия.
5. Открытый цилиндрический сосуд сечением 1 см$^{2}$ плотно прикрывают пла стиной 1,5 кг. На сколько градусов нужно нагреть воздух в сосуде, чтобы он приподнял пластину? Атмосферное давление равно 100 кПа, температура окружающего воздуха 300 К.
6. Некоторую массу идеального одноатомного газа нагревают на 1 К первый раз - изохорически, второй - изобарически. Найдите отношение количества теплоты, полученного газом в первом процессе, к количеству теплоты, полу ченному газом во втором процессе.
7. При переносе плоского конденсатора из керосина в спирт его электроем кость возрастает в 13 раз. Определите относительную диэлектрическую про ницаемость спирта, если у керосина она равна 2.
8. Чему равно минимальное сопротивление цепи, составленной из 10 рези сторов по 5 Ом и 40 резисторов по 20 Ом?
9. Во сколько раз ЭДС индукции в случае изменения потока магнитной ин дукции на 0,1 Вб за 5 с меньше, чем в случае изменения потока на 5 Вб за 0,1 с?
10. Тело массой 0,1 кг совершает гармонические колебания с амплитудой, равной 1 см. Определите циклическую частоту колебаний, если максималь ная сила, действующая на тело в процессе колебаний, равна 1 мН.
11. Определите, на каком расстоянии от тонкой собирающей линзы находит ся предмет, если известно, что расстояние между предметом и его действи тельным изображением равно 1,5 м, а размер изображения в 2 раза больше размера предмета.
12. Определите в электрон-вольтах энергию фотона, соответствующего из лучению с длиной волны 0,495 мкм.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННОЕ ЗАДАНИЕ № 2.

1. Половину пути тело движется со скоростью 1 м/с, а оставшийся путь - со скоростью 3 м/с. Определите среднюю скорость движения.
2. Груз массой 10 кг перемещают с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости, прикладывая силу, направленную под углом 30° к горизонту. Определите с точностью до десятых модуль этой силы, если коэффициент трения равен 0,2.
3. Модуль скорости тела изменяется по закону: $v = (2(t-2)^2 + 2)$ м/с, где $t$ - время движения в секундах. Масса тела равна 1 кг. Определите кинетическую энергию тела в момент времени $t = 1$ с.
4. Тело объемом 50 см$^3$ плавает в воде. Определите в кубических сантиметрах объем части тела, погруженной в воду, если плотность тела равна 200 кг/м$^3$, а плотность воды - 1000 кг/м$^3$.
5. Какая масса газа выйдет из открытого сосуда, содержащего 0,24 кг гелия, если его температуру увеличить в 8 раз? Давление постоянно.
6. Идеальный газ в количестве 3 моль нагрели на 20 К при постоянном давлении. Определите работу, совершенную газом.
7. На расстоянии 30 м от уединенного точечного заряда потенциал электрического поля равен 3000 В. Определите по этим данным модуль заряда в микрокулонах.
8. Две одинаковые электроплитки соединены параллельно и подключены к источнику постоянного тока напряжением 168 В. Сила тока, текущего через источник, равна 7 А. Определите сопротивление одной плитки.
9. При наложении двух однородных магнитных полей модуль вектора индукции результирующего поля оказался равным 0,4 Тл. Определите минимальное значение модуля индукции второго поля, если модуль индукции первого поля равен 0,6 Тл.
10. Тело массой 2 кг движется вдоль оси X под действием силы, проекция которой на ось X меняется по закону: $f = -2x$ Н. Определите минимальное время, за которое тело побывает во всех допустимых точках своей траектории.
11. На дифракционную решетку с периодом 0,01 мм падает нормально плоская монохроматическая волна. Расстояние между максимумами первого порядка на экране, расположенном на расстоянии 1 м от решетки, равно 8 см. Найдите в микрометрах длину волны падающего света.
12. Определите среднюю мощность импульсного лазера, излучающего фотоны с длиной волны $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ м. Число фотонов в импульсе равно $10^{18}$. В секунду излучается 100 импульсов.

## ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ к экзаменационным заданиям №1 и 2

| № задания | Номер задачи | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 1,25 | 80 | 15 | 4 | 450 | 0,6 | 26 | 0,25 | 2500 | 1 | 0,5 | 2,5 |
| 2 | 1,5 | 20,7 | 2 | 10 | 0,21 | 498 | 10 | 48 | 0,2 | 3,14 | 0,4 | 60 |

По письму, 2003

*Учебное издание*

Методические указания и контрольные задания
по физике

для слушателей заочных подготовительных курсов

С о с т а в и т е л и :
Стрелкова Таисия Игнатьевна
Тюнина Евдокия Сергеевна

Редактор Т.Н. Крюкова

| | | |
|---|---|---|
| Подписано в печать 03.01.2003. | | Формат 60×84 1/16. |
| Бумага офсетная. | Печать ризографическая. | Усл. печ. л. 4,65. |
| Уч.- изд. л. 4,4. | Тираж 500 экз. | Заказ 5 . |

Издатель и полиграфическое исполнение:
Учреждение образования
"Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники"
Лицензия ЛП №156 от 30.12.2002.
Лицензия ЛВ №509 от 03.08.2001.
220013, Минск, ул. П. Бровки, 6.