

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
“Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники”

Кафедра физики

ФИЗИКА

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР

РАЗДЕЛ

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Под редакцией В.И. Мурзова

Минск 2004

УДК 536+539.1(075.8)

ББК 22. 317 я 7

Л 12

Авторы:

З.А. Боброва, Т.Т. Ивановская, Н.Б. Коньшева,

Е.В. Тарасевич, П.А. Пупкевич.

Л 12 Физика: Лаб. практикум для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР. Разд. “Термодинамика и молекулярная физика” / З.А. Боброва, Т.Т. Ивановская, Н.Б. Коньшева и др.; Под ред. В.И. Мурзова. – Мн: БГУИР, 2004. – 33 с.: ил.

ISBN 985-444-608-5

Лабораторный практикум содержит описание лабораторных работ по разделу “Термодинамика и молекулярная физика” с кратким изложением теоретического материала, необходимого для их выполнения.

УДК 536+539.1(075.8)

ББК 22. 317 я 7

Авторы выражают благодарность Д.Ю. Шуракову за работу по оформлению рукописи.

ISBN 985-444-608-5

© Коллектив авторов, 2004

© БГУИР, 2004

## ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА

Цель работы: измерить величину отношения теплоемкости воздуха при постоянном давлении  $C_p$  к его теплоемкости при постоянном объеме  $C_v$ .

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАБОТЫ

Совокупность физических величин, задающих состояние макроскопической системы, называют ее термодинамическими параметрами. Любую функцию термодинамических параметров называют функцией состояния системы.

Термодинамическими параметрами данной массы  $m$  идеального газа являются  $p$  – давление,  $V$  – объем,  $T$  – абсолютная температура, связанные в его равновесном состоянии уравнением состояния идеального газа (уравнением Менделеева – Клапейрона):

$$pV = \nu RT, \quad (11.1)$$

где  $\nu = m/M$  – количество вещества;  $M$  – молярная масса газа;  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$  – универсальная газовая постоянная.

Основу термодинамики образуют два закона (начала). Первый закон термодинамики сводится к утверждению, что если в процессе с бесконечно малым изменением термодинамических параметров система поглощает количество теплоты  $\delta Q$  и совершает работу  $\delta A$ , то их разность является *полным дифференциалом* некоторой функции состояния  $U$ , т.е.

$$\delta Q - \delta A = dU. \quad (11.2)$$

Функцию  $U$  называют внутренней энергией системы.

Если поглощение теплоты  $\delta Q$  сопровождается изменением температуры системы на  $dT$ , то

$$\delta Q = CdT, \quad (11.3)$$

где  $C$  – теплоемкость системы.

Если в окрестности некоторой точки поверхности, ограничивающей систему, происходит изменение ее объема на  $dV$ , то

$$\delta A = pdV, \quad (11.4)$$

где  $p$  – давление в рассматриваемой точке.

С учетом (11.3, 11.4) равенство (11.2) принимает вид дифференциального уравнения

$$dU = CdT - pdV.$$

Внутренняя энергия идеального газа зависит только от абсолютной температуры  $T$  и задается формулой

$$U = C_v T,$$

где  $C_v$  – теплоемкость газа при постоянном объеме.

Второй закон термодинамики сводится к утверждению, что существует функция состояния  $S$ , называемая *энтропией* системы, полный дифференциал которой удовлетворяет неравенству (неравенство Клаузиуса)

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}, \quad (11.5)$$

где  $\delta Q$  - малое количество теплоты, поглощаемое системой на элементарном участке произвольного термодинамического процесса вблизи абсолютной температуры  $T$ .

Равенство выполняется для *обратимого* процесса. С учетом (11.2 - 11.4) неравенство (11.5) переписывается в виде

$$dS \geq \frac{1}{T}(dU + pdV). \quad (11.6)$$

Термодинамический процесс, происходящий в теплоизолированной системе (т.е. без теплообмена с окружающей средой), называется *адиабатическим*. Из (11.5) вытекает, что энтропия теплоизолированной системы никогда не убывает, т.е.  $dS \geq 0$ , а обратимый адиабатический процесс является изэнтропийным.

Теплоемкость термодинамической системы зависит от способа ее нагревания. Найдем связь между теплоемкостями идеального газа в изохорическом ( $V=const$ ) и изобарическом ( $p=const$ ) процессах.

Обозначая теплоемкость газа в изохорическом процессе через  $C_V$  и учитывая, что в этом процессе  $dV=0$ , в соответствии с первым законом термодинамики запишем

$$dU = C_V dT. \quad (11.7)$$

В изобарическом процессе газ совершает работу и поэтому при изменении его температуры на  $dT$  дифференциал его внутренней энергии

$$dU = C_p dT - pdV = C_p dT - d(pV) = C_p dT - d(\nu RT) = (C_p - \nu R)dT, \quad (11.8)$$

где  $C_p$  - теплоемкость газа при постоянном давлении.

При выводе (11.8) мы учли уравнение состояния идеального газа  $pV = \nu RT$ . Поскольку внутренняя энергия идеального газа является функцией только абсолютной температуры  $T$ , то при одинаковом изменении температуры выражения (11.7, 11.8) равны друг другу и, следовательно,

$$C_V = C_p - \nu R. \quad (11.9)$$

Для молярных теплоемкостей  $c = C / \nu$ . Тогда из (11.9) очевидно получаем

$$c_p - c_v = R.$$

Последнее уравнение называется *уравнением Майера*.

Таким образом, теплоемкость газа зависит от способа его нагревания.

Найдем теперь уравнение, связывающее термодинамические параметры идеального газа при адиабатическом процессе (уравнение адиабаты).

В адиабатическом процессе  $\delta Q = 0$  на любом его участке. Поэтому

$$dU = -pdV. \quad (11.10)$$

Но для идеального газа

$$U = \nu c_v T = \frac{c_v}{R} pV.$$

Следовательно,

$$dU = \frac{\partial U}{\partial p} dp + \frac{\partial U}{\partial V} dV = \frac{c_v}{R} V dp + \frac{c_v}{R} p dV. \quad (11.11)$$

Подставляя (11) в (10), приходим к уравнению

$$\frac{c_v}{R} V dp = -\left(\frac{c_v}{R} + 1\right) p dV = -\frac{c_p}{R} p dV. \quad (11.12)$$

Здесь мы учли результат решения предыдущей задачи:  $c_v + R = c_p$ . Разделяя теперь в (11.12) переменные и вводя обозначение

$$\gamma = c_p / c_v, \quad (11.13)$$

получаем уравнение

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V},$$

интегрирование которого дает

$$\ln p = -\gamma \ln V + \ln const.$$

Следовательно,

$$pV^\gamma = const.$$

Это и есть искомое уравнение адиабаты (его называют также *уравнением Пуассона*). Показатель степени  $\gamma$ , определяемый формулой (11.13), называют *показателем адиабаты*.

В настоящей работе отношение  $\frac{c_p}{c_v}$  определяется методом, основанным на применении уравнения изотермического и адиабатического процессов. Установка состоит из стеклянного баллона большой емкости (рис. 11.1), соединенного с манометром М, который предназначен для измерения разности между давлением внутри баллона и атмосферным давлением. Посредством крана 1 баллон может быть соединен с атмосферой.

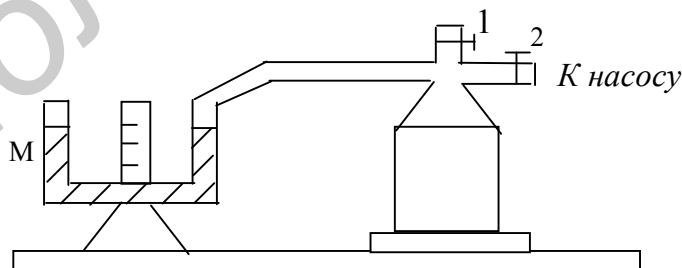


Рис. 11.1

Суть метода состоит в следующем. В стеклянный сосуд при помощи насоса нагнетают воздух до некоторого давления  $p_1$ . При сжатии воздух нагревается до температуры  $T_1$ , несколько превышающей температуру окружающей среды  $T_0$ . Состояние газа после нагнетания на диаграмме в координатах  $pV$  будет изображаться точкой 0 (рис. 11.2). В течение нескольких минут происходит выравнивание температур. Это сопровождается уменьшением давления газа в

сосуде. Когда это изменение прекращается, температуру газа в сосуде можно считать равной температуре окружающей среды  $T_0$ . Состояние газа при этом соответствует точке А. Переход из состояния 0 в состояние А является изохорическим процессом. Итак, в состоянии А газ характеризуется параметрами  $p, V, T_0$ . Если теперь заставить газ быстро расширяться, открыв кран 1 и сразу же закрыв его, то вследствие адиабатического расширения газ охладится до температуры  $T_2$  и давление упадет до атмосферного  $p_0$  (быстрое расширение газа можно с достаточным приближением считать адиабатическим). Вследствие этого газ перейдет из состояния А в новое состояние В, характеризуемое параметрами  $p_0, V_2, T_2$ .

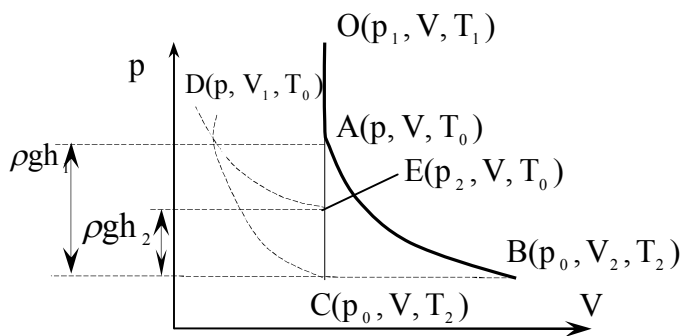


Рис. 11.2

Пусть первоначальная масса воздуха в сосуде после накачивания насосом равна  $m$ . При открывании крана часть воздуха выйдет. Обозначим массу вышедшего воздуха через  $\Delta m$ . Тогда масса оставшегося воздуха  $m_1 = m - \Delta m$ . Эта масса воздуха занимает объем  $V$ , находится под давлением  $p_0$  и имеет температуру  $T_2$ .

Этому состоянию газа на координатной плоскости  $pV$  соответствует точка С. Масса воздуха  $m_1$  занимала перед открытием крана меньший объем  $V_1$ . Состояние этой массы газа до открытия крана изображалось точкой D. Естественно, что при открытии крана указанная масса воздуха  $m_1$  расширялась адиабатически из состояния D в состояние С в то самое время, как общая масса  $m$  расширялась адиабатически из состояния А в состояние В. Так как точки D и С находятся на одной адиабате, то на основании уравнения Пуассона можно записать:

$$pV_1^\gamma = p_0V^\gamma. \quad (11.14)$$

В связи с тем что в состоянии С газ находится при температуре ниже комнатной, в течение 3-5 минут он будет нагреваться при постоянном объеме до комнатной температуры, увеличивая давление от  $p_0$  до  $p_2$ . Конечное состояние газа изображается точкой Е. Легко видеть, что в состояниях D и Е газ находится при одинаковой температуре, т.е. точки D и Е находятся на одной изотерме. Поэтому на основании закона Бойля - Мариотта получим:

$$pV_1 = p_2V. \quad (11.15)$$

Решая совместно уравнения (11.14, 11.15) относительно  $\gamma$ , получим:

$$\gamma = \frac{\ln p - \ln p_0}{\ln p - \ln p_2}. \quad (11.16)$$

Выражением (11.16) пользоваться неудобно, так как необходимо знать давления  $p$ ,  $p_0$ ,  $p_2$ . Преобразуем это выражение так, чтобы в него входила только разность высот  $h$  столбов жидкости в манометре М, соответствующих состоянию А и состоянию Е. Легко видеть, что

$$p = p_0 + \rho gh_1, \quad (11.17)$$

$$p_2 = p_0 + \rho gh_2, \quad (11.18)$$

где  $h_1$  - разность уровней жидкости в манометре в состоянии А;  $h_2$  - разность уровней жидкости в манометре в состоянии Е;  $\rho$  - плотность жидкости в манометре;  $p_0$  - атмосферное давление.

Тогда на основании уравнений (11.17, 11.18) получим:

$$\ln p = \ln p_0 + \ln\left(1 + \frac{\rho gh_1}{p_0}\right), \quad (11.19)$$

$$\ln p_2 = \ln p_0 + \ln\left(1 + \frac{\rho gh_2}{p_0}\right). \quad (11.20)$$

Поскольку  $\frac{\rho gh_1}{p_0} \ll 1$  и  $\frac{\rho gh_2}{p_0} \ll 1$ , то, используя приближенное равенство  $\ln(1+x) = x$ , справедливое для малых  $x$ , будем иметь:

$$\gamma = \frac{\ln p_0 + \ln\left(1 + \frac{\rho gh_1}{p_0}\right) - \ln p_0}{\ln p_0 + \ln\left(1 + \frac{\rho gh_1}{p_0}\right) - \ln p_0 - \ln\left(1 + \frac{\rho gh_2}{p_0}\right)} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (11.21)$$

Окончательно имеем:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (11.22)$$

### Порядок выполнения измерений

1. Осторожно закрыв кран, соединяющий бутылку с атмосферой, с помощью насоса медленно нагнетать в нее воздух, пока разность уровней в манометре не достигнет 20-30 см.

2. Закрывать кран. Подождать несколько минут, пока температура воздуха в бутылке достигнет температуры окружающей среды. Измерить установившуюся разность уровней жидкости  $h_1$  в манометре.

3. Открыть кран, соединяющий бутылку с атмосферой. Как только свист выходящего воздуха прекратится, закрыть кран.

4. Выждав, пока установится давление, снять показание манометра  $h_2$  (через 4-5 минут).

5. По формуле (11.10) вычислить значение коэффициента  $\gamma$ .

6. Опыт повторять 5-7 раз, меняя величину  $h_1$ .

8. Сравнить полученное значение  $\gamma$  для воздуха с табличным.

## Контрольные вопросы

1. Что означает внутренняя энергия идеального газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории?
2. Почему теплоемкость газов зависит от способов и условий нагревания?
3. Какой процесс называется адиабатическим?
4. Что происходит с внутренней энергией газа при адиабатическом процессе?
5. Чему равна величина отношения  $\frac{c_p}{c_v}$  для двухатомных газов согласно молекулярно-кинетической теории теплоемкости идеальных газов?
6. Как изменяется температура газа при адиабатическом процессе?

## Литература

- Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1977. – Т.1 – § 82,83,87,88.  
Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1987. – Т.1 – § 82,83,87,88.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ ПЕРЕНОСА НА ПРИМЕРЕ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

Цель работы:

1. Ознакомиться с явлениями переноса.
2. Изучить явление внутреннего трения (вязкости) жидкости.
3. Измерить методом Стокса коэффициенты динамической и кинематической вязкости глицерина.
4. Определить число Рейнольдса и дать оценку характера течения жидкости.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАБОТЫ

Всякое тело (система), состоящее из большого числа частиц, называется макроскопической системой. Все макроскопические величины, характеризующие макроскопическую систему, называются параметрами состояния. Совокупность независимых параметров состояния определяет состояние системы. Состояние системы называют стационарным, если с течением времени параметры состояния не меняются. Если в системе, находящейся в стационарном состоянии, нет никаких стационарных потоков за счет действия каких-либо внешних источников, то такое состояние системы называют равновесным (или состоянием термодинамического равновесия).



Термодинамика изучает, в основном, системы, находящиеся в состоянии термодинамического равновесия, при этом параметры состояния, характеризующие систему в ее термодинамическом равновесии, называют термодинамическими параметрами.

В результате внешних воздействий макроскопическая система может быть выведена из состояния термодинамического равновесия. Если такую систему предоставить самой себе (при определенных внешних условиях), то с течением времени она приходит в состояние термодинамического равновесия. При этом в системе происходят необратимые процессы, в результате которых осуществляется молекулярный перенос какой-либо физической величины из одной части системы в другую. Все эти процессы (например, диффузия, теплопроводность, электропроводность, внутреннее трение и др.), имеющие с молекулярной точки зрения сходный механизм, часто объединяют под общим названием *явлений переноса*.

Интенсивность процесса переноса физической величины характеризуется *потоком* этой величины через некоторую поверхность, т.е. количеством этой величины, проходящим через эту поверхность  $S$  в единицу времени. Поток – алгебраическая величина, знак которой в общем случае определяется произвольным выбором направления единичного вектора нормали к поверхности.

Как было отмечено ранее, к явлениям переноса относятся *диффузия*, *теплопроводность* и *внутреннее трение (вязкость)*. Эмпирические уравнения, описывающие соответствующие процессы и применимые к любым средам (твердым, жидким, газообразным), имеют соответственно вид:

$$M_i = -D \frac{d\rho_i}{dx} S \quad (\text{диффузия}); \quad (12.1)$$

$$q = -\kappa \frac{dT}{dx} S \quad (\text{теплопроводность}); \quad (12.2)$$

$$K = -\eta \frac{du}{dx} S \quad (\text{вязкость}). \quad (12.3)$$

Коэффициенты пропорциональности в правых частях уравнений (12.1-12.3)  $D$ ,  $\kappa$  и  $\eta$ , называемые *коэффициентами диффузии*, *теплопроводности* и *вязкости*, характеризуют соответственно быстроту переноса массы, энергии и импульса.

В левых частях всех приведенных выражений стоят потоки физических величин, переносимых через поверхность  $S$  в случае соответствующего явления:  $M_i$  - поток массы  $i$ -й компоненты смеси некоторых веществ;  $q$  - тепловой поток;  $K$  - поток импульса.

Производные  $\frac{d\rho_i}{dx}$ ,  $\frac{dT}{dx}$  и  $\frac{du}{dx}$ , характеризующие соответственно быстроту изменения плотности  $\rho_i$ , температуры  $T$  и скорости  $u$  течения жидкости или газа в направлении  $x$ , называют обычно *градиентами* этих величин.

Примечания: 1. Все уравнения записаны в предположении, что плотность  $\rho_i$ , температура  $T$  и скорость  $u$  изменяются только в направлении оси  $x$  (в

последнем случае ось  $x$  перпендикулярна направлению движения слоев жидкости или газа).

2. Знак “-” в правых частях уравнений (12.1-12.3) указывает на то, что направления переноса массы, теплоты и импульса противоположны градиентам плотности  $\rho_i$ , температуры  $T$  и скорости  $u$  соответственно.

3. Входящая в (12.1) парциальная плотность  $\rho_i$  равна

$$\rho_i = n_i m_i, \quad (12.4)$$

где  $m_i$  - масса молекулы  $i$ -й компоненты;  $n_i$  - концентрация молекул этой компоненты.

4. Соотношение (12.1) часто называют законом А. Фика, а соотношение (12.2) - законом Ж. Фурье.

Остановимся более подробно на явлении внутреннего трения. Молекулярно-кинетическая теория объясняет вязкость движением и взаимодействием молекул. Между движущимися слоями жидкости или газа происходит постоянный обмен молекулами, обусловленный их непрерывным хаотическим (тепловым) движением. Переход молекул из одного слоя в соседний, движущийся с иной скоростью, приводит к переносу от слоя к слою определенного количества движения (импульса).

Так как изменение импульса в единицу времени представляет собой силу, действующую на тело, то можно говорить о силе внутреннего трения  $F_{TP}$ , действующей на границе между двумя слоями жидкости или газа, а уравнение (12.3) рассматривать как выражение, определяющее ее модуль:

$$F_{TP} = \eta \left| \frac{du}{dx} \right| S. \quad (12.5)$$

Рассматривая внутреннее трение как молекулярный перенос импульса, можно показать (см. лаб. работу № 14), что для газов

$$F_{TP} = \frac{1}{3} \rho_0 \langle v \rangle \lambda \left| \frac{du}{dx} \right| S, \quad (12.6)$$

где  $\langle v \rangle$  - средняя скорость теплового движения молекул;  $\lambda$  - средняя длина свободного пробега;  $\rho_0$  - плотность исследуемой среды.

Сравнивая (12.5) и (12.6), получим:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho_0 \langle v \rangle \lambda. \quad (12.7)$$

Наряду с динамической вязкостью  $\eta$ , при изучении внутреннего трения часто вводят коэффициент

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_0}, \quad (12.8)$$

называемый кинематической вязкостью, который характеризует быстроту выравнивания скорости  $u$ . Можно убедиться (самостоятельно) в том, что кинематическая вязкость измеряется в тех же единицах, что и коэффициент диффузии.

Измерение вязкости многих веществ вследствие ее чувствительности к

изменениям состава и строения молекул может служить удобным физико-химическим методом анализа; вязкость среды определяет скорость диффузии растворенных в ней веществ (коэффициент диффузии в жидкостях и газах обратно пропорционален вязкости); изменения вязкости сказываются на скорости химических реакций, протекающих в биологических системах, и на ряде физико-химических явлений, связанных с жизнедеятельностью клетки.

Отмечая сходство уравнений (12.1-12.3), описывающих диффузию, теплопроводность и вязкость, следует иметь в виду, что концентрация (плотность) и температура – скалярные величины, тогда как скорость  $\vec{u}$  – величина векторная. Приведенные выше соотношения (12.3, 12.5) справедливы лишь в простейшем случае: когда скорость  $\vec{u}$  везде имеет одинаковое направление. Если это условие не выполняется, то математическое описание внутреннего трения значительно сложнее.

Упорядоченное стационарное движение жидкости называют *ламинарным*. При этом каждая частица жидкости движется без завихрений, по определенной траектории, а вся картина течения представляет собой движение различных слоев жидкости друг относительно друга. При определенных условиях движение частиц жидкости становится крайне неупорядоченным – их траектории оказываются запутанными, извилистыми, непрерывно меняющимися. Такое движение называется *турбулентным*. Характер течения жидкости (газа) или обтекания ею посторонних тел можно количественно охарактеризовать с помощью безразмерного параметра, называемого *числом Рейнольдса* и обозначаемого символом  $Re$ . Течение является ламинарным, если число Рейнольдса не превышает определенного (критического) значения. В частности, для шарика, движущегося в вязкой жидкости, выражение для числа Рейнольдса может быть представлено в виде

$$Re = \frac{ud\rho_0}{2\eta} = \frac{ud}{2\nu}, \quad (12.9)$$

где  $d$  – диаметр шарика;  $\rho_0$  – плотность жидкости;  $u$  – скорость шарика относительно жидкости.

Если обтекание шарика при его движении в жидкости является ламинарным, то сила сопротивления, действующая на шарик со стороны жидкости, в соответствии с законом Стокса может быть представлена в виде

$$\vec{F}_c = -3\pi\eta d\vec{u}. \quad (12.10)$$

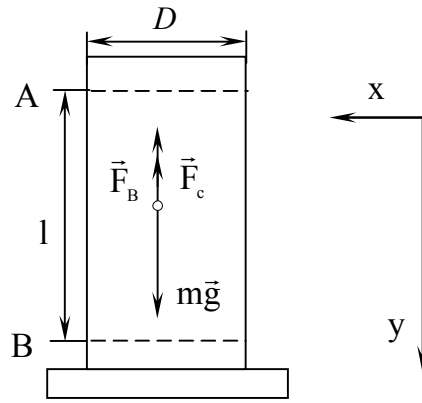


Рис. 12.1

Для изучения внутреннего трения используется вискозиметр Стокса (рис. 12.1), представляющий стеклянную трубку достаточного диаметра  $D \gg d$  ( $d$  – диаметр шарика), расположенную вертикально и заполненную исследуемой жидкостью (глицерином). На трубке нанесены две метки – А и В. Вдоль трубки расположена масштабная линейка. В жидкость, находящуюся в трубке, опускают шарик малого диаметра так, чтобы он двигался по центральной части трубки.

На падающий в жидкости шарик действуют три направленные вдоль вертикали силы: вниз – сила тяжести  $m\vec{g}$  и вверх – выталкивающая сила  $\vec{F}_B$  и сила сопротивления  $\vec{F}_c$ .

Поэтому уравнение движения шарика может быть представлено в виде

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_B + \vec{F}_c, \quad (12.11)$$

где  $m$  – масса шарика,  $\vec{a}$  – его ускорение.

С увеличением скорости шарика  $\vec{u}$  сила сопротивления  $\vec{F}_c$  по модулю возрастает. При установившемся движении шарика (между метками А и В) его скорость, достигнув некоторой величины  $u_0$ , остаётся постоянной. Тогда уравнение (12.11) в проекции на ось  $y$  (см. рис.12.1) с учетом выражений для силы тяжести и силы сопротивления (12.10) после несложных преобразований можно представить в виде

$$\frac{1}{6}\pi d^3 g(\rho - \rho_0) - 3\pi\eta du_0 = 0, \quad (12.12)$$

где  $\rho$  – плотность материала шарика (сталь);  $u_0 = \frac{l}{t}$ , причем  $t$  – время прохождения шариком расстояния между метками А и В (см. рис. 12.1).

Поэтому

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18u_0} = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2 t}{18l}. \quad (12.13)$$

Учитывая (12.13), выражение (12.8) можно представить в виде

$$v = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2t}{18\rho_0l}, \quad (12.14)$$

а выражение (12.9) - в виде

$$Re = \frac{u_0\rho_0d}{2\eta} = \frac{9\rho_0l^2}{g(\rho - \rho_0)t^2d}. \quad (12.15)$$

### Порядок выполнения измерений

1. Измерить расстояние  $l$  между метками А и В (см. рис. 12.1).

Примечание. Метка А выбирается таким образом, чтобы расстояние от нее до поверхности жидкости составляло 5–6 см; расстояние от метки В до дна сосуда должно составлять не менее 2–3 см.

2. Определить диаметр шарика с помощью микроскопа. Шарик выбирается наиболее правильной формы, диаметр находят как среднее арифметическое трех измерений в различных направлениях.

3. Опустить шарик в жидкость в центре ее поверхности и определить время  $t$  прохождения шариком расстояния  $l$ . Опыт провести 5-7 раз (с одинаковыми шариками).

4. По формулам (12.13-12.15) рассчитать значения  $\eta$ ,  $v$ . Обтекание шарика будет заведомо ламинарным, если  $Re < 10$ .

### Контрольные вопросы

1. С какими физическими величинами вы познакомились при изучении теории и в процессе выполнения работы? Дайте определения этих величин. Выясните, от чего зависит каждая величина, как и почему она может изменяться.

2. Какие физические законы необходимо знать для понимания настоящей лабораторной работы? Сформулируйте эти законы и выясните, как они применяются в работе.

3. Какие явления относятся к явлениям переноса? В чем заключается сущность каждого явления?

4. Каков смысл коэффициентов диффузии, теплопроводности, вязкости? В каких единицах они измеряются?

5. Можете ли вы получить уравнения, описывающие явления переноса, и конкретные выражения коэффициентов диффузии, теплопроводности и вязкости на основе представлений молекулярно-кинетической теории? Ответ обоснуйте.

6. Сформулируйте закон Стокса? Каковы границы его применимости?

7. Для чего служит число Рейнольдса  $Re$ ? Проведите анализ выражения для  $Re$ .

8. Справедливы ли следующие утверждения:

а) коэффициент вязкости численно равен силе трения между двумя слоями жидкости или газа единичной площади соприкосновения, если быстрота изменения скорости слоев в направлении, перпендикулярном к направлению их движения, равна единице;

б) коэффициент вязкости численно равен плотности потока импульса через соприкасающиеся поверхности слоев жидкости или газа, если быстрота изменения скорости слоев в направлении передачи импульса равна единице.

Можно ли приведенные утверждения считать определением (определениями) вязкости? Почему?

### Литература

- Савельев И.В. Курс физики. – М.: Наука, 1989. – Т.1 – § 78-80.  
Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1977. – Т.1. – § 128-132.  
Сотников–Южик Ю.М. Явления переноса в газах, жидкостях и твердых телах. – Мн.: МРТИ, 1981.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13

### **ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ В ПУЗЫРЬКАХ**

Цель работы:

1. Определить зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкости при комнатной температуре.
2. Исследовать зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАБОТЫ

Согласно молекулярно–кинетическим представлениям любое тело (твердое, жидкое или газообразное) состоит из молекул. Молекулы находятся в непрерывном беспорядочном движении, интенсивность которого зависит от температуры тела. Такое движение молекул называется тепловым. Оно зависит от характера взаимодействия молекул и изменяется при переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое. Характер взаимодействия определяют свойства молекул, условия взаимодействия, механизм его осуществления, взаимная ориентация молекул и ряд других конкретных факторов. Поэтому межмолекулярное взаимодействие описывается всегда приближенными формулами. Характерные свойства силового воздействия такого рода следующие.

Сила направлена по линии, соединяющей частицы, и зависит от расстояния между ними. На малых расстояниях (порядка размера молекул) действует сила отталкивания, величина которой очень быстро возрастает по мере уменьшения расстояния между молекулами ( $\sim r^{-12}$ ). При увеличении расстояния проявляются силы притяжения, которые убывают с расстоянием, примерно как  $r^{-7}$ .

Расстояние, при котором сила притяжения практически обращается в нуль, составляет величину порядка нескольких ангстрем ( $1 \text{ \AA} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ).

Обозначим через  $F_r(r)$  радиальную проекцию силы взаимодействия молекул, т.е.  $F_r(r) = (\vec{F}(\vec{r}), \vec{r})/r$ , где  $\vec{r}$  - радиус-вектор, соединяющий молекулы. Ясно, что модуль силы  $F(\vec{r}) = |F_r(r)|$ .

Характер зависимости проекции  $F_r(r)$  как функции расстояния  $r$  между молекулами изображен на рис. 13.1,а.

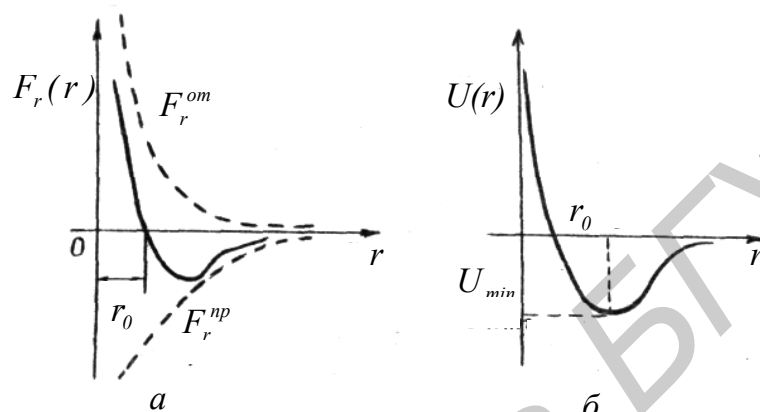


Рис.13.1

А на расстоянии  $r = r_0$  силы притяжения  $\vec{F}^{np}$  и отталкивания  $\vec{F}^{om}$  уравновешивают друг друга, т.е.  $F_r^{om}(r_0) = -F_r^{np}(r_0)$ , и результирующая сила равна нулю. На этом расстоянии находились бы молекулы в отсутствии теплового движения. При  $r < r_0$  преобладают силы отталкивания, а при  $r > r_0$  - силы притяжения.

Потенциальная энергия  $U$  частицы, находящейся в поле такого рода сил, изменяется в зависимости от расстояния  $r$  по закону, представленному на рис. 13.1,б. На расстоянии  $r_0$  потенциальная энергия имеет минимум. Точка минимума потенциальной энергии определяет положение устойчивого равновесия системы.

При условии минимума в точке  $r_0$  потенциальная энергия при  $r < r_0$  с увеличением  $r$  уменьшается. Это значит, что в этой области  $\frac{\partial U}{\partial r} < 0$ . Взятая с обратным знаком, эта производная характеризует силовое воздействие на частицу в радиальном направлении ( $F_r = -\frac{\partial U}{\partial r}$ ). Следовательно,  $-\frac{\partial U}{\partial r} > 0$  определяет силу, направленную от силового центра, т.е. силу отталкивания  $F^{om}$  (см. рис. 13.1,б). При  $r > r_0$   $-\frac{\partial U}{\partial r} < 0$  и на частицу действует сила притяжения  $F^{np}$  (см. рис. 13.1,б). Если полная энергия системы молекул отрицательная, т.е. потенциальная энергия превосходит по абсолютному значению кинетическую энергию, то состояние вещества является либо твердым, либо жидким.

Молекулы жидкости, предоставленные самим себе, удерживаются друг около друга в конечном объеме жидкости. Таким образом, у жидкости образуется поверхность, которая ограничивает ее объём.

На молекулы, находящиеся в тонком слое вблизи поверхности жидкости, действуют со стороны других молекул силы притяжения, равнодействующая которых направлена внутрь жидкости, нормально к поверхности (рис. 13.2). Модуль этой силы растет при переходе молекул из объёма жидкости в поверхностный слой.

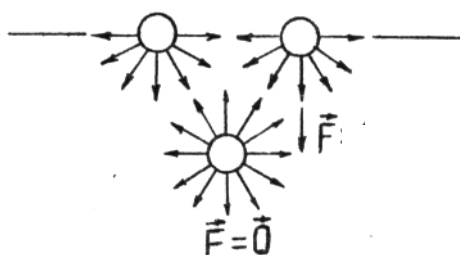


Рис. 13.2

Переход молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой сопровождается совершением над молекулой действующими на нее в поверхностном слое силами отрицательной работы. В результате кинетическая энергия молекулы уменьшается, превращаясь в потенциальную энергию. Подобно этому сила земного тяготения совершает над летящим вверх телом отрицательную работу, что приводит к превращению кинетической энергии тела в потенциальную. При обратном переходе молекулы в глубь жидкости потенциальная энергия, которой обладала молекула в поверхностном слое, переходит в кинетическую энергию.

Итак, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией. Поверхностный слой в целом обладает дополнительной энергией, которая входит составной частью во внутреннюю энергию жидкости.

Поскольку положение равновесия соответствует минимуму потенциальной энергии, жидкость, предоставленная самой себе, будет принимать форму с минимальной поверхностью, т.е. форму шара. Обычно мы наблюдаем не жидкости, «предоставленные самим себе», а жидкости, подверженные действию сил земного тяготения. В этом случае жидкость принимает форму, соответствующую минимуму суммарной энергии – энергии в поле сил тяготения и поверхностной энергии.

Из-за наличия поверхностной энергии жидкость обнаруживает стремление к сокращению своей поверхности, т.е. имеется некоторое поверхностное натяжение.

Величину, численно равную дополнительной потенциальной энергии единицы площади поверхности жидкости, называют *коэффициентом поверхностного натяжения* и обозначают буквой  $\sigma$ , т.е.

$$\sigma = \frac{\Delta U_{нов}}{\Delta S}, \quad (13.1)$$



где  $\Delta U_{нов}$  – дополнительная потенциальная энергия молекул поверхности, находящихся на элементе площади поверхности  $\Delta S$ .

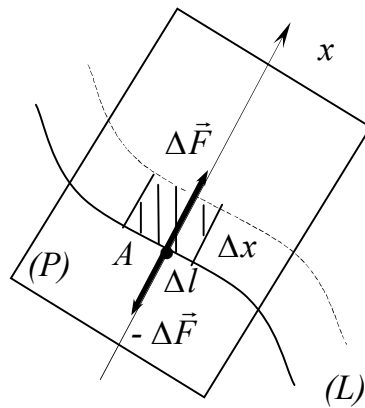


Рис.13.3

Выделим на поверхности жидкости произвольный контур  $(L)$  и присоединим в некоторой его точке  $A$  (рис. 13.3) касательную к поверхности плоскость  $(P)$ . Проведем через точку  $A$  в плоскости  $(P)$  ориентированную прямую  $x$ , перпендикулярную элементу контура  $\Delta l$ . Тенденция любого элементарного участка поверхности  $\Delta S = \Delta l \Delta x$  к сокращению приводит к тому, что он действует в каждой точке  $A$  на граничащие с ним участки поверхности с силой, касательной к поверхности в рассматриваемой точке, модуль которой определяется по общему правилу механики градиентом поверхностной энергии  $\Delta U_{нов}$ , т.е.

$$|\Delta \vec{F}| = \left| \frac{\Delta U_{нов}}{\Delta x} \right|. \quad (13.2)$$

Учитывая, что в соответствии с (13.1)  $\Delta U_{нов} = \sigma \Delta l \Delta x$ , получаем:

$$\sigma = \frac{|\Delta \vec{F}|}{\Delta l}. \quad (13.3)$$

Из (13.3) вытекает, что коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  можно рассматривать как *силу поверхностного натяжения, приходящуюся на единицу длины произвольного контура  $(L)$  на поверхности жидкости.*

Если поверхность жидкости не плоская, то ее стремление к сокращению приведет к возникновению давления, дополнительно к тому, которое испытывает жидкость с плоской поверхностью (рис. 13.4.а). В случае выпуклой поверхности это дополнительное давление положительно (рис. 13.4,б), в случае вогнутой поверхности – отрицательно (рис. 13.4,в).

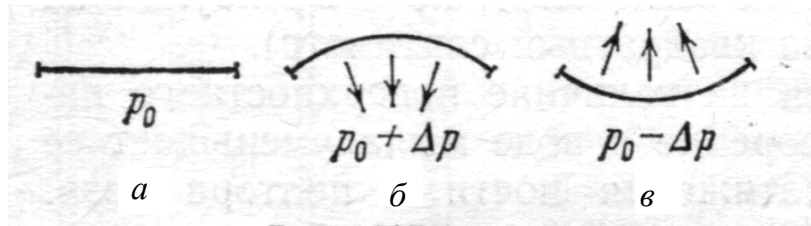


Рис.13.4

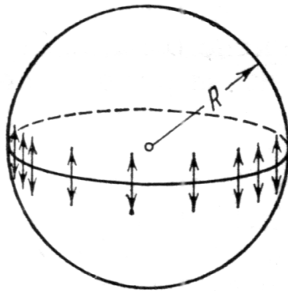


Рис.13.5

Вычислим добавочное давление  $\Delta p$  для сферической поверхности жидкости. Для этого рассечем мысленно сферическую каплю жидкости диаметральной плоскостью на два полушария (рис. 13.5). Из-за поверхностного натяжения оба полушария притягиваются друг к другу с силой, равной

$$F = \sigma \cdot l = \sigma \cdot 2\pi R,$$

где  $R$  – радиус капли.

Эта сила прижимает друг к другу оба полушария по поверхности площадью  $S = \pi R^2$  и, следовательно, создает дополнительное давление

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{\alpha \pi R \sigma}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R}. \quad (13.4)$$

При взаимодействии со стенками сосуда сила поверхностного натяжения стремится либо поднять уровень жидкости, либо опустить его. Если стенки трубки смачиваются жидкостью, то жидкость в ней поднимается, если не смачиваются, то опускается. Дополнительное давление под мениском столба жидкости, поднятой в трубке (капилляре) на высоту  $h$  (рис. 13.6), будет уменьшать абсолютное давление  $p_0$  в соответствии с формулой (13.4) на величину

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma \cos \theta}{r},$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $R$  – радиус кривизны поверхности жидкости;  $r$  – радиус трубки;  $\theta$  – так называемый *краевой угол*, т.е. угол между касательными к поверхности стенки и к поверхности жидкости (см. рис. 13.6).

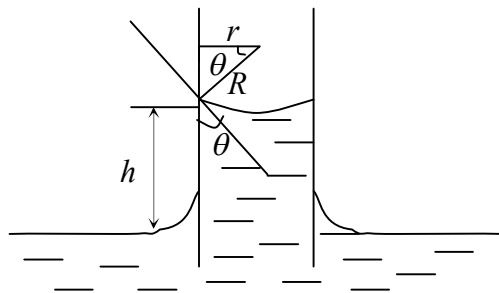


Рис.13.6

В случае полного смачивания краевой угол  $\theta=0$ .

В данном опыте коэффициент поверхностного натяжения определяется по величине максимального изменения давления над поверхностью жидкости, необходимого для продавливания в жидкость пузырька воздуха.

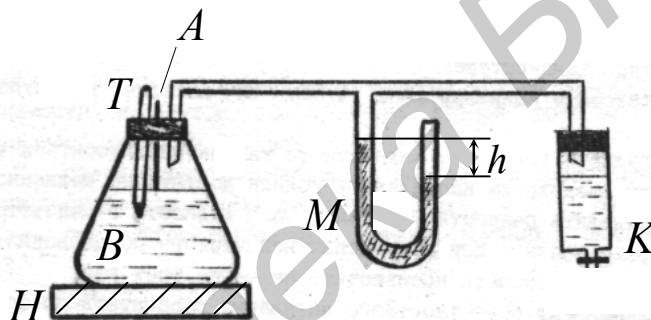


Рис.13.7

Установка состоит из сосуда  $B$  с капилляром  $A$  и исследуемой жидкостью. Сосуд с помощью трубок соединяется с манометром  $M$  и капельницей  $K$  (рис. 13.7). Для нагрева жидкости и измерения ее температуры используются нагреватель  $H$  и термометр  $T$ .

При постепенном вытекании жидкости из капельницы в системе создаётся разрежение, которое измеряется манометром  $M$ .

Найдем формулу для косвенного измерения коэффициента поверхностного натяжения в данном опыте.

Условие равновесия столбика жидкости высотой  $h'$  (рис. 13.8) в капилляре запишется следующим образом:

$$p_0 + \rho gh' - \Delta p = p_B, \quad (13.5)$$

где  $p_0$  – атмосферное давление;  $\rho$  – плотность жидкости;  $p_B$  – давление воздуха в сосуде  $B$ ;  $\Delta p$  – дополнительное давление под мениском в капилляре, обусловленное поверхностным натяжением.

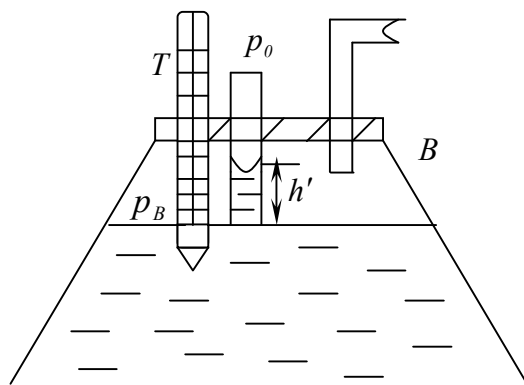


Рис.13.8

Считая, что смачивание жидкости полное, перепишем уравнение (13.5) с учетом (13.4) в виде

$$p_0 + \rho gh' - \frac{2\sigma}{r} = p_B. \quad (13.6)$$

Если открыть кран в капельнице  $K$ , то давление  $p_B$  в сосуде  $B$  начнет убывать и высота столбика жидкости  $h'$  начнет уменьшаться. При создании определенного разрежения в сосуде  $B$  через капилляр в жидкость проталкивается пузырек воздуха. Ясно, что это происходит в момент, когда  $h' = 0$ . Тогда из (13.6) получим:

$$p_0 - p_B = \frac{2\sigma}{r}. \quad (13.7)$$

Но (см. рис. 13.7)

$$p_0 - p_B = \rho gh, \quad (13.8)$$

где  $h$  - радиус уровней жидкости в коленях манометра  $M$  в момент отрыва пузырька воздуха.

Сопоставляя (13.7) и (13.8), находим, что в момент отрыва пузырька воздуха

$$\frac{2\sigma}{r} = \rho gh,$$

откуда

$$\sigma = \frac{\rho grh}{2}. \quad (13.9)$$

Формула (13.9) является расчетной формулой для косвенного измерения коэффициента поверхностного натяжения.

### Порядок выполнения измерений

1. Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости при комнатной температуре:
  - установить капилляр так, чтобы он касался поверхности жидкости;

– регулируя вытекание жидкости из капельницы, добиться, чтобы пузырьки воздуха из капилляра выходили достаточно медленно;

– определить разность уровней  $h$  жидкости в манометре в момент отрыва капли, при установившейся частоте образования пузырьков воздуха; отсчет производить не менее трёх раз;

– коэффициент поверхностного натяжения рассчитать по формуле

$$\sigma = \frac{\rho g r h}{2}. \quad (13.10)$$

2. Исследовать зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры:

- включить в сеть питания нагреватель, нагреть воду в сосуде  $B$  до 70–80 °С и дать ей затем медленно остывать;

- при этом через каждые 10 °С производить измерения  $h$ , как в п. 1.

**ВНИМАНИЕ! СЛЕДИТЕ, ЧТОБЫ КАПИЛЛЯР КАСАЛСЯ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ;**

- построить кривую зависимости поверхностного натяжения от температуры  $\sigma = \sigma(T)$ .

#### Контрольные вопросы

1. С какими физическими величинами вы познакомились при изучении теории и в процессе выполнения работы? Дайте определения этих величин. Выясните, от чего зависит каждая величина, как и почему она может изменяться.

2. Какие физические законы необходимо знать для понимания настоящей лабораторной работы? Сформулируйте эти законы и выясните, как они применяются в работе.

3. В жидкость поместили тело. Действует ли молекулярное давление на тело?

4. Объясните, какую форму будет иметь растительное масло, плавающее внутри смеси спирта с водой той же плотности.

5. Может ли коэффициент поверхностного натяжения принимать отрицательные значения? Ответ обосновать.

6. Одинаково ли добавочное давление внутри сферической капли жидкости и внутри сферического пузыря того же радиуса из пленки этой жидкости? Ответ обосновать.

7. Поверхностное натяжение не зависит от геометрических размеров сосудов или объема жидкости. Почему же его существование наиболее четко проявляется лишь в узких трубках и маленьких каплях?

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс физики. – М.: Наука 1989. – Т.1. – § 92 – 94.
2. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд. – М.: Высш. шк., 1990. – § 66 – 69.
3. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: Высш. шк., 1987. – § 34.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14

### МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГАЗАХ

Цель работы:

1. Изучить теорию явлений переноса.
2. Измерить важнейшие характеристики молекулярных процессов: среднюю арифметическую скорость молекул воздуха, коэффициент динамической скорости, среднюю длину свободного пробега, эффективный диаметр молекул, коэффициент диффузии.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАБОТЫ

Одним из важнейших объектов изучения молекулярной физики является идеальный газ, т.е. газ, настолько разреженный, что для него выполняются следующие условия.

1. Время между соударениями молекул газа гораздо больше времени, затраченного на соударение.

2. Соударение трех молекул газа происходит значительно реже, чем двух, поэтому анализ столкновений сводится к относительно простой задаче механики – взаимодействию двух частиц.

3. Среднее расстояние между молекулами значительно больше  $\lambda = \frac{h}{m\nu}$ , где

$\lambda$  – длина волны де Бройля;  $h$  – постоянная Планка, равная  $6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж · с;  $m$  – масса молекулы;  $\nu$  – ее скорость. При расстоянии между частицами меньше длины волны де Бройля их поведение может быть описано только в рамках квантовой механики. В этом случае поведение молекулы между столкновениями может быть описано классической теорией, в то время как сам процесс столкновения – явление достаточно сложное и может быть описано только в рамках квантовой механики. При изучении систем, находящихся в неравновесном состоянии, обычно исследуется характер взаимодействия, приводящий системы в равновесное состояние. Неравновесные процессы – один из сложнейших разделов термодинамики и молекулярной физики, однако ситуация значительно упрощается, если в качестве объекта исследования взят идеальный газ.

Переход системы из неравновесных состояний в равновесные описывается так называемыми явлениями переноса: теплопроводностью, диффузией, вязкостью (см. лаб. раб. № 12).

Выравнивание температуры смеси газов (находящихся в неравновесном состоянии) в процессе столкновения и перераспределения энергии между молекулами называется *теплопроводностью*.

*Диффузией* называется обусловленное тепловым движением молекул самопроизвольное выравнивание концентраций в смеси нескольких веществ.

*Вязкость* газов (внутреннее трение) - это процесс, благодаря которому выравниваются скорости движения слоев газов, так как из слоя газа, движущегося с большей скоростью, к слою, движущемуся с меньшей скоростью, переносится импульс. Рассмотрим количественно перенос импульса. Как показывает опыт, поток импульса, передаваемого от слоя к слою через поверхность  $S$  в направлении  $x$ , перпендикулярном скорости течения газа  $u$  (рис. 14.1), определяется уравнением

$$K = -\eta \frac{du}{dx} \cdot S, \quad (14.1)$$

где  $\frac{du}{dx}$  - градиент скорости вдоль оси  $x$ , характеризующий быстроту изменения скорости вдоль этой оси. Знак "-" означает, что импульс переносится в направлении уменьшения скорости. Коэффициент  $\eta$  - динамический коэффициент вязкости - физическая величина, численно равная потоку импульса, который переносится в единицу времени через единичную площадку при единичном градиенте скорости в направлении, перпендикулярном площадке.

В СИ поток  $K$  измеряется в  $\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2$  или  $\text{Па}\cdot\text{м}^2$ .

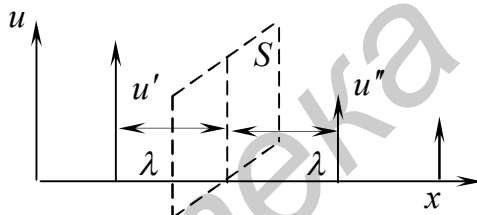


Рис. 14.1

Во всех явлениях переноса основным механизмом, обеспечивающим переход газа к равновесному состоянию, является столкновение молекул в процессе их теплового движения. Столкновение - это взаимодействие между молекулами, в результате которого происходит изменение как величины, так и направления скорости движущихся молекул. Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры молекул (рис.14.2), называется *эффективным диаметром молекулы d*. Величина

$$\sigma = \pi d^2 \quad (14.2)$$

называется *эффективным сечением молекулы*. В идеальном газе молекулы между двумя столкновениями движутся равномерно и прямолинейно.

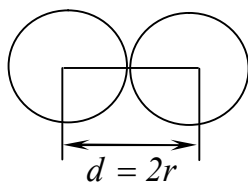


Рис.14.2

В момент столкновения направление скорости молекул меняется. Поэтому траектория молекул в идеальном газе представляет собой ломаную линию, а

расстояние, которое молекула проходит между двумя последовательными столкновениями, называется длиной свободного пробега. Так как молекул в газе очень много, они хаотически движутся и сталкиваются, а длины прямолинейных участков на пути молекулы могут быть различными, то следует говорить о средней длине свободного пробега  $\lambda$ . По тем же причинам различным может быть и число столкновений, испытываемых молекулой в единицу времени; здесь следует говорить о среднем значении этой величины ( $\langle z \rangle$ ).

Среднее число столкновений, испытываемых молекулой газа в единицу времени, можно вычислить из следующих простых соображений. Молекулы будем считать твердыми упругими шариками радиусом  $r$ , распределенными равномерно по объёму так, что в единице объёма находится  $n$  молекул ( $n$  - концентрация молекул). Предположим сначала, что все молекулы, кроме одной, покоятся, тогда эта движущаяся прямолинейно молекула, пройдя за единицу времени расстояние, равное ее средней скорости  $\langle v \rangle$ , сталкивается со всеми молекулами, которые окажутся на ее пути. Это будут те молекулы, центры которых расположены в объёме цилиндра длиной  $\langle v \rangle$  и площадью основания  $\sigma = \pi d^2$ , равной эффективному сечению молекулы (рис. 14.3). Объём этого цилиндра равен  $\sigma \langle v \rangle$ , а число молекул в нем  $\sigma \langle v \rangle n$ . Таким же будет и число столкновений  $\langle z \rangle$ , которое испытывает наша молекула:

$$\langle z \rangle = \sigma \langle v \rangle n. \quad (14.3)$$

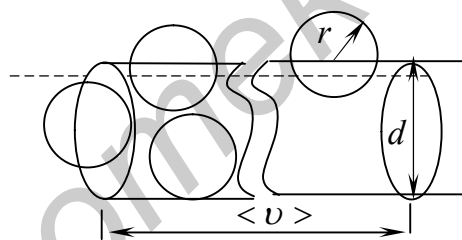


Рис. 14.3

На самом деле путь, проходимый нашей молекулой, зигзагообразный (рис.14.4), однако выражение (14.3) остается в силе, так как мысленное выпрямление цилиндра, изображенного на рис. 14.4, не нарушает изложенных рассуждений.

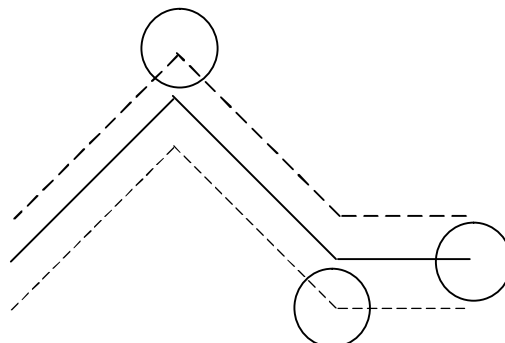


Рис. 14.4



В действительности все молекулы движутся, вследствие чего число соударений определяется средней скоростью движения молекул по отношению друг к другу, а не средней скоростью  $\langle v \rangle$  молекул относительно стенок сосуда. Относительная скорость двух произвольно взятых молекул равна

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

Возведя это соотношение в квадрат, получим:

$$\vec{v}_{отн}^2 = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2 = v_2^2 + v_1^2 - 2\vec{v}_1\vec{v}_2$$

(мы воспользовались тем, что  $\vec{v}^2 = v^2$ ). Среднее значение суммы нескольких величин равно сумме средних значений складываемых величин. Поэтому

$$\langle v_{отн}^2 \rangle = \langle v_2^2 \rangle + \langle v_1^2 \rangle - 2 \langle \vec{v}_1\vec{v}_2 \rangle.$$

События, заключающиеся в том, что первая молекула имеет скорость  $\vec{v}_1$ , а вторая –  $\vec{v}_2$ , являются статистически независимыми. Поэтому среднее значение скалярного произведения скоростей  $\langle \vec{v}_1\vec{v}_2 \rangle = \langle \vec{v}_1 \rangle \langle \vec{v}_2 \rangle$ . Для газа, находящегося в равновесии, каждый из сомножителей равен нулю. Таким образом,

$$\langle v_{отн}^2 \rangle = \langle v_2^2 \rangle + \langle v_1^2 \rangle = 2 \langle v^2 \rangle$$

(среднее значение квадрата скорости всех молекул одинаково и равно  $\langle v^2 \rangle$ ).

Полученный результат означает, что  $v_{отн.ср.кв} = \sqrt{2}v_{ср.кв}$ . Средние квадратичные скорости пропорциональны средним арифметическим. Следовательно,

$$\langle v_{отн} \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle.$$

Заменив в формуле (14.3)  $\langle v \rangle$  на  $\langle v_{отн} \rangle$ , получим для среднего числа столкновений за секунду выражение

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 \langle v \rangle n. \quad (14.4)$$

Зная число столкновений  $\langle z \rangle$ , легко вычислить и среднюю длину свободного пробега  $\lambda$ . За время  $t$  молекула проходит путь  $\langle v \rangle t$ . Изломов на этом пути столько, сколько произойдет столкновений. Тогда  $\lambda$  – средняя длина прямолинейного отрезка между двумя столкновениями, очевидно, равна

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle t}{\langle z \rangle t} = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \quad (14.5)$$

Явление внутреннего трения наблюдается при течении некоторой массы  $M$  газа или жидкости. Поэтому выражение (14.1) определяет динамический коэффициент вязкости с макроскопической точки зрения. Причины же возникновения внутреннего трения, как и других явлений переноса, могут быть вскрыты глубже лишь на основе молекулярно-кинетической теории, т.е. на микроуровне.

Пусть газ течет с некоторой скоростью  $u$ . Это значит, что помимо скорости хаотического движения, определяемой температурой газа, все молекулы обладают в среднем одинаковой по величине и направлению скоростью  $u$ . Каждая молекула имеет, следовательно, импульс  $\vec{P} = m\vec{u}$  ( $m$  – масса молекулы),

имеющий для всех молекул одно направление. Обычно скорость течения газа  $u$  значительно меньше скорости теплового движения  $\langle v \rangle$ . Рассмотрим площадку  $S$ , параллельную скорости течения газа и перпендикулярную к направлению переноса импульса (см. рис. 14.1). Пусть скорость газа убывает в направлении оси  $x$ , т.е. справа от площадки она меньше, чем слева от нее. Благодаря обмену молекулами, вызванному тепловым движением, между обоими слоями газа это различие в скоростях уменьшается. Молекулы справа от площадки замещаются молекулами, пришедшими слева, имеющими большую скорость и, следовательно, больший импульс. Другими словами, обмен молекулами, обусловленный тепловым движением, приводит к выравниванию скоростей течения различных слоев газа. Будем исходить из упрощенного представления, согласно которому молекулы движутся вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, совпадающих с осями  $x, y, z$  (оси  $y$  и  $z$  параллельны площадке  $S$ ). В этом случае число молекул, пролетающих за секунду в одном из направлений через единичную площадку, равно  $\frac{1}{6}n\langle v \rangle$ . Тогда поток импульса  $K$ , переносимый молекулами слева направо, равен (см. рис. 14.1)

$$K_1 = \frac{1}{6} \langle v \rangle n m u' S,$$

где  $u'$  - скорость течения газа на расстоянии  $\lambda$  (средняя длина свободного пробега) слева от площадки  $S$ ;  $n$  - концентрация молекул газа.

Если  $u''$  - скорость течения газа на расстоянии  $\lambda$  справа от площадки, то для молекул, пересекающих площадку справа, поток импульса через площадку  $S$  равен

$$K_2 = \frac{1}{6} \langle v \rangle n m u'' S.$$

Результирующий поток импульса через площадку  $S$  в единицу времени равен

$$K = K_1 - K_2 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle m (u' - u'') S, \quad (14.6)$$

где  $(u' - u'')$  - разность скоростей движения газа в точках, отстоящих друг от друга на расстоянии  $2\lambda$ .

В реальном потоке газа скорость при переходе через границу раздела двух слоев изменяется не скачком, а непрерывно по закону  $u = u(x)$  (рис. 14.2). Будем считать, что каждая молекула, пролетающая через поверхность  $S$ , несет с собой импульс  $mu$ , определяемый значением скорости  $u$  в том месте, где произошло последнее столкновение молекулы. Отдельные молекулы претерпевают последнее соударение на самых различных расстояниях от  $S$ . В среднем это соударение происходит на расстоянии, равном длине свободного пробега  $\lambda$ . Поэтому молекулам, летящим в направлении оси  $x$ , припишем значение скорости  $u' = u(x - \lambda)$ , а молекулам, летящим в противоположном направлении, - значение скорости  $u'' = u(x + \lambda)$ . Подстановка этих значений в (14.6) дает для потока импульса в направлении оси  $x$  выражение

$$K = \frac{1}{6} n \langle v \rangle S m [u(x - \lambda) - u(x + \lambda)] = -\frac{1}{6} n \langle v \rangle S m \frac{du}{dx} 2\lambda.$$

Здесь использовано разложение функций  $u(x \mp \lambda)$  в окрестности точки  $x$  по степеням  $\lambda$  с сохранением в разности только линейных по  $\lambda$  слагаемых.

Приняв во внимание, что произведение  $nm$  равно плотности газа  $\rho$ , последнее равенство можно переписать в виде

$$K = -\left(\frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho\right) \frac{du}{dx} S. \quad (14.7)$$

Сравнение (14.7) с формулой (14.1) дает следующее выражение для коэффициента вязкости:

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho, \quad (14.8)$$

где

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (14.9)$$

– средняя арифметическая скорость молекул;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $M$  – масса моля газа (воздуха);  $\rho$  – плотность воздуха.

Приведенные выше выражения позволяют сравнительно простыми методами определить важнейшие характеристики молекулярных процессов: среднюю арифметическую скорость  $\langle v \rangle$  (14.9), коэффициент вязкости  $\eta$  (14.7), среднюю длину свободного пробега

$$\lambda = \frac{3\eta}{\langle v \rangle \rho} \quad (14.10)$$

и эффективный диаметр молекулы

$$d = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi\lambda n}}}. \quad (14.11)$$

Из уравнения состояния идеального газа  $n = \frac{p}{kT}$ , где  $p$  – давление,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура. Тогда выражение (14.11) примет вид

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2\pi\lambda\rho}}}. \quad (14.12)$$

Учитывая связь коэффициента вязкости и коэффициента диффузии, можно записать

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda. \quad (14.13)$$

Тесная связь явлений переноса и теплового движения молекул позволяет, зная коэффициенты вязкости  $\eta$ , диффузии  $D$  или теплопроводности, рассчитать основные параметры молекулярно-кинетических процессов.

Установка для измерения коэффициента вязкости воздуха (рис. 14.5) представляет собой сосуд Мариотта  $B$ , частично заполненный водой с

капилляром  $A$ , служащим для поступления воздуха в сосуд через пробку  $\Pi$ .

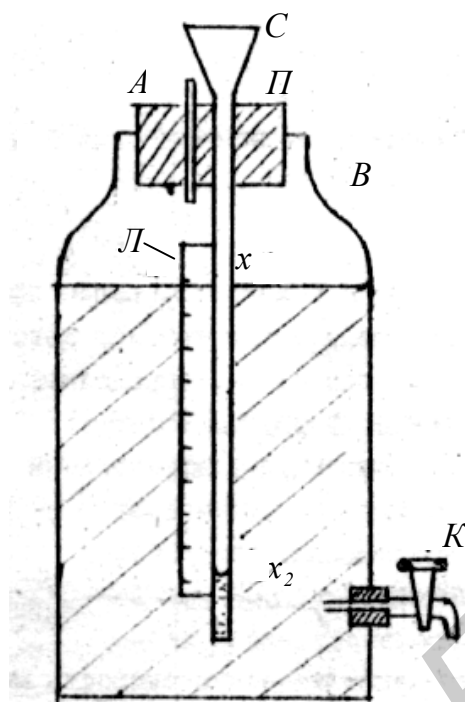


Рис. 14.5

Нижний конец капилляра находится выше поверхности воды, а нижний конец трубки  $C$  погружен в воду. Для определения разности уровней в сосуде и трубке последняя снабжена линейкой  $L$  со шкалой. При закрытом кране  $K$  вода в трубке находится на том же уровне, что и в сосуде (капиллярным эффектом в трубке можно пренебречь).

Если открыть кран  $K$ , вода начнет вытекать из сосуда и объем, занимаемый воздухом, увеличивается. Поэтому согласно уравнению  $p = nkT$  давление воздуха в сосуде уменьшается. Из-за разности давлений в сосуде и вне его воздух начнет поступать по капилляру в сосуд. Разность давлений воздуха в сосуде и вне его вызовет понижение уровня воды в трубке  $h = x_1 - x_2$ . Подобрав соответствующим образом параметры капилляра ( $l$  - длина,  $r$  - радиус) и сечение крана, можно добиться, что понижение давления в сосуде уравнивается его увеличением за счет притока воздуха в сосуд через капилляр и уровень воды в трубке установится на уровне  $x_2$ . Разность уровней воды в трубке  $h = x_1 - x_2$  связана с разностью давлений  $\Delta p$  воздуха вне сосуда  $B$  и внутри него уравнением

$$\Delta p = \rho_g g \Delta x, \quad (14.14)$$

где  $\rho_g$  - плотность воды.

По закону Пуазейля объем газа, протекающего через капилляр за бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , равен

$$dV = \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \eta l} dt, \quad (14.15)$$

где  $\Delta p$  - перепад давлений между концами капилляра.

Так как при установившемся процессе (разность уровней воды  $h = x_1 - x_2$  не меняется со временем) газ поступает в сосуд равномерно, уравнение (14.15) остается справедливым и для любого конечного промежутка  $t$ , т.е.

$$V = \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \eta l} t.$$

Учитывая (14.14),

$$V = \frac{\pi \rho_g h r^4 g}{8 \eta l} t, \quad (14.16)$$

откуда можно получить выражение для коэффициентов динамической вязкости

$$\eta = \frac{\pi \rho_g g h r^4 t}{8 l V}. \quad (14.17)$$

Так как объём газа, поступившего в сосуд при  $h = const$ , равен объёму воды, вытекшей из него, то можно, измерив время  $t$ , в течение которого из сосуда вытекает определенный объём воды  $V$ , определить коэффициент вязкости воздуха  $\eta$ , а затем по формулам (14.9, 14.12, 14.13) найти среднюю длину свободного пробега молекулы, эффективный диаметр и коэффициент диффузии.

#### Порядок выполнения измерений

1. По формуле (14.8) рассчитать среднюю арифметическую скорость молекул воздуха ( $M = 29$  г/моль).

2. Подставить к крану  $K$  стакан 1 (см. рис.14.5) и открыть его. Через некоторое время процесс течения жидкости станет установившимся, т.е. уровень  $x_2$  не будет меняться со временем. Не закрывая крана, убрать стакан 1 и подставить вместо него мерный стакан 2. Измерить время  $t$ , в течение которого из сосуда вытечет определенный объём воды  $V$  (например, взять  $V = 50$  мл).

3. По шкале линейки  $A$  (см. рис.14.5) определить  $h = x_1 - x_2$  при установившемся процессе.

4. Используя результаты, полученные в пп. 2 и 3, для  $t$ ,  $V$  и  $h$ , из выражения (14.17) определить динамический коэффициент вязкости  $\eta$

5. Измерить с помощью термометра температуру  $t$  воздуха в помещении, по формуле (14.7) рассчитать среднюю арифметическую скорость молекул воздуха. (Учесть, что  $M = 29$  г/моль,  $T = t + 273$  °C).

6. Рассчитать по формулам (14.9, 14.12, 14.13) среднюю длину свободного пробега  $\lambda$ , эффективный диаметр молекулы  $d$ , коэффициент диффузии  $D$ , используя результаты пп. 4, 5.

7. Измерения провести 3 раза. Рассчитать погрешности определяемых физических величин. Данные и результаты занести в таблицу.

## Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл коэффициента вязкости?
2. Чем обусловлено наличие вязкости в газах?
3. Записать выражение для определения средней длины свободного пробега.
4. Как средняя длина свободного пробега зависит от давления и температуры?
5. Что такое эффективный диаметр и эффективное сечение молекулы?
6. Как связаны между собой коэффициенты вязкости, диффузии и теплопроводности?

## ЛИТЕРАТУРА

- Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1976. – §35–48.
- Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1987. Т.1. – §128–132.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1987. – Т.1.
2. Савельев И.В. Курс физики. – М.: Наука, 1989. – Т.1.
3. Савельев И.В. Курс физики. – М.: Наука, 1989. – Т.2.
4. Петровский И.И. Механика. – Мн.: БГУ, 1973. – Гл.8.
5. Стрелков С.П. Механика. – М.: Наука, 1965.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. – М.: Наука, 1974. – Т.1.
7. Киттель Ч., Найт У., Рудеман М. Курс физики. – М.: Мир, 1971. – Т.1.
8. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1988. – Т.2.
9. Иродов И.Е. Основные законы механики. – М.: Высш. шк., 1985.

Библиотека БГУИР

Учебное издание

**Боброва** Зоя Александровна,  
**Ивановская** Тамара Тарасовна,  
**Коньшева** Наталья Борисовна и др.

## Физика

Лабораторный практикум  
для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР

Раздел  
**Термодинамика и молекулярная физика**

Редактор Т.А. Лейко  
Корректор Е.Н. Батурчик  
Компьютерная верстка Д.Ю. Шураков

---

Подписано в печать

Бумага офсетная.

Уч-изд.л.

Печать офсетная.

Тираж 100 экз.

Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л.

Заказ

---

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроники»  
Лицензия ЛП №156 от 30.12.2002.  
Лицензия ЛП №509 от 03.08.2001.  
220013, Минск, П.Бровки,6