Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра физики

ФИЗИКА

Методическое пособие
для студентов
экономических специальностей заочной формы обучения
В 2-х частях
Часть 1

Минск 2002

УДК 336.7 (075.8)
ББК 22.3 я 73
Ф 50

Авторы:
В. В. Аксенов, Н. М. Лебедева, В. А. Морозов, П. А. Пупкевич

Ф 50 Физика: Метод. пособие для студентов экономических специаль-ностей заочной формы обучения. В 2 ч. Ч.1—2-е изд., перераб. и доп./В.В. Аксенов, Н.М. Лебедева, В.А. Морозов, П.А. Пупкевич. —Мн.: БГУИР, 2002.-59 с.: ил.

ISBN 985-444-412-0 (ч.1)

Методическое пособие включает в себя следующие разделы: механика, термодинамика, электростатика. Предназначено в помощь студентам-заочникам при изучении курса общей физики. В пособии учтены особенности учебных планов заочного факультета БГУИР. Даны основные формулы, примеры решения задач по каждой теме и контрольные задания, приложение с основными физическими постоянными.

УДК 336.7 (075.8)
ББК 22.3 я 73

ISBN 985-444-412-0 (ч.1)
ISBN 985-444-444-9

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение курса физики студентом заочного факультета состоит из следующих :новных элементов: самостоятельной работы с учебными пособиями и выполнения контрольных работ; в течение сессии - защиты контрольных работ, выполнения лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

Указания к самостоятельной работе с учебными пособиями

Необходимо изучать курс систематически. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного, следует пользоваться им при изучении всего материала (части, раздела). Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

При чтении учебного пособия необходимо составлять конспект, в котором следует записывать законы и формулы, их выражающие, определения физических величин и их единиц, делать чертежи и решать типовые задачи. При решении задач пользоваться Международной системой единиц (СИ).

Самостоятельная работа по изучению физики требует систематического контроля. Поэтому после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них, опираясь на рабочую программу по курсу физики.

Очень важно для студента-заочника прослушать курс лекций, воспользоваться очными консультациями преподавателя, а также задавать вопросы по курсу физики в письменном виде и анализировать ответы.

Указания к решению задач

При решении задач необходимо:

- указать основные законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов;
- разъяснить буквенные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести;
- дать чертеж, поясняющий содержание задачи, выполнить его надо аккуратно с помощью чертежных принадлежностей;
- сопровождать решение задачи краткими, но исчерпывающими поясне-ниями;

- получить решение задачи в общем виде, т.е. выразить искомую величину в **буквенных обозначениях величин**, заданных в условии. При таком способе не производятся вычисления промежуточных величин;

- проверить размерность полученного результата.

- подставить в рабочую формулу числовые значения величин, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы с одинаковыми показателями степени;

- оценить, по возможности, правдоподобность численного ответа.

Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями. Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после изучения очередного раздела учебника внимательно разобрать помещенные в настоящих методических указаниях примеры решения типовых задач.

Указания к выполнению контрольных работ

К выполнению контрольной работы студент приступает только после изучения теоретического материала, внимательного ознакомления с приме-рами, помещенными в данном пособии.

При оформлении контрольных работ необходимо знать следующее:

1. Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по образцу:

Студент заочного факультета БГУИР
группа 700101-24 Андрейчик Б.В.
Адрес: г. Орша, ул. Мира, 4-1.
Контрольная работа N1 по физике

2. Условия каждой задачи записываются полностью с новой страницы. Для замечаний преподавателя оставляются поля.

3. В контрольной работе студент должен решить десять задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

4. В конце работы указывается, какими учебниками пользовался студент.

5. Если контрольная работа при рецензировании не допущена к зачету, необходимо представить ее на повторную рецензию с задачами, решение которых было неверно.

Рабочая программа курса физики

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Кинематика материальной точки. Механическое движение. Системы отсчета. Траектория, перемещение и путь. Скорость и ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Динамика. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Сила, масса. Импульс. Закон сохранения импульса. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Работа. Мощность. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Закон сохранения механической энергии. Понятие о поле сил. Гравитационное поле. Напряженность и потенциал гравитационного поля. Градиент скалярной функции координат.

Динамика твердого тела. Момент силы. Момент импульса. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент инерции. Расчет момента инерции твердых тел. Основной закон динамики вращательного движения. Кинетическая энергия вращающегося тела. Закон сохранения момента импульса.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механические гармонические колебания. Основные характеристики колебаний: амплитуда, фаза, частота, период. Смещение, скорость, ускорение колебаний и их графики. Динамика гармонических колебаний. Гармонический осциллятор. Математический и физический маятники. Кинетическая, потенциальная и полная энергия колебаний. Векторное представление колебаний. Сложение гармонических колебаний. Биения. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

Волновые процессы. Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Длина волны, волновое число. Волновое уравнение. Фазовая и групповая скорость. Интерференция волн. Стоячие волны. Энергия волны. Вектор Умова.

ТЕРМОДИНАМИКА

Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы. Уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Средняя кинетическая энергия молекул. Число степеней свободы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа. Работа газа при изменении его объема. Количество теплоты. Теплоемкость. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам. Классическая теория теплоемкостей.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Второе начало термодинамики. Энтропия. Энтропия идеального газа. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электрическое поле. Основные характеристики электростатического поля - напряженность и потенциал. Напряженность как градиент потенциала. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса для электро-статического поля в вакууме. Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчету поля. Электрическое поле в веществе. Типы диэлектриков. Электронная и ориентационная поляризация. Поляризованность. Диэлектрическая восприимчивость вещества. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость среды. Сегнетоэлектрики.

Проводники в электрическом поле. Поле внутри проводника и у его поверхности. Электроемкость уединенного проводника. Конденсаторы. Энергия заряженных проводника, конденсатора и системы проводников. Энергия электрического поля. Объемная плотность энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1985.

2. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики. Т.1, 2.- М.: Высш. шк., 1973-1979.

3. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1, 2. - М.: Наука, 1972-1974.

4. Савельев И.В. Курс физики. - Т.1, 2. - М.: Наука, 1989.

5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. - М.: Высш. шк., 1981.

6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1988.

7. Рубан И.И., Жаврид С.М., Великевич Н.Е., Лагутина Ж.П. Задания к практическим занятиям. - Мн.: Выш. шк., 1989.

8. Сергеева-Некрасова М.С., Морозов В.А., Смирнова Г.Ф. Фундаментальные законы механики и электромагнетизма в решении задач . Мн.: БГУИР, 2000.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Механика - часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие это движение, т.е. перемещение тела по отношению к другим телам.

Кинематика изучает движение тел без учета их массы и действующих на них сил.

Динамика изучает законы механического движения макроскопических тел под действием приложенных к ним сил. Основу динамики составляют три закона Ньютона и закон всемирного тяготения.

Статика изучает условия равновесия твердых, жидких и газообразных сред под действием сил.

Движение происходит в пространстве и во времени. Для описания движения надо выбрать ***систему отсчета***, т.е. выбрать совокупность тел, которые условно считаются неподвижными и по отношению к которым рассматривается движение других тел.

Положение точки в декартовой системе координат полностью определяется заданием трех координат x, y, z.Совокупность x, y, z образует радиус - вектор $\vec{r}$, направленный из начала координат 0 в данную точку А (рис .1).

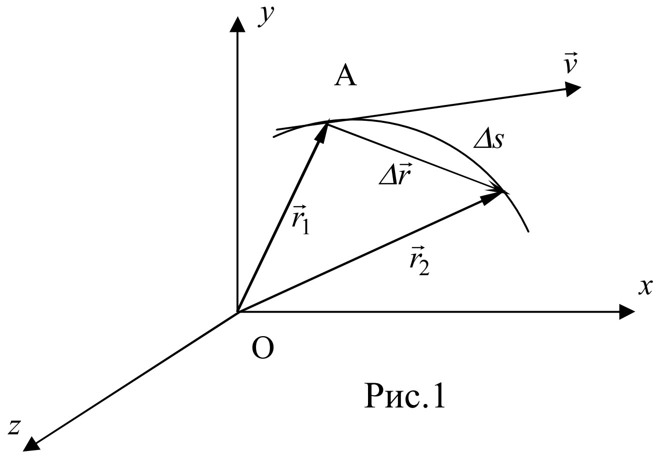

Рис.1

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

$$\vec{r} = \vec{r}\ (t)$$

ds - путь

$d\vec{r}$ - перемещение

Траектория – линия, вдоль которой перемещается тело.

Скоростью тела в данной точке траектории или в данный момент времени (ее еще часто называют мгновенной скоростью) называют предел отношения

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{v}; \qquad \vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}.$$

В случае произвольного движения, умножая обе стороны последнего выражения на dt и интегрируя по времени от 0 до τ, можно определить путь, пройденный телом за время τ:

$$s = \int_0^{\tau} v dt.$$

Для характеристики быстроты изменения скорости служит ускорение $\vec{a}$. Величина мгновенного ускорения

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}.$$

Рассмотрим вращающееся точечное тело.

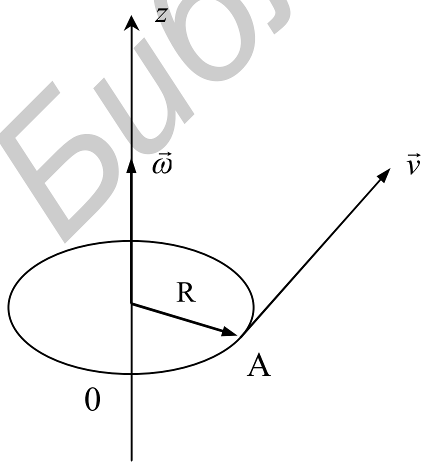

Рис.2

Допустим, что тело движется по окружности радиусом R и в момент времени t находится в точке A (рис.2). В общем случае скорость тела может быть переменной; однако всегда возможно выбрать такой малый промежуток времени Δt, чтобы в течение времени от t до $t+\Delta t$ движение тела можно было бы считать равномерным. Путь Δs, пройденный телом за время Δt, равен $\Delta s = v\Delta t$. Учитывая, что $\Delta s = R\Delta\varphi$ получим:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \qquad v = R\omega$$, где ω есть угловая скорость.

Аналогично можно определить и угловое ускорение ε:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Для равноускоренного вращательного движения можно записать

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \qquad \text{и}$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Тангенциальная и нормальная составляющие линейного и углового ускорения связаны следующим образом:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon R,$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

В основе механики лежат три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона – закон инерции: Всякое тело (точка) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие других тел не изменит это состояние. Первый закон Ньютона выполняется в инерциальных системах отсчета.

Второй закон Ньютона - основной закон динамики поступательного движения связывает ускорение тела $\vec{a}$ с массой m и силой $\vec{F}$, действующей на это тело:

$$m\vec{a} = \vec{F}; \qquad \vec{F} = \frac{d\vec{v}}{dt}m = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{p} = m\vec{v}$ - импульс тела. Уравнение (1) называют уравнением движения материальной точки.

Третий закон Ньютона определяет взаимодействие тел.

Силы, с которыми взаимодействуют два тела (материальные точки), всегда равны по величине, противоположны по направлению, действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

F_{12} – сила, действующая на первое тело со стороны второго, F_{21} – сила, действующая на второе со стороны первого.

Работа и энергия

Работа определяется как скалярное произведение силы на перемещение:

$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{s} \qquad \text{или} \qquad A = \int \vec{F}\cdot d\vec{s}\,.$$

Постоянное силовое поле, т.е. поле не зависящее от времени, обладает замечательным свойством. Если в таком поле тело движется по замкнутому пути, так что в результате движения возвращается в исходное положение, то работа, совершаемая при этом силами поля, равна нулю. Из этого свойства следует и другое: работа сил поля не зависит от формы пути. Поэтому с ее помощью можно определить важную характеристику силового поля. Примем какую-либо точку О за начало отсчета и будем рассматривать работу, совершаемую силами поля при переносе тела из этой точки в произвольную точку Р. Обозначим эту работу через –U. Величина U ,т.е. взятая с обратным знаком работа, называется потенциальной энергией частицы в точке Р. Она является функцией координат x, y, z точки Р:

$$U = U(x, y, z).$$

Работа же сил поля A_{12} при переходе тела из произвольной точки 1 в точку 2 равна

$$A_{12} = U_1 - U_2\,,$$

где U_1 и U_2 значения потенциальных энергий в этих точках.

С другой стороны, эта работа есть $\vec{F}\cdot d\vec{s} = F_s ds$.

Таким образом,

$$F_s\ ds = -dU\,,$$

откуда $$F_s = -\frac{dU}{ds}\,.$$

Это соотношение между силой и потенциальной энергией является одним из основных в механике. В векторной форме оно имеет вид

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}U\,,$$

где $\mathrm{grad}\,\mathbf{U} = \nabla\cdot U = \vec{i}\frac{dU}{dx} + \vec{j}\frac{dU}{dy} + \vec{k}\frac{dU}{dz}\,.$

Тот факт, что работа не зависит от формы пути в постоянном поле, приводит к важнейшему соотношению – закону сохранения энергии.

Запишем $F_s = m\frac{dv}{dt}$ и определим работу на бесконечно малом участке

$$ds = vdt, \qquad dA = F_s ds = mvdv = d(\frac{mv^2}{2}),$$

т.е. работа, совершаемая силой, равна увеличению величины $\frac{mv^2}{2}$. И эта величина называется кинетической энергией тела. С другой стороны, работа равна убыли потенциальной энергии $dA = -dU$, поэтому можно записать:

$$dU = d(\frac{mv^2}{2}) \quad \text{или} \quad d(U + \frac{mv^2}{2}) = 0,$$

откуда следует закон сохранения механической энергии:

$$E = \frac{mv^2}{2} + U = const.$$

$T = \frac{mv^2}{2} = T(v)$ - кинетическая энергия тела массой **m**.

Закон сохранения импульса

Рассмотрим механическую систему (совокупность тел), на которую не действуют внешние силы, т.е. замкнутую (изолированную) систему. Замкнутые системы обладают замечательным свойством: существует ряд физических величин, которые в таких системах не меняются со временем, т.е. сохраняются.

Полный импульс системы обладает этим свойством. Это легко заметить, записав второй закон Ньютона, $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$ и учесть, что $\sum_i \vec{F}_i = 0$ для замкнутой системы, тогда $\vec{p} = const$.

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинетическую энергию вращающегося тела можно найти как сумму энергий его отдельных частей

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + ... = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Если теперь учесть, что $v_i = \omega\, r_i$, где r_i - расстояние i-й массы до оси вращения, то получим

$$T = \frac{1}{2}\sum_i m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_i m_i r_i^2 . \qquad (2)$$

Величина под знаком суммы носит название момента инерции твердого тела и, как видно из выражения (2), момент инерции зависит от распределения масс относительно оси вращения. Таким образом, обозначая момент инерции через I, запишем

$$I = \sum_i m_i r_i^2 . \qquad (3)$$

Для тела, которое движется поступательно и одновременно вращается,

$$T = \frac{I_0 \omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} ,$$

где v - скорость центра масс; I_0 - момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс.

Для непрерывного распределения масс суммирование необходимо заменить на интегрирование:

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV ,$$

где ρ - плотность тела; dV- элемент объема.

Момент инерции тела относительно оси, не проходящей через центр инерции, определяется теоремой Штейнера:

$$I = I_0 + ma^2 ,$$

где I_0 - момент инерции относительно оси, проходящей через центр инерции параллельно первоначальной; a - расстояние между осями.

Момент импульса системы

Наряду с импульсом и энергией в замкнутых системах сохраняется и момент импульса, который определяется следующим образом

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} ,$$

где $\vec{p}$ - импульс частицы, а $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из начала координат к частице.

По определению векторного произведения $\vec{L} \perp \vec{r}$ и $\vec{L} \perp \vec{p}$, а его модуль есть

$$L = rp \sin \alpha ,$$

где α угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

Момент импульса в поле центральных сил сохраняется даже для отдельной частицы, действительно

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \vec{F}. \quad (4)$$

Член $\vec{v} \times \vec{p}$ равен нулю, поскольку векторы $\vec{v}$ и $\vec{p}$ параллельны друг другу. Аналогично обращается в нуль и второй член, так как $\vec{F}$- центральная сила, параллельная (или антипараллельная) вектору $\vec{r}$.

Таким образом, $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = 0$ или $\vec{L} = const$.

Произведение $\vec{r} \times \vec{F}$ - есть момент силы и выражение (4) позволяет записать уравнение ,аналогичное уравнению $\vec{F} = m\vec{a}$:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (5)$$ где

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$.

Уравнение (5) называют основным уравнением динамики вращательного движения. Для замкнутых систем сумма внешних сил равна нулю, поэтому из выражения (5) следует, что $\vec{L} = const$. Это и есть закон сохранения импульса.

Для твёрдого тела проекция момента импульса равна сумме проекций моментов импульсов отдельных частиц:

$$L = \sum m_i v_i r_i = \sum m_i r_i^2 \omega = \omega \sum m_i r_i^2 = I\omega.$$

Дифференцируя это выражение по времени, получим

$$\frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\varepsilon = M.$$

Сопоставим основные величины и уравнения для поступательного и поступательного вращательного движений.

Поступательное	**Вращательное**
Масса m	Момент инерции I
Скорость $\vec{v}$	Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила $\vec{F}$	Момент силы $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
Импульс $\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Основное уравнение динамики

$m\vec{a} = \vec{F}$; $\quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$	$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ $\quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

Работа

$A = \iint \vec{F} d\vec{r}$	$A = \int M d\varphi$

Кинетическая энергия

$T = \frac{mv^2}{2}$	$T = \frac{mv^2}{2}$

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Если сила, действующая на тело, пропорциональна его смещению относительно равновесного положения и всегда направлена в направлении равновесия, то такая сила называется гармонической, а колебания, совершаемые под действием этой силы – гармоническими колебаниями. Выбирая в качестве направления смещения ось x, для гармонической силы можно записать

$$F = -kx \quad ,$$

где x – смещение тела из положения равновесия; k – коэффициент упругости.

Используя второй закон Ньютона, мы можем записать

$$ma = -kx \quad ,$$

где a – ускорение; m – масса тела, совершающего колебания. После элементарных преобразований мы получим уравнение гармонических колебаний в виде дифференциального уравнения 2-го порядка:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x, \qquad \omega^2 = \frac{k}{m}, \quad \text{или} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 .$$

Часто для решения дифференциального уравнения можно “угадать” ответ, а затем проверить его правильность.

В данном случае решение почти очевидно:

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

где x_0 – амплитуда гармонических колебаний; $(\omega t + \varphi)$ – фаза; φ – начальная фаза.

Частота и период колебаний равны соответственно:

$$\omega = 2\pi\upsilon = 2\pi\frac{1}{T}, \qquad T = \frac{2\pi}{\omega};$$

Подставляя сюда ω, будем иметь

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина нити, на которой подвешено тело.

Интересно отметить, что период не зависит от массы подвешенного тела.

Период колебания физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}},$$

где I – момент инерции маятника относительно оси вращения, a – расстояние между осью вращения и центром тяжести маятника.

При деформации пружины на величину x ее потенциальная энергия будет

$$U = \frac{kx^2}{2}.$$

Если пренебречь силами трения, то полная энергия должна оставаться постоянной

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2}.$$

Затухающие колебания.

Если не пренебрегать силой трения при колебаниях маятника, то уравнение движения будет иметь вид

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma\frac{dx}{dt},$$

здесь появилась сила трения, пропорциональная скорости,

$$F = -\gamma \upsilon = -\gamma \frac{dx}{dt},$$

где γ – положительный постоянный коэффициент, называемый коэффициентом затухания.

Решение этого уравнения может быть записано в виде

$$x = x_0 e^{-\beta t} \sin \omega t,$$

где величины β и ω могут быть определены

$$\beta = \frac{1}{2\tau}, \qquad \tau = \frac{m}{\gamma} \text{ – время релаксации}$$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4\omega_0^2 \tau^2}}.$$

Таким образом, при наличии трения, частота уменьшается.

Гармонический осциллятор, совершающий вынужденные колебания.

Если помимо силы трения на осциллятор действует внешняя сила F(t), то уравнение движения будет иметь вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = F(t).$$

Предположим, что вынуждающая сила представляет собой синусоидальную функцию $F(t) = \frac{F_0}{m} \sin \omega t$, тогда решение будет иметь вид

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi), \text{ где } \quad x_0 = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2}},$$

$$\sin \varphi = \frac{\frac{-\omega}{\tau}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2}},$$

при $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{1}{2\tau^2}$ амплитуда достигает максимального значения.

Если один из концов длинной натянутой струны совершает гармонические колебания, то по струне будет распространяться синусоидальная волна.

Волна, бегущая со скоростью u в положительном направлении оси x, описывается выражением

$$y(x,t) = y_0 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(x - ut),$$

где *y* – смещение в направлении, перпендикулярном оси x; λ - длина волны. Скорость гребня волны называется фазовой скоростью

$$u = \frac{\omega}{k},$$

где $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Выражение для *y* есть решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

которое называется волновым уравнением. В качестве смещения *y* могут быть и другие характеристики системы (ускорение, скорость, напряженность электрического и магнитного полей и т.д.).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика занимается изучением тепловой формы движения материи, рассматривает явления, происходящие внутри макроскопических тел. Молекулярная физика неразрывно связана с теорией строения вещества и характером движения и взаимодействия частиц составляющих вещество (молекул, атомов). Данная теория базируется на следующих положениях:

все вещества состоят из молекул и атомов; между молекулами (атомами) существуют силы взаимодействия; молекулы и атомы находятся в непрерывном движении, — и называется молекулярно-кинетической.

Она ставит целью объяснить те свойства тел, которые можно непосредственно наблюдать на опыте и которые являются суммарным результатом действия большой совокупности молекул. При этом указанная теория использует статистический метод, интересуясь не движением отдельных молекул, а лишь такими средними величинами, которые характеризуют движение огромной совокупности частиц. Отсюда другое ее название – статистическая физика.

Молекулярная физика рассматривает движение и взаимодействие большого количества микрообъектов, составляющих макросистему. Применяя законы классической механики к большому количеству микрочастиц, можно вычислить такие величины, как плотность, давление, температуру, теплоту, энтропию, внутреннюю энергию и другие, которые являются характеристиками макросистемы.

Раздел физики, в котором изучаются соотношения между указанными выше величинами, называется **термодинамикой.** Термодинамика изучает макроскопические свойства тел и явления природы, "не интересуясь" их микроскопической картиной. В основе термодинамики лежат экспериментально установленные законы, которые называют первым и вторым началами термодинамики. С помощью этих законов можно, не делая никаких предположений о молекулярном строении изучаемых тел, получить многие сведения о свойствах тел в различных условиях.

Совокупность рассматриваемых тел, обменивающихся энергией как между собой, так и с другими (внешними) телами, называется термодинамической системой (ТДС). Состояние термодинамической системы определяется совокупностью значений всех величин, характеризующих физические свойства системы и называемых ее термодинамическими параметрами. Равновесное состояние ТДС можно задать с помощью ограниченного числа ее термодинамических параметров, которые называются параметрами системы. Между основными параметрами системы существует связь, называемая уравнением состояния.

Уравнение состояния (уравнение Менделеева-Клапейрона) идеального газа имеет вид

$$pV = (m/\mu)RT = \nu RT,$$

где m – масса газа; μ – молярная масса газа; p – давление газа; V – объем газа; R – универсальная газовая постоянная; ν – число молей газа; T – температура по шкале Кельвина.

Подходя к рассмотрению изменений состояния вещества с различных точек зрения, термодинамика и молекулярно-кинетическая теория взаимно дополняют друг друга, образуя, по существу, одно целое.

Как уже отмечалось, состояние системы описывается уравнением состояния. Параметры состояния системы могут изменяться, тогда говорят, что система совершает термодинамический процесс. Для термодинамических процессов установлены опытные газовые законы:

а) для изотермического процесса (T = const, m = const) – закон Бойля-Мариотта: $pV = \text{const}$;

б) для изобарического процесса (P = const, m = const) – закон Гей-Люссака:

$$V/T = \text{const},$$

или, используя шкалу температур Цельсия,

$$V = V_0\,(1+\alpha t),$$

где $\alpha = (1/273)(^0C)^{-1}$;

в) для изохорического процесса (V = const, m = const) – закон Шарля:

$$p/T = \text{const},$$

или, используя шкалу температур Цельсия,

$$p = p_0\,(1+\alpha\, t),$$

где $\alpha = (1/273)(^0C)^{-1}$;

г) в случае изменения трех термодинамических параметров при неизменной массе газа (m = const) – объединенный газовый закон (уравнение Клапейрона):

$$pV/T = \text{const}.$$

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_i + \ldots + p_n,$$

где p_i – парциональное давление компонентов смеси; n – число компонентов смеси.

Молярная масса смеси газов: $\mu = \dfrac{m_1 + m_2 + \cdots}{\nu_1 + \nu_2 + \cdots}$,

где m_i – масса i-го компонента смеси; $\nu_i = m_i/\mu_i$ – количество вещества i-го компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Концентрация молекул: $n = N/V = \dfrac{mN_A}{\mu}$,

где N – число молекул, содержащихся в данной системе; N_A – число Авогадро; V – объем системы.

Основное уравнение кинетической теории газов $p = (2/3)\, n \langle E \rangle$,

здесь $\langle E \rangle$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул, равная (3/2) kT, где k – постоянная Больцмана.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы

$$\langle E \rangle = kT/2$$

и средняя полная кинетическая энергия молекулы: $\langle E \rangle = (i/2)kT$,

где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от его концентрации и температуры:

$$p = nkT.$$

Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла):

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

где m – масса молекулы, v – ее скорость.

Средняя квадратичная скорость молекул $< v >= \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$.

Средняя арифметическая скорость молекул

$$< v >= \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu\pi}}.$$

Наиболее вероятная скорость молекул $< v >= \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$.

Распределение молекул по координатам (распределение Больцмана),

$$n = n_0 e^{\frac{-U}{kT}},$$

где U – потенциальная энергия молекулы, n – концентрация молекул.

Барометрическая формула $p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$.

Здесь p – давление.

Первое начало термодинамики $dQ = dU + pdV$,

где dQ – теплота, сообщенная газу; dU – изменение внутренней энергии газа; pdV – работа, совершаемая газом против внешних сил.

Работа, совершаемая газом при его расширении, $A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$:

$A = P(V_2 - V_1)$ – при изобарическом процессе;

$A = (m/\mu)RT \ln(V_2/V_1)$ – при изотермическом процессе;

$A = - \Delta U = - (m/\mu)C_V\ \Delta T$ или $A = ((RT)/(\gamma-1))(m/\mu)[1- (V_1/V_2)^{\gamma-1}]$ – при адиабатическом процессе.

КПД идеальной тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad \text{или} \qquad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от нагревателя, Q_2 – теплота, переданная рабочим телом холодильнику, T_1 и T_2 – температуры нагревателя и холодильника.

Связь между удельной (c) и молярной (C) теплоемкостями $c = C/\mu$.

Уравнение Майера: $C_P - C_V = R$, где C_P – молярная теплоемкость при постоянном давлении и C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и постоянном давлении (c_P):

$$c_V = (i/2)(R/\mu), \qquad c_P = ((i+2)/2))(R/\mu).$$

Уравнение Пуассона (уравнение адиабаты)(m = const, $\Delta Q = 0$):

$$pV^{\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = c_P/c_V$ – показатель адиабаты.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = (m/\mu)(i/2)RT = (m/\mu)C_V T.$$

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

«***Электростатика***» рассматривает электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами. Такие поля называются электростатическими. Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется пробный заряд - такой заряд, который не искажает исследуемое поле. ***Силовой*** характеристикой электростатического поля является ***напряжённость*** – векторная физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный (пробный) заряд, помещённый в исследуемую точку поля,

$$\vec{E} = \vec{F}/q.$$

Энергетической характеристикой электростатического поля является ***потенциал*** - скалярная физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещённого в исследуемую точку поля,

$$\varphi = W/q.$$

Электростатическое поле изображают с помощью ***силовых линий*** (линий напряженности $\vec{E}$) и с помощью ***эквипотенциальных поверхностей*** (поверхностей равного потенциала φ).

При помещении диэлектрика во внешнее электростатическое поле он поляризуется, т.е. приобретает ***дипольный момент***. Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются ***поляризованностью*** $\vec{P}$ - векторной физической величиной, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика,

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i \Big/ V.$$

Вектор напряженности $\vec{E}$, переходя через границу двух диэлектриков претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчете электростатических полей. Поэтому вводят дополнительную (помимо $\vec{E}$) характеристику - вектор ***электрического смещения*** $\vec{D}$.

Графически поле в диэлектрике изображается как с помощью линий вектора напряженности $\vec{E}$, так и с помощью линий вектора электрического смещения $\vec{D}$. Различие заключается только в том, что линии вектора E могут начинаться и заканчиваться на любых (свободных и связанных) зарядах, а линии вектора $\vec{D}$ - лишь на свободных (сторонних) зарядах.

Помещение проводника во внешнее электростатическое поле вызывает искажение последнего: линии поля проводника становятся перпендикулярными его поверхности. Величина напряженности определяется поверхностной плотностью зарядов.

Поверхностные заряды на проводнике перераспределяются до тех пор, пока поле индуцированных зарядов не скомпенсирует внешнее поле внутри проводника. Поэтому электростатическое поле внутри проводника отсутствует, а весь объем проводника является эквипотенциальным.

Взаимодействие двух точечных неподвижных зарядов описывается ***законом Кулона***. Величина кулоновской силы определяется формулой

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2},$$

где F - сила взаимодействия между точечными зарядами q_1 и q_2;

r - расстояние между ними;

ε - диэлектрическая проницаемость среды;

ε_0 электрическая постоянная.

Сила F является ***силой притяжения***, если взаимодействующие заряды имеют разные знаки; и ***силой отталкивания***, если заряды одноименные.

Для решения задач удобно использовать ***объемную*** ρ, ***поверхностную*** σ и ***линейную*** τ плотности заряда:

$$\rho = \frac{dq}{dV}; \qquad \sigma = \frac{dq}{dS}; \qquad \tau = \frac{dq}{dl}.$$

Потоком вектора напряжённости электростатического поля через произвольную поверхность S называется интеграл вида

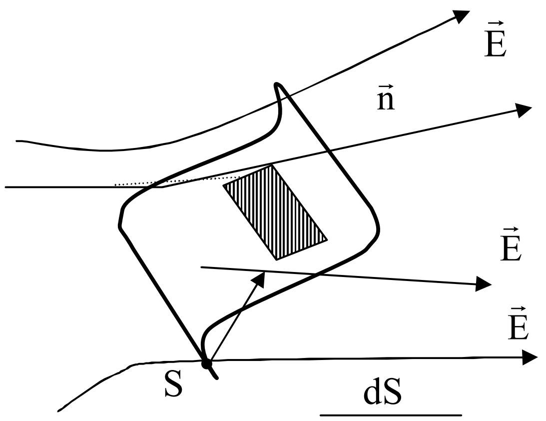

Рис.3

$$\Phi_E = \int_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \int_S E_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$;

dS - элементарная площадка;

$\vec{n}$ - нормаль к ней;

E_n - проекция вектора напряженности на направление нормали (рис.3).

Напряженность электростатического поля, образованного несколькими зарядами (или электрическим зарядом, распределенным по некоторому телу) рассчитывается с помощью ***принципа суперпозиции*:**

$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$ -для дискретного распределения зарядов, где $\vec{E}_i$ - напряжённость поля, создаваемого i - зарядом в данной точке поля;

$\vec{E} = \int d\vec{E}$ - для непрерывного распределения заряда (интегрирование ведется по объему заряженного тела), где $d\vec{E}$ - напряженность поля, создаваемого элементарным зарядом dq в данной точке пространства.

В том случае, когда известна конфигурация поля заряженного тела, при решении задач целесообразно использовать ***теорему Гаусса*** для электростатического поля в вакууме:

поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на ε_0 ***:***

$\oint_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$ – для непрерывного распределения заряда по объёму V;

$\oint \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$ – для дискретного распределения зарядов q_i внутри замкнутой поверхности S.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной (с поверхностной плотностью заряда σ) бесконечной плоскостью, определяется как

$$E = \sigma / 2\varepsilon_0 \varepsilon,$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится заряженная плоскость. В этом случае электростатическое поле является *однородным*, т.к. его напряженность не зависит от расстояния до плоскости.

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями с одинаковой по модулю поверхностной плотностью зарядов, выглядит следующим образом:

$$E = \sigma / \varepsilon_0 \varepsilon.$$

Такой вид поля реализуется в плоском конденсаторе. Сила, действующая на заряд, помещенный в любую точку данного поля, одинакова, т.е. поле, как и в предыдущем случае, является однородным.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью в окружающем ее пространстве, рассчитывается так же, как напряженность поля точечного заряда; внутри сферы электростатическое поле отсутствует:

$$E = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \dfrac{q}{r^2} & при \quad r > R, \\ 0 & при \quad r > R, \end{cases}$$

где R - радиус сферы, q - заряд на ее поверхности; r - расстояние от центра сферы до исследуемой точки поля.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным (с линейной плотностью заряда τ) бесконечным цилиндром,

$$E = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \dfrac{\tau}{r} & при \quad r > R, \\ 0 & при \quad r > R. \end{cases}$$

Электростатическое поле цилиндра обладает *аксиальной симметрией*. Силовые линии поля перпендикулярны боковой поверхности цилиндра.

Электростатическое поле является ***потенциальным***: работа кулоновских сил по перемещению заряда не зависит от формы траектории последнего, а определяется только положением начальной и конечной точек. Если перемещать заряд по замкнутой траектории, то работа полем не совершается.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль (замкнутого) контура L также равна нулю: $\oint\limits_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = \oint\limits_L E_l dl = 0,$

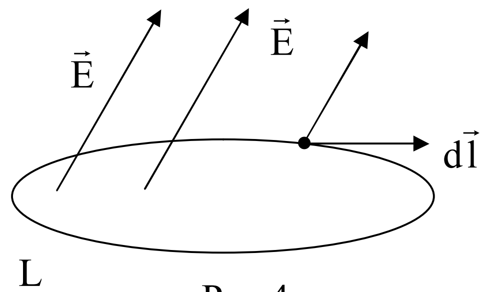

Рис.4

где $d\vec{l}$ - элемент контура L, по направлению совпадающий с направлением обхода контура; E_l - проекция вектора $\vec{E}$ на направление $d\vec{l}$. Напряженность и потенциал – две характеристики электростатического поля (рис.4). Поскольку обе они относятся к одному и тому же физическому объекту – электростатическому полю, то между ними существует определенная связь.

Связь между потенциалом электростатического поля и его напряжен-ностью:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi, \quad \text{где} \quad \mathrm{grad}\varphi = \frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k}.$$

Знак "минус" показывает, что вектор $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала.

Для описания электростатического поля в диэлектриках пользуются понятием электрического диполя – системы двух равных по модулю разноименных электрических зарядов, расположенных на расстоянии *l*.

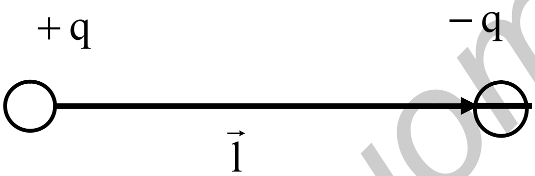

Рис.5

Электрический момент диполя (дипольный момент) $\vec{p} = |q|\vec{l}$, где q - электрический заряд; $\vec{l}$ – плечо диполя.

В электростатическом поле диэлектрик поляризуется. Количественной характеристикой степени поляризации является ***поляризованность.*** Вектор поляризованности определен выше.

Между поляризованностью вещества и напряженностью электростатического поля в изотропном диэлектрике существует ***связь,*** выражаемая формулой

$$\vec{P} = æ\,\varepsilon_0\vec{E},$$

где æ - диэлектрическая восприимчивость вещества, определяемая как

$$æ = \varepsilon - 1.$$

Диэлектрическая проницаемость ε показывает, во сколько раз диэлектрик ослабляет внешнее поле. Для более рационального описания электростатического поля в диэлектрике вводят вектор электрического смещения:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике***:***

поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов:

$\oint\limits_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} q_i$ - для дискретного распределения зарядов q_i внутри замкнутой поверхности S;

$\oint\limits_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int\limits_V \rho dV$ - для непрерывного распределения заряда по объёму V.

Таким образом, электростатическое поле в диэлектрике характеризуется тремя физическими величинами $\vec{P}$, $\vec{D}$ и $\vec{E}$. Связь между векторами электрического смещения $\vec{D}$, поляризованности $\vec{P}$ и напряженности $\vec{E}$ электростатического поля для изотропного диэлектрика задается формулой

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Вектор электрического смещения $\vec{D}$ определяется объемной плотностью сторонних зарядов в диэлектрике: $\operatorname{div}\vec{D} = \rho$,

где $\operatorname{div}\vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$; D_x, D_y, D_z – проекции вектора $\vec{D}$ на координатные оси.

Вектор $\vec{P}$ определяется объемной плотностью связанных зарядов в диэлектрике: $div\vec{P} = -\rho'$.

На границе раздела сред с различными диэлектрическими проницаемостями ***линии векторов*** $\vec{D}$ ***и*** $\vec{E}$ ***испытывают преломление***:

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma; \qquad P_{2n} - P_{1n} = \sigma'; \qquad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

где σ и σ' - поверхностные плотности сторонних и связанных зарядов;
$\vec{n}$ - нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую;
$\vec{\tau}$ - орт, касательный к поверхности;
ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости первой и второй среды соответственно.

У поверхности заряженного проводника в вакууме касательная и нормальная составляющие вектора $\vec{E}$ определяются формулами:

$$E_\tau = 0, \qquad E_n = \sigma/\varepsilon_0,$$

а внутри проводника электрическое поле отсутствует.

Уединенный проводник обладает ***электрической емкостью*:**

$$C = q/\varphi,$$

где q - заряд проводника, φ – его потенциал.

Два разноименно заряженных проводника, между которыми помещен слой диэлектрика, образуют конденсатор. Конденсаторы различной формы обладают различной электрической емкостью. Электрическая емкость конденсаторов:

плоского –

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S - площадь одной из пластин; d - расстояние между пластинами;

цилиндрического –

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(r_2/r_1)},$$

где l - длина конденсатора;

r_1 и r_2 - внутренний и внешний радиусы обкладок конденсатора соответственно;

сферического –

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_1 и r_2 - внутренний и внешний радиусы обкладок конденсатора соответственно.

Для варьирования емкости конденсаторы соединяют в ***батареи.***

Электрическая ёмкость параллельно соединенных конденсаторов рассчитывается как

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

Электрическая ёмкость последовательно соединенных конденсаторов рассчитывается как

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Любое заряженное тело и электростатическое поле, им созданное, обладают энергией. Энергия заряженного ***уединенного проводника*** рассчитывается по формуле

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где q - заряд проводника; φ - его потенциал; C - емкость проводника.

Электростатическое поле заряженного *конденсатора* обладает энергией

$$W = \frac{C(\Delta\varphi^2)}{2} = \frac{q(\varphi)}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где $C, q, \Delta\varphi$ - емкость конденсатора, заряд на его обкладках и разность потенциалов между ними.

Энергия, приходящаяся на единицу объема, называется ***объемной плотностью энергии*** электростатического поля и рассчитывается по формуле

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2};$$

все величины, входящие в формулу, определены выше.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Уравнение движения точки $\vec{r} = (4+3t)\vec{i} + \vec{j}(5-4t)$. Найти скорость и ускорение точки, ее траекторию.

Р е ш е н и е. Определим проекции скорости V_x и V_y, так как

$$x = 4+3t \text{ и } y = 5-4t;$$
$$V_x = dx/dt = 3 \text{ (m/c)};$$
$$V_y = dx/dt = -4 \text{ (m/c)}.$$

Вектор скорости $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Величина вектора скорости $V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (м/с).

Ускорение точки $a_x = dV_x/dt = 0$; $a_y = dV_y/dt = 0$.

Для определения траектории из уравнений движения $x = 4 + 3t$, $y = 5 - 4t$ исключим время, тогда

$$Y = 5 - 4(x-4)/3 = -(4/3)x+5+16/3 = -(4/3)x + 31/3.$$

Это есть уравнение прямой.

Пример 2. Тело вращается по закону $\varphi = 10+20t-2t^2$. Найти линейную и угловую скорости; ускорение для точки, находящейся на расстоянии 20см от оси, если время равно 4 с. Найти полное ускорение точки в этот момент времени.

Р е ш е н и е. Найдем угловую скорость $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t = 4$ (рад/с), а линейная скорость точки $V = \omega r = (20 - 4 \times 4)0{,}2 = 0{,}8$ (м/с). Угловое ускорение $\beta = \frac{d\omega}{dt} =$ - 4 рад/с, а линейное тангенциальное $a_\tau = \beta r$ = -4х0,2 = - 0,8 (м/с^2)

и $a_n = \omega^2 r = 16x0{,}2 = 3{,}2$ (м/с^2).
Полное ускорение

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{(\beta R)^2 + (\omega^2 R)^2} = R\sqrt{\beta^2 + \omega 4},$$

$$a = 0{,}2\sqrt{4^2 + 4^4} = 0.8\sqrt{17} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Пример 3. Точка движется вдоль оси со скоростью $V = 6\sqrt{x}$. Найти зависимость скорости и ускорения от времени, если при $t = 0$, $x = 0$.

Р е ш е н и е. Зная, что $V = dx/dt$, имеем $dx/dt = 6\sqrt{x}$.

Разделим переменные $\dfrac{dx}{x} = 6\sqrt{x}$. Проинтегрировав

$$\int dx / \sqrt{x} = 6\int dt,$$

получаем

$$2\sqrt{x} = 6t + C.$$

Постоянная интегрирования определяется из начального условия и $C = 0$, тогда

$$x = 9t^2.$$

Скорость $V = \dfrac{dx}{dt} = 18t$, а ускорение $a = \dfrac{dV}{dt} = 18$ м/с^2.

Пример 4. Тело массой m лежит на гладкой горизонтальной поверхности, в начальный момент на него начинает действовать сила $F=bt$, направленная под углом α к горизонту, b - постоянная. Найти момент отрыва тела от поверхности, скорость при отрыве и путь, пройденный телом к этому времени.

Р е ш е н и е. На тело действуют сила тяжести mg, реакция опоры N(t), движущая сила F(t) (рис.6).

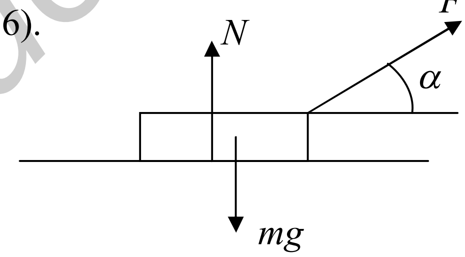

Рис. 6

Уравнение движения имеет вид

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}(t) + \vec{F}(t)$$, или в проекциях

$$ma_x = F(t)\cos\alpha = bt\cos\alpha, \quad (6)$$

$$ma_y = -mg + F(t)\sin\alpha + N(t) = 0. \quad (7)$$

В момент отрыва тела от плоскости $N = 0$, тогда из (7) получим время движения до отрыва:

$$\tau = mg / b\sin\alpha \,. \qquad (8)$$

Заменим в уравнении (6) $a_x = \dfrac{dv}{dt}$, тогда

$$dv = \frac{bt}{m}\cos\alpha dt \text{, откуда}$$

$$v = \frac{b}{m}\cos\alpha\int_0^\tau tdt = \frac{b}{2m}\cos\alpha t^2\Big|_0^\tau = \frac{b\tau^2}{2m}\cos\alpha \,.$$

Уравнение скорости

$$v(t) = \frac{bt^2}{m}\cos\alpha \,. \qquad (9)$$

С учетом (3) имеем скорость при отрыве

$$u = \frac{mg^2}{2b}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} \,.$$

Уравнение пути найдем из $x = \int_0^\tau vdt$,

$$x = 7\int_0^\tau 2vdt = \frac{b}{2m}\cos\alpha\int_0^\tau t^2 dt = \frac{b\cos\alpha}{2m}\times\frac{\tau^3}{3} \,. \qquad (10)$$

Путь, пройденный к моменту отрыва, найдем из (5) и (3):

$$x = \frac{m^2 g^3}{6b^2}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin^3\alpha} \,. \qquad (11)$$

Пример 5. Глиссер массой m движется по воде со скоростью V_0. В мо-мент $t = 0$ мотор выключили. Найти зависимость скорости от времени, если сила сопротивления $F = -kV^2$.

Р е ш е н и е. После отключения мотора глиссер движется по инерции и действует только сила сопротивления. Запишем уравнение движения

$$ma = F_c \text{ или } mdV / dt = -kV^2 \,.$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$\frac{dv}{v^2} = -\frac{k}{m}dt; \quad \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2} = -\frac{k}{m}dt\int_0^t dt; \quad -\frac{1}{v}\Big|_{V_0}^{V} = -\frac{kt}{m} \,.$$

Получим

$$-\frac{1}{V}+\frac{1}{V_0}=-\frac{kt}{m}.$$

Окончательно получим $$V=\frac{1}{V_0+\frac{k}{m}t}.$$

Пример 6. Шар массой 6 кг катится со скоростью 4 м/с по горизонтальной поверхности и сталкивается с другим шаром массой 9 кг, движущимся навстречу со скоростью 3 м/с. Найти скорости шаров после неупругого удара. Найти работу по деформации шаров.

Р е ш е н и е. Применим закон сохранения импульса и учтем, что после столкновения шары двигаются вместе:

$$m_1V_1-m_2V_2=(m_1+m_2)U.$$

Скорость U после удара будет

$$U=\frac{m_1V_1-m_2V_2}{m_1+m_2}=\frac{6\cdot 4-9\cdot 3}{15}=0{,}2\ (\text{м/с}).$$

Работа по деформации шаров $A=E_1-E_2$ равна разности энергий до и после удара:

$$A=\left[\frac{(m_1(V_1)^2}{2}+\frac{(m_2(V_2)^2}{2}\right]-\frac{(m_1+m_2)U^2}{2};$$

$$A=\frac{6\times 4^2}{2}+\frac{9\times 3^2}{2}-\frac{15\times 0{,}2^2}{2}=80{,}2\ (\text{Дж}).$$

Пример 7. Тело движется в плоскости XY из точки $\vec{r}_1=4\vec{i}-3\vec{j}$ в точку $\vec{r}_2=6\vec{i}+7\vec{j}$ под действием двух сил $\vec{F}_1=4\vec{i}+2\vec{j}$ и $\vec{F}_2=3\vec{i}+6\vec{j}$. Найти работу по перемещению.

Р е ш е н и е. Работа по перемещению $A=\vec{F}\Delta\vec{r}$, где $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$.

Найдем

$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=4\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{i}-6\vec{j}=7\vec{i}-4\vec{j}$.

Определим перемещение:

$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=6\vec{i}+7\vec{j}-4\vec{i}+3\vec{j}=2\vec{i}+10\vec{j}$.

Работа силы $\vec{F}$ при перемещении $\Delta\vec{r}$:

$A=\vec{F}\Delta\vec{r}=(7\vec{i}-4\vec{j})(2\vec{i}+10\vec{j})=14-10\cdot 4=-26(\text{Дж})$

Пример 8. Ракета массой m стартует с поверхности Земли в бесконечность, совершая работу против сил тяготения. На каком расстоянии от поверхности будет затрачена половина всей работы по удалению ракеты в бесконечность?

Р е ш е н и е. Определим работу по движению с поверхности в бесконечность:

$$A = \int F dr = \int_R^\infty \frac{GmMdr}{r^2} = \frac{GmM}{r} ,$$

где R – радиус Земли, M – ее масса. Работа по перемещению ракеты на расстояние r:

$$A_1 = \int_R^r \frac{GmMdr}{r^2} = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r} .$$

По условию работа $A_1 = 1/2$ или

$$\frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r^2} = \frac{GmM}{2R} .$$

Откуда получим $r = 2R$.

Пример 9. Два груза массами 1 и 2 кг подвешены на нерастяжимой и невесомой нити, перекинутой через блок в виде диска массой 0,8 кг. Найти ускорения грузов и силы натяжения нитей.

Р е ш е н и е. Так как нить нерастяжима, ускорения грузов одинаковы. Уравнения движения грузов и блока:

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1 ; \;\; m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2 ; \;\; I\vec{\beta} = \vec{M} .$$

Пусть первый груз поднимается, а второй – опускается, тогда

$$m_1 a = T_1 - m_1 g ; \qquad m_2 a = m_2 g - T_2 . \qquad (12)$$

Силы T_1' и T_2' создают результирующий момент относительно оси Z, блок приобретает угловое ускорение β (рис.7).

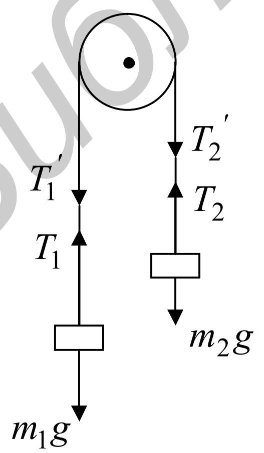

Рис.7

$$T_2' r - T_1' r = I_z \varepsilon , \qquad (13)$$

где $\beta = \dfrac{a}{r}$; $I_z = (mr^2)/2$ - момент инерции блока.

По 3-му закону Ньютона $T_1 = T_1'$ и $T_2 = T_2'$. Подставим в (14) уравнения (12) и (13), получим:

$$(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = mra/2 .$$

Ускорение равно $a = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m/2}$.

Найдем T_1 и T_2:

$$T_1 = 1(9{,}8 + 2{,}9) = 12{,}7(H);$$
$$T_1 = 2(9{,}8 - 2{,}9) = 13{,}8(H) .$$

Пример 10. Маховик массой 100 кг и диаметром 40 см вращается с частотой n = 240 об/мин. При действии тормозящей силы он останавливается через 25 с. Найти тормозящий момент.

Р е ш е н и е. Запишем основное уравнение вращательного движения:

$$M_z = I_z\beta = I_z\Delta\omega/\Delta t . \qquad (14)$$

Момент инерции маховика $I_z = mR^2/2$. (15)

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi(n_2 - n_1)$, (16)

при этом $n_1 = 240/60 = 4$ (об/с), а $n_2 = 0$.

Подставив (2) и (3) в (1), имеем

$$M_z = \pi m R^2 (n_2 - n_1)/\Delta t .$$

Производим расчет: $M_z = 3{,}14 \cdot 100 \cdot 0{,}04 \cdot (-4)/25 = -2(H \cdot м)$.

Знак "минус" показывает, что момент тормозящей силы противодействует движению.

Пример 11. Найти момент инерции однородного шара массой m и радиусом R относительно оси, проходящей через центр.

Р е ш е н и е. С учетом аддитивности момента инерции представим момент инерции шара I как сумму моментов инерции двух полушаров, т.е. $I = 2I_1$, относительно оси Z (рис.8). Из соображений симметрии возьмем элементарный объем dV в виде диска толщиной dz и радиусом r:

$$dV = \pi r^2 dz .$$

Момент инерции диска

$$dI_1 = \frac{1}{2}r^2 dm = \frac{1}{2}r^2 \rho dV = \frac{1}{2}\pi\rho r^4 dz .$$

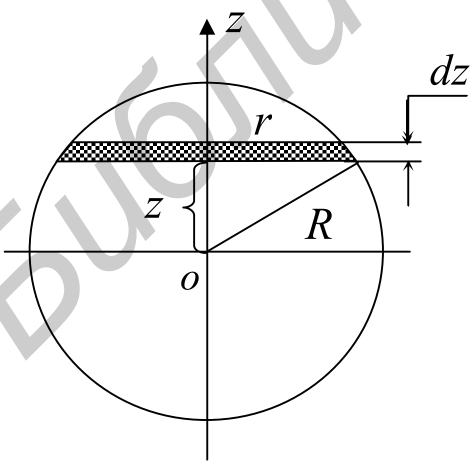

Рис.8

Для полушара z изменяется от 0 до R.

Получаем

$$I = 2I_1 = \pi\rho\int_0^R r^4 dz .$$

Учитывая, что $r^2 = R^2 - z^2$, получим

$$I = \pi\rho\int_0^R (R^2 - z^2)^2 dz = \pi\rho\left[\int_0^R R^4 dz - 2\int_0^R R^2 z^2 dz + \int_0^R z^4 dz\right] =$$

$$= \pi\rho\left[R^5 - \frac{2}{3}R^5 + \frac{1}{5}R^5\right] = \frac{8}{15}\pi\rho R^5 .$$

Выразим массу M шара через плотность:

$$M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3 ;\quad \rho = \frac{3M}{4\rho\pi R^3} .$$

Тогда окончательно получим

$$I = \frac{2}{5} mR^2 .$$

Пример 12. Человек стоит на краю неподвижной скамьи Жуковского и ловит мяч массой m = 1 кг, летящий со скоростью 10 м/с. Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии L = 1 м от оси скамьи. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья? Момент инерции человека и скамьи $I = 4 кг \times м^2$.

Р е ш е н и е. По закону сохранения момента импульса запишем

$$mVr = (I + mr^2)\omega ,$$

где mVr - момент импульса мяча относительно оси в момент удара; mr^2 - момент инерции мяча как момент инерции материальной точки.

Отсюда найдем

$$\omega = \frac{mVr}{I + mr^2} = \frac{1\cdot 10\cdot 1}{4 + 1\cdot 1^2} = 2(рад/с) .$$

Пример 13. Платформа с человеком вращается с частотой $n_1 = 30n$ об/мин. На вытянутых руках человек держит гири каждая массой $m = 2$ кг. Найти частоту вращения и произведенную работу, если расстояние между гирями с 1,6 м уменьшится до 0,4 м. Момент инерции платформы и человека $I = 1{,}6 кг \times м^2$.

Р е ш е н и е. Запишем закон сохранения момента импульса для нашей системы:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 ,$$

где I_1 и I_2 - моменты инерции системы в различных положениях;

$\omega_1 = 2\pi n_1$ - первоначальная угловая скорость;

$\omega_2 = 2\pi n_2$ - последующая угловая скорость.

С учетом этого имеем

$$n_2 = I_1 n_1 / I_2 .$$

Момент инерции в первом и втором положениях складывается из момента инерции скамьи I и момента инерции гирь:

$$I_1 = I + 2mr_1^2 / 4;$$
$$I_2 = I + 2mr_2^2 / 4 \quad ,$$

где r_1 и r_2 - расстояния между гирями в первом и втором положениях.

Подставив I_1 и I_2, получим

$$n_2 = \frac{I + mr_1^2 / 2}{I + mr_2^2 / 2} n_1 .$$

$$n_2 = \frac{1{,}6 + 2 \times 1{,}6^2 / 2}{1{,}6 + 2 \times 0{,}4^2 / 2} \times \frac{30}{60} = 1{,}18 \text{ (об/с)}.$$

Работа по изменению положения гирь связана с изменением кинетической энергии:

$$A = K_1 - K_2 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 - \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} 2\pi (I_1 n_1^2 - I_2 n_2^2) =$$
$$= \pi \left[(I + mr_1^2 / 2) n_1^2 - (I + mr_2^2 / 2) n_2^2 \right];$$
$$A = -4{,}43 \text{ (Дж)}.$$

Знак "минус" показывает, что работа совершается внешними силами.

Пример 14. Тонкий однородный стержень длиной l = 1 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, отстоящей на расстоянии x = 20 см от его середины. Определить период малых колебаний стержня.

Р е ш е н и е. Период колебаний физического маятника определяется выражением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgx}} ,$$

где I - момент инерции стержня относительно оси вращения.

По теореме Штейнера

$$I = I_0 + mx^2,$$

где I_0 - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести стержня O.

$$I_0 = \frac{ml^2}{12} .$$

Таким образом ,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + mx^2}{mgx}} = 2\pi \sqrt{\frac{l^2 / 12 + x^2}{gx}} .$$

Для определения характера зависимости T(x) надо найти точки экстремума, для чего вычислим первую производную :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\pi}{g}\sqrt{\frac{x}{l^2/12 + x^2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2 - l^2/12}{x^2}}.$$

Решая уравнение $\frac{dT}{dx} = 0$, найдем, что при $x = \frac{l}{\sqrt{12}}$, T_{min} = 1,52с.

Пример 16. Определить число N молекул, содержащихся в объеме V=1 мм^3 воды, и массу m_1 молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Р е ш е н и е. Число N молекул, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν:

$$N = \nu N_A .$$

Так как ν = m/μ , где μ – молярная масса, то $N = mN_A/\mu$. Выразив в этой формуле массу как произведение плотности и объема V, получим

$$N = \rho V N_A/\mu.$$

Произведем вычисления, учитывая, что $\mu = 1.8 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$N = 3{,}34 \bullet 10^{19} \text{ молекул.}$$

Массу m_1 одной молекулы можно найти по формуле

$$m_1 = \mu/N_A = 2.99 \cdot 10^{-26} .$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка) $V_1=d^3$, где d – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1} .$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_μ на число молекул в моле, т.е. на N_A:

$$V_1 = V_\mu / N_A .$$

Тогда:

$$d = \sqrt[3]{V_\mu / N_A} .$$

где $V_\mu = \mu/\rho$,

и

$$d = \sqrt[3]{\mu/(\rho N_A)} ,$$

После вычислений получим:

$$d = 311 \text{ пм.}$$

Пример 17. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением p_1 = 1 МПа и при температуре T_1 = 300 К. После того как из баллона было взято m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Р е ш е н и е. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2V = (m_2/\mu)RT_2 ,$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии; μ – молярная масса гелия; R – универсальная газовая постоянная.

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m.$$

Массу m_1 гелия найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \mu p_1V/(RT_1).$$

И теперь легко найдем:

$$p_2 = (T_2/T_1)p_1 - (m/\mu)(RT_2/V).$$

Произведя вычисления, получим:

$$p_2 = 0{,}364 \text{ МПа}.$$

Пример 18. Найти среднюю кинетическую энергию ε вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре T=350 К, а также кинетическую энергию W вращательного движения всех молекул кислорода массой m = 4 г.

Р е ш е н и е. На каждую степень свободы молекул газа приходится одинаковая средняя энергия W = (1/2)kT, где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода – двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\varepsilon = 2(1/2)kT.$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$W = \varepsilon N.$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A\nu;$$

где N_A – постоянная Авогадро; ν – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества ν = m/μ, где m – масса газа; μ – молярная масса газа, то

$$N = N_A(m/\mu).$$

И для полной энергии получим

$$W = N_A m\varepsilon/\mu.$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$\varepsilon = kT = 4{,}83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$
$$W = 364 \text{ Дж}.$$

Пример 19. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_V и при постоянном давлении c_P неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Р е ш е н и е. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами.

$$c_V = (i/2)(R/\mu);$$
$$c_P = ((i+2)/2))(R/\mu),$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; μ – молярная масса.

Для неона (одноатомный газ) i = 3 и $\mu = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Произведем вычисления:

$$c_V = 6{,}24 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$
$$c_P = 1{,}04 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Для водорода (двухатомный газ) i = 5 и $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тогда

$$c_V = 1{,}04 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$
$$c_P = 1{,}46 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Пример 20. Кислород массой m = 2 кг занимает объем $V_1 = 1$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 0{,}2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м^3, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = = 0{,}5$ МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Р е ш е н и е. Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = c_V m \Delta T = (i/2) m \Delta T (R/\mu),$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода i = 5); $\Delta T = T_3 - T_1$ – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева - Клапейрона $pV = (m/\mu)RT$, откуда

$$T = pV\mu \,/\, mR.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = (m_1/\mu) R \Delta T.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю:

$$A_2 = 0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом,

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота Q, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$T_1 = 385$ K;
$T_2 = 1155$ K;
$T_3 = 2887$ K;
$A_1 = 0,4$ МДж;
$A = A_1 = 0,4$ МДж;
$\Delta U = 3,24$ МДж
$Q = 3,64$ МДж.

График процесса приведен на рис. 9.

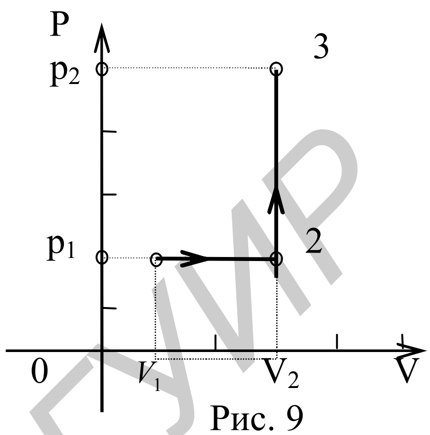

Рис. 9

Пример 21. В цилиндре под поршнем находится водород массой m=0,02 кг при температуре $T_1 = 300$ K. Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в $n_1 = 5$ раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в $n_2 = 5$ раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершаемую газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Р е ш е н и е. Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1}, \text{ или } T_2/T_1 = 1/n_1^{\gamma-1},$$

где γ - отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме; $n_1 = V_2/V_1$.

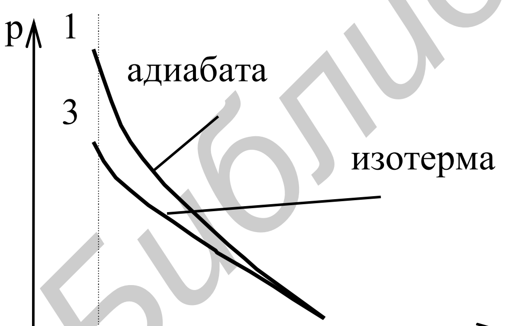

Рис. 10

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = T_1/n_1^{\gamma-1}.$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = (m/\mu)C_V(T_1-T_2) = (m/\mu)(i/2)R(T_1-T_2),$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_1 = (m/\mu)RT_2\ln(V_3-V_2), \text{ или } A_2 = (m/\mu)RT_2\ln(1/n_2),$$

где $n_2 = V_2/V_3$.

Произведем вычисления, учитывая, что для водорода как двухатомного газа $\gamma = 1,4$, $i = 5$ и $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$T_2 = 300/5^{1,4-1}\ \text{К} = 300/5^{0,4}\ \text{К}.$$

Так как $5^{0,4} = 1,91$ (находится логарифмированием), то

$$T_2 = 300/1,91\ \text{К} = 157\ \text{К};$$

$$A_1 = 29,8\ \text{кДж};$$

$$A = -21\ \text{кДж}.$$

Знак минус показывает, что при сжатии работа совершается над газом внешними силами.

График процесса приведен на рис. 10.

Пример 22. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя $T_1 = 500$ К. Определить термический КПД η цикла и температуру T_2 холодильника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя , машина совершает работу $A = 350$ Дж.

Р е ш е н и е. Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = A/Q_1,$$

где Q_1 – теплота, полученная от нагревателя; A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = (T_1-T_2)/T_1$ определить температуру холодильника T_2:

$$T_2 = T_1(1-\eta).$$

Произведем вычисления:

$\eta = 350/1000 = 0,35$; $T_2 = 500(1-0,35)$ К $= 325$ К.

Пример 23. На тонком стержне длиной $l = 20$ см находится равномерно распределенный электрический заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $q_1 = 40$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

Р е ш е н и е. Сила взаимодействия F заряженного стержня с точечным зарядом q_1,зависит от линейной плотности τ заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить τ. При вычислении силы F следует иметь в виду, что заряд на стержне не является точечным, поэтому закон Кулона непосредственно применять нельзя. В этом случае можно поступить следующим образом.

Выделим из стержня малый участок dr с зарядом $dq = \tau dr$ (рис.11). Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда, согласно закону Кулона,

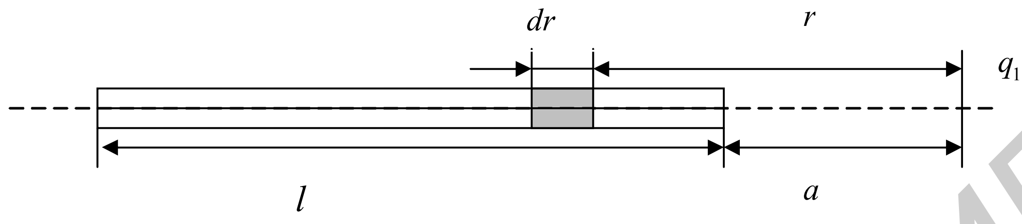

Рис. 11

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \tau dr}{r^2}.$$

Интегрируя это выражение в пределах от a до $a + l$, получаем

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 \tau \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 \tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{q_1 \tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(l+a)},$$

откуда: $\tau = 4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F/q_1 l$. Расчет дает значение τ:

$$\tau = \frac{0{,}1(0{,}1 + 0{,}2)6 \cdot 10^{-8}}{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}2} \text{ Кл/м} = 2{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м} = 2{,}5 \text{ нКл/м}.$$

Пример 24. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл /м. Определить напряженность E и потенциал φ электрического поля, создаваемого таким распределенным зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги. Длина l нити составляет одну треть длины окружности и равна 15 см.

Р е ш е н и е. Выберем оси координат так, чтобы начало координат совпадало с центром кривизны дуги, а ось Y была бы симметрично расположена относительно концов дуги. На нити выделим элемент длины dl. Заряд $dq = \tau dl$, находящийся на выделенном участке, можно считать точечным. Определим напряженность электрического поля в точке O:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке, напряженность которой вычисляется.

Выразим вектор $d\vec{E}$ через проекции dE_x и dE_y на оси координат, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ - единичные векторы направлений (орты).

Напряженность $d\vec{E}$ найдем интегрированием:

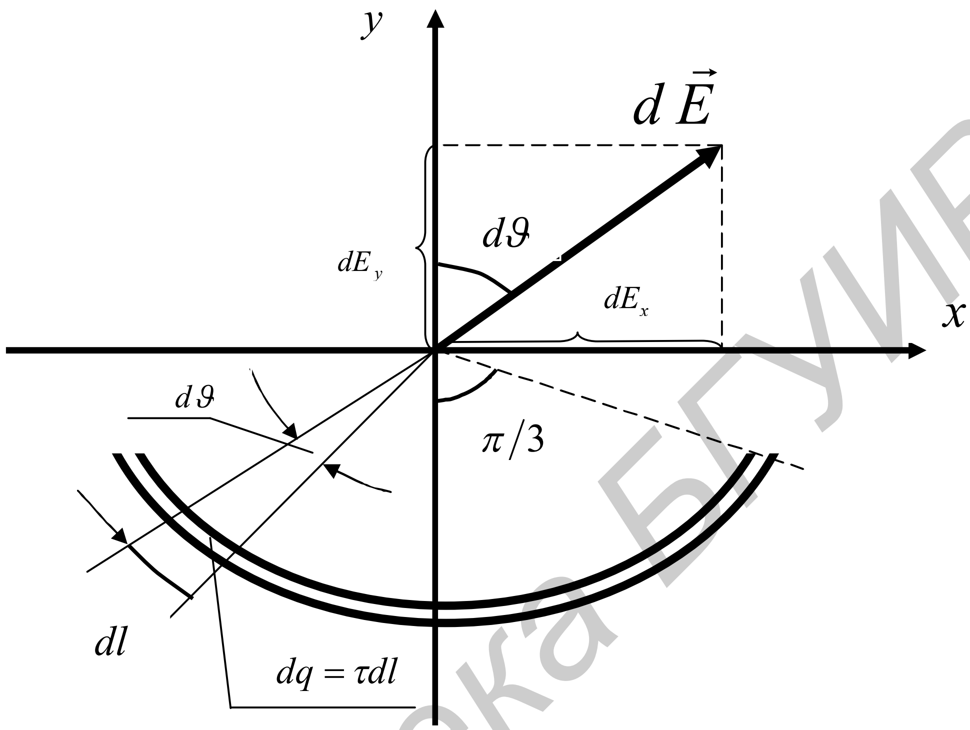

Рис.12

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i}\int_l dE_x + \vec{j}\int_l dE_y$$

Интегрирование ведется вдоль дуги длиной l. В силу симметрии этого найдем сначала напряженность dl поля, создаваемого зарядом dq

$$\int_l dE_x = 0, \quad \text{тогда} \quad \vec{E} = \vec{j}\int_l dE_y\,, \qquad (17)$$

где $dE_y = dE\cos\vartheta = \tau dl\cos\vartheta/4\pi\varepsilon_0 r$.

Так как $r = R = \text{const}$, $dl = Rd\vartheta$, то

$$dE_y = \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\cos\vartheta = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\vartheta d\vartheta\,.$$

$$d\vec{E} = \vec{i}dE_x + \vec{j}dE_y$$

Подставим выражение dE_y в (17) и, приняв во внимание симметричное расположение дуги относительно оси Y, пределы интегрирования возьмем от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим:

$$\vec{E} = \vec{j}\,\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon R}\int_0^{\pi/3}\cos\vartheta d\vartheta = \vec{j}\,\frac{\tau\sqrt{3}}{2\pi\varepsilon_0 R}.$$

Выразив радиус R через длину l нити $(3l = 2\pi R)$, получим:

$$\vec{E} = \vec{j}\,\frac{r}{6\varepsilon_0 l}\sqrt{3}. \qquad (18)$$

Из этой формулы видно, что напряженность поля по направлению совпадает с осью Y.

Найдем потенциал электрического поля в точке O. Сначала найдем потенциал $d\varphi$, создаваемый точечным зарядом dq в точке O:

$$d\varphi = \tau dl/4\pi\varepsilon_0 r.$$

Заменим r на R и проведем интегрирование:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Так как $l = 2\pi R/3$, то

$$\varphi = \tau/6\varepsilon_0. \qquad (19)$$

Произведем вычисления по формулам (18) и (19):

$$E = \frac{10^{-8}\cdot 1{,}73}{6\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}0{,}15}\ \text{В/м} = 2{,}18\ \text{кВ/м};$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{6\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\ \text{В} = 188\ \text{В}.$$

Пример 25. В пространство между обкладками плоского конденсатора параллельно им вносится диэлектрическая пластина, толщина которой составляет $\eta < 1$ расстояния между обкладками (рис. 13). Диэлектрическая проницаемость пластины изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении по линейному закону от ε_1 одной поверхности пластины до ε_2 другой. Емкость конденсатора без диэлектрика C. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U. Найти изменение энергии конденсатора.

Р е ш е н и е. Покажем, что емкость конденсатора с диэлектрической пластиной не зависит от расстояния x до одной из обкладок. Эквивалентная схема конденсатора с диэлектриком изображена на рис.13, где $C_1 = \varepsilon_0 S/x$; C_2 не зависит от x; $C_3 = \varepsilon_0 S/(d - x - \eta d)$; S-площадь пластин конденсатора; d - расстояние между ними; x - расстояние от диэлектрической пластины до одной из обкладок конденсатора.

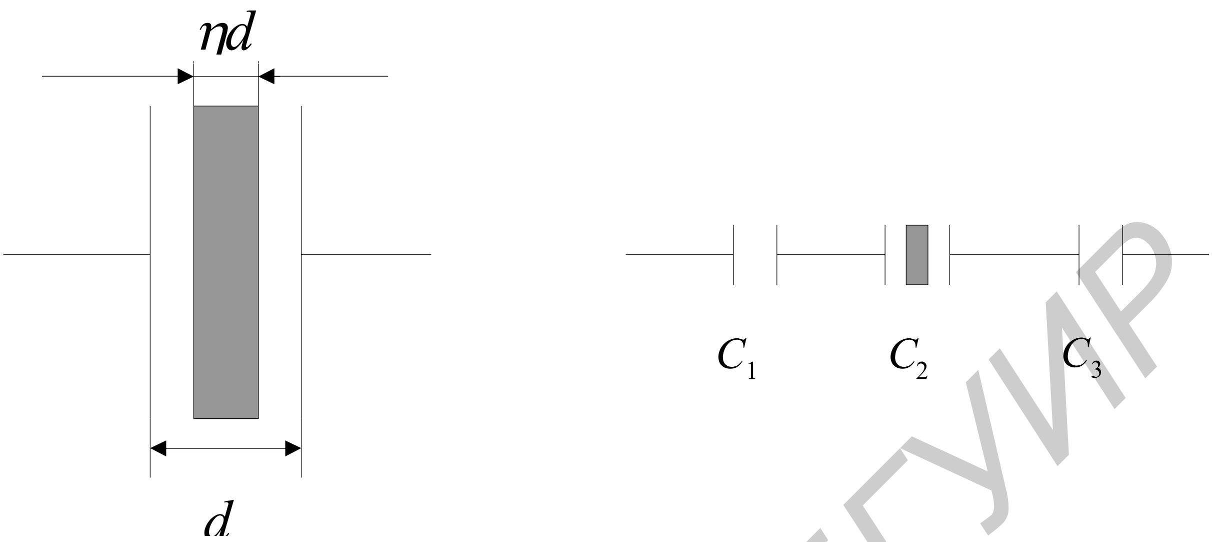

Рис.13

Емкость всей конденсаторной батареи

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{x}{\varepsilon_0 S} + \frac{d - x - \eta d}{\varepsilon_0 S} + \frac{1}{C_2} = \frac{d(1-\eta)}{\varepsilon_0 S} + \frac{1}{C_2}.$$

Следовательно, C' не зависит от x.

По условию задачи:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\eta d} x.$$

Разобьем мысленно пластину на dx, в пределах которых dx практически не изменяется. Тогда

$$\frac{1}{C_2} = \int_0^{\eta d} \frac{dx}{\varepsilon(x)\varepsilon_0 S} = \frac{1}{\varepsilon_0 S} \int_0^{\eta d} \frac{dx}{\varepsilon_0 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) x/\eta d} =$$

$$= \frac{\eta d}{\varepsilon_0 d(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \ln\left(\varepsilon l + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\eta d} x\right) \Big|_0^{\eta d} = \frac{\eta d}{\varepsilon_0 S(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Емкость конденсатора без диэлектрика $C = \varepsilon_0 S/d$, следовательно,

$$\frac{1}{C'} = \frac{1-\eta}{C} + \frac{\eta \ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)}{C(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)},$$

откуда $C' = C \dfrac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{(1-\eta)(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \eta \ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)}$. Изменение энергии конденсатора равно

$$\Delta W = W' - W = \frac{C'U^2}{2} - \frac{CU^2}{2} = \frac{U^2}{2}\left(C' - C\right) = \frac{CU^2}{2}\left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\eta \ln\left(\varepsilon_2/\varepsilon_1\right) + \left(1-\eta\right)\left(\varepsilon_2 - \varepsilon_1\right)} - 1\right).$$

Пример 26. Между обкладками заряженного конденсатора плотно вдвигается пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε. Найти отношение плотностей связанного заряда на поверхности диэлектрика для двух случаев:

1) конденсатор отключен от источника тока;
2) конденсатор подключен к источнику тока.

Р е ш е н и е. 1. Если конденсатор отключен от источника тока, заряд на его обкладках остается неизменным. Пусть U - напряжение на конденсаторе, d - расстояние между его пластинами. Тогда напряженность электрического поля между обкладками в отсутствие диэлектрика

$$E_0 = U/d = \sigma_1/\varepsilon_0 ;$$

поверхностная плотность зарядов на положительно заряженной пластине

$$\sigma_1 = E_0\varepsilon_0 = U\varepsilon_0/d .$$

Так как $\sigma_1 = \text{const}$, то после введения диэлектрика

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{U}{\varepsilon d}.$$

Плотность связанных зарядов $\sigma_1' = P_n$, следовательно, поверхностная плотность связанных зарядов:

$$\sigma_1' = æ\,\varepsilon_0 E_1 = \left(\varepsilon - 1\right)\varepsilon_0 \frac{U}{\varepsilon d}. \tag{20}$$

2. Если конденсатор подключен к источнику тока, то напряжение на нем остается постоянным. При наличии диэлектрика напряженность электрического поля между обкладками конденсатора $E_2 = U/d$, а поверхностная плотность связанных зарядов

$$\sigma_2' = æ\,\varepsilon_0 E_2 = \left(\varepsilon - 1\right)\varepsilon_0 \frac{U}{d}. \tag{21}$$

Из выражений (20) и (21) следует: $\sigma_1'/\sigma_2' = 1/\varepsilon$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА N1

Таблица вариантов задач

141.1 Вариант	НОМЕРА ЗАДАЧ									
1	101	111	121	131	141	151	161	171	181	191
2	102	112	122	132	142	152	162	172	182	192
3	103	113	123	133	143	153	163	173	183	193
4	104	114	124	134	144	154	164	174	184	194
5	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195
6	106	116	126	136	146	156	166	176	186	196
7	107	117	127	137	147	157	167	177	187	197
8	108	118	128	138	148	158	168	178	188	198
9	109	119	129	139	149	159	169	179	189	199
0	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

101. Уравнение движения частицы $x=4+2t-0{,}5t^3$ м. Найти координату, скорость и ускорение при $t = 4$ с.

102. Точка движется по прямой согласно уравнению $x=3+6t-0{,}1t^3$ м. Найти зависимости скорости и ускорения от времени, расстояние, пройденное точкой от 2 до 6с.

103. Тело движется в плоскости XY при $x=5+7t-2t^2$ и $y = 2 - t + 0{,}4t^2$. Найти зависимости скорости и ускорения от времени и вычислить скорость и ускорение для $t=5$ с.

104. Уравнение движения точки $x = 6 + 0{,}8t - 0{,}2t^2$. Найти момент времени, в который скорость точки равна нулю. Чему равны координата x и ускорение в этот момент?

105. Частица вращается по окружности $R = 2$ м, и уравнение движения $\varphi = 5t + + 0{,}2t^3$. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорение в момент $t = 4$ с.

106. Точка движется по прямой с ускорением $a = 0{,}5V$. Найти зависимость скорости от времени, определить скорость через 4 с после начала движения, $V_0 = 2$ м/с.

107. Частица движется вдоль оси X, и скорость равна $V=8/x$ при $t = 0$, $x = 0$. Найти зависимости скорости и ускорения от времени, вычислить их при $t = 4$ с.

108. Тело движется с ускорением $a = 8t^2$. Найти уравнение для скорости и координаты. Вычислить ускорение при $V=9$ м/с.

109. Тело движется вдоль прямой, замедляясь при $a=5-3t$. Найти уравнение пути и скорости от времени и вычислить путь за первые 5с.

110. Уравнение скорости точки имеет вид $V = 3 + 2t^2$ (м/с). Найти зависимость пути от времени и вычислить путь за первые 3 с.

111. На частицу массой 100 г действует сила, зависящая от времени по закону $F = 0{,}2t$. Найти уравнение движения и путь за первые 2 с.

112. Тепловоз массой 50 т движется так, что его скорость изменяется по закону $V = \sqrt{S}$. S - пройденный путь в метрах. Найти модуль равнодействующей всех сил, действующих на тепловоз.

113. Катер массой m движется со скоростью V_0. В момент $t = 0$ выключили мотор. Сила сопротивления $F = -rV$. Найти уравнения движения и скорости катера, время, когда скорость катера уменьшится вдвое.

114. Частица массой m при $t = 0$ начинает двигаться под действием силы $F = F_0\cos\omega t$, где F_0 и ω - постоянные. Найти уравнение для скорости, максимальную скорость, время движения до первой остановки.

115. Шарик массой 1 кг движется по окружности радиусом 2 м по закону $S = (3t^2+t)$ м. Найти силу, действующую на шарик через 1,5 с после начала движения.

116. Кубик массой 0,2 кг движется из начала координат прямолинейно вдоль оси OX под действием силы $F = 0{,}6t$. Найти координату через 3 с после начала движения, если при $t = 0$ скорость была 1 м/с.

117. Тело массой 200 г начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = (\vec{i}\,2t^2 + \vec{j}\,3t)$ Н. Найти работу этой силы за 2 с с начала движения.

118. Тело массой 10 кг двигается прямолинейно, и $x = 2t + 3t^2 - 0{,}1t^3$. Найти мощность, развиваемую при движении, когда $t_1=2$ с, $t_2=5$ с.

119. Тело массой m начинает двигаться вдоль оси OX со скоростью $V = 4\sqrt{x}$, где x - перемещение. Найти выражение для работы и вычислить работу при m = =20 кг за 3 с движения.

120. Парусник массой 3 т двигается прямолинейно под действием постоянной силы ветра, а пройденный путь равен $S = (5+3t+t^2)$ м. Найти работу силы ветра за время от 3 до 5 с.

121. Найти момент инерции обруча массой m и радиусом R относительно оси, проходящей через диаметр обруча.

122. Найти момент инерции полого цилиндра радиусами R_1 и R_2 и массой m относительно оси симметрии цилиндра.

123. Найти момент инерции конуса массой m и радиусом основания R относительно оси симметрии конуса.

124. Нить с грузами на концах 0,3 и 0,5 кг перекинута через блок диаметром 10 см, который вращается с угловым ускорением 4 рад·с$^{-4}$. Найти момент инерции блока, натяжения нити.

125. По ободу маховика массой 10 кг и радиусом 40 см намотана нить, к концу которой подвешен груз массой 1 кг. Найти угловое ускорение вращения маховика и натяжения нити.

126. Цилиндр массой 2 кг и радиусом 10 см вращается вокруг оси, проходящей через его образующую. Найти величину момента сил, чтобы за 20 с угловая скорость его стала 10 рад/с.

127. Вал массой 80 кг и радиусом 5 см вращается с частотой 9 рад/с. В момент времени $t = 0$ к валу прижали тормозную колодку с силой 120 Н при коэффициенте трения 0,314. Найти время остановки.

128. Стержень с моментом инерции $I = 0{,}05$ кг·м^2 вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\varphi = 2t + 0{,}2t^3$. Найти момент силы, действующей на стержень через 2 с после начала движения.

129. Диск массой 10 кг и радиусом 20 см вращается относительно оси симметрии под действием момента сил $M=1{,}8t^2$. Найти угловую скорость колеса через 3 с после начала движения.

130. Колесо диаметром 40 см и массой 6 кг, равномерно распределенной по ободу, вращается с частотой 24 с$^{-1}$. Какой момент силы надо приложить к колесу, чтобы его остановить за 12 с.

131. На вращающейся скамье Жуковского ($\omega = 8$ рад/с) стоит человек со стержнем длиной 2 м, массой 10 кг. Найти угловую скорость и произведенную работу, если стержень, стоящий вертикально по оси скамьи, повернуть горизонтально, симметрично оси. Суммарный момент инерции скамьи и человека равен 4 кг·м^2.

132. На краю платформы в виде диска массой M и радиусом 0,4 м стоит человек массой 70 кг, частота вращения платформы 8 мин$^{-1}$. При переходе человека в центр платформы частота вращения стала 10 мин$^{-1}$. Найти массу платформы и работу внешних сил. Момент инерции человека определять как для материальной точки.

133. На скамье Жуковского ($I = 50$ кг·м^2) стоит человек и держит в руках колесо, момент инерции которого 0,25 кг·м^2 и скорость вращения 25 рад/с. Ось колеса совпадает с осью скамьи. Найти угловую скорость вращения скамьи и работу внешних сил, если колесо расположить горизонтально.

134. Шарик массой 100 г привязан к нити длиной 1 м и вращается с частотой 120 об/мин в горизонтальной плоскости. С какой частотой будет вращаться шарик, если нить укоротить наполовину. Какую работу совершает внешняя сила, укорачивая нить?

135. Круглая горизонтальная платформа массой 200 кг и радиусом 80 см вращается с частотой 12 об/мин. На краю ее стоит человек, а когда он переходит в центр, скорость платформы увеличивается вдвое. Найти массу человека и работу внешних сил.

136. Платформа в виде диска диаметром 3 м и массой 200 кг может вращаться вокруг вертикальной оси. Человек массой 60 кг идет со скоростью 0,4 м/с по краю платформы. Какова будет угловая скорость вращения платформы?

137. Пуля массой 10 г летит со скоростью 400 м/с и застревает в горизонтальном стержне длиной 1 м, массой 2 кг, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через середину. Найти угловую скорость стержня после попадания пули.

138. По краю карусели в виде диска массой 500 кг идет человек массой 80 кг. На какой угол повернется платформа, если человек, идя по краю платформы, вернется в исходную точку?

139. Стержень массой 1 кг, длиной 1 м может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Пуля массой 8 г со скоростью 400 м/с ударяется в нижний конец и застревает в нем. Найти угол отклонения стержня.

140. По горизонтальной плоскости катится шар с начальной скоростью 10 м/с; пройдя путь 20 м, он остановился. Найти коэффициент сопротивления и кинетическую энергию в середине пути.

141. Определить период колебаний стержня длиной 20 см около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

142. Тонкий обруч, подвешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стенку, колеблется в плоскости, параллельной стенке. Радиус обруча равен 20 см. Найти период колебаний обруча.

143. Диск радиусом 20 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину и период колебаний.

144. Тонкий стержень длиной 1 м свободно вращается вокруг горизонтальной оси, отстоящей на x=20 см от его середины. Определить период колебаний стержня. Построить график зависимости T(x).

145. На стержне длиной 40 см укреплены два одинаковых грузика: один в середине стержня, другой на одном из его концов. Определить период колебаний стержня относительно горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Масса стержня M, а грузиков - m.

146. Стержень длиной 60 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через его конец. Во сколько раз изменится период колебаний, если точку подвеса сдвинуть на 10 см от конца стержня?

147. Шар массой M и радиусом R подвешен на стержне длиной l и массой m в точке, лежащей на поверхности шара. Определить период колебания системы.

148. Физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной 120 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на некоторое расстояние L от центра масс стержня. При каком значении L период T колебаний имеет наименьшее значение?

149. Тело массой 5 кг, закрепленное на горизонтальной оси, совершало колебания с периодом T = 0,8 с. Когда на эту ось был насажен диск так, что его ось совпала с осью колебаний тела, период колебаний стал равным 1,2 с. Радиус диска равен 24 см, масса его равна массе тела. Найти момент инерции тела относительно оси колебаний.

150. Определить период T гармонических колебаний диска радиусом 40 см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

151. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую молекулы этого газа при температуре T = 300 K, если количество вещества ν этого газа равно 0,5 моль.

152. Определить суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью V = 3 л под давлением p = 540 кПа.

153. Количество вещества гелия ν = 1,5 моль, температура T = 120 K. Определить суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул этого газа.

154. Молярная внутренняя энергия U_m некоторого двухатомного газа равна 6,02 кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

155. Определить среднюю кинетическую энергию одной молекулы водяного пара при температуре Т = 500 К.

156. Определить среднюю квадратичную скорость молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью V=2 л под давлением p=200 кПа. Масса газа m=0,3 г.

157. Водород находится при температуре Т = 300 К. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул этого газа; количество водорода ν = 0,5 моль.

158. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа равна $4{,}14\cdot10^{-21}$ Дж?

159. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки равна $6\cdot10^{-10}$ г. Газ находится при температуре Т = 400 К. Определить средние квадратичные скорости, а также средние кинетические энергии поступательного движения молекул азота и пылинки.

160. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного и вращательного движения молекулы азота при температуре Т = 1 кК. Определить также полную кинетическую энергию молекулы при тех же условиях.

161. Определить количество теплоты Q, которое надо сообщить кислороду объемом V = 50 л при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на Δp = 0,5 МПа.

162. При изотермическом расширении азота при температуре Т=280 К объем его увеличился в 2 раза. Определить: 1) совершенную при расширении газа работу А; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q, полученное газом. Масса азота m=0,2 кг.

163. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от p_1=50 кПа до p_2=0,5 МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление p_3 газа в конце процесса.

164. Кислород массой m = 200 г занимает объем V_1 = 100 л и находится под давлением p_1 = 200 кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема V_2 = 300 л, а затем его давление возросло до p_3 = 500 кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную работу А и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

165. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре Т = 300 К увеличился в n = 3 раза. Определить работу, совершенную газом, и теплоту Q, полученную при этом. Масса m водорода равна 200 г.

166. Азот массой m = 0,1 кг был изобарно нагрет от температуры T_1=200 К до температуры T_2=400 К. Определить работу, совершенную газом, полученную им теплоту и изменение внутренней энергии азота.

167. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества ν = 0,4 моль при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты Q = 800 Дж? Температура водорода Т = 300 К.

168. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой m = 5 г, взятого при температуре Т = 290 К, если объем газа увеличивается в 3 раза?

169. Какая доля ω_1 количества теплоты, подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение внутренней энергии газа и какая доля ω_2 – на работу расширения? Рассмотреть три случая: если газ 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

170. Определить работу, которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты Q = 21 кДж. Найти также изменение внутренней энергии газа.

171. Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах теплоприемника T_2 = 290 К и теплоотдатчика T_1 = 400 К. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла, если температура теплоотдатчика возрастет до T'_1 = 600 К?

172. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 теплоотдатчика в 4 раза (n = 4) больше температуры теплоприемника. Какую долю ω количества теплоты, полученного за один цикл от теплоотдатчика, газ отдаст теплоприемнику?

173. Определить работу изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого η = 0,4, если работа изотермического расширения А = 8 Дж.

174. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику теплоту Q_2= 14 кДж. Определить температуру T_1 теплоотдатчика, если при температуре теплоприемника T_2 = 280 К работа цикла А = 6 кДж.

175. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от теплоотдатчика теплоту Q_1 = 4,38 кДж и совершил работу А = 2,4 кДж. Определить температуру теплоотдатчика, если температура теплоприемника T_2 = 273 К.

176. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику 67% теплоты, полученной от теплоотдатчика. Определить температуру T_2 теплоприемника, если температура теплоотдатчика T_1 = 430 К.

177. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от T_1=380 К до T'_1 = 560 К? Температура теплоприемника T_2 = 280 К.

178. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика T_1 = 500 К, температура теплоприемника T_2=250 К. Определить термический КПД η цикла, а также работу рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа А = 70 Дж.

179. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту Q_1=84 кДж. Определить работу газа, если температура T_1 теплоотдатчика в 3 раза выше температуры T_2 теплоприемника.

180. В цикле Карно газ получил от теплоотдатчика теплоту Q_1= 500 Дж и совершил работу А = 100 Дж. Температура теплоотдатчика T_1=400 К. Определить температуру T_2 теплоприемника.

181. На тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом $R = 10$ см, равномерно распределен заряд $q = 20$ нКл. Определить напряженность поля E, создаваемого этим зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги, если длина нити равна четверти длины окружности.

182. Определить напряженность E поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню с линейной плотностью заряда $\tau = 200$ нКл/м, в точке, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего конца. Длина стержня $l = 20$ см.

183. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного с линейной плотностью заряда $\tau = 15$ нКл/м, на расстоянии $a = 40$ см от конца стержня находится точечный заряд $q = 10$ мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и заряда q.

184. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд $q = 20$ нКл. Какова напряженность E поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии $a = 20$ см от центра кольца?

185. Два длинных, тонких равномерно заряженных ($\tau = 1$ мкКл/м) стержня, расположены перпендикулярно друг другу так, что точка пересечения их осей находится на расстояниях $A = 10$ см и $B = 15$ см от ближайших концов стержней. Найти силу F, действующую на заряд $q = 10$ нКл, помещенный в точке пересечения осей стержней.

186. Определить напряженность поля E, создаваемого тонким длинным стержнем, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда $\tau = 20$ мкКл, в точке, находящейся на расстоянии $a = 2$ см от стержня, вблизи его середины.

187. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром $d = 20$ см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 4$ мкКл/м. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на $a = 15$ см.

188. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10$ см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 800$ нКл/м. Определить потенциал φ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии $h = 10$ см от его центра.

189. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой $\tau = 20$ пКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстояния $r_1 = 8$ см и $r_2 = 12$ см.

190. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком, и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Энергия конденсатора равна $W = 20$ мкДж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора, совершив работу $A = 70$ мкДж. Найти диэлектри-ческую проницаемость ε диэлектрика.

191. На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми $d = 3$ см, подана разность потенциалов $U = 1$кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком $(\varepsilon = 7)$. Найти поверхностную плотность связанных зарядов. Задачу решить, если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника напряжения;

б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

192. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая восприимчивость которого æ $= 0{,}08$. Расстояние между пластинами $d = 5$мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U = 4$ кВ. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св.}$ на диэлектрике и поверхностную плотность заряда σ на пластинах конденсатора.

193.Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Расстояние между пластинами $d = 4$мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U = 1{,}2$кВ. Найти: а) поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св.}$ на стекле; б) диэлектрическую восприимчивость стекла.

194. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено маслом. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Какую разность потенциалов U надо подать на пластины конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на масле была равна $\sigma_{св.} = 6{,}2$ мкКл/м?

195. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Площадь пластин конденсатора $S = 0{,}01$ м. Пластины конденсатора притягиваются друг к другу с силой $F = 4{,}9$ мН. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св.}$ на стекле.

196. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами $d = 2$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U_1 = 0{,}6$ кВ. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах конденсатора возрастет до $U_2 = 1{,}8$ кВ. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св.}$ на диэлектрике и диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

197. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом $V = 20$ см заполнено диэлектриком $\varepsilon = 5$. Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma_{св.} = 8{,}35$ мкКл/м. Какую работу надо совершить против сил электрического поля, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора? Задачу решить, если удаление диэлектрика производится: а) до отключения источника напряжения; б) после отключения источника напряжения.

198. Между обкладками заряженного конденсатора плотно вдвигается пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$. Найти отношение плотностей связанного заряда на поверхности диэлектрика для двух случаев: а) конденсатор отключен от источника тока; б) конденсатор подключен к источнику тока.

199. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями толщиной $d_1 = 2$ мм и $d_2 = 4$ мм и с проницаемостями $\varepsilon_1 = 2$ и $\varepsilon_2 = 4$. Площадь каждой обкладки равна $S = 16$ мм. Найти:) емкость конденсатора; б) плотность σ' связанных зарядов на границе раздела диэлектрических слоев, если напряжение на конденсаторе равно $U = 500$ В, а электрическое поле направлено от первого слоя ко второму.

200. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая восприимчивость которого $æ = 0{,}08$.

Расстояние между пластинами $d = 5$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U = 4$ кВ. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св.}$ на диэлектрике и поверхностную плотность заряда σ на пластинах конденсатора.

Приложение

Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	6,67 10^{-11} м^3/(кг · с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	6,02 10^{23} моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль К)
Стандартный объем *	V_m	22,4 10^{-3} м^3/моль
Постоянная Больцмана	k	1,38 10^{-23} Дж/К
Элементарный заряд	e	1,60 10^{-19} Кл
Скорость света в вакууме	c	3 10^8 м/с
Молярная масса водорода	$\mu(H_2)$	2 10^{-3} кг/моль
Молярная масса гелия	$\mu(He)$	4 10^{-3} кг/моль
Молярная масса неона	$\mu(Ne)$	20 10^{-3} кг/моль
Молярная масса воздуха	μ	29 10^{-3} кг/моль
Масса электрона	m_e	9,1 10^{-31} кг
Электрическая постоянная	ε_0	8,85.10^{-12} Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	4π 10^{-7} Гн/м

* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

Св. план 2003, поз. 50

Учебное издание

Аксенов Валерий Васильевич

Лебедева Наталья Михайловна

Морозов Владимир Алексеевич

Пупкевич Павел Алексеевич

ФИЗИКА

Методическое пособие

для студентов экономических специальностей

заочной формы обучения

В 2-х частях

Часть 1

Редактор Т.Н. Крюкова
Корректор Е.Н. Батурчик

Подписано в печать 15.08.2002.		Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная.	Печать ризографическая.	Усл. печ. л. 3,6.
Уч-изд.л. 2,7.	Тираж 200 экз.	Заказ 338.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
Лицензия ЛП № 156 от 05.02.2001.
Лицензия ЛВ № 509 от 03.08.2001.
220013, Минск, П. Бровки, 6.