Пусть в пространстве R^3, заполненном однородной изотропной средой, имеется однородное ограниченное изотропное включение Ω_i со связной границей S. Положим $\Omega_e = R^3 \backslash \overline{\Omega}_i$. Предположим, что в области Ω_e имеются источники звука. Звуковые волны распространяются в пространстве и, достигая включения, рассеиваются на нем. В результате, в области Ω_e возникают отраженные волны, а в Ω_i — проходящие волны.

Рассмотрим следующую задачу: изменяя источники звука в Ω_e минимизировать отклонение поля давлений в Ω_i (либо на некотором подмножестве $Q \subset \Omega_i$) от некоторого требуемого.

В [2] был предложен и реализован на ЭВМ алгоритм численного решения задачи для случая, когда ограничения на управление отсутствуют. Там же доказана корректность задачи и сходимость разработанного алгоритма. В настоящей работе рассматривается случай, когда мощность источников, с помощью которых мы можем управлять акустическим полем, ограничена. Проведены тестовые расчеты и численные эксперименты.

[1] Н. Е. Ершов, Л. В. Илларионова, С. И. Смагин. Численное решение трехмерной стационарной задачи дифракции акустических волн // Вычислительные технологии, **15**:1 (2010), 60–76.

[2] Л. В. Илларионова. Численное решение задачи оптимального управления стационарными акустическими полями // Вестник ТОГУ, **23**:4 (2011), 75–84.

ОЦЕНКИ КОЛИЧЕСТВА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ В КОРОТКИХ ИНТЕРВАЛАХ

М. В. Ламчановская (Институт информационных технологий БГУИР, Минск, Беларусь), ***И. А. Корлюкова*** (Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь), ***Н. В. Шамукова*** (Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, Минск)

Зафиксируем натуральное число $n \geqslant 1$, достаточно большое число $Q \in \mathrm{N}$ и конечный интервал $I \subset [0;1)$ длины $\mu I = Q^{-\gamma}$, $0 \leqslant \gamma \leqslant 1$. Обозначим через $\mathrm{M_I}(n, Q)$ множество действительных алгебраических чисел α степени n, высоты $H(\alpha) \leqslant Q$, лежащих в интервале I.

Задача состоит в получении асимптотических при $Q \to \infty$ оценок для количества $\#\mathrm{M}_\mathrm{I}(n,Q)$ алгебраических точек. В работе [1] доказано, что существуют величины $c_1(n)$, $c_2(n)$, $c_3(n)$ и интервалы I длины $c_1(n)Q^{-1}$ такие, что $\#\mathrm{M}_\mathrm{I}(n,Q) = \varnothing$. Однако если величина $c_2(n)$ достаточно большая, то при $0 \leqslant \mu \leqslant 1$ имеем $\#\mathrm{M}_\mathrm{I}(n,Q) > c_3(n)Q^{n+1}\mu I$.

Теорема. *Для любого $\varepsilon > 0$ и интервала длины $Q^{-\gamma}$, $0 \leqslant \gamma < 1$ можно найти величины $c_3(n)$, $c_4(n)$, при которых справедливо неравенство*

$$c_3(n)Q^{n+1-\frac{\gamma}{2}}\mu I < \#M_I(n,Q) < c_4(n)Q^{n+1+\varepsilon}\mu I. \qquad (1)$$

Доказательство (1) основывается на эффективных теоремах метрической теории диофантовых приближений, начало которых было положено в работах [2], [3].

При $\gamma > 1$ можно также получить оценки вида (1), однако при этом хуже становится зависимость от γ и на интервал I надо наложить дополнительные условия, потребовав отсутствие на I действительных алгебраических чисел малой степени и высоты. Результаты могут быть обобщены с интервала I на круги K в комплексной плоскости радиуса $r = Q^{-\gamma_1}$, $0 \leqslant \gamma_1 < 1$ [4].

[1] В.И. Берник, Ф. Гетце. Распределение действительных алгебраических чисел произвольной степени в коротких интервалах // Изв. РАН, **79**:1 (2015), 21–42.

[2] В.И. Берник. Применение размерности Хаусдорфа в теории диофантовых приближений // Acta Arithmetica, **42** (1983), 219–253.

[3] V.V. Beresnevich. On approximation of real numbers by real algebraic numbers // Acta Arithmetica, **90**:2 (1999), 97–112.

[4] М.В. Ламчановская, Н.И. Калоша. О распределении комплексных алгебраических чисел в кругах малого радиуса на комплексной плоскости // Труды Ин-та математики НАН Беларуси, **23** (2015), 84–97.