

ОЦЕНКА РЕГРЕССИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИМИ РАСХОДАМИ ДОМОХОЗЯЙСТВ НА ПИТАНИЕ, РАСПОЛАГАЕМЫМ ЛИЧНЫМ ДОХОДОМ И С ЦЕНОВЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ НА СПРОС

¹Научно-исследовательское учреждение «Институт прикладных физических проблем имени А.Н. Севченко» Белорусского государственного университета. shabinskaya@rambler.ru

²Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. Минск, Республика Беларусь.

Рассматривается возможность эффективного применения множественного регрессионного анализа для описания и исследования некоторых процессов в экономике, зависящих от нескольких, в том числе коррелированных факторов. С помощью этого метода решается важная проблема разграничения эффектов различных независимых или частично зависимых переменных. Вычисляются и интерпретируются коэффициенты множественной регрессии для модели расходов на питание с двумя независимыми переменными: расход как функция дохода и цены.

Введение

С помощью регрессионного анализа получают оценки зависимости многих процессов в экономике, которые описываются не только линейными, но и нелинейными соотношениями, например нелинейными функциями спроса и производственными функциями. Построение экономической модели включает спецификацию составляющих её соотношений, выбор переменных, входящих в каждое соотношение и соответствующих этим соотношениям математических функций.

Рассматривается зависимость общей величины расходов на продукты питания от располагаемого личного дохода домохозяйств с учётом влияния изменений относительной цены этих расходов, которую можно выразить следующим образом:

$$y = \alpha + \beta_1 x + \beta_2 p, \quad (1)$$

где y – общая величина расходов на питание; x – располагаемый доход домохозяйств за вычетом личных сбережений (равен потребительским расходам); p – индекс относительной цены, вычисленный путём деления неявного дефлятора цен продуктов питания на неявный дефлятор общих расходов и умноженный на 100. Статистические данные по экономике региона для независимых переменных (x_i и p_i) и зависимой переменной y_i во временном интервале за 2015–2016 г.г. (номер месяца $i = 1, 24$) [1]:

$$\text{средние значения: } \bar{x} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} x_i = 939,19; \quad \bar{p} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} p_i = 101,13; \quad \bar{y} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} y_i = 391,0;$$

$$\text{выборочные дисперсии: } \text{Var}(x) = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} (x_i - \bar{x})^2 = 4044,687; \quad \text{Var}(p) = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} (p_i - \bar{p})^2 = 6,604;$$

$$\text{Var}(y) = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} (y_i - \bar{y})^2 = 530,377.$$

Диаграмма среднемесячных потребительских расходов домохозяйств в регионе за период 2015–2016 г.г. приведена на рисунке 1.

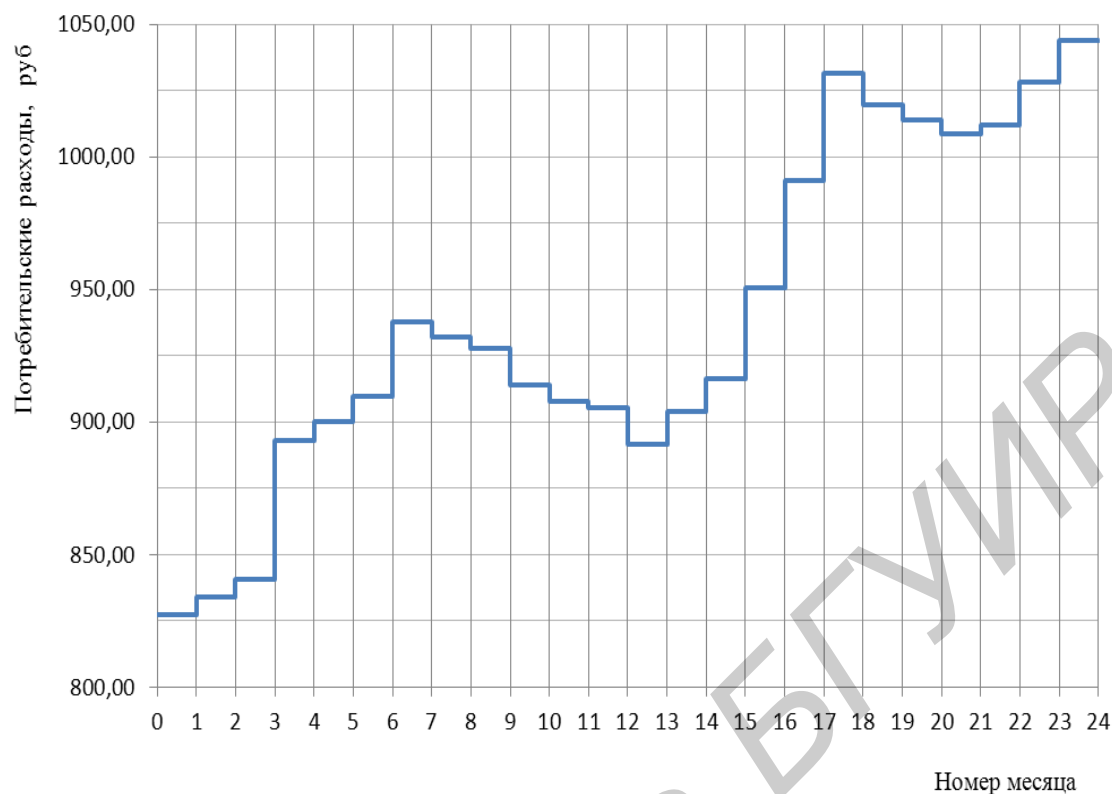


Рисунок 1 – Среднемесячные потребительские расходы домохозяйств в регионе за период 2015–2016 г.г.

Регрессионная модель расходов домохозяйств на питание с двумя независимыми переменными: расход как функция дохода и цены

В модели (1) допущено упрощение в том плане, что расходы домохозяйств на питание не влияют на доходы и цену [2], для этой модели наблюдаемых (статистических) данных рассмотрим следующее уравнение парной регрессионной зависимости [3]:

$$\hat{y} = a + b_1 x + b_2 p \quad (2)$$

где величины a , b_1 и b_2 являются, соответственно, оценками коэффициентов исходного уравнения (1): α , β_1 и β_2 [4].

Автокорреляционные зависимости между всеми переменными в уравнении (1):

$$\text{Cov}(x, y) = \overline{x_i y_i} - \bar{x} \bar{y} = 1357,08; \quad \text{Cov}(p, y) = \overline{p_i y_i} - \bar{p} \bar{y} = -9,29; \quad \text{Cov}(x, p) = \overline{x_i p_i} - \bar{x} \bar{p} = -84,394.$$

С использованием статистических данных получено следующее уравнение регрессии.

$$\hat{y} = -398,365 + 0,4175 x + 3,9284 p \quad (3)$$

(с.о.) (0,0022) (0,01549)

Величины a , b_1 и b_2 уравнения вычислялись по следующим формулам [4]:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x} - b_2 \bar{p} = -398,365 \quad (4)$$

$$b_1 = \frac{\text{Cov}(x, y) \text{Var}(p) - \text{Cov}(p, y) \text{Cov}(x, p)}{\text{Var}(x) \text{Var}(p) - (\text{Cov}(x, p))^2} = 0,4175, \quad (5)$$

$$b_2 = \frac{\text{Cov}(p, y) \text{Var}(x) - \text{Cov}(x, y) \text{Cov}(x, p)}{\text{Var}(p) \text{Var}(x) - (\text{Cov}(x, p))^2} = 3,9284. \quad (6)$$

**Оценка стандартных ошибок коэффициентов регрессии.
Коэффициент детерминации R^2 , t – тесты и доверительные интервалы**

Стандартные ошибки (с.о.) коэффициентов регрессии b_1 и b_2 оценивались по формулам:

$$\text{с.о.}(b_1) = \sqrt{\frac{\text{Var}(e)}{(n-3)\text{Var}(x)} \times \frac{1}{1-r_{xp}^2}} = 0,0022, \quad (7)$$

$$\text{с.о.}(b_2) = \sqrt{\frac{\text{Var}(e)}{(n-3)\text{Var}(p)} \times \frac{1}{1-r_{xp}^2}} = 0,0549. \quad (8)$$

Коэффициент детерминации R^2 оценивающий долю дисперсии зависимой переменной y , обусловленную регрессией, определяется следующим образом

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Var}(e)}{\text{Var}(y)} = 0,9994. \quad (9)$$

В связи с тем, что коэффициент R^2 близок к единице, можно сделать заключение о достаточно точном соответствии линии регрессии статистическим данным.

Критический уровень t -тестов для коэффициентов множественной регрессии при любом уровне значимости зависит от числа степеней свободы $(n-k-1)$. В нашем случае при числе степеней свободы 22 и уровне значимости 5% критическое значение $t_{\text{крит}}=2,074$ [5]. Таким образом, гипотетические значения β_1 и β_2 будут совместимыми с результатом оценивания регрессии, т.е. когда величины β_1 и β_2 удовлетворяют следующим двойным неравенствам:

$$\begin{aligned} b_1 - \text{с.о.}(b_1) \times t_{\text{крит}} < \beta_1 < b_1 + \text{с.о.}(b_1) \times t_{\text{крит}}, \\ b_2 - \text{с.о.}(b_2) \times t_{\text{крит}} < \beta_2 < b_2 + \text{с.о.}(b_2) \times t_{\text{крит}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя полученные в результате регрессионного анализа значения в неравенства (10), получаем

$$\begin{aligned} 0,413 < \beta_1 < 0,422, \\ 3,815 < \beta_2 < 4,042. \end{aligned} \quad (11)$$

Любые гипотетические значения β_1 и β_2 , которые удовлетворяют соотношениям (11), будут автоматически совместимыми с оценками b_1 и b_2 , иными словами, не будут ими опровергаться [5]. В неравенствах (11) обозначены границы доверительных интервалов для величин β_1 и β_2 . Относительно небольшой доверительный интервал для коэффициента β_1 обусловлен значительной дисперсией потребительских расходов домохозяйств $\text{Var}(x) = 4044,687$ при среднем значении $\bar{x} = 939,19$.

Заключение

Результаты рассмотренной в работе задачи с функциями спроса, математическими выкладками и числовыми иллюстрациями имеют определённое значение не только для оценки эффективности функционирования системы управления и прогнозирования развитием экономики региона. Они демонстрируют также возможным образом оценивать позитивное воздействие относительно несложных для понимания теоретических положений эко-

нометрики на принципиальную возможность приобретения познаний и навыков, необходимых для решения практических задач специалистами соответствующего профиля.

Список литературы

1. Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://belstat.gov.by/>. – Дата доступа: 01.03.2017.
2. Бильчинская, С.Г. Регрессионный двухкомпонентный анализ инфляционной составляющей в системных показателях экономической деятельности регионов / С.Г. Бильчинская, И.Н. Сюльжин, Ю.А. Чернявский, Е.В. Шабинская // Вестник КамчатГТУ. – 2016. – № 38. – С. 90–99.
3. Сюльжин, И.Н. Анализ взаимосвязей между компонентами СППР / И.Н. Сюльжин // Материалы третьей Международной научно-практической конференции «Прикладные проблемы оптики, информатики, радиофизики и физики конденсированного состояния» (НИУ «Институт прикладных физических проблем имени А.Н.Севченко» БГУ, Минск, Беларусь, 28-29 апреля 2015). – Минск, 2015. – С. 197–199.
4. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти. – Пер. с англ. — М: ИНФРА-М, 1999. – XIV, 402 с.
5. Harvey A. The Econometric Analysis of Time Series. / A. Harvey. – Oxford: Philip . Allan, 1981. – XVII, 410 с.