РЕОПТИМИЗАЦИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Тиханович Т.В., Хаджинова Н.В.
Кафедра информационных технологий автоматизированных систем
Научный руководитель: Ревотюк М.П., к.т.н., доцент
e-mail: rmp@bsuir.by

***Аннотация* —Рассмотрена задача быстрого решения последовательности классических транспортных задач с ограничениями на пропускную способность коммуникаций. В случае незначительного изменения исходных данных наследование результатов решения предшествующих задач позволяет существенно снизить время получения очередного решения. Предложен рекуррентный алгоритм реоптимизации, базирующийся на методе потенциалов.**

Ключевые слова: транспортная задача,метод потенциалов,реоптимизация

Решение реальных задач транспортного типа часто связано с необходимостью пересмотра результата оптимизации для нового варианта исходных данных классических транспортных задач Хичкока [1]:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\left|\begin{array}{l}\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=b_j,\ j=\overline{1,n};\\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i,\ i=\overline{1,m};\sum_{i=1}^{m}a_i=\sum_{j=1}^{n}b_j\end{array}\right.\right\}\quad(1)$$

Оценки вычислительной сложности их решения полиномиальны и зависят от реализации.Например, лучшие из них имеют вид от $O(n^2 m\log n+n^2\log^2 n)$ до $O(nm^2\log^2 n)$ [1,2]. Отсюда следует, что для независимых транспортных задач проблему выбора метода решения можно считать исчерпанной. Однако для последовательно порождаемых подзадач в задачах комбинаторного типа или в случае интерактивной работы над транспортными проблемами, когда требуется оперативность формирования оценки решения, практический интерес представляет дальнейшее снижение даже полиномиальной вычислительной сложности.

Предмет рассмотрения – алгоритм реоптимизации решения задачи (1) , когда учитывается информация об оптимальном решении в предшествующей задаче. Предлагается построить такой алгоритм путем модификации алгоритма метода потенциалов [2], сокращаяпуть до цели в пространстве состояний рекуррентного процесса поиска оптимума в задаче (1).

Метод потенциалов основан на переходе от задачи (1) к двойственной задаче

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{m}a_i u_i+\sum_{j=1}^{n}b_j v_j\left|\begin{array}{l}c_{ij}-u_i-v_j\ge 0,\\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\end{array}\right.\right\}.\qquad(2)$$

Здесь потенциалы строк $(u_i,\ i=\overline{1,m})$ и столбцов $(v_j,\ j=\overline{1,n})$ соответствуют формальной записи [1] двойственной задачи для задачи (1), но для удобства реализации алгоритма будем использовать вариант записи с инверсией знака потенциалов строк.

Для элементов любого допустимого плана перевозок $P=\{(i,j)\,|\,(x_{ij}>0),\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\}$ на всех этапах процедуры метода потенциалов должны выполняться необходимые условия оптимальности

$$P^k=\left\{\begin{array}{l}(i,j)\,|\,(v_j^k-u_i^k=c_{ij})\wedge(x_{ij}^k>0),\\ i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,n}\end{array}\right\},$$

$$\left|P^k\right|=m+n-1.\qquad(3)$$

Здесь и далее верхний индекс соответствует номеру этапа поиска решения, когда изменяются потенциалы строк и столбцов, а также элементы матрицы корреспонденций.

Для элементов с нулевыми корреспонденциями, не входящими в план перевозок, должно выполняться достаточное условие оптимальности

$$\overline{P^k}=\left\{\begin{array}{l}(i,j)\,|\,(v_j^k-u_i^k\le c_{ij})\wedge(x_{ij}^k=0),\\ i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,n}\end{array}\right\},$$

$$\left|\overline{P^k}\right|=mn-m-n+1.\qquad(4)$$

Процесс поиска оптимального плана строится на решении системы $m+n-1$ уравнений относительно $m+n$ неизвестных потенциалов строк и столбцов

$$\left\{v_j^k-u_i^k=c_{ij},(i,j)\in P^k\right..\qquad(5)$$

Такая система может быть решена фиксацией одного из потенциалов, например, $v_l^k=0,\ l\in\overline{1,n}$ или $u_l^k=0,\ l\in\overline{1,m}$.

Сохраняя значения потенциалов от задачи к задаче, в [1] построена разностная схема алгоритма реоптимизации транспортных задач (1). Учитывая связь процесса коррекции плана со структурой системы (5), предлагается расширить такую схему на случай задач с ограничениями на пропускную способность, когда $x_{ij}\le d_{ij}, i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$ Для этого необходимо лишь уточнить правило пересчета плана перевозок, ограничивая значения корреспонденций $x_{ij}^k=\min(x_{ij}^{k-1},d_{ij}^k),\ (i,j)\in P^k$.

Таким образом, реоптимизация транспортных задач с ограничением на пропускную способность не требует полного пересчета, если наследовать значения потенциалов предыдущего расчета и продолжить анализ необходимых условий оптимальности.

[1] Ревотюк, М.П. Реоптимизация решения транспортных задач Хичкока методом потенциалов/М.П.Ревотюк, П.М.Батура, А.М.Полоневич. – Доклады Белорусского Государственного университета Информатики и Радиоэлектроники, № 7(53), 2010. – С. 89-96

[2] BrennerU. A faster polynomial algorithm for the unbalanced Hitchcock transportation problem//Operations Research Letters, vol. 36(4), 2008. – pp. 408-413.