М.П. Ревотюк(к.т.н.,доцент)**, Т.В.Тиханович**(аспирант), **Н.В. Хаджинова**(аспирант)
(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники)

РЕШЕНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ СИСТЕМАМИ АГЕНТОВ

Объект рассмотрения – алгоритм параллельного решения системами агентов комбинаторных задач размещения транспортного типа, для эффективной реализации которого предлагается использовать наследование решений предшествующих подзадач с коррекцией решений методом потенциалов.

Задача размещения транспортного типа возникает при выборе мест размещения пунктов производства для удовлетворения потребности в некоторой продукции потребителей с фиксированными объемами потребления. Такая задача в виде

$$\min\left\{\sum_{i\in M}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\;\middle|\;\sum_{i\in M}x_{ij}=b_j,\ j=\overline{1,n};\ \ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i,\ i\in M;\ M\in\overline{1,m}\right\} \tag{1}$$

практически может решаться методом перебора среди классических транспортных задач для всех сочетаний строк. Перебор позволяет учесть дополнительные ограничения на варианты размещения, не вписывающиеся в линейную модель (1). Однако процесс перебора здесь имеет экспоненциальную сложность. Предмет рассмотрения – способ эффективного разбиения задачи (1) на подзадачи с возможностью их параллельного решения системой агентов. Основная идея предлагаемого способа – сокращение трафика обмена между агентами посредством учета взаимозависимости последовательно порождаемых транспортных подзадач

$$\min\left\{\sum_{i\in M}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\;\middle|\;\sum_{i\in M}x_{ij}=b_j,\ j=\overline{1,n};\ \ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=a_i,\ i\in M\right\}. \tag{2}$$

Пусть конкретный вариант размещения представлен сочетанием $\{v(i)\in M, i=\overline{1,m}\}$. Отдельная подзадача в (2) после новой нумерации строк становится классической транспортной задачей:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{v(i),j}x_{v(i),j}\;\middle|\;\sum_{i=1}^{m}x_{v(i),j}=b_j,\ j=\overline{1,n};\ \ \sum_{j=1}^{n}x_{v(i),j}=a_i,\ i=\overline{1,m}\right\}. \tag{3}$$

Для решения подзадач (3) предлагается выбрать метод потенциалов, что обусловлено намерением замены процедуры решения отдельной задачи (2) пересмотром решения предшествующей задачи. Более быстродействующий для независимого решения транспортных задач венгерский метод менее пригоден для такого пересмотра.

Метод потенциалов, как известно, основан на переходе от задачи (3) к двойственной задаче

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{m}u_i+\sum_{j=1}^{n}v_j\;\middle|\;c_{ij}-u_i-v_j\ge 0,\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\right\}. \tag{4}$$

Схема алгоритма метода потенциалов, как известно, включает начальный этап формирования базисного плана и итерационный процесс уточнения плана. Для решения задачи на сети начальный этап после решения задачи (4) для второго и последующих вариантов предлагается исключить.

Базисный план на начальном этапе с номером $k=0$, а также планы на остальных итерациях, когда $k>0$, должны содержать $m+n-1$ элементов, для которых справедливы условия

$$P^k=\{(i,j)\,|\,(v_j^k-u_i^k=c_{ij})\wedge(x_{ij}^k>0)\},\ i=\overline{1,m},\ \ j=\overline{1,n}\ .$$

Здесь и далее верхний индекс соответствует номеру этапа, когда изменяются множества потенциалов строк и столбцов, а также матрицы корреспонденций.

Построение множества P^k не всегда возможно, но может быть формально выполнено после возмущения исходных данных. Множество элементов вне плана перевозок есть

$$\overline{P^k} = \{(i, j) \mid (v_j^k - u_i^k \le c_{ij}) \wedge (x_{ij}^k = 0),\ i = \overline{1,m},\ \ j = \overline{1,n}\}.$$

Условие оптимальности плана – $\left|P^k\right| = m + n - 1$. Рекуррентный процесс поиска оптимального плана строится на решении системы уравнений

$$(v_j^k - u_i^k = c_{ij}), (i, j) \in P^k \wedge v_0^k = 0. \tag{5}$$

Такая система может быть решена фиксацией одного из потенциалов, например, $v_l^k = 0,\ l \in \overline{1,n}$ или $u_l^k = 0,\ l \in \overline{1,m}$. На отдельных шагах процесса поиска процедуру решения системы (5) повторять не требуется, если использовать разностную схему пересчета относительно выделяемых на каждом шаге изменившихся потенциалов.

Условие завершения процесса поиска:

$$\left|\overline{P^k}\right| \ne mn - m - n + 1. \tag{6}$$

Если оно выполнено, то пара $(i^{k+1}, j^{k+1}) = \{(i, j) \left| \max(v_j^k - u_i^k - c_{ij}, (i, j) \notin P^k) \right.\}$ задает элемент, вводимый в опорный план P^{k+1}. Из плана P^k при этом выводится элемент с индексами $(i^k, j^k) = \{(i, j) \left| \max(x_{ij}^k, (i, j) \in P^k) \right.\}$.

Так как на каждой итерации выполнение условия (6) не зависит от значений матрицы, то при переходе к новому варианту сочетания из итераций поиска оптимума можно исключить этапы формирования базисного плана. Как показывают эксперименты, при порождении сочетаний методом вращающейся двери время решения задачи (1) сокращается в m раз.

Учитывая связь процесса коррекции плана со структурой системы (5), несложно расширить такую схему на случай задач с ограничениями на пропускную способность

$$\min\left\{\sum_{i \in M} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \left| \sum_{i \in M} x_{ij} = b_j,\ j = \overline{1,n};\ \ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ x_{ij} \le d_{ij},\ i \in M;\ M \in \overline{1,m} \right.\right\}.$$

Для этого необходимо лишь уточнить правило пересчета плана перевозок, ограничивая значения корреспонденций $x_{ij}^k = \min(x_{ij}^{k-1}, d_{ij}^k),\ (i, j) \in P^k$.

Таким образом, решение задач вида (1) с ограничением на пропускную способность не требует полного пересчета, если наследовать значения потенциалов предыдущего расчета и продолжить анализ необходимых условий оптимальности.

Параллельное решение подзадач агентами системы позволяет легко реализовать идею прерывания анализа бесперспективных вариантов. Используя результаты теории двойственности, на каждой итерации решения подзадач (3) может быть получена нижняя оценка целевой функции любой подзадачи по текущим значениям потенциалов строк и столбцов. Итерации решения подзадачи можно прервать, если значение такой оценки превышает оценку стоимости лучшего из просмотренных вариантов размещения.

E-mail: rmp@bsuir.by