

ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ В СИСТЕМЕ MAPLE ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Калугина М.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск, Беларусь,
m.kalugina@bsuir.by

Abstract. Maple mathematics software is a popular tool. The article describes the experience of conducting laboratory works on mathematical analysis in the Maple system for distance learning students.

Под дистанционным образованием многие понимают некую новую ступень заочного обучения, на которой обеспечивается применение информационных технологий. При этом главной целью педагогического процесса по-прежнему остается организация и стимулирование учебно-познавательной деятельности студентов. Преподавание математики в классическом понимании включает в себя два основных блока. Один из них – это система лекционных, практических и лабораторных занятий в сочетании с необходимым дидактическим материалом для аудиторной и самостоятельной работы. Другой можно представить как совокупность средств и инструментов для контроля приобретенных знаний, умений и навыков.

Поскольку при дистанционном обучении отсутствуют аудиторные занятия, особую значимость приобретает методическое обеспечение учебного процесса. Оно должно сопровождать обучаемого на всех его этапах: от приобретения теоретических знаний и осознания логических связей между ними до свободного применения этих знаний на практике и – еще лучше – их творческого развития.

Серьезное изучение математики невозможно представить без решения большого числа задач, требующих громоздких вычислений. Система компьютерной алгебры Maple может не только избавить от рутинных вычислений. Она может весьма успешно помочь разобраться при самостоятельном изучении дисциплины в теоретических тонкостях математического анализа, применить их на практике и развить самостоятельность мышления. Пользовательский интерфейс Maple позволит достаточно легко сделать первые шаги, а справочная служба и большое количество примеров помогут понять глубже как логику работы программы, так и ее потенциальные возможности для решения математических задач. «У пакета Maple есть уникальное свойство – он поддерживает символьное решение дифференциальных уравнений – таких возможностей нет ни у одного конкурирующего продукта. Новая версия Maple демонстрирует рекордный показатель, решая 96 % из эталонного набора дифференциальных уравнений» [1].

В рамках учебной дисциплины «Математика. Математический анализ. Часть 3» для студентов дистанционного обучения (специальность Информатика и технологии программирования) на базе БГУИР был составлен комплекс задач по темам из таких разделов математики, как числовые и функциональные ряды, ряды Фурье, обыкновенные дифференциаль-

ные уравнения и системы, элементы операционного исчисления, комплексный анализ. Их необходимо решать поэтапно после внимательного изучения соответствующей темы теоретического материала и разобранных примеров. Ответ требуется искать, комбинируя ручные выкладки и вычисления в среде Maple. Именно такой вид деятельности понимается здесь под лабораторной работой: решение задач в среде Maple 18 с целью сравнения полученных результатов, их визуализации и более глубокого понимания изучаемой темы. Для самоконтроля предлагается тест, результаты выполнения которого служат промежуточной оценкой достигнутых успехов обучения.

Приведем пример нескольких таких задач. Их условия взяты из учебного пособия [2].

Задача 1. Найдите область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^2}. \quad (1)$$

В результате решения этой задачи на множестве действительных чисел должно получиться все это множество, кроме отрицательных целых чисел. Для подтверждения этого вывода или, наоборот, для обнаружения ошибки нужно построить график суммы ряда (1) в среде Maple. Этот график, построенный с помощью встроенной команды plot, изображен на рисунке 1. Из него видно, что в точках, исключенных из области определения исследуемого ряда, сумма претерпевает разрыв 2-го рода.

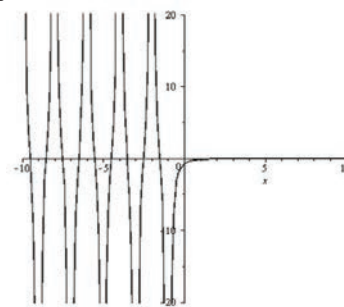


Рисунок 1 – График суммы функционального ряда (1)

Задача 2. Докажите равномерную сходимость на отрезке $[0, 1]$ функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-8}. \quad (2)$$

Равномерная сходимость функционального ряда на множестве является очень сильной его характеристикой. Напомним ее не очень строгое определение. Функциональный ряд называется равномерно сходя-

щимся на заданном отрезке, если для сколь угодно малого положительного числа ε найдется такой номер, что все частичные суммы с большими номерами отклонятся на заданном отрезке от суммы ряда на величину меньшую, чем ε . С геометрической точки зрения это означает, что графики частичных сумм с большими номерами будут содержаться в 2ε -полосе, построенной относительно графика суммы исследуемого ряда.

Для исследования изложенной проблемы предлагается взять несколько значений ε и для каждого из них определить минимально возможный номер теоретически. После получения результата в среде Maple 18 экспериментально подтвердить его значение или изменить.

На рисунке 2 изображена полоса при $\varepsilon = 0,1$, содержащая вместе с графиком суммы ряда его частичную сумму. Ее порядок 3 найден с помощью теоремы Лейбница и обеспечивает требуемую погрешность ε .

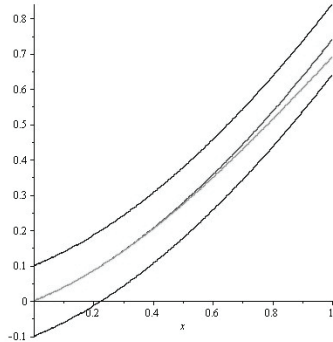


Рисунок 2 – График частичной суммы ряда при $n = 3$

На рисунке 2 видно, что график найденной частичной суммы (кривая зеленого цвета) не выходит из полосы заданной ширины 2ε относительно графика суммы ряда (кривая красного цвета в центре полосы), хотя при $x > 0,7$ ее отклонение начинает увеличиваться.

Для уточнения результата предлагается уменьшать значение порядка до тех пор, пока график соответствующей частичной суммы не выйдет за пределы полосы. Из рисунка 3 видно, что график приближенной суммы ряда с двумя слагаемыми еще находится в нужной полосе, но очень близок к ее верхней границе. До $x = 0,5$ почти совпадает с суммой ряда.

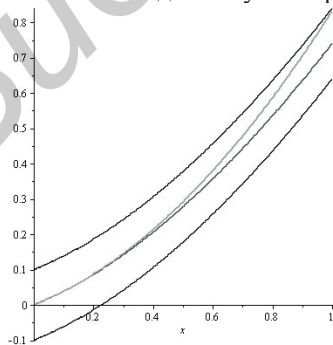


Рисунок 3 – График частичной суммы ряда $n = 2$

Напротив, уменьшение значение n еще на единицу приводит к резкому увеличению погрешности уже при $x = 0,2$ и выходу графика частичной суммы за пределы полосы приблизительно при $x = 0,4$. Это можно наблюдать на рисунке 4.

Анализ построенных графиков позволяет выявить ошибку, допущенную в решении, и помогает догадаться о правильном ответе. Например, часто за область сходимости ряда (1) принимают множество всех действительных чисел.

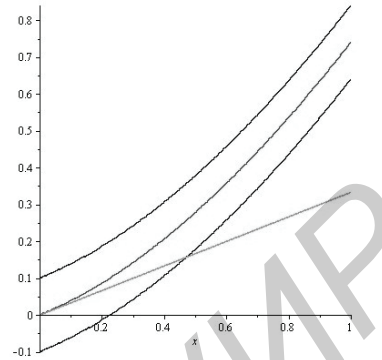


Рисунок 4 – График частичной суммы ряда при $n = 1$

Приведенные примеры вместе с задачами по пересчитанным выше темам лежат в основе лабораторного практикума по математическому анализу. Студенты, решая поставленные проблемы, приобретают навык самостоятельного применения полученных теоретических знаний на практике. Подобранные задания помогают убедиться в важности теорем и необходимости обосновывать свое решение.

Особенно важно, что в процессе выполнения таких лабораторных работ непременно обнаруживаются межпредметные связи, которые позволяют студентам объединить в одно целое знания из различных дисциплин: математического анализа, алгебры и геометрии, информатики и прикладной математики. Выполнение лабораторных работ по курсу математического анализа становится при такой их постановке научно-исследовательской работой по темам из разных математических разделов. При этом лабораторная работа как организационная форма учебной деятельности создает предпосылки не только для применения полученных знаний на практике, но и стимулирует познавательную активность студентов, их творческий поиск.

Полученные навыки работы в одной из ведущих мировых систем компьютерной алгебры, полезные и сами по себе, позволят также студентам провести более полные и глубокие исследования по индивидуальной теме: программой учебной дисциплины «Математика. Математический анализ» предусмотрена курсовая работа. Для ее успешной реализации приобретенный опыт выполнения лабораторных работ поможет определить оптимальное направление поиска нужных методов решения, проанализировать их, а затем выбрать грамотную стратегию достижения поставленных целей.

Литература

1. Maplesoft Maple 2017.1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://macx.ws/mac-os-unix/10802-maple-2017.html>.
2. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. 7-е изд., стер. – СПб: Изд-во Лань, 2005. – 240 с.